

三相四线制系统谐波检测的 $p-q-r$ 法

宫 鑫, 蒋云峰, 张 菁, 钟文辉
(武汉大学 电气工程学院, 湖北 武汉 430072)

摘要: 介绍了针对三相四线制系统谐波检测所提出的 $p-q-r$ 法, 详细讨论了 $p-q-r$ 法对中线电流的抑制效果。针对电网电压畸变时补偿不完全的情况, 提出采用前置滤波的方法, 对采样的畸变电网电压信号进行滤波, 去除谐波成分, 保留基波成分。仿真结果表明, 采用该方法能够完全补偿电流谐波分量, 消除电压畸变对结果的影响。

关键词: $p-q-r$ 法; 谐波检测; 三相四线

中图分类号: TM 711

文献标识码: A

文章编号: 1006-6047(2005)05-0005-05

0 引言

三相四线系统中, 非线性负载或不平衡负载的存在, 导致三相电流存在谐波, 使得公用电网中会有大量电流流过电网中性线^[1]。因而, 在补偿系统谐波的同时, 消除中线电流成为三相四线制系统研究的重点。

为解决三相四线制电路的检测问题, 基于瞬时无功率理论的 $p-q$ 法通常引入一个垂直于 $p-q$ 平面的 o 坐标轴分解电流, 得到相应的零序电流分量。但是, 此种方法瞬时功率的数学表达式并不遵守功率守恒, 与通常对于功率的理解相冲突^[2,3]。同时, 零序分量只存在有功分量, 而无法定义其无功分量。另一种消除中线电流的方法是直接由三相电流计算出中线电流, 将中线电流从各相电流中减去, 由消除中线电流后的三相电流计算需要补偿的谐波分量。此种方法完全回避了对于功率问题的定义, 对于中线电流的消除也无法起到作用。

$p-q-r$ 法是在 $\alpha-\beta-o$ 坐标平面下, 通过两次旋转坐标平面得到新的 $p-q-r$ 坐标平面, 将电压、电流空间矢量在 $p-q-r$ 坐标平面下进行分解, 定义三相四线制系统下零序分量的有功和无功率。各种功率定义维持功率守恒, 且定义形式与传统功率定义相吻合。同时, 3 个功率分量彼此完全独立, 可以分别进行补偿, 且不需要任何储能元件存在^[4,5]。

1 理论基础

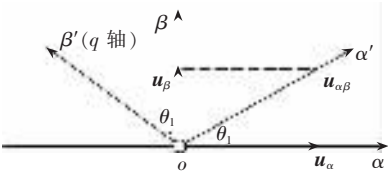
1.1 $p-q-r$ 检测法基本原理

$p-q-r$ 法首先通过空间变换, 将 $a-b-c$ 空间坐标系下的电压、电流变换到三相正交坐标 $\alpha-\beta-o$ 下, 其变换形式如式(1)(2)所示。这也是 H. Akagi 所提出的瞬时无功率理论的基本变换形式。

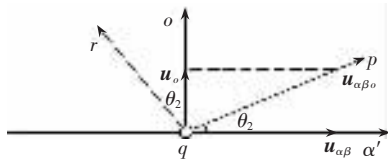
$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \\ u_o \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_o \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2)$$

在 $\alpha-\beta-o$ 坐标系上, 首先固定 o 轴, 将 $\alpha-\beta$ 平面逆时针旋转, 使向量 $u_{\alpha\beta}$ 落在新的轴 α' 上, 旋转形式如图 1(a) 所示。此时, 新的 β' 轴即为新坐标系下的 q 轴, 旋转的角度 θ_1 由 u_α 和 u_β 确定, 为 $\theta_1 = \arctan(u_\beta/u_\alpha)$ 。然后固定 q 轴, 将 $\alpha'-o$ 轴逆时针旋转, 使电网电压的空间矢量 $u_{\alpha\beta o}$ 落在 α' 轴旋转后得到的 p 轴上, 旋转形式如图 1(b) 所示。此时, o 轴旋转后得到了新坐标系下的 r 轴, 旋转的角度 θ_2 由 $u_{\alpha\beta}$ 和 u_o 确定, 为 $\theta_2 = \arctan(u_o/u_{\alpha\beta})$ 。经过两次旋转以后, 就由空间坐标系 $\alpha-\beta-o$ 得到了新的空间坐标系 $p-q-r$ 。



(a) 第一次旋转所得 $\alpha'-q-o$ 坐标系



(b) 第二次旋转所得 $p-q-r$ 坐标系

图 1 $p-q-r$ 坐标系形成图

Fig.1 The formation of $p-q-r$ coordinates

通过坐标旋转,使电压空间矢量落在直角正交坐标系 p 轴上,在 q, r 轴上没有电压分量。电流分量仍然在坐标系的 p, q, r 轴上。因而,三相电网的有功分量只在 p 轴上, q, r 轴上为电网的无功分量,是由零序电流或谐波电流分量所产生。

综上所述可以求得在 $p-q-r$ 坐标系下的电流表达式如式(3)所示,电压表达式如式(4)所示。

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_p \\ \dot{i}_q \\ \dot{i}_r \end{bmatrix} = \frac{1}{u_{\alpha\beta o}} \begin{bmatrix} u_o & u_\alpha & u_\beta \\ 0 & -\frac{u_{\alpha\beta o} u_\beta}{u_{\alpha\beta}} & \frac{u_{\alpha\beta o} u_\alpha}{u_{\alpha\beta}} \\ u_{\alpha\beta} & -\frac{u_\alpha u_o}{u_{\alpha\beta}} & -\frac{u_\beta u_o}{u_{\alpha\beta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_o \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} u_p \\ u_q \\ u_r \end{bmatrix} = \frac{1}{u_{\alpha\beta o}} \begin{bmatrix} u_o & u_\alpha & u_\beta \\ 0 & -\frac{u_{\alpha\beta o} u_\beta}{u_{\alpha\beta}} & \frac{u_{\alpha\beta o} u_\alpha}{u_{\alpha\beta}} \\ u_{\alpha\beta} & -\frac{u_\alpha u_o}{u_{\alpha\beta}} & -\frac{u_\beta u_o}{u_{\alpha\beta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_o \\ u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{\alpha\beta o} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中 $u_{\alpha\beta} = \sqrt{u_{\alpha}^2 + u_{\beta}^2}$; $u_{\alpha\beta\theta} = \sqrt{u_{\alpha}^2 + u_{\beta}^2 + u_{\theta}^2}$ 。

1.2 $p-q-r$ 空间下瞬时功率定义

在 $p-q-r$ 坐标系下定义其电压和电流的瞬时功率。瞬时有功功率 p 定义为电压向量和电流向量的数量积,如式(5)所示。瞬时无功功率 q 定义为电压向量和电流向量的向量积,如式(6)所示,其功率方向遵循右手旋转准则。

$$p \equiv \mathbf{u}_{pqr} \cdot \mathbf{i}_{pqr} = u_p i_p \quad (5)$$

$$\mathbf{q} \equiv \mathbf{u}_{pqr} \times \mathbf{i}_{pqr} = \begin{bmatrix} 0 \\ -u_p \dot{i}_r \\ u_p \dot{i}_q \end{bmatrix} \quad (6)$$

由式(6)可以看出, r 轴上的电流 i_r 与 q 轴上的瞬时无功功率 q_q 相关; q 轴上的电流 i_q 与 r 轴上的瞬时无功功率 q_r 相关。为了方便起见, 将有功功率和无功功率合并, 如式(7)方式表示

$$\begin{bmatrix} p \\ q_q \\ q_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_p \dot{i}_p \\ -u_p \dot{i}_r \\ u_p \dot{i}_q \end{bmatrix} \quad (7)$$

由有功和无功功率的定义式可以看出,功率分量的形成只与 $p-q-r$ 坐标系下各轴上的电流分量有关,3 个瞬时功率分量相互间线性独立。因而,通过相应的补偿3 个瞬时功率分量,3 个电流分量就能够分别被控制。而且,每个瞬时功率分量的定义方式均与单相系统的功率定义方式相同。其瞬时视在功率的定义形式与 $a-b-c$ 坐标系下的定义形式也相符, $p-q-r$ 坐标系下的瞬时视在功率定义形式如式(8)所示,维持了功率守恒。

$$\begin{aligned}
S &\equiv \| \mathbf{u}_{pqr} \| \times \| \mathbf{i}_{pqr} \| = \\
&\sqrt{u_p^2 + u_q^2 + u_r^2} \cdot \sqrt{i_p^2 + i_q^2 + i_r^2} = \\
&\sqrt{p^2 + q^2 + r^2} = u_{pqr} \sqrt{i_p^2 + i_q^2 + i_r^2} = \\
&\sqrt{u_\alpha^2 + u_\beta^2 + u_o^2} \cdot \sqrt{i_\alpha^2 + i_\beta^2 + i_o^2} = \\
&\sqrt{u_a^2 + u_b^2 + u_c^2} \cdot \sqrt{i_a^2 + i_b^2 + i_c^2} \quad (8)
\end{aligned}$$

1.3 $p-q-r$ 检测法的无功和谐波补偿

图2为 $p-q-r$ 坐标系下中线电流补偿原理图,可见 r 轴上的电流主要来源于 o 轴上的中线电流。

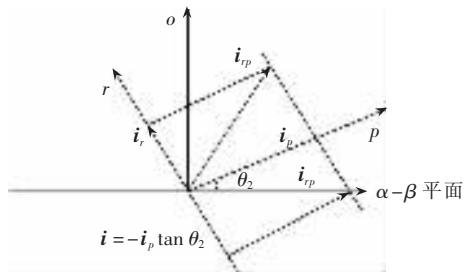
图 2 $p-q-r$ 坐标系下中线电流补偿原理图

Fig.2 The principle of neutral line current compensation in $p-q-r$ coordinates

要消除中线电流,系统的空间电流向量 i_{rp} 就必须固定在 $\alpha-\beta$ 平面上。当不存在中线电压时,中线电流 $i_n = \sqrt{3} i_r = \sqrt{3} i_o$ 。通过补偿 q 轴瞬时无功功率 q_q ,就能完全补偿中线电流。当存在中线电压时, r 轴电流须控制为 $i_r = -(i_p) \tan \theta_2$ 。此处, i_p 为 p 轴上的电流, $\tan \theta_2 = u_o/u_{\alpha\beta}$ 。于是 r 轴消除中线电流的参考补偿电流如式(9)所示,参考补偿功率如式(10)所示。

$$\dot{i}_r^* = - (u_\rho / u_{\alpha\beta}) (\dot{i}_\rho) \quad (9)$$

$$q_q^* = (u_o/u_{\alpha\beta})(p) \quad (10)$$

在 $p-q-r$ 坐标系下, u_p, i_p 和 i_q 可以通过傅里叶变换变为直流和交流分量: $U_{\text{pdc}}, I_{\text{pdc}}$ 和 $I_{\text{pac}}, I_{\text{qdc}}$ 和 I_{qac} 。因而功率 p 和 q_r 也能够变为直流和交流分量。其中的直流分量来源于电网电流基波成分, 交流分量来源于电网电流谐波成分。当电网电压无畸变时, 直接补偿掉电流或功率分量的交流部分, 就能够补偿相应的谐波分量。

根据上述分析, $p-q-r$ 检测法对于谐波的补偿方法有 2 种: 采用电流控制补偿和采用功率控制补偿。

对于电流补偿方式,其补偿电流如式(11)所示。 q 轴的补偿电流可根据电路情况选择。

$$\begin{aligned} i_{pc} &= i_{pac} \\ i_{qc} &= i_q \text{ 或 } i_{qdc} \text{ 或 } i_{qac} \\ i_{rc} &= i_r + (u_o/u_{\alpha\beta}) \cdot (i_p) \end{aligned} \quad (11)$$

对于功率补偿方式,其补偿功率如式(12)所示。补偿功率 q_r 也要根据电路情况进行选择。

$$\begin{aligned} p_c &= 0 \\ q_{qc} &= q_q - (u_o/u_{\alpha\beta}) \cdot (p) \\ q_{rc} &= q_r \text{ 或 } q_{rdc} \text{ 或 } q_{rac} \end{aligned} \quad (12)$$

2 仿真

$p-q-r$ 检测法是由 $p-q$ 检测法变换而来,主要是针对三相四线制系统下存在中线电流的情况。不论电网电压是否发生畸变,只要电网电流中存在谐波分量,在电网中性线上就会有中线电流。本文将分别对应电网电压不发生畸变和电网电压发生畸变两种情况进行 $p-q-r$ 检测法的仿真,观测其结果。

2.1 电网电压没有畸变的情况

当电网电压没有畸变时,三相四线制系统中虽然有中线电流,却没有中线电压,因而从 $\alpha-\beta-o$ 坐标系变换到 $p-q-r$ 坐标系下时, $u_o=0$,此时 $u_{\alpha\beta o}=\sqrt{u_\alpha^2+u_\beta^2+u_o^2}=\sqrt{u_\alpha^2+u_\beta^2}$ 。将此式代入,其变换矩阵 C_{pqr} 可简化为式(13)所示。

$$C_{pqr}=\frac{1}{u_{\alpha\beta o}}\begin{bmatrix} u_o & u_\alpha & u_\beta \\ 0 & -\frac{u_{\alpha\beta o}u_\beta}{u_{\alpha\beta}} & \frac{u_{\alpha\beta o}u_\alpha}{u_{\alpha\beta}} \\ u_{\alpha\beta} & -\frac{u_o u_\alpha}{u_{\alpha\beta}} & -\frac{u_o u_\beta}{u_{\alpha\beta}} \end{bmatrix}=\frac{1}{u_{\alpha\beta}}\begin{bmatrix} 0 & u_\alpha & u_\beta \\ 0 & -u_\beta & u_\alpha \\ u_{\alpha\beta} & 0 & 0 \end{bmatrix}\quad (13)$$

由式(13)可知,在电网电压没有畸变的情况下,虽然经过了 $p-q-r$ 矩阵变换,但是求出的 $p-q-r$ 坐标系下的电流分量和在 $\alpha-\beta-o$ 坐标系下的电流分量本质上并没有任何区别。将 i_p,i_q 分别通过 Butterworth 低通滤波器得到直流分量,再通过反变换得到三相电流的基波分量。在此情况下, $p-q-r$ 方法和 $p-q$ 方法的检测结果相同。

[例 1] 三相四线制电网电压不存在畸变,电压和电流的有效值为 220 V,基波频率为 50 Hz。电网电流有畸变,含有 3 次(25 %),5 次(20 %)和 7 次(14 %)谐波。信号采样频率 1 000 Hz,采用 Butterworth 低通滤波器进行滤波,采用 $p-q-r$ 法进行谐波检测。仿真结果如图 3~6 所示。

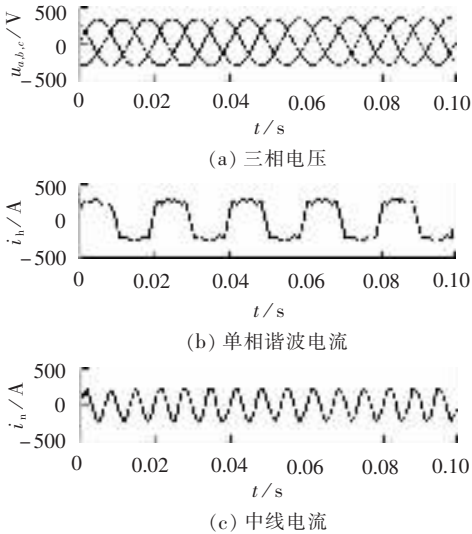
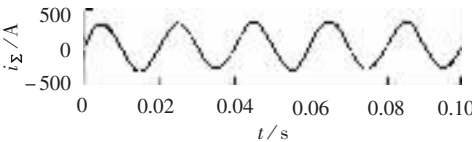


图 3 单相谐波电流和中线电流
Fig.3 Single-phase harmonic current and neutral line current



(a) 三相电流叠加

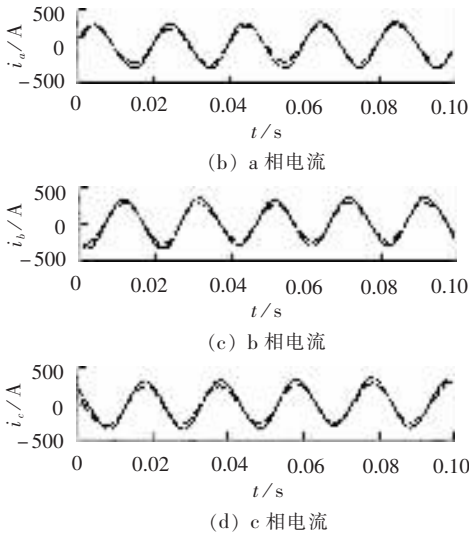


图 4 各相消除中线电流图
Fig.4 The currents after eliminating neutral line current

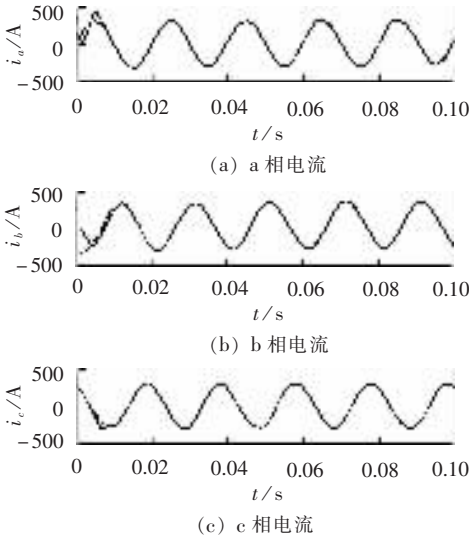


图 5 谐波补偿后各相电流波形
Fig.5 The currents after harmonic compensation

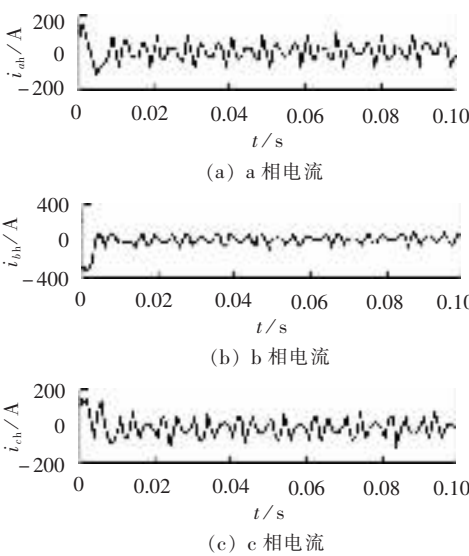


图 6 各相补偿电流波形
Fig.6 The harmonic compensation currents

图 3 所示为平衡无畸变三相电压波形,单相畸变电流波形和中线电流波形。图 4 所示为消除中线电流以后的各相电流波形,可以看到仍然存在一定的谐波分量。图 5 所示为补偿了全部谐波电流之后的各相电流波形。其中虚线为给定基波波形,可以看到,经过 3 / 4 个基波周期后,各相电流波形与基波波形相吻合。图 6 所示为各相补偿的谐波电流波形。

2.2 电网电压发生畸变的情况

由于电网电压发生畸变,使电压瞬时值 u_a, u_b, u_c 中都含有谐波电压瞬时分量。因而在进行 $p-q-r$ 变换时,其变换矩阵 C_{pqr} 中就都含有谐波电压瞬时分量,从而使最后经过滤波后的电流基波成分存在较大偏差。只要能够消除瞬时电压 u_a, u_b, u_c 中所含有的谐波电压瞬时值,即使三相电网电压发生了畸变,也不会对后面所要进行的谐波电流检测产生较大影响。从这一思想出发,将三相电网电压首先经过低通滤波器(LPF),滤除谐波分量,将所得到的基波分量 u_a^*, u_b^*, u_c^* 传到后续计算步骤进行计算,就可以消除电网电压畸变所产生的影响。计算方式原理图如图 7 所示。

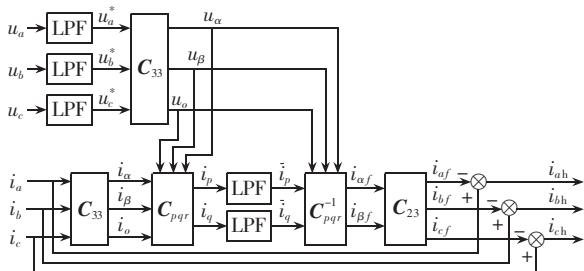


图 7 消除电网电压畸变影响谐波电流检测原理图

Fig.7 The block diagram of voltage distortion effect elimination in harmonic detection

[例 2]三相四线制电网电压存在畸变,电压和电流的有效值为 220 V,基波频率为 50 Hz。电网电流有畸变,含有 3 次(25 %),5 次(20 %)和 7 次(14 %)谐波。电压也含有 3 次(25 %),5 次(20 %)和 7 次(14 %)谐波。在信号采样频率为 1 000 Hz 的情况下先将三相电网电压经过 Butterworth 低通滤波后,再用 $p-q-r$ 法进行谐波检测。仿真结果如图 8、图 9 和图 10 所示。

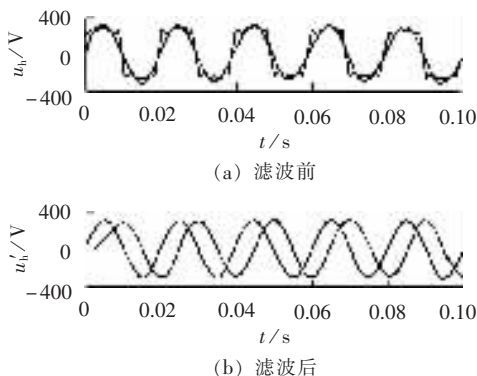


图 8 单相谐波电压波形及滤波结果

Fig.8 The harmonic voltage before and after filter

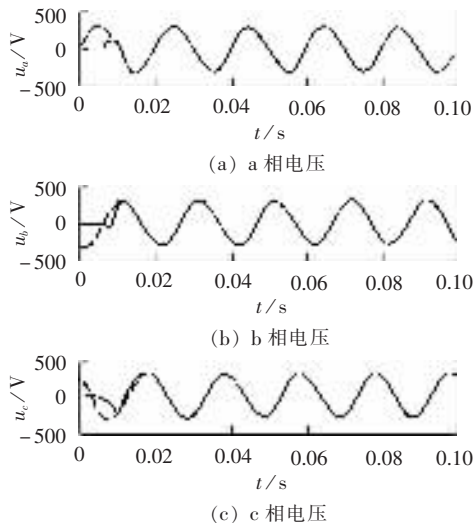


图 9 谐波电压 $p-q-r$ 法谐波补偿结果

Fig.9 The filter voltages with compensation by $p-q-r$

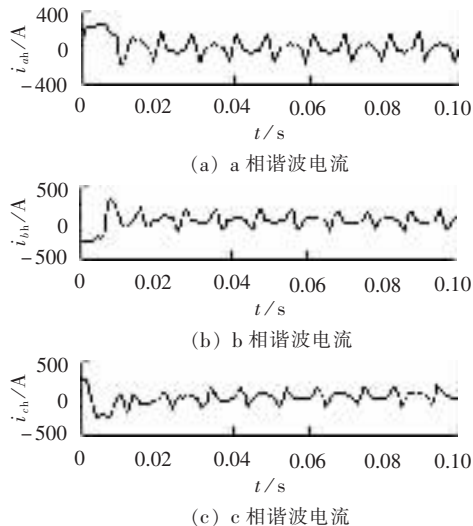


图 10 各相补偿谐波电流波形

Fig.10 The harmonic compensation currents

采用这种方法,整个系统将存在一个前置的低通滤波器。由于在系统后部要通过低通滤波器滤出基波电流分量,因而增加的这个前置低通滤波器将会增加系统对于瞬时畸变电流的动态补偿延迟时间。因此,在实际使用时需要根据实际系统的要求选择合理的数字或模拟低通滤波器。

3 结语

$p-q-r$ 谐波检测法对于电网电压无畸变的情况下,其补偿效果较好。对于电网电压畸变的情况,其存在补偿不完全的现象。针对这种现象,采用前置滤波的方法就能够完全补偿电流谐波分量,消除电压畸变的影响,达到较好的补偿效果。

参考文献:

[1] 冯海延,霍丽娟. 三相四线制供电中谐波对中线电流的影响[J]. 石家庄大学学报,2000,12(1):33-34.

- FENG Hai-yan, HUO Li-juan. The effect of the harmonics to the neutral-line current in three-phase four-wire system[J]. *Journal of Shijiazhuang University*, 2000, 12(1): 33-34.
- [2] 王兆安, 杨君, 刘进军. 谐波抑制和无功功率补偿[M]. 北京: 机械工业出版社, 2002.
- [3] 罗萍, 李肇基, 陈光偶. 三相四线制系统下电流谐波和无功功率的检测和补偿[J]. 电子测量与仪器学报, 2003, 17(1): 62-66.
- LUO Ping, LI Zhao-ji, CHEN Guang-yu. Current harmonic and reactive power detection and compensation in three-phase four-line system[J]. *Electronic Surveying and Device Transaction*, 2003, 17(1): 62-66.
- [4] KIM H, BLAABJERG F, BAK-JENSEN B, *et al.* Instantaneous power compensation in three-phase systems by using $p-q-r$ theory[J]. *IEEE Trans. on Power Electronics*, 2002, 17(5): 701-710.
- [5] KIM H, AKAGI H. The instantaneous power theory on the

rotating $p-q-r$ reference frames[A]. *IEEE 1999 International Conference on Power Electronics and Drive Systems*[C]. Hong Kong: IEEE, 1999. 422-427.

(责任编辑: 柏英武)

作者简介:

宫鑫(1980-), 女, 山西繁峙人, 硕士研究生, 主要从事信号检测与处理、DSP 及其应用、电力电子技术应用等方面的研究(E-mail: gx198011@sina.com);

蒋云峰(1965-), 男, 江苏扬州人, 副教授, 硕士, 主要从事 DSP 及其应用、电力电子技术应用等方面的研究;

张蔷(1979-), 男, 湖北荆门人, 硕士研究生, 主要从事信号检测与处理、DSP 及其应用、电力电子技术应用等方面的研究;

钟文辉(1981-), 女, 湖北黄冈人, 硕士研究生, 主要从事语音识别、信号处理等方面的研究。

Three-phase four-wire system harmonic detection by $p-q-r$ method

GONG Xin, JIANG Yun-feng, ZHANG Qiang, ZHONG Wen-hui

(School of Electrical Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: The $p-q-r$ method is introduced, which is applied in three-phase four-wire system to detect harmonics. Its effect on eliminating neutral current is researched in detail. It is suggested to apply prefILTER for removing the harmonic components when the compensation is incomplete because of system voltage distortion. The simulative results show that the proposed method compensates the harmonic currents completely and eliminates the effects of voltage distortion.

Key words: $p-q-r$ method; harmonic detection; three-phase four-wire

第十届全国保护和控制学术研讨会征文通知

中国电机工程学会继电保护专委会定于 2005 年第四季度召开第十届全国保护和控制学术研讨会。探讨在我国国家电网发展中, 保护和控制面临的问题和对策, 讨论和研究保护和控制理论及技术应用的现状及发展, 交流保护和控制的科研成果、设计、运行和维护的经验, 进一步推动我国保护和控制技术的发展, 满足我国电网建设和运行需要。特向全国征集学术论文, 现将征文有关事项通知如下:

1. 征文内容

- (1) 1 000 kV 交流特高压和 800 kV 级直流输电的保护和控制技术研究;
- (2) 保护和控制新理论、新技术的发展和应用;
- (3) 高压直流输电保护和控制技术及应用;
- (4) 电网安全稳定控制技术;
- (5) 保护信息管理及故障信息处理;
- (6) 厂站自动化系统(变电站自动化系统、火电厂自动化系统);
- (7) 电子式互感器理论及应用技术;
- (8) 保护和控制通信技术;
- (9) 一次设备智能化技术和应用;
- (10) 保护装置、厂站自动化系统运行经验及事

故分析;

- (11) 保护和控制设备结构及电磁兼容;
- (12) 其他。

2. 征文办法

- (1) 论文必须是在全国性学术会议或公开发行的刊物上没有发表过;
- (2) 论文按国家标准有关期刊方面的标准格式, 图表清晰、规范;
- (3) 论文篇幅不超过 6 000 字(含空格、图表);
- (4) 来稿请务必写明: 作者简介、地址、单位、邮编、联系电话、电子邮件;
- (5) 用电子邮件投稿, 并用回执确认收到投稿;
- (6) 征文截止日期为 2005 年 8 月 30 日, 经专家评审后, 发论文录用通知, 出版论文集;
- (7) 开会具体时间及地点另行通知;
- (8) 联系方法: 南京江宁开发区胜太路 29 号, 中国电机工程学会继电保护专委会; 联系人: 黄健、王中元; 邮编: 211100。

联系电话: (025) 52102449, 52108783

E-mail: 2005RPTC@nari-relays.com

中国电机工程学会继电保护专业委员会