基于关联矩阵自乘的配电网潮流计算

刘 莉[1],袁 博[2],宛 力[1]
(1. 沈阳工程学院 电气工程系,辽宁 沈阳 110136;
2. 国电南京自动化股份有限公司 输变电工程部,江苏 南京 211100)

摘要: 配电网为树状结构,这与数据结构理论中的“树”结构非常相似。配电网潮流计算程序多以二叉树结构实现电网电气元件的数据结构建模,用二叉树遍历技术辨识前推回代中的节点层次关系。提出一种以关联矩阵自乘取代二叉树结构建模的配电网潮流前推回代改进算法,可对支路分层并行计算,无需对线路和节点的繁杂编号,不用复杂的数据结构分析,编程简便易行。用 VC++6.0 编制应用程序,对 IEEE 33 节点树状网的潮流计算表明了方法的有效性。

关键词: 配电网; 潮流计算; 前推回代; 关联矩阵

中图分类号: TM 744 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-6047(2005)08-0053-03

配电网潮流计算是网络分析的基础,城网规划、网络重构等均需要配网潮流的数据。配电网的特点决定了配电网潮流计算算法的特殊性,配电网与输电网在结构上的不同造成雅可比矩阵元素对角优势遭到破坏,条件数增大,并容易造成病态网络,不可避免地使经典潮流算法陷入困境,比如配电网的高 R/X 比无法满足 PQ 解耦条件,所以使快速解耦法在配电网中难以收敛。因此,寻求一种适合于配电网特殊结构的收敛可靠、计算准确、速度较快的配网潮流算法十分必要[1~3]。

自 1991 年 Goswami S.K 和 Basu 论述了基于配电网任意节点到电源节点具有唯一的供电路径这一特点的前推回代算法[4]以来,前推回代法经过不断的改进与完善,目前已成为配电网潮流计算中被广泛采用的算法[5~7]。

本文提出一种以关联矩阵自乘取代二叉树结构建模的配电网潮流前推回代算法,可对支路分层并行计算,无需对线路和节点进行繁杂的编号以确定计算顺序,不用繁复的数据结构分析,编程简便易行。算法中只用到矩阵根节点所在行向量,可在编程中简化自乘运算,只生成根节点所在行注入元即可。

1 节点关联矩阵自乘算法

为清晰阐述节点关联矩阵自乘算法,本文采用文献[3]的两个定义。

定义 1 设两相邻节点间线路长度皆为单位长度,如某个节点 i 到节点 j 的最短路径长度为 N 个单位长度,则称该节点 i 为节点 j 的 n 代(层)节点。

定义 2 由 n 代节点组成的集合称为 n 代节点集。

一个拓扑网络可以用节点支路关联矩阵描述其拓扑结构,而对于一个电网接线图,可以把它抽象成一个拓扑图描述,对图 1 所示的配电网树状网络,如果节点 i 与节点 j 有电气联系且功率必须由节点 i 流向节点 j,则关联矩阵中第 i 行第 j 列为 1,其余元素因无电气联系或功率流向相反而为 0,因为在一个典型的配电网中 1 个节点只与少数节点有电气联系,所以该矩阵是一个大型稀疏矩阵。

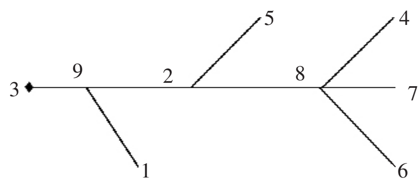

图 1 简单树状配电网
Fig.1 A simple tree network

本文认为,节点支路关联矩阵表明了每个节点与其子节点的电气联系。如果该矩阵自乘,将会得到一个清晰地反映出每个节点与其子节点的子节点(即二代节点)电气联系(即该次自乘产生的新注入元)的矩阵,如果节点支路关联矩阵自乘 3 次,所得矩阵则能反映出节点与其第 3 层子节点之间的电气联系,依此类推,节点支路关联矩阵自乘 n 次,所得矩阵反映出节点与其第 n 层子节点之间的电气联系。

对图 1 所示网络,根据上述方法列其节点关联矩阵(行列均按节点编号自然数大小排序),得出:

$$\boldsymbol{G}^{(1)}=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&1&1&0\\1&1&0&0&0&0&0&0&0\end{bmatrix}$$

该矩阵的非零元为 8 个,由稀疏矩阵因子 $\delta=t/(m\times n)=0.098\ 7$ 判断该矩阵是 1 个稀疏矩阵。如果将其自乘,得:

收稿日期: 2005-05-29
基金项目: 辽宁省自然科学基金博士启动基金资助(20031053)

$$
G^{(2)}=\begin{bmatrix}
0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&1&0&1&1&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&1&0&0&1&0
\end{bmatrix}
$$

可看出节点2只与节点5,8相联,但经过1次自乘后,2行4,6,7列皆为1,可理解为功率经过8节点传输到4,6,7节点,所以节点2与节点4,6,7也看为相联。如果将关联矩阵反复自乘直至不再产生新注入元(即直至“天晴”,不产生“下雨”现象)为止,从3行的注入元出现次序即可看出所有节点的所在层次,即判断各节点是根节点第几代节点,第 n 次自乘后把第3行行向量 $G^{(n)}$ 记录下以作为根节点的 n 代节点集,以便分层并行计算。

2 前推回代法数学模型

在典型配电网络中,根节点电压可看作固定不变,其他节点可视为负荷节点。由于配电网可以视为线性网络,根据迭代原理,网络中节点 i 的电压值可视为由根节点(电压源)和配电网负荷(转化为注入功率)共同作用的结果。即当只有根节点作用时,各节点负荷为0,求得节点电压值 $U_{i1}=U_s$,当只考虑负荷作用时,根节点接地,同样求得根节点电压为 U_{i2},根节点的实际电压为

$$U_i=U_{i1}+U_{i2}=U_s+U_{i2} \tag{1}$$

简而言之,前推回代法的数学模型就是1个由2组变量(各节点电压和各支路电流或功率)交替互相影响的数学模型,直至最后1次迭代对变量的修正值小于允许误差为止。

3 基于关联矩阵自乘算法的配电网潮流计算

以支路功率为计算量,每条支路始端功率 S_s 等于末端功率 S_r 与线损 ΔS 之和,各支路末端功率等于由它末端节点发出的各支路始端功率与该节点注入功率的代数和(叶节点只有节点注入功率),当需要计及线路导纳或其他接地支路的影响时,下式中还要计及相应各项:

$$S_s=S_r+(S_r/U_i)^2 Z \tag{2}$$

如把各节点功率形成列向量 $\boldsymbol{S}$(其初值为各节点负荷功率),有

$$\boldsymbol{S}=[S_1\quad S_2\quad\cdots\quad S_n]^{\mathrm{T}}$$

将单位矩阵 $\boldsymbol{E}$ 与其左乘,得对角方阵 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{d}}$;$\boldsymbol{S}_{\mathrm{d}}$ 自乘得到对角元素为功率平方的矩阵 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{d}}^2$ 为

$$
\boldsymbol{S}_{\mathrm{d}}=\begin{bmatrix}S_1&&&\\&S_2&&\\&&\ddots&\\&&&S_n\end{bmatrix},\quad
\boldsymbol{S}_{\mathrm{d}}^2=\begin{bmatrix}S_1^2&&&\\&S_2^2&&\\&&\ddots&\\&&&S_n^2\end{bmatrix}
$$

把各节点电压幅值形成列向量 $\boldsymbol{U}$,有

$$\boldsymbol{U}=[U_1\quad U_2\quad\cdots\quad U_n]^{\mathrm{T}}$$

按上述方法得对角方阵 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{d}}$ 和 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{d}}^2$,有

$$
\boldsymbol{U}_{\mathrm{d}}=\begin{bmatrix}U_1&&&\\&U_2&&\\&&\ddots&\\&&&U_n\end{bmatrix},\quad
\boldsymbol{U}_{\mathrm{d}}^2=\begin{bmatrix}U_1^2&&&\\&U_2^2&&\\&&\ddots&\\&&&U_n^2\end{bmatrix}
$$

令 $\boldsymbol{Z}$ 为各支路阻抗组成的对角阵,根据前面论述 $\boldsymbol{G}^{(n)}$ 为 n 代节点行向量,得出公式:

$$\boldsymbol{S}^{(n-1)}=\boldsymbol{S}^n+\{\boldsymbol{G}^{(n)}[Z(\boldsymbol{U}_{\mathrm{d}}^2)^{-1}(\boldsymbol{S}_{\mathrm{d}}^2)^n]\}^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

上角标 n 即代表功率前推中该矩阵中被改换元素所在的层次,反复运用公式(2)计算各节点功率,直至功率前推至电源点为止(列向量 $\boldsymbol{S}$ 中最后1个元素被改换,$n=1$),求得所有节点的功率。再从给定的根节点电压出发求得各节点电压,支路末端电压 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{r}}$ 与支路始端电压 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{s}}$ 之间的关系为

$$\boldsymbol{U}_{\mathrm{r}}=\boldsymbol{U}_{\mathrm{s}}-(\boldsymbol{S}_{\mathrm{s}}/\boldsymbol{U}_{\mathrm{s}})Z \tag{4}$$

仿照前述功率算法可有

$$\boldsymbol{U}^{n+1}=\boldsymbol{U}^n-[\boldsymbol{G}^{(n)}Z(\boldsymbol{U}_{\mathrm{d}}^{-1})^n\boldsymbol{S}]^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

假设该配电网有 x 层,从 $n=1$ 开始逐层运用公式(4)计算各节点电压,直至最后一层节点电压计算完毕(列向量 $\boldsymbol{U}$ 中最后1个元素被改换,$n=x$)。至此,该轮前推回代过程结束,进行下一轮前推回代,当前后2次求得的电压差值满足收敛条件时,结束计算。

每次前推回代中 $\boldsymbol{G}^{(n)}$ 可看作一节点选择算子,$\boldsymbol{G}^{(n)}$ 与式中方阵左乘就是将方阵中所有非该层节点的元素屏蔽掉,并将该层节点的元素转化为一维矩阵。

该算法有如下具体步骤。

a. 给定各节点电压初值。

b. 由各节点功率值使用式(3)迭代计算出节点功率的新修正值,由列向量 $\boldsymbol{S}^{(k)}$ 得出列向量 $\boldsymbol{S}^{(k+1)}$。

c. 由各节点电压值使用式(5)迭代计算出节点电压的新修正值,由列向量 $\boldsymbol{U}^{(k)}$ 得出列向量 $\boldsymbol{U}^{(k+1)}$。

d. 检查收敛条件,设一差值列向量 $\boldsymbol{E}=|\boldsymbol{U}^{(k+1)}-\boldsymbol{U}^{(k)}|$。如列向量中各元素都小于允许误差,结束计算;如不满足收敛条件,返回步骤 **b** 继续计算。

4 算例

依据本文给出的算法,用VC++6.0编制相应的应用程序,对IEEE33节点树状网进行潮流计算。收敛条件为迭代前后2次电压差值≤0.000 1,迭代次数为5次,电源点电压为 $\boldsymbol{U}_1=1.045\angle 0$,系统有功负荷 $P=3.900\,256$ MW,有功线损0.185 356 MW,无功负荷2.423 642 MV·A,无功线损0.123 642 MV·A,最低电压节点为节点18,电压幅值 $U_{\mathrm{A}}=0.943\,78$。各节点电压幅值计算结果见表1。

表 1 算例结果

Tab.1 Calculated results

p.u.

节点	电压幅值	节点	电压幅值	节点	电压幅值
1	1.045 00	12	0.960 52	23	1.023 59
2	1.042 17	13	0.953 78	24	1.016 48
3	1.027 02	14	0.951 20	25	1.010 09
4	1.016 91	15	0.949 09	26	0.989 43
5	1.009 41	16	0.947 44	27	0.986 84
6	0.991 27	17	0.944 74	28	0.975 33
7	0.982 74	18	0.943 78	29	0.966 98
8	0.977 02	19	1.041 67	30	0.963 03
9	0.969 16	20	1.037 11	31	0.954 01
10	0.963 02	21	1.036 09	32	0.952 65
11	0.962 10	22	1.034 87	33	0.951 56

5 结论

通过关联矩阵自乘取代二叉树结构建模,用 n 代节点行向量 $\boldsymbol{G}^{(n)}$ 辨识前推回代的计算层次,使前推回代算法的计算机编程简化为若干个斜对角矩阵和列向量的乘积,无论是在 Matlab 下,还是在 VC++ 6.0 中封装矩阵运算操作,以上的功率前推和电压回代都可直接利用其强大丰富的矩阵运算功能实现,代码量很小。并且关联矩阵为稀疏矩阵(每个节点只与少数节点有电气联系),非零元素值皆为 1,大大减少了内存空间。算法中只用到矩阵根节点所在行向量,所以可在编程中简化自乘运算,只生成根节点所在行注入元即可。本方法无需做出网络的拓扑描述表,因为不需要对节点支路事先编号,其原始数表的首末节点编号对应关系本身就是网络的拓扑描述,原始数据输入表即可转化成网络拓扑结构描述表。关联矩阵反映了节点之间的电气联系,只要针对特定输入文件编制读入函数对号入座即可,无需对线路和节点的繁杂编号,不用把网络结构改造成标准结构,编程简便易行。

参考文献:

[1] 张　尧,王　琴,宋文南. 树状网的潮流算法[J]. 中国电机工程学报,1998,18(3):217-220.
ZHANG Yao,WANG Qin,SONG Wen-nan. A loadflow algorithm for radial distribution networks[J]. **Proceedings of the CSEE**,1998,18(3):217-220.

[2] 颜　伟,刘　方,王官洁,等. 辐射型网络潮流的分层前推回代算法[J]. 中国电机工程学报,2003,23(8):76-80.
YAN Wei,LIU Fang,WANG Guan-jie,*et al*. Layer-by-layer back/forward sweep method for radial distribution load flow [J]. **Proceedings of the CSEE**,2003,23(8):76-80.

[3] 谢开贵,周家启. 树状网络潮流计算的新算法[J]. 中国电机工程学报,2001,21(9):116-120.
XIE Kai-gui,ZHOU Jia-qi. A new load flow algorithm for radial distribution networks[J]. **Proceedings of the CSEE**, 2001,21(9):116-120.

[4] GOSWAMI S K,BASU S K. Direction solution of distribution systems[J]. **IEEE Proc-Gener. Transm. Distrib.**, 1991,138(6):78-88.

[5] DAS S,NAGI H S,KOTHARY D P. Novel method for solving radial distribution networks[J]. **IEE Proc-Gener. Transm. Distrib.**, 1994,141(4):291-298.

[6] HAQUE M H. Efficient load flow for radial or meshed configuration[J]. **IEE Proc-Gener. Transm. Distrib.**, 1996, 143(3):33-38.

[7] GARCIA A V. Three-phase fast decoupled power flow for distribution network[J]. **IEE Proc-Gener. Transm. Distrib.**,1996,143(2):188-193.

(责任编辑:汪仪珍)

作者简介:

刘　莉(1963-),女,辽宁沈阳人,教授,研究方向为电力系统分析与控制、配电自动化、智能技术在电力系统中的应用等(**E-mail**:liuli_sy@yahoo.com.cn);

袁　博(1982-),男,辽宁铁岭人,助理工程师,研究方向为变电站综合自动化;

宛　力(1955-),男,辽宁沈阳人,教授,研究方向为变电站仿真、电力系统分析与控制。

Distribution network flow calculation based on incidence matrix squaring

LIU Li[1],YUAN Bo[2],WAN Li[1]

(1. Shenyang Institute of Engineering,Shenyang 110136,China;
2. Guodian Nanjing Automation Co.,Ltd.,Nanjing 211100,China)

Abstract: The tree structure of distribution network is similar to the “tree” in data structure theory. The “binary tree” is usually used in distribution network flow calculation for data structure modeling of electrical element,and the traversal technique is used to identify the layer relation of nodes in back / forward sweeping algorthm. An improved back / forward sweeping algorithm using incidence matrix squaring instead of “binary tree” structure modeling is presented for distribution network flow calculation, which calculates the layered branches in parallel, and needs neither miscellaneous numbering of lines and nodes nor complicated data structure. By developing the application program with VC++ 6.0,the flow calculation in an IEEE 33-node tree network shows its effective.

This project is supported by Liaoning Province’s Natural Science Fund for Doctor(20031053).

Key words: distribution network; flow calculation; back/forward sweep method; incidence matrix