静止同步补偿器数学模型及其无功电流控制研究

郭　锐，刘国海
（江苏大学 电气信息工程学院，江苏 镇江 212013）

摘要：运用开关函数法对静止同步补偿器（STATCOM）进行数学建模，提出其无功电流的比例积分（PI）控制和基于微分几何的非线性控制方法，讨论非线性控制方法中零动态稳定性问题。用 Matlab 对 2 种控制方法进行了仿真分析，结果表明：非线性控制下无功电流的响应速度明显快于 PI 控制，且在参考输入电流方向发生改变时，非线性控制的过渡更为平稳。

关键词：静止同步补偿器；数学模型；比例积分控制；微分几何；零动态
中图分类号：TM 714.3　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1006－6047(2006)01－0021－04

0　引言

静止同步补偿器（STATCOM）是一种新型的动态无功功率（电流）补偿装置，它是由综合静止无功补偿、电压源逆变等技术而形成的，它也是交流柔性输电系统（FACTS）的重要成员[1]。与传统无功补偿装置 SVC 相比，STATCOM 具有调节能力强、谐波含量低、装置体积小等优点。随着电力系统中出现了越来越多的冲击性和非线性负荷，STATCOM 在输配电网络中起着越来越重要的作用[2]。

近年来国内外很多学者从事 STATCOM 的研究，针对 STATCOM 系统的非线性特性提出了许多控制方法，如递归神经网络自适应控制方法[3]、比例积分（PI）控制方法[4]、微分代数控制方法[5]、鲁棒自适应控制方法[6]等。神经网络自适应控制方法不依赖于系统模型的建立，但实时性不好，网络结构难以确定；后 3 种方法均是对非线性系统进行线性化，其中微分代数控制方法中微分方程和代数方程的联立求解过程太复杂，鲁棒自适应控制方法中权系数的正确选择很困难，因此实际应用中以 PI 控制居多。

本文从 STATCOM 的数学模型[7]推导入手，在其数学模型的基础上对无功电流的 PI 和基于微分几何[8-9]的非线性控制方法进行研究，分别实现系统的近似线性化和精确线性化，最后用 Matlab 对 2 种方法进行验证比较。

1　数学模型

图 1 是 STATCOM 的三相简化电路，电网电压用三相交流电压源 U_s 表示，电压型逆变器的主开关管采用 IGCT。

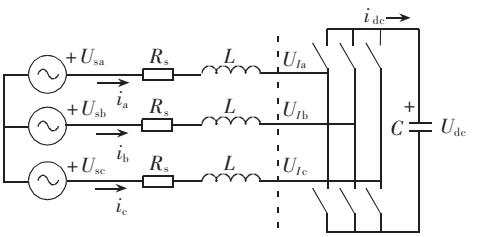


图 1　STATCOM 三相简化电路
Fig.1 Simplified three-phase circuit of STATCOM

为了便于分析，作如下假设：

a. 开关元件为理想器件；

b. a，b，c 三相参数对称且电网电压对称；

c. 整个装置的损耗用等效电阻 R_s 表示，电感用等效电感 L 表示；

d. 忽略逆变器交流侧的电压谐波分量。

系统三相电压为

$$\boldsymbol{u}_{sabc}=\begin{bmatrix}u_{sa}\\u_{sb}\\u_{sc}\end{bmatrix}=\sqrt{\frac{2}{3}}\,U_s\begin{bmatrix}\sin\omega t\\ \sin(\omega t-\frac{2\pi}{3})\\ \sin(\omega t+\frac{2\pi}{3})\end{bmatrix}$$

式中　U_s 为系统（电网）线电压有效值。

忽略逆变器交流侧的电压谐波，得逆变器开关函数为

$$\boldsymbol{s}=\begin{bmatrix}s_a\\s_b\\s_c\end{bmatrix}=\sqrt{\frac{2}{3}}\,D\begin{bmatrix}\sin(\omega t+\delta)\\ \sin(\omega t-\frac{2\pi}{3}+\delta)\\ \sin(\omega t+\frac{2\pi}{3}+\delta)\end{bmatrix}$$

式中　D 为逆变器输出端线电压有效值与直流电压

收稿日期：2005－07－11
基金项目：江苏省高新技术项目（BG2004024）；江苏大学自然科学创新基金（04CX02）

值的比值;δ 为逆变器输出端电压与电网电压的相位差。

逆变器交流侧电压为

$$\boldsymbol{u}_{I\mathrm{abc}}=\begin{bmatrix}u_{I\mathrm{a}}\\u_{I\mathrm{b}}\\u_{I\mathrm{c}}\end{bmatrix}=\sqrt{\frac{2}{3}}\,Du_{\mathrm{dc}}\begin{bmatrix}\sin(\omega t+\delta)\\\sin(\omega t-\frac{2\pi}{3}+\delta)\\\sin(\omega t+\frac{2\pi}{3}+\delta)\end{bmatrix}$$

上述三相电路的电压回路方程为

$$L\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{abc}}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{u}_{\mathrm{sabc}}-R_{\mathrm{s}}i_{\mathrm{abc}}-\boldsymbol{u}_{I\mathrm{abc}}\tag{1}$$

另外,由能量守恒可得:

$$Cu_{\mathrm{dc}}\frac{\mathrm{d}u_{\mathrm{dc}}}{\mathrm{d}t}=u_{I\mathrm{a}}i_{\mathrm{a}}+u_{I\mathrm{b}}i_{\mathrm{b}}+u_{I\mathrm{c}}i_{\mathrm{c}}\tag{2}$$

可见,在 a,b,c 坐标下的电路方程比较复杂,对上述的方程进行 dq 变换,其变换矩阵为

$$\boldsymbol{K}=\sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix}\sin\omega t & \sin(\omega t-\frac{2\pi}{3}) & \sin(\omega t+\frac{2\pi}{3})\\\cos\omega t & \cos(\omega t-\frac{2\pi}{3}) & \cos(\omega t+\frac{2\pi}{3})\\1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{K}^{-1}=\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}$$

对式(1)(2)进行 dq 变换可得出如下STATCOM数学模型:

$$\begin{bmatrix}\dot{i}_d\\\dot{i}_q\\\dot{u}_{\mathrm{dc}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-R_{\mathrm{s}}/L & \omega & -D\cos\delta/L\\-\omega & -R_{\mathrm{s}}/L & -D\sin\delta/L\\D\cos\delta/C & D\sin\delta/C & 0\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}i_d\\i_q\\u_{\mathrm{dc}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}U_{\mathrm{s}}/L\\0\\0\end{bmatrix}\tag{3}$$

其中 δ 为输入,i_q 为输出。由状态方程(3)可以看出模型是非线性的。通过分析得知系统开环稳定,其状态变量稳态值为

$$i_d=U_{\mathrm{s}}\sin^2\delta/R,\quad i_q=-U_{\mathrm{s}}\sin2\delta/(2R)$$

$$u_{\mathrm{dc}}=U_{\mathrm{s}}\cos(\theta+\delta)/(D\cos\theta),\ \theta=\arctan(\omega L/R)$$

从无功电流的稳态表达式可知:通过调节 δ 可以改变无功电流的大小。

2 无功电流控制方法

2.1 PI 控制

PI 控制理论基础是线性系统理论。注意到在实际情况下 δ 在零度附近上下浮动,其绝对值很小,因此可以对 STATCOM 非线性模型进行局部线性化。

运用非线性系统的局部线性化理论,可推出系统的近似线性模型为

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot{i}_d\\\Delta\dot{i}_q\\\Delta\dot{u}_{\mathrm{dc}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-R_{\mathrm{s}}/L & \omega & -D\cos\delta_0/L\\-\omega & -R_{\mathrm{s}}/L & -D\sin\delta_0/L\\D\cos\delta_0/C & D\sin\delta_0/C & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta i_d\\\Delta i_q\\\Delta u_{\mathrm{dc}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-Du_{\mathrm{dc0}}\sin\delta_0/L\\-Du_{\mathrm{dc0}}\cos\delta_0/L\\Di_{q0}\cos\delta_0/C-Di_{d0}\sin\delta_0/C\end{bmatrix}\Delta\delta\tag{4}$$

根据上述线性模型可得出 $\delta_0=0°$ 时系统的开环传递函数 $G(s)$:

$$G(s)=\frac{\Delta i_q(s)}{\Delta\delta(s)}=\frac{-\frac{U_{\mathrm{s}}}{L}(s^2+\frac{R_{\mathrm{s}}}{L}s+\frac{D^2}{LC})}{s^3+2\frac{R_{\mathrm{s}}}{L}s^2+(\frac{R_{\mathrm{s}}^2}{L^2}+\omega^2+\frac{D^2}{LC})s+\frac{D^2R_{\mathrm{s}}}{L^2C}}\tag{5}$$

针对式(5)描述的线性对象,为其设计一个合理的 PI 控制器,使系统具有快速的动态性能,其控制框图如图 2 所示。

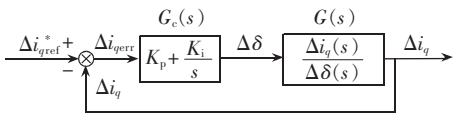


图 2 STATCOM 系统 PI 闭环控制结构图

Fig.2 Closed-loop PI control of STATCOM system

控制器的传递函数为

$$G_{\mathrm{c}}(s)=K_{\mathrm{p}}+K_{\mathrm{i}}/s\tag{6}$$

系统闭环传递函数为

$$\frac{\Delta i_q(s)}{\Delta i_{q\mathrm{ref}}^*(s)}=\frac{G_{\mathrm{c}}(s)G(s)}{1+G_{\mathrm{c}}(s)G(s)}\tag{7}$$

2.2 微分几何非线性控制

将状态方程(3)改写为如下形式:

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{g}_i(\boldsymbol{x})u_i\tag{8}$$

$$y=h_i(\boldsymbol{x})\tag{9}$$

$$\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}i_d\\i_q\\u_{\mathrm{dc}}\end{bmatrix},\quad h(\boldsymbol{x})=x_2$$

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix}-\frac{R_{\mathrm{s}}}{L}x_1+\omega x_2\\-\omega x_1-\frac{R_{\mathrm{s}}}{L}x_2\\0\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix}0 & -\frac{D}{L}x_3\\\frac{D}{L}x_3 & 0\\\frac{D}{C}x_3 & \frac{D}{C}x_3\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{u}=\begin{bmatrix}u_1\\u_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sin\delta\\\cos\delta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}u_1\\\sqrt{1-u_1^2}\end{bmatrix}$$

定义 设 $x_0\in X$,如果存在 x_0 的邻域 v 及正整数 r 满足以下条件:

$$L_gL_f^kh(\boldsymbol{x})=0\quad k=1,2,3,\cdots,r-2\quad \boldsymbol{x}\in X$$

$$L_gL_f^{r-1}h(\boldsymbol{x})\neq0\quad \boldsymbol{x}\in X$$

则称系统在 x_0 处有相对阶为 r。

由式(8)(9)可知此三阶非线性模型的相对阶等于 1。利用微分几何反馈精确线性化理论,引入新的变量 v 可以将模型部分线性化,且系统存在两阶零动态[10] ZD(Zero Dynamics)子系统。当零动态不稳

定时，反馈线性化后的对象不能镇定。此系统中 x_1, x_2 为零动态。

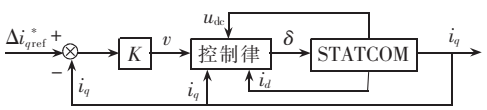
在此系统中，由于 u_1, u_2 有着内在的数学关系，因此实际输入只有一个，即 $u_1=\sin\delta$。由反馈精确线性化理论，可得其控制率为

$$u=\frac{1}{L_g L_f^{r-1} h(\boldsymbol{x})}(-L_f^r h(\boldsymbol{x})+v)$$

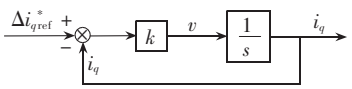
在此，$r=1$，因此有

$$u_1=\sin\delta=-L\left(\frac{R_s}{L}i_q+\omega i_d+v\right)/(D u_{dc})$$

为了有效控制无功电流，引入新输入量 $v=k\times(I_{qref}-I_q)$。其控制结构如图 3 所示。



(a) 系统控制结构示意图



(b) 系统等效示意图

图 3 非线性控制结构图

Fig.3 Nonlinear control

为了研究引入新变量 v 对两阶零动态子系统的影响，对模型在 i_{qref0}（对应于 δ_0）进行局部线性化：

$$\Delta i_q=\frac{1}{1+s/k}\Delta i_{qref}$$

$$\Delta \dot{i}_d=\left(-\omega\tan\delta_0-\frac{R_s}{L}\right)\Delta i_d+\left[\omega-\left(\frac{R_s}{L}-k\right)\tan\delta_0\right]\times\Delta i_q-\frac{D}{L}(\cos\delta_0+\tan\delta_0\sin\delta_0)\Delta u_{dc}-k\tan\delta_0\Delta i_{qref}$$

$$\Delta \dot{u}_{dc}=\frac{D}{C}\left[\cos\delta_0+\frac{\omega L}{D u_{dc0}}(\tan\delta_0 i_{d0}-i_{q0})\right]\Delta i_d+\frac{D}{C}\left[\sin\delta_0+\frac{L}{D u_{dc0}}\left(\frac{R_s}{L}-k\right)(\tan\delta_0 i_{d0}-i_{q0})\right]\times\Delta i_q+\frac{D}{C u_{dc0}}\sin\delta_0(\tan\delta_0 i_{d0}-i_{q0})\Delta u_{dc}+\frac{Lk}{C u_{dc0}}\times(-i_{q0}+\tan\delta_0 i_{d0})\Delta i_{qref}$$

由此状态方程可求出 $\Delta i_d/\Delta i_{qref}$ 和 $\Delta u_{dc}/\Delta i_{qref}$，并且它们具有相同的极点，其中一个是值为 $-k$ 的实极点，另外两个是一对只与工作点 δ_0 有关的共轭复极点，因此其无功电流的可调范围有限。图 4 是当 δ_0 从 $-10°$ 变化到 $10°$ 时，$\Delta i_d/\Delta i_{qref}$ 和 $\Delta u_{dc}/\Delta i_{qref}$ 的极点变化轨迹（$k=25$）。

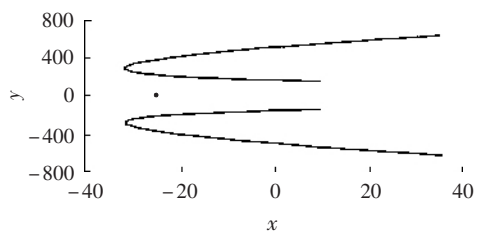


图 4 极点变化轨迹

Fig.4 Variation trajectory of poles

上图可以看出当 $|\delta_0|$ 过大时，闭环极点位于虚轴右方，零动态不稳定，系统不能镇定。

3　仿真结果

基于 Matlab 软件对静止同步补偿器的 PI 控制、基于微分几何的非线性控制进行仿真分析。各参数取值如下：

$$U_s=380\ \text{V},\quad R_s=0.5\ \Omega,\quad L=0.01\ \text{H}$$
$$C=0.001\ \text{F},\quad f_c=50\ \text{Hz},\quad D=0.7$$

在 $t=0.4$ s 时刻，将无功电流参考输入 I_{qref} 由 -50 A 突变为 $+50$ A，在 $t=0.6$ s 时刻又将其变回 -50 A。下面为上述 2 种不同控制方法的仿真结果。

图 5 是在 PI 控制、非线性控制下的无功电流响应曲线（图中 1 为 PI 控制，2 为非线性控制）。

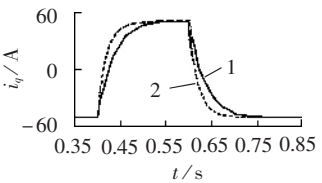
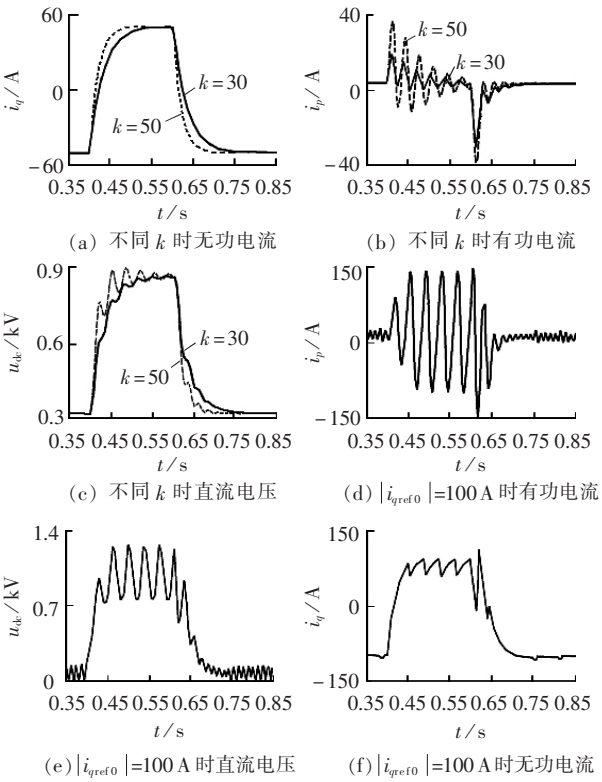


图 5 控制结果比较

Fig.5 Comparison of control effects

图 6(a)(b)(c)分别是在非线性控制下当 k 取不同值时的无功电流、有功电流和直流电压的响应曲线；(d)(e)(f)分别是在非线性控制下将对应时刻工作点变为 $|i_{qref0}|=100$ A 时无功电流、有功电流、直流侧电压响应曲线。



(a) 不同 k 时无功电流

(b) 不同 k 时有功电流

(c) 不同 k 时直流电压

(d) $|i_{qref0}|=100$ A 时有功电流

(e) $|i_{qref0}|=100$ A 时直流电压

(f) $|i_{qref0}|=100$ A 时无功电流

图 6 非线性控制结果

Fig.6 Effect of nonlinear control

从图 5 可见：非线性控制下的无功电流的响应速度明显要快于 PI 控制，且在参考电流方向改变

时,非线性控制的过渡更为平稳。

从图6(a)(b)(c)可见:当 k 取不同值时引入的新变量 v 对有功电流和直流电压的影响,当 k 越大,无功电流的响应速度越快,但是有功电流和直流电压的振幅变大,所以需要根据实际情况选择合适的 k 值;从图6(d)(e)(f)可见:当工作点 $|i_{qref0}|$ 过大时,零动态不稳定,系统不能镇定,输出无功电流不能跟随参考值。

4 结语

本文在STATCOM数学建模的基础上,对无功电流的2种控制方法进行了理论研究,并用Matlab对系统进行仿真分析。结果表明:这2种方法均能有效地控制无功电流,而非线性控制方法在其所能给定无功电流范围之内的控制效果明显优于PI控制。对于本文的参数条件,可以计算出非线性控制的稳定条件是 $\delta_0 \in [-7.412°, 7.412°]$,而一般实际工程中 $|\delta_0| \leqslant 5°$,因此该非线性控制方法能够满足实际要求。

参考文献:

[1] GYUGYI L. Application characteristics of converter-based FACTS controller[C]//**PowerCon 2000 International Conference.** Australia:IEEE,2000:391-396.

[2] 王兆安,杨君,刘进军. 谐波抑制和无功补偿[M]. 北京:机械工业出版社,1998.

[3] 陈巍,吴捷. 静止无功发生器递归神经网络自适应控制[J]. 电力系统自动化,1999,23(9):33-37.
CHEN Wei,WU Jie. Adaptive control of ASVG by using diagonal recurrent neural network[J]. **Automation of Electric Power Systems**,1999,23(9):33-37.

[4] CHO G C,JUNG G H. Analysis and controller design of static var compensator using three-level GTO inverter[J]. **IEEE Transactions on Power Electronics**,1996,11(1):57-65.

[5] SCHUADER C,MEHTA H. Vector analysis and control of advanced static var compensation[J]. **IEE Proceedings-C**,1993,140(4):266-272.

[6] 谢小荣,崔文进,唐义良,等. STATCOM无功电流的鲁棒自适应控制[J]. 中国电机工程学报,2001,21(4):35-39.
XIE Xiao-rong,CUI Wen-jin,TANG Yi-liang,et al. Robust adaptive control of STATCOM's reactive current[J]. **Proceedings of the CSEE**,2001,21(4):35-39.

[7] YAO Z,DONESCU V,KESIMPAR P,et al. Nonlinear control for STATCOM based on differential algebra[C]//**IEEE Power Electronics Specialists Conference(PESC'98)**. Fukuoka:IEEE,1998:329-334.

[8] 高为炳. 非线性控制系统导论[M]. 北京:科学出版社,1991.

[9] 卢强. 电力系统非线性控制[M]. 北京:科学出版社,1993.

[10] 张春朋,林飞,宋文超,等. 基于直接反馈线性化的异步电动机非线性控制[J]. 中国电机工程学报,2003,23(2):99-102.
ZHANG Chun-peng,LIN Fei,SONG Wen-chao,et al. Nonlinear control of induction motors based on direct feedback linearization[J]. **Proceedings of the CSEE**,2003,23(2):99-102.

(责任编辑:李育燕)

作者简介:

郭 锐(1982-),男,四川达州人,硕士研究生,研究方向为STATCOM控制系统研究(**E-mail**:gre@ujs.edu.cn);

刘国海(1964-),男,江苏高邮人,教授,博士,研究方向为电力系统控制、运动控制。

Study on STATCOM model and its control strategy

GUO Rui,LIU Guo-hai

(Jiangsu University,Zhenjiang 212013,China)

Abstract: A transient mathematic model of STATCOM(STATic synchronous COMpensator) is pre-sented based on switching function and two control strategies of reactive current are proposed: the proportional integral control and nonlinear control based on theory of differential geometry. The stability of zero dynamics of nonlinear control strategy is discussed. The two control methods are simulated with Matlab. Results show that the response speed of nonlinear control is faster than that of PI control and the transition performance of nonlinear control is more stable than that of PI control when the direction of referenced input current changes.

This project is supported by High-Tech Research and Development Program of China (BG2004024) and Natural Science Innovation Fund of Jiangsu University(04CX02).

Key words: STATCOM; mathematic model; proportional integral controller; differential geometry; zero dynamics