

改进的最佳平方逼近算法 在电力系统中应用

衣书伟, 杨 赢, 郝惟镛

(上海交通大学 电气工程系, 上海 200240)

摘要: 介绍了最佳平方逼近算法的原理及其在电力系统中的应用。提出了一种改进的最佳平方逼近算法, 不仅能准确、快速地计算出测量信号中的周期分量, 计算精度受非周期分量影响小, 而且通过简化正规矩阵计算, 减少了计算量、提高了计算速度。对系统含有低频分量和不含低频分量 2 种情况进行了仿真, 分别采用改进最佳平方逼近算法和最小二乘法计算电流基波和各次谐波, 结果表明, 在系统发生故障情况下, 其对基波及各次谐波计算仍能保持较高精度, 有效地提高了对电力系统测量信号的分析精度。

关键词: 最佳平方逼近法; 电力系统; 周期分量; 非周期分量

中图分类号: TM 744

文献标识码: A

文章编号: 1006-6047(2006)01-0065-05

0 引言

电力系统的保护和控制中经常需要由电气测量量计算工频量及其他周期分量和非周期分量, 这些计算量的精度直接影响后续系统状态分析和控制效果的优劣。通常, 采用最小二乘法或傅氏算法对数据进行分析计算。理论上, 最小二乘法比较适用于线性系统, 特别适合于所有观察结果置信度相同的情况。但是, 在电力系统运行中, 特别是系统发生扰动时, 并不能被看作是一个线性系统, 因此这种方法的滤波特性较差, 计算精度很难保证。文献[1]和[2]通过递推或递归最小二乘法减少计算量, 但是计算精度没有提高。文献[3]提出了一种最佳权重最小二乘法, 但并未提高计算精度, 而且还增大了计算量。傅氏算法的滤波特性好, 但所需数据窗长, 不仅受非周期分量影响, 其计算谐波分量的精度也较差。文献[4]提出一种改进算法对衰减直流分量进行补偿, 理论上可以消除直流分量对基波及各次谐波幅值和相位的影响, 但是实际电气测量量必然存在一定误差, 因此该算法计算结果仍有较大误差。

本文提出的最佳平方逼近算法不但能够同时计算出电流、电压模型中的基波和各次谐波幅值及相角, 而且在具有较高计算精度的前提下, 通过改进最佳平方逼近算法, 减少了计算量、提高了计算速度, 使其与最小二乘法计算速度相当。该算法可以在电力系统中得到广泛的应用。

1 最佳平方逼近算法

1.1 基本原理

设 $L^2[a, b]$ 表示在区间 $[a, b]$ 上关于权函数 $\omega(x)$ 平方可积的函数空间:

$$\int_a^b \omega(x) f^2(x) dx < \infty \quad (1)$$

式中 $\omega(x) > 0 (x \in (a, b))$ 为权函数。

假设 $f, g \in L^2[a, b]$, 引入内积

$$(f, g) = \int_a^b \omega(x) f(x) g(x) dx \quad (2)$$

其内积导出的范数为

$$\|f\|_2 = \left[\int_a^b \omega(x) f^2(x) dx \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

$L^2[a, b]$ 中最佳逼近问题是: 设 $V_n \subset L^2[a, b]$, $V_n = \text{span} \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n\}$ 。对 $f \in L^2[a, b]$, 求

$$\varphi^*(x) = \sum_{i=1}^n c_i^* \varphi_i(x) \quad (4)$$

使对于任何 $\varphi \in V_n$, 都有

$$\|f - \varphi^*\|_2 \leq \|f - \varphi\|_2 \quad (5)$$

这时称 $\varphi^*(x)$ 为 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 关于权函数 $\omega(x)$ 的最佳平方逼近。

由内积空间最佳逼近理论知, 这时求 $c_i^* (i=1, 2, \dots, n)$ 的正规方程组为

$$\sum_{j=1}^n (\varphi_i, \varphi_j) c_j^* = (\varphi_i, f) \quad i=1, 2, \dots, n \quad (6)$$

1.2 算法应用

最佳平方算法能准确、迅速地计算出基波和谐波分量, 因此可以在电力系统中得到广泛的应用。下面以电流测量量为例阐述其应用。

电网中的电流测量量通常包含衰减的直流分量及基波整倍数的高频分量, 一般可表示为

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau} + \sum_{n=1}^N (I_{nc} \cos n\omega_0 t + I_{ns} \sin n\omega_0 t) + e(t) \quad (7)$$

式中 I_{nc}, I_{ns} 分别代表 n 次谐波的余弦幅值和正弦幅值; $e(t)$ 为非整倍数频率分量及噪声, 称为干扰或误差; $I_0 e^{-t/\tau}$ 为衰减的直流分量。

$I_0 e^{-t/\tau}$ 可展开成级数形式, 通常取前 2 项足以满

足实际工程精度要求^[5],即

$$I_0 e^{-t/\tau} = I_0 - K_1 t$$

令 $K_1 = I_d$, 得:

$$I_0 e^{-t/\tau} = I_0 - I_d t$$

对式(7)中电流信号采样,则第 k 次采样值为

$$i(t_k) = I_0 - I_d t_k + \sum_{n=1}^N (I_{nc} \cos n \omega_0 t_k + I_{ns} \sin n \omega_0 t_k) + e(t_k) \quad (8)$$

假设需要知道从基波至 m 次谐波的幅值及直流分量,则令

$$\varphi = (\cos \omega_0 t, \cdots, \cos m \omega_0 t, \sin \omega_0 t, \cdots, \sin m \omega_0 t, 1)$$

建立相应的正规方程组如下:

$$\sum_{j=1}^n (\varphi_i, \varphi_j) c_i^* = (\varphi_i, f) \quad i = 1, 2, \cdots, n \quad (9)$$

解出 c_i^* 。其中第 h 次谐波的幅值即为 $F(h) =$

$\sqrt{(c_h^*)^2 + (c_{h+m}^*)^2}$, 其相角为 $\theta(h) = \arctan(c_{h+m}^* / c_h^*)$, 直流分量幅值为 $F(h) = c_{2m+1}^*$ 。因此,即可得到基波及谐波幅值及其相角。但是,该方法的计算量比较大,时间较长。为使其能够更好地应用于电力系统,本文提出一种改进的最佳平方逼近算法。

2 最佳平方逼近算法的改进

按上述所进行的计算量较大,其主要的计算集中在生成正规方程中的行列式:

$$A = \begin{bmatrix} (\varphi_1, \varphi_1) & \cdots & (\varphi_1, \varphi_{2m+1}) \\ \vdots & & \vdots \\ (\varphi_{2m+1}, \varphi_1) & \cdots & (\varphi_{2m+1}, \varphi_{2m+1}) \end{bmatrix} \quad (10)$$

假设数据窗长度为 d , 包含数据为 $(x_1, x_2, \cdots, x_d)$,

则 $(\varphi_i, \varphi_j) = \sum_{k=1}^d \varphi_i(x_k) \varphi_j(x_k)$, 所以生成正规矩阵需要进行 $(2m+1)^2 d$ 次计算。如能简化生成正规矩阵的计算量就能极大地提高计算速度。令

$$T_k = \begin{bmatrix} \varphi_1(x_k) \varphi_1(x_k) & \cdots & \varphi_1(x_k) \varphi_{2m+1}(x_k) \\ \vdots & & \vdots \\ \varphi_{2m+1}(x_k) \varphi_1(x_k) & \cdots & \varphi_{2m+1}(x_k) \varphi_{2m+1}(x_k) \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中

$$T_1 = \begin{bmatrix} \varphi_1(x_1) \varphi_1(x_1) & \cdots & \varphi_1(x_1) \varphi_{2m+1}(x_1) \\ \vdots & & \vdots \\ \varphi_{2m+1}(x_1) \varphi_1(x_1) & \cdots & \varphi_{2m+1}(x_1) \varphi_{2m+1}(x_1) \end{bmatrix}$$

令

$$A_1 = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^d \varphi_i(x_k) \varphi_j(x_k) & \cdots & \sum_{k=1}^d \varphi_i(x_k) \varphi_{2m+1}(x_k) \\ \vdots & & \vdots \\ \sum_{k=1}^d \varphi_{2m+1}(x_k) \varphi_j(x_k) & \cdots & \sum_{k=1}^d \varphi_{2m+1}(x_k) \varphi_{2m+1}(x_k) \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^d T_k$$

对于下一组数据 $(x_2, x_3, \cdots, x_d, x_{d+1})$, 其相应的

$$A_2 = \sum_{k=2}^{d+1} T_k = A_1 + (T_{d+1} - T_1), \text{ 因此只需计算出 } T_{d+1} \text{ 即可}$$

根据上式得到 A_2 。此后对于 A 的计算都按上述方法进行,即只需继续数据窗中新增加数据 x_f 对应的 T_f , 根据 $A_{f-d+1} = A_{f-d} + (T_f - T_{f-d})$ 得到对应的 A 。此外,对 (φ_i, f) 也进行类似的运算。这样, $T_i \sim T_{i+d}$ 中数据都能得到充分利用,因此极大简化了运算量。利用简化的改进算法对相同数据进行分析,运算时间一般缩短为原来的 $1/20$, 甚至更少。另外,由于矩阵 A 为对称矩阵,则只需计算上三角矩阵或下三角矩阵即可得到 A , 因此进一步减少了生成正规矩阵的计算量。

由此可见,改进最佳平方算法大大减少了计算量,在不影响计算精度的情况下提高了计算速度,因此能够满足电力系统保护和控制在信号分析的精度和速度需求。

3 仿真分析

3.1 数学仿真

根据电力系统的特点,本文对系统含有低频分量和不含低频分量的 2 种情况分别进行了仿真分析。以电流分析为例,首先建立含有衰减直流分量及非整数频率分量的仿真模型如下:

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau} + \sum_{k=1}^8 (I_k \cos k \omega_0 t) + e(t) \quad (12)$$

式中 $I_0 \sim I_8$ 取值分别为 0.1, 5, 1, 0.5, 0.1, 0.3, 0.01, 0.1, 0.001; $\tau = 0.02$; 数据窗长度为 1 个工频周期, 采样频率为 2 kHz。

对于电力系统继电保护,2 次谐波主要应用于变压器差动保护^[6], 3 次谐波能应用于定子接地等电机保护^[7], 5 次谐波能应用于小电流接地选相^[8], 其他高次谐波在电力系统中还没有明确的应用。所以一般计算到 5 次谐波就能满足当前继电保护的需要。

图 1 为原始波形和本算法计算出的基波到 5 次谐波及直流分量幅值变化的波形。可以看出,即使在有高次谐波和衰减的直流分量及噪声的影响下,对各次谐波幅值的计算依然准确,其中本算法计算出的基波误差不超过 0.2%, 2 次谐波误差不超过 0.897%, 3 次谐波误差不超过 0.964%, 4 次谐波误差不超过 4.25%, 5 次谐波误差不超过 0.223%, 直流分量误差不超过 9.7%。而在相同情况下,用最小二乘法计算出的基波最大误差为 1.604%, 2 次谐波的最大误差为 4.35%, 3 次谐波的最大误差为 5.45%, 4 次谐波的最大误差为 21.3%, 5 次谐波的最大误差为 5.67%, 并且其计算出的直流分量振荡。

图 2 即为最小二乘法计算所得基波到 5 次谐波及直流分量幅值变化波形。

当电力系统发生低频扰动时,建立相应的数学仿真模型如下:

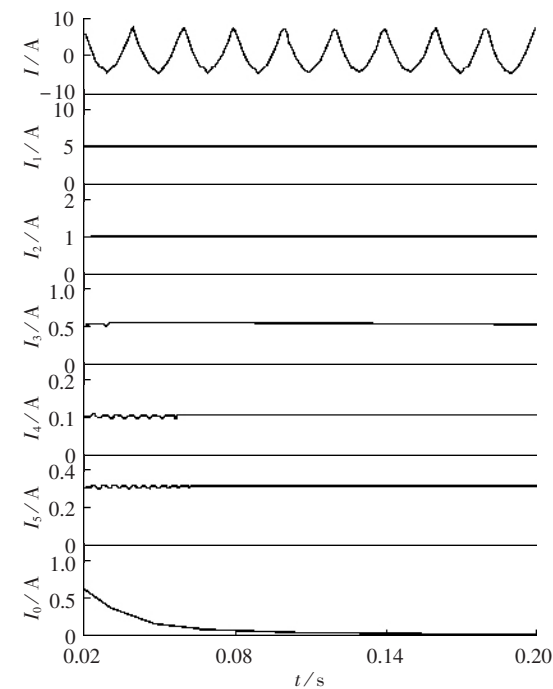


图 1 原始信号波形及本算法计算结果

Fig.1 Original signal and calculative results by proposed algorithm

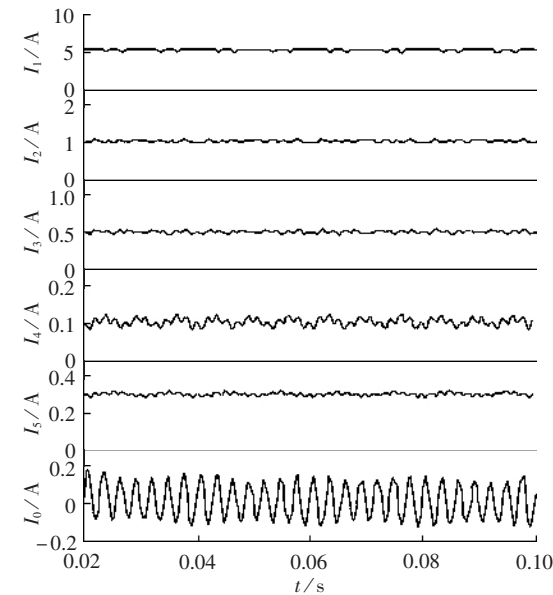


图 2 最小二乘法计算结果

Fig.2 Calculative results by the least square algorithm

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau} + \sum_{k=1}^8 (I_k \cos k \omega_0 t) + I_{0.5} \cos 0.5 \omega_0 t + e(t) \quad (13)$$

其中 I 和 τ 、数据窗、采样点与上一模型相同, $I_{0.5}$ 取 0.15,图 3 为原始波形和通过本算法计算出的基波到 5 次谐波幅值变化波形。计算出的基波误差 不超过 2.102%,2 次谐波误差最大不超过 4.83%,3 次谐波和 5 次谐波最大误差不超过 6.4%。

而在相同情况下,用最小二乘法计算出的基波误差为 2.244%,2 次谐波误差为 5.52%,3 次谐波和 5 次谐波最大误差为 6.5%。图 4 即为基波到 5

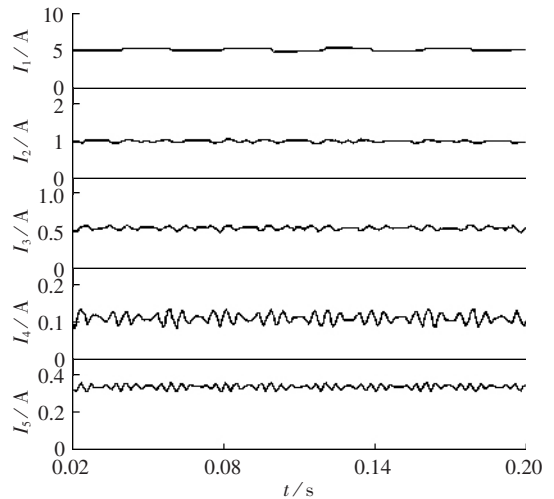


图 3 原始信号波形及本算法计算结果

Fig.3 Original signal and calculative results by proposed algorithm

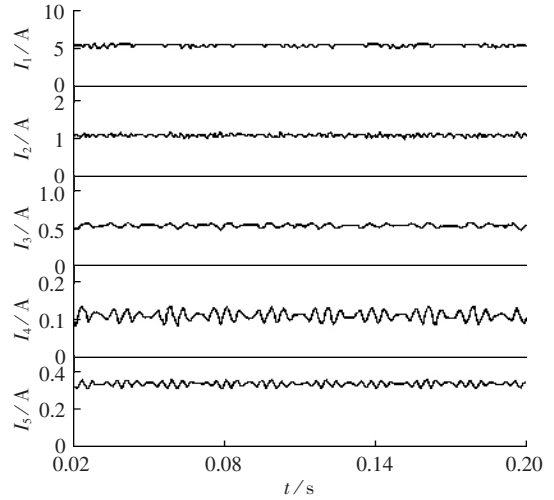


图 4 最小二乘法计算结果

Fig.4 Calculated results by the least square algorithm

次谐波幅值变化波形。

由此可见,即使还有较大低频分量,本算法计算出来的基波,2 次、3 次和 5 次谐波的误差也不是太大,比傅氏算法精度高,与最小二乘法相当,但是比最小二乘法稳定性高,满足电力系统分析的要求。在 CPU 使用 Athlon XP 2500+(主频 1 833 MHz),并在 Matlab 7.0 中进行计算的情况下,最小二乘算法所需时间为 0.258 7 ms;用本算法进行计算时,所需时间 0.264 1 ms。可见,本算法在提高了计算精度的情况下,运算时间与最小二乘算法相差不大。

通过上述数学仿真模型验证了本算法在含有高次谐波和非周期分量情况下,依然能够准确计算出基波和各次谐波的量值,而且计算精度受低频分量大小影响比较小,稳定性高。

3.2 暂态仿真

通过电磁暂态仿真程序 ATP(Alternative Transients Program)对输电线路三相接地故障进行仿真分析。其中,采样频率为 2 kHz,0.04 s 发生三相

接地故障。仿真系统如图 5 所示(图中, U_1, U_2 为电源; M, N 为母线)。

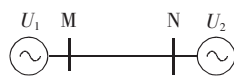


图 5 仿真系统

Fig.5 System for simulation

当发生三相金属性故障时,通过本算法对采集到的 A 相电流数据进行计算,分析其基波和各次谐波幅值,图 6 为 0.03~0.07 s A 相电流波形和本算法计算所得基波到 5 次谐波幅值变化波形。

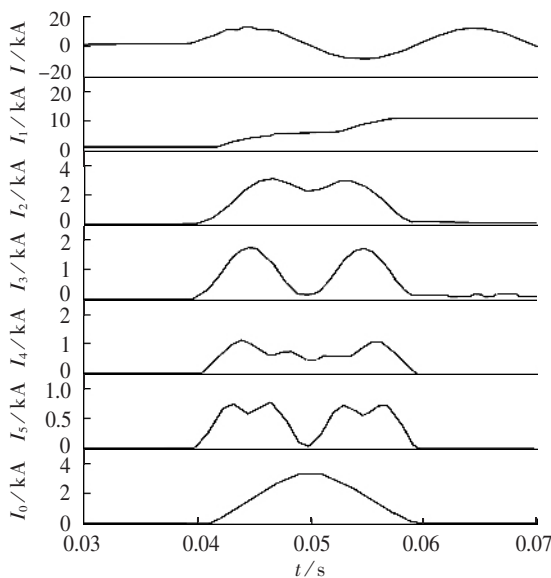


图 6 三相金属性故障时计算结果

Fig.6 Calculative results for three-phase metal fault

当接地电阻为 $100\ \Omega$ 时,通过本算法对采集到的 A 相电流数据进行分析,计算其基波和各次谐波幅值,图 7 为 0.03~0.07 s A 相电流波形及本算法计算所得基波至 5 次谐波幅值变化波形。

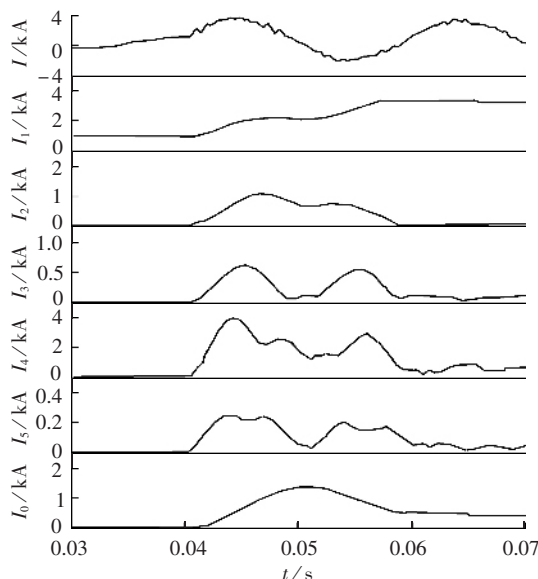


图 7 接地电阻为 $100\ \Omega$ 时计算结果

Fig.7 Calculative results for grounding resistance of $100\ \Omega$

由图 6 可见,故障 20 ms 后,本算法计算出电流基波的误差为 0.146 8%。而最小二乘法计算出电流基波的误差为 1.042 7%。

由图 7 可见,故障 20 ms 后,本算法计算出电流基波的误差为 0.795 6%,而最小二乘法计算出电流基波的误差为 1.376 9%。

由此可见,在 1 个周期后,本算法能准确计算出基波的幅值,完全能满足保护测距和故障定位的要求。

4 结语

通过不同数学仿真及对各种故障类型下 ATP 仿真试验数据的分析结果表明,本文所提出的改进最佳平方逼近算法能够准确、快速地计算出测量量中的周期分量。相对于最小二乘算法,本算法计算精度高、稳定性好;相对于傅氏算法,本算法能准确提取各次谐波分量,而且计算精度受非周期分量大小的影响很小,因此应用此方法能够有效提高对电力系统测量信号分析的精度。

参考文献:

- [1] 张哲,陈德树. 递推最小二乘法在微机距离保护中的应用研究[J]. 电力系统自动化,1991,15(4):31-40.
ZHANG Zhe, CHEN De-shu. Application of recursive least square algorithm in distance relaying[J]. **Automation of Electric Power Systems**, 1991, 15(4): 31-40.
- [2] 邱晓燕,李兴源,宋永华,等. 用人工神经网络和最小二乘法估计负荷模型的比较[J]. 电力系统自动化,1996, 20(5):29-33.
QIU Xiao-yan, LI Xing-yuan, SONG Yong-hua, et al. Comparison of load models using artificial neural networks and recursive least-squares identification[J]. **Automation of Electric Power Systems**, 1996, 20(5): 29-33.
- [3] 刘敏华. 电力负荷预测线性相关方程的最佳权重加权最小二乘法[J]. 徐州师范大学学报:自然科学版,2003, 21(3):26-29.
LIU Min-hua. The weighted least squares method with optimal weight for linear dependent equation of power consumption forecast[J]. **J. of Xuzhou Normal Uni.: Natural Sciences**, 2003, 21(3): 26-29.
- [4] 黄恺,孙冬生. 继电保护傅氏算法中滤除直流分量的一种简便算法[J]. 电力系统自动化,2003,27(4):50-52.
HUANG Kai, SUN Ling-sheng. A compact algorithm for filtering decaying DC component in relay protection Fourier algorithm[J]. **Automation of Electric Power Systems**, 2003, 27(4): 50-52.
- [5] 周大敏,龙燕. 一种不受衰减非周期分量影响的最小二乘滤波算法[J]. 电网技术,1999,23(3):31-34.
ZHOU Da-min, LONG Yan. An efficient method to eliminate the effects of decaying DC component on the least square algorithm[J]. **Power System Technology**, 1999, 23(3): 31-34.
- [6] 邱文征,陈德树. 两种励磁涌流二次谐波制动判据的比较[J]. 电力自动化设备,1998,18(3):8-10.
QIU Wen-zheng, CHEN De-shu. Comparison between two restraint criteria of the magnetizing inrush and harmonic [J]. **Electric Power Automation Equipment**, 1998, 18(3): 8-10.

[7] 郭爱军. 三次谐波电压型定子接地保护整定计算探讨[J]. 继电器,2004,32(3):32-38.
GUO Ai-jun. Discussion on the setting calculations of stator ground protection based on the third harmonic voltage criterion[J]. **Relay**,2004,32(3):32-38.

[8] 杨赢,施怀瑾. 小波变换在配电网接地故障监测中应用的仿真分析[J]. 贵州工业大学学报:自然科学版,2002,31(1):50-53.
YANG Ying,SHI Huai-jin. Simulation of distribution's phase-to-ground fault with wavelet[J]. **Journal of Gui-zhou University of Technology:Natural Science**,2002,

31(1):50-53.

(责任编辑:李育燕)

作者简介:
衣书伟(1981-),男,山东聊城人,硕士研究生,研究方向为电力系统继电保护(E-mail:yishuwei@sjtu.edu.cn);
杨 赢(1970-),男,河南南阳人,博士研究生,研究方向为电力系统继电保护;
郁惟镛(1940-),男,上海人,教授,博士研究生导师,研究方向为电力系统继电保护及电器设备的电气绝缘监测。

Application of revised best square approach algorithm
in power systems

YI Shu-wei, YANG Ying, YU Wei-yong
(Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: The principle of the best square approach algorithm and its applications in power system are introduced. A revised one is presented, which can work out rapidly and accurately the periodic component from measured signals with less influence of the aperiodic component. It simplifies the calculation of normal matrix to improve the speed. The systems with and without low-frequency components are simulated, and the fundamental and harmonic currents are calculated with both the revised best square approach algorithm and the least square method. Results show that the proposed algorithm has higher calculation accuracy under system fault condition, which improves the analytic precision of power system measurements.

Key words: the best square approach algorithm; power system; periodic component; aperiodic component

+++++