

# 基于最优数学规划方法的谐波污染管理

金广厚<sup>1</sup>, 李若明<sup>2</sup>, 刘佳<sup>3</sup>

(1. 北京电力公司 调度通信中心, 北京 100031;

2. 广东电网公司 中山供电局, 广东 中山 528400;

3. 江西电力物资公司, 江西 南昌 330077)

**摘要:** 电网电磁环境的管理不但要保持良好的电能质量, 而且最终要追求社会利益的最大化。现行的谐波污染管理方法没有考虑用户侧的经济因素, 不考虑负荷的谐波排放能力以及对电磁环境的敏感程度和损失大小, 不能实现社会综合损失最小化。基于以上考虑将谐波污染的最优管理分解为定量谐波污染的最优分配和谐波污染最优总量的确定 2 部分工作。对于前者, 根据谐波合成的性质, 低次和高次谐波最优分配分别为线性规划和非线性规划问题; 而后者则为只有一个决策变量的非线性规划问题。最后, 应用单纯形法、Lagrange 乘数法和一维搜索方法确定了最优谐波污染管理方法, 算例表明该方法降低了社会综合损失。

**关键词:** 电能质量; 谐波污染; 数学规划

**中图分类号:** TM 714; F 123.9

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1006-6047(2006)02-0016-05

## 0 引言

电能质量对用户而言是由电网提供的电磁环境, 但用户负荷对电磁环境的好坏有重要影响。要维持良好的电磁环境, 必须尽量减少用户负荷对电磁环境的污染, 包括谐波电流、不平衡电流、涌流和闪变电流。文献[1]分析了它们对电能质量的影响。

虽然电力市场化改革已经深入开展, 而且欧美一些发达国家已经扩展到售电侧, 但是电磁污染具有外部不经济性的特征, 这是市场无法解决的问题<sup>[2-3]</sup>, 导致电磁环境的管理仍然必须借助政府的干预, 一些经济发达国家(或地区)成立了专门机构负责电能质量管理。我国技术监督局颁布了关于非线性负荷接入系统的电能质量(包括谐波、电压波动、电压闪变、负序量等)计算分析标准要求, 主要有 3 种<sup>[4-6]</sup>, 分别为:《电压波动和闪变》GB-12326-2000;《公用电网谐波》GB/T 14549-1993;《三相电压允许不平衡度》GB/T 15543-1995。

以谐波标准为例, 根据规定的谐波电压允许含有率求出公共连接点(PCC)的总谐波电流, 然后按用电负荷大小分配谐波电流指标, 只有经过试验证实符合该标准限值要求的设备才能接入到配电系统中。这样就可以对电气及电子产品注入供电系统的总体谐波电流污染加以限制。电磁环境的管理一方面要保持良好的电能质量, 但最终要追求社会利益的最大化。现行的电磁污染管理方法不考虑用户侧的经济因素, 不考虑负荷的谐波排放能力、对电磁环

境的敏感程度和损失大小而推行同一个标准不能够实现最大的社会利益。本文应用最优数学规划方法来讨论最优的管理方法。

## 1 定量谐波污染的最优分配

当  $h$  次总谐波含量  $I_h$  为定值的情况下, 由  $h$  次谐波造成的社会损失最小化的目标函数为

$$\min F(I_{h1}, I_{h2}, \dots, I_{hn}) = \sum_{i=1}^n [L_{hi}(I_h) + C_{hi}(I_{hi\max} - I_{hi})] \quad (1)$$

式中  $L_{hi}(I_h)$  为公共连接点  $h$  次谐波污染  $I_h$  使用户  $i$  每天产生的谐波损失;  $C_{hi}$  为用户  $i$  治理单位  $h$  次谐波污染每天付出的成本,  $C_{hi} > 0$ ;  $I_{hi\max}$  为用户  $i$  的  $h$  次谐波污染最大排放能力,  $I_{hi\max} \geq 0$ ;  $I_{hi}$  为用户  $i$  实际  $h$  次谐波污染量。

约束条件如下:

$$I_h = \left( \sum_{i=1}^n I_{hi}^\alpha \right)^{1/\alpha} \quad (2)$$

$$0 \leq I_{hi} \leq I_{hi\max} \quad (3)$$

式中  $\alpha$  为谐波合成系数。

根据国际大电网会议 36-05 工作组推荐,  $\alpha$  取值列于表 1 中。显然, 当谐波次数  $h < 5$  时为线性规划问题, 当  $h \geq 5$  时则变为非线性规划问题。

表 1 谐波合成指数  $\alpha$  值

| Tab.1 Harmonic composition exponent $\alpha$ |                    |
|----------------------------------------------|--------------------|
| $\alpha$                                     | 谐波次数               |
| 1                                            | $h < 5$            |
| 1.4                                          | $5 \leq h \leq 10$ |
| 2                                            | $h > 10$           |

### 1.1 基于单纯形法的谐波污染最优分配

首先, 讨论线性规划问题, 为了简化分析, 将谐波污染的分配局限在 2 个污染企业之间, 则规划模

型可简单表述为

$$\min F(I_{h1}, I_{h2}) = \sum_{i=1}^2 [L_{hi}(I_{th}) + C_{hi}(I_{hi\max} - I_{hi})] \quad (4)$$

$I_{th} = I_{h1} + I_{h2}$ ,  $0 \leq I_{h1} \leq I_{h1\max}$ ,  $0 \leq I_{h2} \leq I_{h2\max}$   
最常用的求解线性规划方法为单纯形法<sup>[7-11]</sup>,其标准形式为

$$\max f(\mathbf{x}) = \mathbf{c}\mathbf{x}, \quad \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}, \quad \mathbf{x} \geq 0 \quad (5)$$

式中  $\mathbf{c} = (c_1, c_2, \dots, c_i, \dots, c_n)$ ;  $\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_j, \dots, b_m)$ ;  $\mathbf{A}$  为  $m \times n$  矩阵。

引入松弛变量  $I_3, I_4$ , 将式(4)中约束条件转化为标准形式如下:

$$\begin{aligned} I_{h1} + I_{h2} &= I_{th}, & I_{h1} + I_3 &= I_{h1\max}, & I_{h2} + I_4 &= I_{h2\max} \\ I_{h1} &\geq 0, & I_{h2} &\geq 0, & I_3 &\geq 0, & I_4 &\geq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

应用大  $M$  法引入人工变量  $I_5$ , 使得  $I_{h1} + I_{h2} + I_5 = I_{th}$ , 从而构造明显可行基  $(I_3, I_4, I_5)$ , 原目标函数变为

$$\max f(I_{h1}, I_{h2}) = - \sum_{i=1}^2 [L_{hi}(I_{th}) + C_{hi}(I_{hi\max} - I_{hi})] - MI_5 \quad (7)$$

式中  $M$  为趋于无穷大的常数。

对应于基  $(I_3, I_4, I_5)$  的单纯形表见表 2。

表 2 对应于基  $(I_3, I_4, I_5)$  的单纯形表  
Tab.2 Simplifying line form corresponding to basis  $(I_3, I_4, I_5)$

| 基     | $c_i$ | $b_j$        | $I_{h1}$             | $I_{h2}$ | $I_3$ | $I_4$ | $I_5$ |
|-------|-------|--------------|----------------------|----------|-------|-------|-------|
| $I_5$ | $-M$  | $I_{th}$     | 1                    | 1        | 0     | 0     | 1     |
| $I_3$ | 0     | $I_{h1\max}$ | 1                    | 0        | 1     | 0     | 0     |
| $I_4$ | 0     | $I_{h2\max}$ | 0                    | 1        | 0     | 1     | 0     |
| 检验数   |       |              | $-C_1 - M - C_2 - M$ | 0        | 0     | 0     | 0     |

由于  $M \rightarrow +\infty$ ,  $-C_1 - M < 0$ ,  $-C_2 - M < 0$ , 选取  $I_{h1}$  或  $I_{h2}$  进基。当  $I_{h1\max} < I_{th}$  时,  $I_3$  出基, 对应于新基  $(I_{h1}, I_4, I_5)$  的新单纯形表见表 3。

表 3 对应于基  $(I_{h1}, I_4, I_5)$  的单纯形表  
Tab.3 Simplifying line form corresponding to basis  $(I_{h1}, I_4, I_5)$

| 基        | $c_i$ | $b_j$                 | $I_{h1}$ | $I_{h2}$   | $I_3$     | $I_4$ | $I_5$ |
|----------|-------|-----------------------|----------|------------|-----------|-------|-------|
| $I_5$    | $-M$  | $I_{th} - I_{h1\max}$ | 0        | 1          | -1        | 0     | 1     |
| $I_{h1}$ | $C_1$ | $I_{h1\max}$          | 1        | 0          | 1         | 0     | 0     |
| $I_4$    | 0     | $I_{h2\max}$          | 0        | 1          | 0         | 1     | 0     |
| 检验数      |       |                       | 0        | $-C_2 - M$ | $M + C_1$ | 0     | 0     |

同理,  $I_{h2}$  进基。当  $I_{th} - I_{h1\max} < I_{h2\max}$  时,  $I_5$  出基, 对应于新基  $(I_{h1}, I_{h2}, I_4)$  的新单纯形表见表 4。

表 4 对应于基  $(I_{h1}, I_{h2}, I_4)$  的单纯形表  
Tab.4 Simplifying line form corresponding to basis  $(I_{h1}, I_{h2}, I_4)$

| 基        | $c_i$ | $b_j$                              | $I_{h1}$ | $I_{h2}$ | $I_3$       | $I_4$ | $I_5$     |
|----------|-------|------------------------------------|----------|----------|-------------|-------|-----------|
| $I_{h2}$ | $C_2$ | $I_{th} - I_{h1\max}$              | 0        | 1        | -1          | 0     | 1         |
| $I_{h1}$ | $C_1$ | $I_{h1\max}$                       | 1        | 0        | 1           | 0     | 0         |
| $I_4$    | 0     | $I_{h2\max} + I_{h1\max} - I_{th}$ | 0        | 0        | 1           | 1     | -1        |
| 检验数      |       |                                    | 0        | 0        | $C_1 - C_2$ | 0     | $M + C_2$ |

当  $C_1 - C_2 \leq 0$  时,  $I_3$  需进基, 若  $I_{h2\max} + I_{h1\max} - I_{th} < I_{h1\max}$ , 即  $I_{h2\max} < I_{th}$ ,  $I_4$  出基, 对应于新基  $(I_{h1}, I_{h2}, I_3)$  的新单纯形表见表 5。

表 5 对应于基  $(I_{h1}, I_{h2}, I_3)$  的单纯形表  
Tab.5 Simplifying line form corresponding to basis  $(I_{h1}, I_{h2}, I_3)$

| 基        | $c_i$ | $b_j$                              | $I_{h1}$ | $I_{h2}$ | $I_3$ | $I_4$       | $I_5$     |
|----------|-------|------------------------------------|----------|----------|-------|-------------|-----------|
| $I_{h2}$ | $C_2$ | $I_{h2\max}$                       | 0        | 1        | 0     | 1           | 0         |
| $I_{h1}$ | $C_1$ | $I_{th} - I_{h2\max}$              | 1        | 0        | 0     | -1          | 1         |
| $I_3$    | 0     | $I_{h2\max} + I_{h1\max} - I_{th}$ | 0        | 0        | 1     | 1           | -1        |
| 检验数      |       |                                    | 0        | 0        | 0     | $C_2 - C_1$ | $M + C_1$ |

至此可得式(4)一个最优解  $I_h^* = (I_{th} - I_{h2\max}, I_{h2\max})$ 。返回上一层, 若  $I_{h2\max} + I_{h1\max} - I_{th} > I_{h1\max}$ , 即  $I_{h2\max} > I_{th}$ ,  $I_{h1}$  出基, 对应于新基  $(I_{h2}, I_3, I_4)$  的新单纯形表见表 6。

表 6 对应于基  $(I_{h2}, I_3, I_4)$  的单纯形表  
Tab.6 Simplifying line form corresponding to basis  $(I_{h2}, I_3, I_4)$

| 基        | $c_i$ | $b_j$                 | $I_{h1}$    | $I_{h2}$ | $I_3$ | $I_4$ | $I_5$     |
|----------|-------|-----------------------|-------------|----------|-------|-------|-----------|
| $I_{h2}$ | $C_2$ | $I_{th}$              | 1           | 1        | 0     | 0     | 1         |
| $I_3$    | 0     | $I_{h1\max}$          | 1           | 0        | 1     | 0     | 0         |
| $I_4$    | 0     | $I_{h2\max} - I_{th}$ | -1          | 0        | 0     | 1     | -1        |
| 检验数      |       |                       | $C_2 - C_1$ | 0        | 0     | 0     | $M + C_2$ |

可得式(4)最优解  $I_h^* = (0, I_{th})$ 。以此类推, 依次返回到上一层, 遍历所有可能的情况, 得式(4)如下最优解:

- 当  $I_{th} - I_{h1\max} > I_{h2\max}$  时, 最优解  $I_h^* = (I_{h1\max}, I_{h2\max})$ ;
- 当  $I_{th} - I_{h1\max} < I_{h2\max}$ ,  $C_1 - C_2 \geq 0$ ,  $I_{h1\max} < I_{th}$  时, 最优解  $I_h^* = (I_{h1\max}, I_{th} - I_{h1\max})$ ;
- 当  $I_{th} - I_{h1\max} < I_{h2\max}$ ,  $C_1 - C_2 \geq 0$ ,  $I_{h1\max} > I_{th}$  时, 最优解  $I_h^* = (I_{th}, 0)$ ;
- 当  $I_{th} - I_{h1\max} < I_{h2\max}$ ,  $C_1 - C_2 \leq 0$ ,  $I_{h2\max} < I_{th}$  时, 最优解  $I_h^* = (I_{th} - I_{h2\max}, I_{h2\max})$ ;
- 当  $I_{th} - I_{h1\max} < I_{h2\max}$ ,  $C_1 - C_2 \leq 0$ ,  $I_{h2\max} > I_{th}$  时, 最优解  $I_h^* = (0, I_{th})$ 。

以上最优解的实际意义很明显: 当用户 1 (用户 2) 治理单位谐波污染付出的代价大于用户 2 (用户 1) 的代价时, 从全社会综合利益的角度出发应该让用户 2 (用户 1) 充分排放。这种原理同样适用于用户多于 2 个的情况, 对于次数  $h < 5$  的谐波, 各用户的谐波排放与 PCC 的总谐波污染是线性叠加关系, 为使谐波污染控制在一定水平, 并且使全社会综合利益最大化, 应该使用户按照治理单位谐波污染付出的代价由高到低依次充分排放, 直到谐波污染总量达到控制水平为止。

## 1.2 基于 Lagrange 乘数法的谐波污染最优分配

对于谐波次数  $h \geq 5$  的非线性规划, 先考虑不受式(3)限制时谐波污染的最优分配, 设  $I_h = (I_{h1}, I_{h2}, \dots, I_{hn})$ , 且

$$H(I_h) = I_{th} - \left( \sum_{i=1}^n I_{hi}^\alpha \right)^{1/\alpha} = 0 \quad (8)$$

应用 Lagrange 乘数法, 建立不受约束的目标函数

$$F^* = F(I_h) - \lambda H(I_h) \quad (9)$$

并求其最小值。式中有  $I_{h1}, I_{h2}, I_{h3}, \dots, I_{hn}$  和  $\lambda$  共  $n+1$  个变量, 求它的最小值应该有  $n+1$  个条件, 即

$$\begin{aligned} \frac{\partial F^*}{\partial I_{h1}} &= -C_1 + \lambda \left( \sum_{i=1}^n I_{hi}^\alpha \right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} I_{h1}^{\alpha-1} = 0 \\ \frac{\partial F^*}{\partial I_{h2}} &= -C_2 + \lambda \left( \sum_{i=1}^n I_{hi}^\alpha \right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} I_{h2}^{\alpha-1} = 0 \\ &\vdots \\ \frac{\partial F^*}{\partial I_{hn}} &= -C_n + \lambda \left( \sum_{i=1}^n I_{hi}^\alpha \right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} I_{hn}^{\alpha-1} = 0 \\ \frac{\partial F^*}{\partial \lambda} &= I_{th} - \left( \sum_{i=1}^n I_{hi}^\alpha \right)^{1/\alpha} = 0 \end{aligned} \tag{10}$$

由式(10)可得到一个很好的性质,即

$$(I_{hi}/I_{hj})^{\alpha-1} = C_i/C_j \tag{11}$$

特别是当  $\alpha=2$  的时候,  $I_{hi}/I_{hj} = C_i/C_j$ , 意味着如果没有用户排污能力的限制, 谐波污染电流指标按照治理单位谐波污染付出代价的比例分配最合理。由性质(11)和等式约束(2)可以求出任意多个用户在谐波污染总量为定值情况下的最优分配。但还没有考虑式(3)的不等式约束。数学上求满足不等式约束条件时常用的有 Kuhn-Tucker 乘数法等<sup>[12-13]</sup>, 本规划问题如果使用该方法需要引入  $2n+1$  个参数, 求解  $3n+1$  维线性方程。本文介绍一种简化直观的解法。

首先, 如果由式(10)计算所得最优解  $I_{hi}^*$  所有分量刚好落在不等式约束(3)的范围之内, 毫无疑问该最优解就是谐波污染在所有用户之间的最优分配。但是, 如果某些用户所得最优解  $I_{hi}^*$  为负值或者超出了它本身的排放能力, 该用户最优分配结果为接近该最优解的边界值。将  $F^*$  对任意  $I_{hi}$  求二阶偏导:

$$\frac{\partial^2 F^*}{\partial I_{hi}^2} = \lambda(1-\alpha)I_{hi}^{\alpha-2} \left( \sum_{i=1}^n I_{hi}^\alpha \right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \times$$

$$\left( I_{hi}^\alpha / \sum_{i=1}^n I_{hi}^\alpha - 1 \right) \tag{12}$$

由式(10)可以确定  $\lambda > 0$ , 又  $\alpha > 1$ , 所以由式(12)可以确定  $F^*$  对任意  $I_{hi}$  的二阶偏导大于零, 则  $F^*$  在  $[0, I_{hi\max}]$  上的图形是凹的, 那么在极值点两侧  $F^*$  的可行方向都是单调递增的, 因此可以肯定当式(10)的最优解某些分量不在

约束(3)的范围内, 则接近该最优分量的边界值即为该分量的最优解, 如图 1 所示。将所有不符合不等式约束的  $I_{hi}^*$  用边界值替换之后, 重新分配剩余谐波电流指标, 直到所有  $I_{hi}^*$  都满足不等式约束为止。

2 谐波污染最优总量确定

当  $h$  次总谐波含量  $I_{th}$  为变量的情况下, 由  $h$  次谐波造成的社会损失最小化的目标函数为

$$\min G(I_{th}) = \sum_{i=1}^n [L_i(I_{th}) + C_i(I_{hi\max} - I_{hi}^*)] \tag{13}$$

$$L_i(I_{th}) = \frac{a_i}{\pi - \arccot b_i} [\arccot(b_i - k_i I_{th}) - \arccot b_i] \tag{14}$$

式中  $a_i, b_i$  和  $k_i$  分别为幅值系数、平移系数和伸缩系数, 根据用户对谐波污染的敏感程度而定。

对于任意  $I_{th}$ , 利用单纯形法和 Lagrange 乘数法可成功解决各次谐波污染的最优分配问题, 可得一组最优解  $I_h^* = (I_{h1}^*, I_{h2}^*, I_{h3}^*, \dots, I_{hn}^*)$ , 从而  $C_i(I_{hi\max} - I_{hi}^*)$  为已知。因此, 式(13)为只有一个决策变量  $I_{th}$  的无约束非线性规划问题。由于  $C_i(I_{hi\max} - I_{hi}^*)$  很难通过  $I_{th}$  直接表达, 并且  $I_{th}$  最优解  $I_{th}^*$  的可行域很容易确定, 即  $[0, \sum I_{hi\max}]$ , 所以该问题更适于利用一维搜索法求最优解。

3 算例

假设有 3 个大用户连接于同一 110kV 的 PCC, 各用户的协议容量  $S_i$ , 谐波电流排污能力  $I_{hi\max}$ , 治理谐波污染单价  $C_{hi}$  以及谐波损失函数幅值系数  $a_{hi}$ , 平移系数  $b_{hi}$  和伸缩系数  $k_{hi}$  (以 3 次和 13 次谐波电流为例)列于表 7、8。

表 7 各用户关于 3 次谐波的基本情况统计

Tab.7 Data of customers' 3rd harmonic

| 用户 | $S_i/(\text{MV}\cdot\text{A})$ | $I_{3i\max}/\text{A}$ | $C_{3i}/[\$ \cdot (\text{A}\cdot\text{d})^{-1}]$ | $a_{3i}$ | $b_{3i}$ | $k_{3i}$ |
|----|--------------------------------|-----------------------|--------------------------------------------------|----------|----------|----------|
| A  | 10                             | 8                     | 20                                               | 500      | 15       | 0.5      |
| B  | 20                             | 10                    | 25                                               | 800      | 10       | 0.6      |
| C  | 30                             | 3                     | 30                                               | 1500     | 8        | 0.7      |

表 8 各用户关于 13 次谐波的基本情况统计

Tab.8 Data of customers' 13th harmonic

| 用户 | $I_{13i\max}/\text{A}$ | $C_{13i}/[\$ \cdot (\text{A}\cdot\text{d})^{-1}]$ | $a_{13i}$ | $b_{13i}$ | $k_{13i}$ |
|----|------------------------|---------------------------------------------------|-----------|-----------|-----------|
| A  | 5                      | 15                                                | 300       | 7         | 0.5       |
| B  | 6                      | 20                                                | 500       | 8         | 0.6       |
| C  | 4                      | 25                                                | 800       | 6         | 0.6       |

如果以现行国家标准对该 PCC 谐波电流进行管理, 各用户谐波治理情况以及 3 次和 13 次谐波所造成的损失情况如表 9、10 所示。

表 9 现行方法对 3 次谐波治理情况及其造成的损失

Tab.9 Mitigation scheme and integrated loss of 3rd harmonic in current management method

| 用户                               | $I_{3i}/\text{A}$ | $I_{3i\max} - I_{3i}/\text{A}$ | $L_{3i}(I_{3i})/(\$ \cdot \text{d}^{-1})$        | $C_{3i}(I_{3i\max} - I_{3i})/(\$ \cdot \text{d}^{-1})$ |
|----------------------------------|-------------------|--------------------------------|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| A                                | 1.88              | 6.12                           | 3.79                                             | 122.4                                                  |
| B                                | 3.54              | 6.46                           | 22.72                                            | 161.5                                                  |
| C                                | 5.11              | -2.11                          | 125.21                                           | 0                                                      |
| 总计损失 $/(\$ \cdot \text{d}^{-1})$ |                   |                                | $3.79 + 22.72 + 125.21 + 122.4 + 161.5 = 435.62$ |                                                        |

若按照本文介绍的方法, 考虑经济因素, 考虑负荷的谐波排放能力、以及对电磁环境的敏感程度和损失大小, 利用数学规划方法对该 PCC 谐波电流进行管理, 各用户谐波治理情况以及 3 次和 13 次谐波所造成的损失情况如表 11、12 所示。

图 1 接近最优分量的边界值即为该分量的最优解

Fig.1 The boundary value close to optimum component is the optimum solution

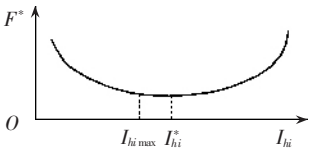




表 10 现行方法对 13 次谐波治理情况及其造成的损失

Tab.10 Mitigation scheme and integrated loss of 13th harmonic in current management method

| 用户                        | $I_{13i}/A$                             | $I_{13i\max}-I_{13i}/A$ | $L_{13i}(I_{13i})/(\$ \cdot d^{-1})$ | $C_{13i}(I_{13i\max}-I_{13i})/(\$ \cdot d^{-1})$ |
|---------------------------|-----------------------------------------|-------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------------------|
| A                         | 1.44                                    | 3.56                    | 5.01                                 | 53.40                                            |
| B                         | 2.08                                    | 3.92                    | 7.81                                 | 78.40                                            |
| C                         | 2.57                                    | 1.43                    | 25.23                                | 35.75                                            |
| 总计损失/ $(\$ \cdot d^{-1})$ | $5.01+7.81+25.23+53.4+78.4+35.8=205.65$ |                         |                                      |                                                  |

表 11 本文方法对 3 次谐波治理情况及其造成的损失

Tab.11 Mitigation scheme and integrated loss of 3rd harmonic in management method proposed

| 用户                        | $I_{3i}/A$                        | $I_{3i\max}-I_{3i}/A$ | $L_{3i}(I_{13i})/(\$ \cdot d^{-1})$ | $C_{13i}(I_{3i\max}-I_{3i})/(\$ \cdot d^{-1})$ |
|---------------------------|-----------------------------------|-----------------------|-------------------------------------|------------------------------------------------|
| A                         | 0                                 | 8                     | 2.58                                | 160                                            |
| B                         | 2.8                               | 7.2                   | 13.81                               | 180                                            |
| C                         | 3                                 | 0                     | 61.75                               | 0                                              |
| 总计损失/ $(\$ \cdot d^{-1})$ | $2.58+13.81+61.75+160+180=418.14$ |                       |                                     |                                                |

表 12 本文方法对 13 次谐波治理情况及其造成的损失

Tab.12 Mitigation scheme and integrated loss of 13th harmonic in management method proposed

| 用户                        | $I_{13i}/A$                          | $I_{13i\max}-I_{13i}/A$ | $L_{13i}(I_{13i})/(\$ \cdot d^{-1})$ | $C_{13i}(I_{13i\max}-I_{13i})/(\$ \cdot d^{-1})$ |
|---------------------------|--------------------------------------|-------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------------------|
| A                         | 2.76                                 | 2.24                    | 10.61                                | 33.6                                             |
| B                         | 3.68                                 | 2.32                    | 16.92                                | 46.4                                             |
| C                         | 4.00                                 | 0                       | 64.16                                | 0                                                |
| 总计损失/ $(\$ \cdot d^{-1})$ | $10.61+16.92+64.16+33.6+46.4=171.69$ |                         |                                      |                                                  |

对比表 9~12 数据,可见将上述因素考虑进去之后的谐波污染管理方案降低了由谐波污染产生的社会综合损失。

4 结论

现行国家标准尤其是对 PCC 谐波电流管理方法不能使由谐波污染产生的社会综合损失最小化。本文考虑了经济因素、负荷的谐波排放能力以及对电磁环境的敏感程度和损失大小,应用最优数学规划方法制定对谐波污染的管理方案,将谐波污染的最优管理分解为定量谐波污染的最优分配和谐波污染最优总量的确定 2 部分工作。

对于次数  $h < 5$  的谐波,各用户的谐波排放与 PCC 的总谐波污染是线性叠加关系,应用单纯形法进行优化可见:为使谐波污染控制在一定水平,并使全社会综合利益最大化,应该使用户按照治理单位谐波污染付出的代价由高到低依次充分排放,直到谐波污染总量达到控制水平为止。对于次数  $h \geq 5$  的谐波,各用户的谐波排放与 PCC 的总谐波污染是非线性关系,应用 Lagrange 乘数法进行优化可见:应该使用户按照式(11)的比例关系对定量的谐波污染指标进行分配,对于超出排污能力的指标,以接近最优值的边界值代替。

谐波污染最优总量的确定是建立在最优分配基础上的。当成功解决各次谐波污染的最优分配问题

之后,谐波污染最优总量成为决定社会综合损失的唯一决策变量,应用最优一维搜索方法,可以方便确定。算例表明,应用单纯形法、Lagrange 乘数法和一维搜索方法确定的谐波污染管理方案降低了社会综合损失。另外,本文阐述的方法也可应用于其他电磁污染的管理。

参考文献:

[1] 周勇,楚瀛. 干扰性负荷对电能质量的影响[J]. 中国电力, 2001,34(6):35-36,54.  
ZHOU Yong, CHU Ying. Effects of interferential loads on the electric energy quality [J]. **Electric Power**, 2001,34(6): 35-36,54.

[2] 谢维华. 西方经济学理论对现代经济法产生的影响[J]. 经济问题探索, 2002(7):70-74.  
XIE Wei-hua. Effects of west economics theory on modern economic laws[J]. **Search in Economy**, 2002(7): 70-74.

[3] RUFFIN R J, ANDERSON M D. Externalities, markets, and government policy[J]. **Economic Review—Federal Reserve Bank of Dallas**, 1996,26(5):24-29.

[4] 孙树勤. 电压波动与闪变[M]. 北京: 中国电力出版社, 1998.

[5] 吕润徐. 电力系统高次谐波[M]. 北京: 中国电力出版社, 1998.

[6] 林海雪. 电力系统的三相不平衡[M]. 北京: 中国电力出版社, 1998.

[7] 费培之. 线性规划和非线性规划引论及其应用[M]. 成都: 四川大学出版社, 1989.

[8] 宇世航. 单纯形法寻找初始可行基的方法讨论[J]. 高师理科学刊, 2000,20(1):5-6,12.  
YU Shi-hang. A discussion of simplex method to search initial feasible basis[J]. **Journal of Science of Teacher College and University**, 2000,20(1):5-6,12.

[9] 陆晓岚. 单纯形法计算步骤谈[J]. 芜湖职业技术学院学报, 2002,4(3):4-6.  
LU Xiao-lan. Discussion of calculating steps of simples[J]. **Journal of Wuhu Professional Technology College**, 2002, 4(3):4-6.

[10] SWIETANOWSKI A. New steepest edge approximation for the simplex method for linear programming [J]. **Computational Optimization and Applications**, 1998, 10(3):271-281.

[11] HUANG Y, MCCOLL W F. Improved simplex method for function minimization[C]// **Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics**. Beijing: The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc., 1996:1702-1705.

[12] 胡毓达. 非线性规划[M]. 北京: 高等教育出版社, 1990.

[13] GUTKOWSKI W, BAUER J, IWANOW Z. Explicit formulation of Kuhn-Tucker necessary conditions in structural optimization[J]. **Comp. Struct**, 1990,37(5):753-758.

作者简介:

金广厚(1977-),男,吉林通榆人,博士,从事电能质量方面的研究(E-mail:jingh001@126.com);

李若明(1977-),男,广东中山人,从事谐波管理方面的研究(E-mail:jj-ming@163.net);  
刘佳(1979-),男,江西南昌人,助理工程师,从事配网规划方面的研究。

## Harmonic pollution management based on optimizing mathematic programming methods

JIN Guang-hou<sup>1</sup>, LI Ruo-ming<sup>2</sup>, LIU Jia<sup>3</sup>

- (1. Dispatching and Communication Center of Beijing Electric Power, Beijing 100031, China;
2. Zhongshan Electric Bureau of Guangdong Province Power Grid, Zhongshan 528400, China;
3. Electric Power Materials Company of Jiangxi Province, Nanchang 330077, China)

**Abstract:** Electromagnetic environment management in power grid is to pursue high power quality and optimize finally integrated social benefit. Current method of harmonic management doesn't take into consideration the customer's economic factors, load emission capability, sensitivity to power quality and loss degree. Thus the minimal social compositive loss cannot be achieved. Considering those points mentioned, the harmonic management is disassembled into two parts: to optimize distribution of quantificational harmonic pollution and to determine optimum gross of harmonic pollution. For the former, based on the characters of harmonic composition, optimal distributions of lower and higher harmonics are linear and nonlinear programming respectively. While the latter is a nonlinear programming with only one decision-variable. An optimized harmonic management method applying simplex method, Lagrange-multiplier method and one-dimension searching method is proposed. Example indicates that this method reduces social compositive loss.

**Key words:** power quality; harmonic pollution; mathematic programming