

# 基于微分方程模型阻抗算法的综合应用

文尚坤, 袁兆强

(三峡大学 电气信息学院, 湖北 宜昌 443002)

**摘要:** 对解微分方程算法作了改进, 方法是通过对传统微分方程算法在有限时段上进行积分变换, 借助积分减少高频分量的影响。通过数字仿真计算验证了改进后算法的优良估计性能, 将之与基于微分方程模型的最小二乘法、全波傅里叶算法作了比较。并根据各算法的估计性能特点, 提出了一种具有反时限特性的距离保护算法的实现方案。

**关键词:** 微机距离保护; 反时限; 解微分方程算法

中图分类号: TM 44

文献标识码: A

文章编号: 1006-6047(2006)02-0047-03

## 0 引言

改善距离保护性能的一种有效和实用的方法是保护 I 段范围内采用反时限动作特性<sup>[1]</sup>。随着 DSP 芯片成本的持续降低, 使其在工业上的大规模应用成为现实, 从而为复杂算法在微机保护上的应用提供了硬件基础。现在主要采用半波傅里叶算法或解微分方程法作为近端故障的保护算法, 再配合全波傅里叶算法实现具有反时限特性的微机距离保护算法, 但是半波傅里叶算法响应速度慢而且精度低; 解微分方程法虽然动作速度很快, 但它的估计精度受高次谐波和单点采样误差的影响很大, 导致快速计算结果不太精确以及高速度动作范围很窄<sup>[2]</sup>。而且, 在实际应用中, 故障距离是待估计量, 无法事前确定, 这两种算法对远区故障的估计精度低, 不利于保护定值的反时限调整。全波傅里叶算法估计精度较高, 但算法所需数据窗为一个周期, 而且为了减小衰减直流分量的影响, 在该算法前要加上一个差分滤波器, 过长的延时已不能适应电力系统的发展需要。

## 1 基于微分方程模型的阻抗算法

线路的微分方程模型是忽略线路分布电容的  $R-L$  串联模型, 假设被保护线路的分布电容可以忽略, 则从故障点到保护安装处线段可用一个电阻和电感串联电路表示, 于是短路时下列微分方程成立<sup>[3]</sup>:

$$R_1 i(t) + L_1 \frac{di(t)}{dt} = u(t) \quad (1)$$

式中  $R_1, L_1$  分别为故障点至保护安装处线段的正序电阻和电感;  $u(t), i(t)$  分别为保护安装处采样到的电压、电流瞬时值。

### 1.1 解微分方程算法的改进

解微分方程算法的最大优点在于对衰减直流分

量有很强的抑制作用和在短线路上不受系统频率变化的影响<sup>[3]</sup>, 微分方程算法的改进是通过对传统微分方程算法在有限时段上进行积分变换, 借助积分减少高频分量的影响。

将方程(1)两边分别乘上  $\sin(\omega t), \cos(\omega t)$ , 然后在  $(0, T)$  上对  $t$  进行积分( $T$  是可变的), 可得以下 2 个方程:

$$\begin{aligned} R \int_0^T i(t) \sin(\omega t) dt + L \int_0^T \sin(\omega t) di(t) = \\ \int_0^T u(t) \sin(\omega t) dt \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} R \int_0^T i(t) \cos(\omega t) dt + L \int_0^T \cos(\omega t) di(t) = \\ \int_0^T u(t) \cos(\omega t) dt \end{aligned} \quad (3)$$

方程(2)(3)中  $\omega$  是系统角频率,  $t$  是时间变量。

联立解方程(2)和(3)可得:

$$\begin{aligned} R &= (I_p U_m - I_q U_n) / (I_m I_p - I_n I_q) \\ L &= (I_m U_n - I_n U_m) / (I_m I_p - I_n I_q) \end{aligned} \quad (4)$$

其中:

$$I_m = \int_0^T i(t) \cos(\omega t) dt$$

$$I_n = \int_0^T i(t) \sin(\omega t) dt$$

$$U_m = \int_0^T u(t) \cos(\omega t) dt$$

$$U_n = \int_0^T u(t) \sin(\omega t) dt$$

$$I_p = i_{(T)} \sin(\omega t) - \omega I_m$$

$$I_q = i_{(T)} \cos(\omega t) - i_{(0)} + \omega I_n$$

根据方程组(4)便可以解出  $R, L$  的值( $L$  与系统角频率  $\omega$  相乘便是测量阻抗的虚部, 下同)。根据数字滤波知识可知, 上述变窗积分分解法可以看作是先用一个具有长度为  $T$  的矩形冲激响应的数字滤波器对输入电压、电流进行滤波处理后再直接求解的算法,

矩形冲激响应数字滤波器对高次谐波具有一定的抑制作用,从而提高了解微分方程算法的精度<sup>[4]</sup>。

## 1.2 基于微分方程模型的最小二乘算法<sup>[5]</sup>

基于微分方程模型的最小二乘算法秉承了解微分方程算法的优点,同时应用最小二乘原理,通过求  $N$  次观测电压误差平方和的最小值来估计线路电感  $L$ ,通过求瞬时功率消耗的最小值来估计线路电阻  $R$ ,故障线路的电阻和电感由下述方程求取:

$$R = \left( \sum_{k=1}^N u_k i_k^3 \right) / \sum_{k=1}^N i_k^4$$

$$L = \frac{\sum_{k=1}^N i_k^2 \sum_{k=1}^N u_k \frac{i_k - i_{k-1}}{\Delta T} - \sum_{k=1}^N u_k i_k \sum_{k=1}^N i_k \frac{i_k - i_{k-1}}{\Delta T}}{\sum_{k=1}^N i_k^2 \sum_{k=1}^N \left( \frac{i_k - i_{k-1}}{\Delta T} \right)^2 - \left( \sum_{k=1}^N i_k \frac{i_k - i_{k-1}}{\Delta T} \right)^2}$$

式中  $N$  是观测次数;  $\Delta T$  是采样周期;  $u_k, i_k$  是第  $k$  次测量电压和测量电流。

## 2 仿真实验及结果分析

为正确认识以上所提出算法的估计性能,进行了计算机仿真,利用 EMTP 构建一个简单电力系统模型用于产生仿真所需要的数据,仿真模型采用简单的两机系统,如图 1 所示。

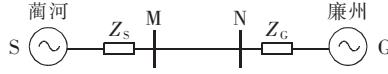


图 1 仿真系统图

Fig.1 Simulation system

系统主要参数如下<sup>[6]</sup>:

$$Z_{S1}=1.286+j55.638 \Omega, Z_{S0}=2.876+37.127 \Omega$$

$$Z_{G1}=1.286+j55.638 \Omega, Z_{G0}=2.876+37.127 \Omega$$

$$Z_1=0.0181+j0.2775 \Omega/km, C_1=0.01292 \mu F/km$$

$$Z_0=0.2308+j0.9728 \Omega/km, C_0=0.00812 \mu F/km$$

MN 为一条 500 kV, 167.4 km 的模拟输电线路, 线路参数源于河北蔺河—廉州 500 kV 线路, 系统正常运行 0.105 s 后发生三相短路, 短路持续时间 0.2 s; 信号采样频率为 1500 Hz(每周期采样 30 点); 分别取短路发生地点在线路全长 30%, 50%, 80%, 100% 处进行仿真。

表 1 列出了短路发生在不同地点的部分仿真结果。从表中可以看出随着估计样本数据长度的增加, 算法的估计精度也随着提高; 算法的估计性能与短路点的位置有关, 短路点位置离保护安装处越近, 算法的估计性能越好, 短路点在全长 100 km 以内, 只需 1/4 个数据窗便可以达到较高精度, 甚至当短路点在全长 30% (50.22 km) 时, 仅通过几点运算算法便可以很快达到很高精度, 所以很适合作为高速动作的近区保护算法, 对于远端故障当数据窗长度达到一个周期时它的估计性能也很好。表 2,3 分别

表 1 当短路发生在线路全长的 30%, 50%, 80% 和 100% 处时解微分方程的改进算法的仿真结果

Tab.1 Simulative results of the improved algorithm with faults at 30%, 50%, 80% and 100% of line length

短路	$n$	$Z_1/\Omega$	$Z_2/\Omega$	$Z_3/\Omega$	$\Delta Z/\%$	$\theta/^\circ$
全长	2	$13.46 \angle 85.36^\circ$	$13.96 \angle 86.27^\circ$	0.50	3.61	0.91
	3	$13.78 \angle 85.87^\circ$	$13.96 \angle 86.27^\circ$	0.18	1.29	0.40
	4	$14.05 \angle 86.59^\circ$	$13.96 \angle 86.27^\circ$	0.09	0.64	0.32
50%	5	$24.14 \angle 87.36^\circ$	$23.27 \angle 86.27^\circ$	0.87	3.71	1.09
	8	$23.57 \angle 87.18^\circ$	$23.27 \angle 86.27^\circ$	0.30	1.29	0.91
	15	$23.32 \angle 86.95^\circ$	$23.27 \angle 86.27^\circ$	0.05	0.21	0.68
80%	10	$38.25 \angle 88.87^\circ$	$37.24 \angle 86.27^\circ$	1.01	2.71	2.60
	15	$37.73 \angle 83.77^\circ$	$37.24 \angle 86.27^\circ$	0.49	1.31	2.50
	20	$36.84 \angle 83.84^\circ$	$37.24 \angle 86.27^\circ$	0.40	1.07	2.43
100%	30	$37.13 \angle 84.06^\circ$	$37.24 \angle 86.27^\circ$	0.09	0.29	2.21
	10	$44.75 \angle 83.56^\circ$	$46.55 \angle 86.27^\circ$	1.80	3.87	2.69
	15	$45.97 \angle 84.03^\circ$	$46.55 \angle 86.27^\circ$	0.58	1.25	2.24
全长	20	$46.13 \angle 84.01^\circ$	$46.55 \angle 86.27^\circ$	0.42	0.91	2.26
	30	$46.36 \angle 85.29^\circ$	$46.55 \angle 86.27^\circ$	0.19	0.41	0.98

注:  $n$  为采样点数;  $Z_1$  为测量阻抗值;  $Z_2$  为实际阻抗值;  $Z_3$  为阻抗模值误差;  $\Delta Z$  为阻抗模值相对误差;  $\theta$  为阻抗角误差; 表 2,3 同。

表 2 基于微分方程模型的最小二乘法部分仿真结果

Tab.2 Partial simulative results of different equation model-based least square algorithm

短路点	$m$	$Z_1/\Omega$	$Z_2/\Omega$	$Z_3/\Omega$	$\Delta Z/\%$	$\theta/^\circ$
全长	8	$206.13 \angle 51.08^\circ$	$23.27 \angle 86.27^\circ$	182.86	785	35.19
	15	$23.38 \angle 86.87^\circ$	$23.27 \angle 86.27^\circ$	0.11	0.47	0.6
	25	$37.06 \angle 85.03^\circ$	$37.24 \angle 86.27^\circ$	0.18	0.5	1.24
80%	8	$392.87 \angle 26^\circ$	$37.24 \angle 86.27^\circ$	355.63	955	60.27
	15	$37.20 \angle 86.58^\circ$	$37.24 \angle 86.27^\circ$	0.04	0.1	0.31
	25	$326.92 \angle 16.02^\circ$	$46.55 \angle 86.27^\circ$	280.37	602	70.25
100%	15	$46.83 \angle 87.27^\circ$	$46.55 \angle 86.27^\circ$	0.28	0.61	1.00
	25	$46.48 \angle 87.01^\circ$	$46.55 \angle 86.27^\circ$	0.07	0.20	0.74

注:  $m$  为递推次数。

表 3 全周傅里叶算法部分仿真结果

Tab.3 Partial simulative results of all-wave Fourier algorithm

短路点	$Z_1/\Omega$	$Z_2/\Omega$	$Z_3/\Omega$	$\Delta Z/\%$	$\theta/^\circ$	
全长	30%	$13.88 \angle 85.95^\circ$	$13.96 \angle 86.27^\circ$	0.08	0.57	0.32
全长	50%	$23.48 \angle 85.47^\circ$	$23.27 \angle 86.27^\circ$	0.21	0.90	0.80
全长	80%	$37.52 \angle 87.59^\circ$	$37.24 \angle 86.27^\circ$	0.28	0.75	1.32
全长	100%	$46.24 \angle 87.36^\circ$	$46.55 \angle 86.27^\circ$	0.31	0.66	1.09

列出了基于微分方程模型的最小二乘算法和对全波傅里叶算法的部分仿真结果。比较表 1~3 可发现 3 种算法中全波傅里叶算法的估计性能最差; 其他 2 种算法视故障类型及数据窗长度互有优劣。当故障发生在近端时解微分方程的改进算法的精度很高, 只需 1/4 个周期的数据窗就可以得到较好的估计性能; 当故障发生在远端时, 估计性能跟数据窗长度有关, 当数据窗长度小于 1/4 个周期时, 基于微分方程模型的最小二乘算法的估计阻抗误差很大, 精度比解微分方程的改进算法低很多, 而当数据窗长度大于或等于半个周期时, 它的估计精度就很高了。出现这种现象主要有 3 个原因:

**a.**解微分方程的改进算法基于输电线路的集中参数模型,在近区故障情况下,忽略分布电容是容许的,所以采用集中参数模型对线路特性进行描述较为准确;

**b.**近区故障时,暂态分量的频率较高,衰减也较快,由于解微分方程的改进算法的估计性能受高次谐波的影响较大,高次谐波的快速衰减有利于提高解微分方程的改进算法的估计性能;

**c.**由于基于微分方程模型的最小二乘算法是根据消耗瞬时功率最小原理来估计电阻  $R$  的,而  $1/4$  个周期的有功功率是没有意义的,所以估计出来的结果误差很大。

根据以上分析可发现解微分方程的改进算法对于近区故障具有良好的估计性能,对于远区故障当数据窗长度达到半个周期时,误差也不大,而数据窗长度达到半个周期及以上时,基于微分方程模型的最小二乘法具有很高精度,因此一种可行的具有反时限特性的距离保护算法实现方法是当数据窗长度小于半个周期时采用解微分方程的改进算法来估计阻抗。如果估计结果是近区故障马上跳闸,反之则自动切换成基于微分方程模型的最小二乘算法来估计,这样既扩大了高速动作的范围又保证了远端故障计算的准确性。

### 3 结论

经理论分析和仿真计算比较后可得出结论:

**a.**解微分方程的改进算法对近端故障具有卓越的估计性能,对远端故障,当使用的数据窗长度达到半个周期以上时,它的估计误差就不大,所以很适合作为反时限距离保护中的快速动作算法;

**b.**在各种故障下,解微分方程的改进算法都比目前广泛应用的傅里叶算法估计性能好,因此在距离保护中可以取代目前的傅里叶算法;

**c.**一种具有反时限特性距离保护算法的实现方案是当数据窗长度小于半个周期时自动切换成采用

解微分方程的改进算法来估计阻抗,当数据窗长度大于或等于半个周期时自动切换成基于微分方程的最小二乘算法估计,这种方案既延长了快速动作的范围又保证了估计的精确性,具有较强的应用前景。

### 参考文献:

- [1] 张哲,LI K K,陈德树. 变数据窗阻抗算法的仿真分析和综合应用研究[J]. 华中科技大学学报,2001,29(2): 7-10.  
ZHANG Zhe,LI K K,CHEN De-shu. Performance comparison and adaptive application of variable data window algorithms in distance relaying[J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology*,2001,29(2): 7-10.
- [2] 杨新民,杨隽琳. 电力系统微机保护培训教材[M]. 北京:中国电力出版社,2000.
- [3] 杨奇逊. 微型机继电保护基础[M]. 北京:中国电力出版社,1988.
- [4] XIA Y Q,LI K K. Development and implementation of a variable window algorithm for high speed and accurate digital distance protection[J]. *IEE Proc-Gener. Transm. Distrib.*,1994,141(4):383-389.
- [5] 黄彦全,肖建,李晋. 最小二乘法在距离保护中的应用初探[J]. 继电器,2004,32(7):17-20.  
HUANG Yan-quan,XIAO Jian,LI Jin. Primary research of implementing least squares in digital distance relaying [J]. *Relay*,2004,32(7):17-20.
- [6] 董杰,张举,王增平. 利用小波变换进行故障选相[J]. 电力情报,2002(1):12-14.  
DONG Jie,ZHANG Ju,WANG Zeng-ping. Selection of fault phases based on wavelet transform[J]. *Information on Electric Power*,2002(1):12-14.

(责任编辑:李玲)

### 作者简介:

文尚坤(1979-),男,湖北武穴人,硕士研究生,从事微机继电保护方面的研究(E-mail:wenshangkun@163.com);

袁兆强(1957-),男,湖北宜昌人,副教授,主要从事电力系统计算机继电保护及综合自动化方面的研究。

## Application of impedance algorithms based on differential equation model

WEN Shang-kun,YUAN Zhao-qiang

(Three Gorges University,Yichang 443002,China)

**Abstract:** The algorithm for differential equation solution is improved,which adds integral transform in finite period to it to lessen the influence of high-frequency component. The digital simulative results show its good performance of estimation. It is compared with differential equation model-based least square algorithm and all-ware Fourier algorithm. According to the characteristics of different algorithms,an implementation scheme of distance protection with inverse time characteristic is brought forward.

**Key words:** digital distance relay; inverse time; differential equation solution algorithm