# 应用模糊线性回归模型预测中长期电力负荷

游仕洪，程浩忠，谢　宏
（上海交通大学 电气工程系，上海 200030）

**摘要：** 针对负荷影响因素的复杂性和不确定性，结合模糊数学和线性回归模型，讨论应用模糊线性回归模型预测负荷的变化区间。推导了模糊线性回归模型参数求解的数学模型，详细讨论了隶属度的取值对模型参数的影响。应用该模型进行实际预测，分析结果表明该方法的有效性。对模糊预测结果的评判进行了探讨，提出了利用实际值在预测区间的隶属度之和判别预测结果优劣的方法。

**关键词：** 线性回归；模糊数学；中长期负荷预测

**中图分类号：** TM 715　　**文献标识码：** A　　**文章编号：** 1006-6047(2006)03-0051-03

准确的负荷预测可以经济、合理地安排发电机组的启停，保持电网运行的安全稳定性，减少不必要的旋转备用容量，合理安排机组检修计划，还有利于决定未来新发电机组的安装，决定装机容量的大小、地点和时间以及电网的增容和改建。

由于时间跨度较大，电力系统中长期负荷的变化受到很多因素制约，这种制约关系难以定量描述。传统预测方法，如线性回归法、时间序列法[1]等往往是直接建立数学表达式对相关因素和负荷之间的关系加以描述，与实际不符，难以得到良好的预测效果。

本文从相关因素对负荷影响的不确定性[2]出发，应用模糊线性回归法[3-4]进行电力系统中长期负荷预测，通过将模型参数模糊化，达到弱化模型对历史数据准确度的依赖，在历史负荷数据及相关因素的历史和未来发展数据不够准确的情况下，获得较好的预测效果。

## 1 模糊线性回归的数学模型

### 1.1 三角模糊数[3,5-6]

三角模糊数的隶属函数图形如图 1 所示。图中，$a$ 为三角模糊数的中心参数，其隶属度为 1；$c$ 为模糊数的幅度，即模糊数的基(区间)的 1/2。

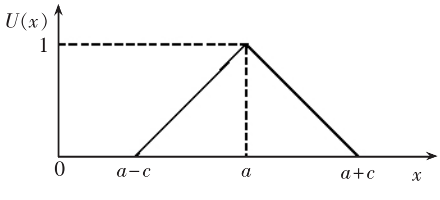


图 1 三角模糊数
Fig.1 Triangular fuzzy number

**收稿日期：** 2005-07-18；**修回日期：** 2005-08-02
**基金项目：** 国家自然科学基金资助(50177017)；高等学校优秀青年教师科研奖励计划资助(ZDXM03006)

### 1.2 数学模型

设 $x_1, x_2, \cdots, x_p$ ($p>1$) 为 $p$ 个线性无关的可控变量，$y$ 是随机变量，相互关系为 $p$ 元线性回归模型。

$$y=b_0+b_1x_1+\cdots+b_px_p+\varepsilon \tag{1}$$

式中　$b_0, b_1, \cdots, b_p$ 是与 $x_1, x_2, \cdots, x_p$ 无关的未知参数，称为回归系数；$\varepsilon$ 为随机误差(或随机干扰)。

将 $b_i$ 看作一个模糊数，$a_i$ 为其中心参数，$c_i$ 为其幅度，则 $b_i$ 的隶属函数为

$$\mu_{bi}(x)=\begin{cases}1-|x-a_i|/c_i & a_i-c_i\leqslant x\leqslant a_i+c_i\\0 & \text{其他}\end{cases} \tag{2}$$

由模糊集理论可知，预测值 $y$ 也是个模糊数，其隶属函数为

$$\mu_y(x)=\begin{cases}1-|x-A|/C & A-C\leqslant x\leqslant A+C\\0 & \text{其他}\end{cases} \tag{3}$$

$$A=a_0+a_1x_1+\cdots+a_px_p,\quad C=c_0+c_1x_1+\cdots+c_px_p \tag{4}$$

## 2 参数求解的数学模型

在模糊线性回归模型中，预测值模糊区间的大小是预测精度的关键所在，即 $C$ 越小，预测精度越高。由此可构造目标函数：

$$\mathrm{Min}\ C=c_0+c_1x_1+\cdots+c_px_p \tag{5}$$

在某一确定的水平值 $\lambda$ ($0\leqslant\lambda\leqslant 1$) 下，希望隶属函数值满足：

$$\mu_y(x)=1-\frac{|x-A|}{C}\geqslant\lambda \tag{6}$$

根据这个条件，由第 $t$ 期的预测值 $y$ 可确定模糊数 $b_i$ 的中心参数 $a_i$ 和幅度 $c_i$，应满足不等式：

$$\begin{aligned}&a_0+a_1x_{1t}+\cdots+a_px_{pt}+(1-\lambda_t)\times\\&(c_0+c_1x_{1t}+\cdots+c_px_{pt})\geqslant y_t\\&a_0+a_1x_{1t}+\cdots+a_px_{pt}-(1-\lambda_t)\times\\&(c_0+c_1x_{1t}+\cdots+c_px_{pt})\leqslant y_t\end{aligned} \tag{7}$$

式中　$y_t$ 是第 $t$ 期的实际值；$x_{it}$ 是第 $i$ 个相关因素在第 $t$ 期的值。

存在 $n$ 期历史数据时，目标函数有 $n$ 个，分别为

$$\begin{aligned}&\mathrm{Min}\ c_0+c_1x_{11}+\cdots+c_px_{p1}\\&\mathrm{Min}\ c_0+c_1x_{12}+\cdots+c_px_{p2}\\&\qquad\vdots\\&\mathrm{Min}\ c_0+c_1x_{1n}+\cdots+c_px_{pn}\end{aligned}\tag{8}$$

约束条件有 $2n$ 个，分别为

$$\begin{aligned}&a_0+a_1x_{11}+\cdots+a_px_{p1}+(1-\lambda_1)\times\\&(c_0+c_1x_{11}+\cdots+c_px_{p1})\geqslant y_1\\&a_0+a_1x_{11}+\cdots+a_px_{p1}-(1-\lambda_1)\times\\&(c_0+c_1x_{11}+\cdots+c_px_{p1})\leqslant y_1\\&\qquad\vdots\\&a_0+a_1x_{1n}+\cdots+a_px_{pn}+(1-\lambda_n)\times\\&(c_0+c_1x_{1n}+\cdots+c_px_{pn})\geqslant y_n\\&a_0+a_1x_{1n}+\cdots+a_px_{pn}-(1-\lambda_n)\times\\&(c_0+c_1x_{1n}+\cdots+c_px_{pn})\leqslant y_n\end{aligned}\tag{9}$$

$$\begin{aligned}&A_i=a_0+a_1x_{1i}+\cdots+a_px_{pi}\\&C_i=c_0+c_1x_{1i}+\cdots+c_px_{pi}\end{aligned}\tag{10}$$

为了求解方便和提高运算速度，必须对模型进行简化等值。因为 $c_i\geqslant0(i=0,1,\cdots,p)$，$x_{it}>0(i=0,1,\cdots,p;t=1,2,\cdots,n)$，所以 $C_i\geqslant0(i=1,2,\cdots,n)$。因此，可将 $n$ 个目标函数合并为 1 个：

$$\mathrm{Min}\,C=\sum_{i=1}^{n}C_i\tag{11}$$

综上，参数求解模型等价为

$$\begin{aligned}&\mathrm{Min}\ \ C_n\\&\mathrm{s.t.}\ \ A_i+(1-\lambda_i)C_i\geqslant y_i\\&\qquad A_i-(1-\lambda_i)C_i\leqslant y_i\\&\qquad i=1,2,\cdots,n\end{aligned}\tag{12}$$

## 3 模糊线性回归模型探讨

当 $\lambda_i=0(i=1,2,\cdots,n)$ 时，由式(11)得模糊线性回归模型参数求解的数学模型，即文献[3]所讨论和实践的模糊线性回归模型：

$$\begin{aligned}&\mathrm{Min}\ \ C_n\\&\mathrm{s.t.}\ \ A_i+C_i\geqslant y_i\\&\qquad A_i-C_i\leqslant y_i\\&\qquad i=1,2,\cdots,n\end{aligned}\tag{13}$$

当 $\lambda_i=1(i=1,2,\cdots,n)$ 时，由式(11)得：

$$\begin{aligned}&\mathrm{Min}\ \ C_n\\&\mathrm{s.t.}\ \ A_i=y_i\\&\qquad i=1,2,\cdots,n\end{aligned}\tag{14}$$

目标函数 $C_n=0$，各模糊权系数的变化幅度为

$$c_0=c_1=\cdots=c_p=0\tag{15}$$

由 $n$ 个约束条件可求各模糊权系数中心参数：

$$\begin{bmatrix}1&x_{11}&\cdots&x_{p1}\\\vdots&\vdots&&\vdots\\1&x_{1n}&\cdots&x_{pn}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_0\\\vdots\\a_p\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}y_1\\\vdots\\y_n\end{bmatrix}\tag{16}$$

记为

$$\boldsymbol{XA}=\boldsymbol{Y}\tag{17}$$

解得：

$$\boldsymbol{A}=(\boldsymbol{X}^{\mathrm T}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\mathrm T}\boldsymbol{Y}\tag{18}$$

此即普通的线性回归模型，式(17)是式(1)中未知系数 $b_0,b_1,\cdots,b_p$ 的最小二乘解。

当 $\lambda_t=\lambda\neq1(t=1,2,\cdots,n)$ 时，$\lambda$ 的取值只对回归系数的幅度 $c_i$ 有影响，对预测值的中心参数和幅度都没有影响。而当 $\lambda_t$ 在各个时间点取值不同时，预测结果将不同。总体而言，离预测点较近时，预测值与实际值的拟合度可要求高一点；离预测点较远时，对预测值与观测值的拟合度要求可以低一点。

由于模型求解目标是预测结果的幅度小且预测结果的中心参数与实际值拟合好，因而，可用预测结果评价各实际值在预测区间中的隶属度之和，即 $\sum_{t=1}^{n}(1-|y_t-y|/\Delta y)$ 进行比较，隶属度总和最大的预测结果为最优结果。

## 4 算例

以某地区全社会总需电量($10^8$kW·h)为预测对象，记为 $y_i'$；相关因素为国内生产总值 GDP($10^8$ 元)和上一年该地区的总需电量($10^8$kW·h)，分别记为 $x_i$ 和 $y_{i-1}$。回归方程为

$$y_i'=b_0+b_1x_i+b_2y_{i-1}\tag{19}$$

实验 1 取 $\lambda_i=0.5(i=1987,1988,\cdots,2001)$，根据已知历史数据建模并预测，部分预测结果示于表 1，模型参数的解示于表 2。

表 1 部分预测结果(1)

Tab.1 Partial forecast results(1)

| 年份 | $y_i'$ | $C_i$ | 年份 | $y_i'$ | $C_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1994 | 612.45 | 31.15 | 1998 | 834.83 | 46.82 |
| 1995 | 689.22 | 35.11 | 1999 | 850.63 | 51.00 |
| 1996 | 752.18 | 38.73 | 2000 | 917.47 | 55.83 |
| 1997 | 801.74 | 42.72 | 2001 | 1 044.41 | 60.97 |

表 2 模糊线性回归模型各参数(1)

Tab.2 Parameters of fuzzy linear regression model(1)

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $c_0$ | $c_1$ | $c_2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 22.493 1 | 0.123 4 | 0.977 0 | 10.893 3 | 0.193 0 | 0 |

实验 2 取 $\lambda_i=0.5(i=1987,1988,\cdots,1992)$，$\lambda_i=0.6(i=1993,1994,\cdots,1998)$，$\lambda_i=0.7(i=1999,2000,2001)$ 在各时间点不完全相等，部分预测结果中心参数和变化幅度示于表 3，模型参数求解结果示于表 4。

表 3 部分预测结果(2)

Tab.3 Partial forecast results(2)

| 年份 | $y_i'$ | $C_i$ | 年份 | $y_i'$ | $C_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1994 | 612.43 | 31.20 | 1998 | 838.25 | 50.22 |
| 1995 | 687.97 | 36.00 | 1999 | 859.40 | 41.47 |
| 1996 | 750.54 | 40.34 | 2000 | 927.47 | 45.86 |
| 1997 | 801.70 | 45.24 | 2001 | 1 050.04 | 50.54 |

表 4 模糊线性回归模型各参数(2)

Tab.4 Parameters of fuzzy linear regression model(2)

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $c_0$ | $c_1$ | $c_2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 39.754 3 | 0.271 5 | 0.877 5 | 0 | 0.292 8 | 0 |

计算各实际值对实验 1,2 预测结果的隶属度,对其求和并比较。

$$\sum_{t=1987}^{2001}\lambda_{1t}=5.940<\sum_{t=1987}^{2001}\lambda_{2t}=6.095$$

可见,实验 2 的预测结果更合理。

## 5　结论

**a.** 模糊线性回归模型的预测误差比较小,主要原因在于该方法从相关因素对需电量影响的不确定性出发,用求解线性规划的方法确定回归系数。该模型产生误差的原因在于影响需电量的因素很多[7-8],所列入的因素不够全面、完整。

**b.** 与线性回归模型比较,模糊线性回归模型通过对回归系数模糊化弱化模型参数对原始数据准确度的依赖;通过给出预测结果的变化区间,使预测结果更科学、合理,更符合复杂电力系统,负荷无法准确预测的实际。

**c.** 与外推预测模型比较,模糊线性回归模型可引入 GDP、年最高温度和价格指数比等作为相关因素进行预测,更符合负荷受经济、气候等相关因素影响的实际;当然,该方法需要收集更多方面的数据。

**d.** $\lambda_t$ 的取值取决于预测者,略显主观;在预测时,$\lambda_t$ 可作为人工干预的因素,由预测专家根据经验作出适当的判断。

## 参考文献:


[1] 牛东晓,曹树华,赵磊,等. 电力负荷预测技术及其应用[M]. 北京:中国电力出版社,1998.

[2] RINALDY,R S. An efficient load model for analyzing demand side management impacts[J]. **IEEE Transactions on Power Systems**,1993,8(3):1219-1226.

[3] 顾洁. 电力系统中长期负荷预测的模糊算法[J]. 上海交通大学学报,2002,36(2):255-258.
GU Jie. Fuzzy methods for medium and long-term load forecasting of power system[J]. **Journal of Shanghai Jiaotong University**,2002,36(2):255-258.

[4] 蒋良奎. 一种在组合预测中确定变权系数的方法[J]. 上海海运学院学报,2002,23(3):79-81.
JIANG Liang-kui. A method of finding time-variant weight in combination forecasting model[J]. **Journal of Shanghai Maritime University**,2002,23(3):79-81.

[5] 陈世权,郭嗣琮. 模糊预测[M]. 贵阳:贵州科学技术出版社,1994.

[6] 黄伟,费维刚,王炳革,等. 模糊理论在中长期负荷预测中的应用[J]. 电力系统及其自动化学报,1999,11(4):25-29.
HUANG Wei,FEI Wei-gang,WANG Bing-ge,et al. The application of fuzzy theory in the mid- and long-term load forecasting[J]. **Proceedings of the EPSA**,1999,11(4):25-29.

[7] 谢敬东,唐国庆,徐高飞,等. 组合预测方法在电力负荷预测中的应用[J]. 中国电力,1998,31(6):3-5.
XIE Jing-dong,TANG Guo-qing,XU Gao-fei,et al. Application of combination forecasting method in electric power load forecasting[J]. **Electric Power**,1998,31(6):3-5.

[8] 康重庆,夏清,沈瑜,等. 电力系统负荷预测的综合模型[J]. 清华大学学报:自然科学版,1999,39(1):8-11.
KANG Chong-qing,XIA Qing,SHEN Yu,et al. The combination forecasting model of electric power load forecasting[J]. **Journal of Tsinghua University:Sci. & Tech.**,1999,39(1):8-11.


(责任编辑:李育燕)


作者简介:

游仕洪(1979-),男,福建永定人,硕士研究生,研究方向为电力系统规划(**E-mail**:fjysh@163.com);

程浩忠(1962-),男,浙江东阳人,教授,博士,博士研究生导师,研究方向为电力系统规划、电能质量、电压稳定和电力市场等;

谢　宏(1962-),男,陕西宝鸡人,教授,博士,研究方向为电力系统规划、电力系统稳定等。


# Mid- and long-term load forecast based on fuzzy linear regression model


YOU Shi-hong,CHENG Hao-zhong,XIE Hong

(Shanghai Jiaotong University,Shanghai 200030,China)



**Abstract**: For the complexity and uncertainty of load,a fuzzy linear regression model combining fuzzy mathematics with linear regression model is used to forecast the variation sections of load. The mathematical model for solving the parameters of fuzzy linear regression model is deduced,and the influences of membership degree selection on model parameter are discussed. Practical forecast by it proves its effectiveness. Evaluation of the fuzzy forecast results is discussed,for which a method of summing up the membership degrees of actual loads in every forecast section is used.



This project is supported by National Natural Science Foundation of China(50177017) and the Teaching and Research Award Program for Outstanding Young Teachers in Higher Education Institutions of MOE,P.R.C.(ZDXM03006).

**Key words**: linear regression; fuzzy mathematics; mid- and long-term load forecast