

基于 Laguerre 多项式的电力机车谐波电流估计

王 刚, 杨洪耕

(四川大学 电气信息学院, 四川 成都 610065)

摘要: 提出利用 Laguerre 多项式的逼近函数进行电力机车谐波电流估计。根据机车不同的运行方式建立机车模型, 通过随机变量矩的合成求出机车电流的 k 阶原点矩, 利用 Laguerre 多项式展开拟合其概率密度函数 PDF (Probability Density Function)。根据机车谐波电流与负荷电流的比例关系, 求得谐波电流的 95 % 概率估计值。最后, 对 SS1 型机车产生的谐波电流进行估计, 证明了该方法的有效性。

关键词: Laguerre 多项式; 矩的合成; 概率密度函数; 电力机车; 谐波电流

中图分类号: TM 933.1

文献标识码: A

文章编号: 1006-6047(2006)06-0044-04

0 引言

对于电气化铁道牵引负荷所引起的谐波, 需要了解机车谐波的特性, 才能得到机车谐波电流注入电力系统后对系统的影响。为了预计电气化铁道牵引负荷谐波对电力系统的影响, 判别其影响是否超过允许的标准, 以选择合理的供电方案和谐波抑制措施, 需要根据铁路运行负荷的特点和运行规律定量分析机车谐波电流, 得到电气化铁道牵引负荷谐波的随机特性。

目前, 计算电力机车谐波电流的方法有很多^[1-5]。文献[1]提出了确定性地计算和分析电力机车产生的谐波电流的方法, 由于电力机车谐波具有很强的随机性, 该方法会有较大的误差。文献[2]在牵引工况下建立了电力机车数学模型, 通过迭代法求解微分方程得到的谐波电流虽然比较精确, 但计算过程复杂, 而且求解过程受收敛性影响较大。文献[3]以实测数据为基础, 提出了利用概率统计进行随机谐波电流计算的方法, 该方法考虑了电力机车产生谐波电流的随机性, 但由于以实测数据为基础, 需要大量的测量工作, 耗时长。文献[4]在谐波电流概率模型的基础上, 提出了随机仿真方法, 采用基于电流注入技术的平均有效值法计算谐波水平。文献[5]基于电力机车整流回路谐波模型, 利用 Matlab/Simulink 仿真平台进行仿真计算机车谐波电流, 由此方法建立数据库时考虑机车产生谐波的随机因素较为完整, 缺点是计算量太大。

本文提出一种基于 Laguerre 多项式展开拟合概率密度函数的电力机车谐波电流估计方法。根据影响电力机车谐波电流各随机变量的分布情况, 计算其 k 阶原点矩, 再通过随机变量矩的合成求出机车负荷电流分布的 k 阶原点矩, 由此求出 Laguerre 多项式表达的概率密度函数 PDF (Probability Density

Function)。利用机车负荷电流与谐波电流关系, 可得到机车谐波电流的 95 % 概率估计值。最后, 将所得机车负荷电流与由蒙特卡罗方法计算得到的结果进行比较, 证明了本文所提方法的合理性和有效性。

1 Laguerre 多项式展开拟合 PDF

1.1 Laguerre 多项式展开

Laguerre 多项式是一组在正实轴上的正交多项式, 适合于描述取值为正值的随机变量的 PDF。对于任一大于零的随机变量 Z , 使用 Laguerre 多项式展开^[6-7], 其 PDF 可表示如下:

$$f_Z(z) = e^{-z} \sum_{n=0}^{+\infty} C_n L_n(z) \quad (1)$$

式中 L_n 为 Laguerre 多项式, n 为阶次, 有

$$L_n(z) = \frac{e^z}{n!} \frac{d^n}{dz^n} (e^{-z} z^n) = \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k n!}{(n-k)! (k!)^2} z^k \quad (2)$$

C_n 为待定系数, 由 Laguerre 多项式的正交性^[8]可知:

$$C_n = \int_0^{\infty} f(z) \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k n!}{(n-k)! (k!)^2} z^k dz = \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k n!}{(n-k)! (k!)^2} \nu_Z^k \quad (3)$$

式中 ν_Z^k 为随机变量 Z 的 k 阶原点矩。

可以看出, 通过确定随机变量 Z 的 k 阶原点矩, 即可确定由 Laguerre 多项式展开描述的随机变量 Z 的概率密度函数。

1.2 矩的合成与标准化

随机变量 $Z (Z > 0)$ 的 k 阶原点矩定义为

$$\nu_Z^k = \int_0^{\infty} f(z) z^k dz \quad (4)$$

令 Z 是 2 个相互独立的随机变量 Z_1 和 Z_2 的合成, 表示为式(5)或式(6)。

$$Z = Z_1 + Z_2 \quad (5)$$

$$Z = Z_1 \times Z_2 \quad (6)$$

结合式(4),利用多项式展开,对于式(5),有

$$\begin{aligned} v_Z^k(Z) &= v_{Z_1+Z_2}^k(Z_1+Z_2) = v_{Z_1+Z_2}^k\left(\sum_{i=0}^k C_k^i Z_1^i Z_2^{k-i}\right) = \\ &\sum_{i=0}^k C_k^i v_{Z_1}^i v_{Z_2}^{k-i} \end{aligned} \tag{7}$$

对于式(6),有

$$v_Z^k = v_{Z_1}^k v_{Z_2}^k \tag{8}$$

同样,对于 n 个相互独立的随机变量 $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ 合成的随机变量 Z ,若是已知各分量的 k 阶原点矩,则可以通过矩的合成求出变量 Z 的 k 阶原点矩。

为了加速 Laguerre 展开多项式的收敛性,更准确地描述随机变量的概率分布,在通过随机变量的矩求其 PDF 之前,先将各阶矩进行标准化^[9]。本文提出采用随机变量二阶矩的平方根作为标准化基准值,则标准化后的各阶矩为

$$v_{Z,s}^k = v_Z^k / (\sqrt{v_Z^2})^k \tag{9}$$

另外,考虑有限项多项式展开的截断误差和多项式求和的振荡衰减,文献[8,10]引入了尺度因子和修正系数,对提高 Laguerre 多项式求和逼近随机变量 PDF 的精确性起到了一定的改善作用。

2 电力机车模型

2.1 影响电力机车的随机因素

电力机车在运行中受到诸多因素的影响,文献[11]给出了影响牵引负荷谐波的主要随机因素,各随机变量之间是相互独立的。本文忽略了风阻这个随机因素。

a. 运行方式的变化。机车的运行区间可以近似分为牵引区间和惰行制动区间。机车在惰行制动区间不会向电力系统注入谐波电流,因此只考虑机车在牵引区间产生的谐波电流。

b. 载重量。若机车的额定载重量为 G_N t,则假设机车载重量 G 服从 (G_N-100, G_N+100) 上的均匀分布,即 $G \sim \mu(G_N-100, G_N+100)$ 。

c. 机车手柄的调节。这一随机因素也可以通过机车速度的变化来体现。它主要影响机车的启动过程,除此之外列车在整个牵引过程中所产生的谐波电流也受其影响。因此,手柄的调节可以分为启动区间的调节和机车平稳运行后的调节。

机车从启动加速到其要求的额定速度 V_N 是一个渐进的过程,可以假设这一过程中机车速度 V 服从 $(0, V_N)$ 的均匀分布,即 $V \sim \mu(0, V_N)$ 。在 V 渐进的同时,加速度 a 逐渐减小,假设 a 服从 $(a_s, 0)$ 的均匀分布,即 $a \sim \mu(a_s, 0)$ 。

机车达到额定速度平稳运行后,由于坡道等其他因素的影响,要求调节手柄保持机车平稳运行。此时假设机车速度 V 服从以 V_N 为均值的正态分布,即 $V \sim N(V_N, \sigma^2)$, σ 的确定方法下文介绍。机车平稳运行,加速度同样认为服从均匀分布。

2.2 建立电力机车模型

列车运行中满足运动方程式:

$$1000Ma = F_q - F_z \tag{10}$$

式中 M 为列车质量(t),包括机车质量和载重量; a 为列车加速度(m/s^2); F_q 和 F_z 分别为列车牵引力和阻力(N),且

$$F_q = 3.6 U_d I_1 \eta_d \eta_c / v \tag{11}$$

$$F_z = P(a_1 + b_1 v + c_1 v^2) + G(a_0 + b_0 v + c_0 v^2) \tag{12}$$

式中 U_d 为牵引电压(V); I_1 为机车电流(A); η_d 和 η_c 分别为牵引电动机效率和齿轮传动效率,本文取为 1; v 为列车速度(m/s); P, G 分别为机车质量和车辆载重量(t); a_1, b_1, c_1 为机车基本阻力系数, a_0, b_0, c_0 为车辆基本阻力系数,它们均可由文献[12]查得确定值。

联合式(10)~(12)可以得出机车电流 I_1 与其他随机变量 G, v 和 a 的关系, I_1 可以通过随机变量 G, v 和 a 的和或积描述。在求出分量 G, v 和 a 的 k 阶原点矩后,由随机变量合成量和分量的关系,通过式(7)(8)递推计算就可以得出合成量 I_1 的 k 阶矩 $v_{I_1}^k$ 。再结合式(2)和(3),即可确定描述机车电流随机分布的 PDF f_{I_1} 。

$$f_{I_1}(I_1) = e^{-I_1} \sum_{n=0}^N C_n L_n(I_1) \tag{13}$$

其中, Laguerre 多项式截取 N 项。

由式(2) Laguerre 多项式的性质

$$\int_z^\infty e^{-t} L_n(t) dt = e^{-z} [L_n(z) - L_{n-1}(z)] \tag{14}$$

因此,可不经数值积分计算公式(13)定义的超值概率值 P_c (即超过某一概率值(如 95%)的谐波电流的大小)。

$$\begin{aligned} P_c(\%) &= \int_{I_1}^\infty e^{-t} \sum_{n=0}^N C_n L_n(t) dt \times 100\% = \\ &e^{-I_1} \left\{ 1 - \sum_{n=1}^N C_n [L_n(I_1) - L_{n-1}(I_1)] \right\} \times 100\% \end{aligned} \tag{15}$$

由式(15),若要求机车电流的 95% 概率值,只需令 $P_c = 0.05$,求解方程得到 I_1 即可。

2.3 电力机车谐波电流估计

电力机车谐波电流要求估计其 95% 概率值。一般,电力机车谐波电流分量占机车负荷电流的百分数随着机车负荷电流的变化而有所变化,但总体变化不大。因此,在估计机车谐波电流的 95% 概率值时,可把谐波电流分量占负荷电流的百分数视为确定值^①,该值可由试验得到,取谐波电流分量百分数的平均值。在机车负荷电流确定之后,设第 h 次谐波电流 I_h 占机车负荷电流的百分数(以基波分量为 100%)为 α_h ,则

$$I_h = \alpha_h I_1 \tag{16}$$

其中, α_h 为确定值。有文献在北京环行试验基地试验中得到 SS1 型电力机车 3~31 次谐波电流分量百分数的平均值^①,如表 1 所示。

① 陆淳. 电气化铁道的谐波及抑制措施. 电能质量研讨会资料(二),华北电力科学研究院.

表 1 SS1 电力机车谐波电流分量百分数平均值

Tab.1 Average percentages of harmonic currents of SS1 locomotive

h	$\alpha_h/\%$	h	$\alpha_h/\%$	h	$\alpha_h/\%$
3	20.11	13	1.55	23	0.61
5	10.69	15	1.17	25	0.57
7	6.47	17	0.95	27	0.41
9	3.76	19	0.80	29	0.21
11	2.32	21	0.71	31	0.20

3 应用分析

利用 Laguerre 多项式级数展开,本文对某台 SS1 型电力机车产生的谐波电流进行估计。忽略机车惰行制动,只考虑启动牵引和平稳运行 2 种状态。考虑 SS1 型机车牵引滚动轴承重货车,则 $a_1=2.25, b_1=0.019, c_1=0.00032, a_0=0.92, b_0=0.0048, c_0=0.000125$ 。

机车启动牵引运行过程中,由文献[12],SS1 型电力机车最大运行速度为 95 km/h,取 $V_N=85$ km/h,则 $V\sim\mu(0,85)$;机车质量 $P=138$ t;取机车额定载重量 $G_N=2800$ t,则机车载重量 $G\sim\mu(2700,2900)$;机车启动时合力为 455.73×10^3 N,计算得启动时加速度 $a_s=0.155$ m/s²,则 $a\sim\mu(0.155,0)$ 。

机车平稳运行时,机车最大合力为 125.3×10^3 N,计算可得加速度为 0.042 m/s²,此时 $a\sim\mu(0.042,0)$;载重量 $G\sim\mu(2700,2900)$;速度 $V\sim N(85,\sigma^2)$, σ 的确定如下:设机车平稳运行时速度 V 有 90 % 的概率都落在区间 $75\sim95$ m/s 内,即 $P(75<V\leq95)=0.9$,又

$$P(75<V\leq95)=\phi(10/\sigma)-\phi(-10/\sigma)=2\phi(10/\sigma)-1 \tag{17}$$

由此计算得: $\sigma=6.06$,则 $V\sim N(85,6.06^2)$ 。

均匀分布的 k 阶原点矩可以方便地求出,而对于正态分布,利用式(18)(19),可以在求得 k 阶中心矩 v_0^k 的基础上递推获得它的 k 阶原点矩 v^k :

$$v_0^k=\begin{cases} \sigma^k(k-1)!! & k=2i \\ 0 & k=2i-1 \end{cases} \quad (i=1,2,\cdots) \tag{18}$$

$$v_0^k=E(V-V_N)^k=E\left(\sum_{i=0}^k C_k^i V^i (-V_N)^{k-i}\right)=v^k(V)+\sum_{i=0}^{k-1} (-1)^{k-i} C_k^i V_N^{k-i} v^i(V) \tag{19}$$

利用以上各随机变量的分布,考虑 $k=10$,计算到 10 阶矩,得到 11 项展开的 Laguerre 多项式描述的电力机车负荷电流的概率密度函数,其曲线如图 1 和图 2 所示。

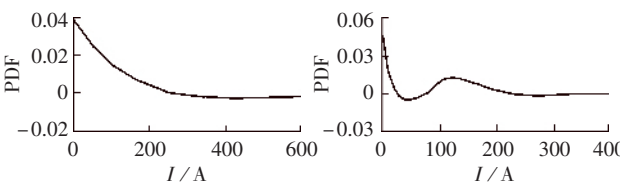


图 1 启动牵引机车
电流概率密度图
Fig.1 PDF of locomotive
current at traction startup

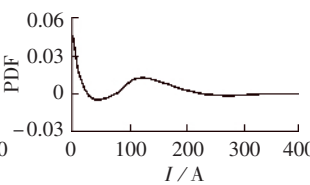


图 2 平稳牵引机车
电流概率密度图
Fig.2 PDF of locomotive
current during steady traction

图 1 和图 2 描述了电力机车负荷电流随机分布的 PDF,也就是由式(13)得到的 $f_{I_1}(I_1)$ 所作的曲线图。从图上可以形象地看出该电力机车的负荷电流大致分布在 0~250 A,根据式(15)对曲线进行积分,即可确定机车负荷电流的任意概率值。IEC (国际电工委员会)以及国标都提出了以 95 % 不超出概率值作为谐波估计标准,因此,本文只研究谐波电流的 95 % 不超出概率值。利用式(15)计算得机车启动牵引和平稳牵引时负荷电流的 95 % 概率值分别为 244 A 和 195 A。

为证明计算结果的合理性,本文在考虑上述几个影响机车电流的随机因素的基础上,利用蒙特卡罗方法估计机车负荷电流 95 % 概率值,并比较计算结果。蒙特卡罗方法的基本原理是基于贝努利大数定理,当独立抽样次数足够大时,随机事件发生的频率依概率收敛于事件的概率。首先,产生 $[0,1]$ 区间均匀分布的随机数,通过求反函数,得到任意分布(这里为正态分布和均匀分布)的随机数,即一个样本;接着,将每个样本值代入上文建立的电力机车模型中,计算得到机车负荷电流的一个样本值;最后,利用统计的方法得到机车负荷电流的统计特性并计算其 95 % 概率值。本文抽样次数取为 1000,计算得机车负荷电流 95 % 概率值分别为 269 A 和 210 A。比较 2 种结果下的误差不超过 10 %。

由计算得负荷电流的 95 % 概率值(244 A),结合式(16)和表 1,可以得到电力机车的各次谐波电流的 95 % 概率值,如表 2 所示。对于求得的各次谐波电流 95 % 概率值,与蒙特卡罗方法所求得结果相比,根据式(16),两者的误差不超过 10 %,在工程上是可以接受的。

表 2 SS1 电力机车谐波电流 95 % 概率值

Tab.2 The probability value of harmonic currents at 95 % of SS1 locomotive

h	I_h/A	h	I_h/A	h	I_h/A
3	49.07	13	3.78	23	1.49
5	26.08	15	2.85	25	1.39
7	15.79	17	2.32	27	1.00
9	9.17	19	1.95	29	0.51
11	5.66	21	1.73	31	0.49

4 结论

a. 综合影响电力机车运行的各随机因素,在计算产生的谐波电流时,考虑了电力机车谐波的随机性,因此计算结果将更准确。

b. 在计算分量各阶矩的基础上合成分量的各阶矩,就可得到 Laguerre 多项式描述的 PDF;通过求解线性方程就可计算谐波电流的 95 % 概率值,既避免了迭代求解微分方程,也不需繁杂的积分运算,这都大大减少了计算量。

c. 通过对 SS1 型电力机车谐波电流的估计证明了本文所提方法的有效性。谐波电流 95 % 概率

值产生误差的原因,一方面是由于 Laguerre 多项式取有限项造成的截断误差,另一方面是由于所假设随机分量的分布尚存在一定误差,它的准确分布和各阶矩的精确计算还有待进一步探讨。同时,提高多项式的收敛性、减小截断误差还需要进一步研究。

参考文献:

- [1] CHANG G W, LIN Hsin - wei, CHEN Shin - kuan. Modeling characteristics of harmonic currents generated by high-speed railway traction drive converters[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2004, 19(2): 766 - 773.
- [2] 李建华, 豆凤梅, 夏道止. 韶山 IV 型电力机车谐波电流的分析计算[J]. 电力系统自动化, 1999, 23(16): 10 - 13.
LI Jian - hua, DOU Feng - mei, XIA Dao - zhi. Analysis and calculation of harmonic current for Shaoshan IV electric locomotive [J]. Automation of Electric Power Systems, 1999, 23(16): 10 - 13.
- [3] JARDINI J A, TAHAN C M V, AHN S U, et al. Distribution transformer loading evaluation based on load profiles measurements[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 1997, 12(4): 1766 - 1770.
- [4] 吴命利, 李群湛. 电牵引负荷谐波在三相电力系统中的分布计算——算法、程序设计与算例[J]. 铁道学报, 1999, 21(4): 105 - 108.
WU Ming - li, LI Qun - zhan. Distribution calculation of electric traction load harmonics in three phase power system algorithm programming and example[J]. Journal of the China Railway Society, 1999, 21(4): 105 - 108.
- [5] 李建华, 夏道止. 铁道电气化在电力系统中引起的谐波计算方法[J]. 电力系统及其自动化学报, 1993, 5(1): 10 - 19.
LI Jian - hua, XIA Dao - zhi. A computation method for harmonic caused by electric locomotives in power system[J]. Proceedings of the EPSA, 1993, 5(1): 10 - 19.
- [6] ABDI A, HOMAYOUN H. On the PDF of random vectors[J]. IEEE Trans on Communication, 2000, 48(1): 7 - 11.
- [7] PRIMAK S, VETRI J L, ROY J. On the statistics of a sum of harmonic waveforms[J]. IEEE Trans on Electromagnetic Compatibility, 2002, 44(1): 266 - 270.
- [8] 杨洪耕, 王磊. 基于拉盖尔多项式的非线性负荷谐波发射水平估计[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(7): 81 - 85.
YANG Hong - geng, WANG Lei. Assessing harmonic emission levels from non-loads using Laguerre polynomials[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(7): 81 - 85.
- [9] 杨洪耕, 秦东, 张正书, 等. 用 Laguerre 多项式描述谐波随机求和问题[J]. 电网技术, 2005, 29(14): 26 - 29.
YANG Hong - geng, QIN Dong, ZHANG Zheng - shu, et al. A study on summation of harmonics with random phases angles based on Laguerre polynomials[J]. Power System Technology, 2005, 29(14): 26 - 29.
- [10] 王磊, 杨洪耕. 基于 Laguerre 多项式的谐波求和问题[J]. 电力系统自动化, 2005, 29(4): 40 - 44.
WANG Lei, YANG Hong - geng. Summation of random harmonic vectors based on Laguerre polynomials[J]. Automation of Electric Power Systems, 2005, 29(4): 40 - 44.
- [11] 李建华, 韩奔, 黄石柱, 等. 韶山 I 型电力机车概率谐波电流计算[J]. 电力系统自动化, 2000, 24(14): 16 - 20.
LI Jian - hua, HAN Yi, HUANG Shi - zhu, et al. Probabilistic harmonic current calculation for type SS-I electric locomotive [J]. Automation of Electric Power Systems, 2000, 24(14): 16 - 20.
- [12] 孙中央. TB/T 1407-1998 列车牵引计算规程[S]. 北京: 中国铁道出版社, 1998.
- [13] ZHANG P, STEPHEN T L. Probabilistic load flow computation using the method of combined cumulants and Gram-Charlier expansion[J]. IEEE Trans on Power System, 2004, 19(1): 1843 - 1851.
- [14] CHANG G W, LIN H W, CHEN S K. Modeling characteristics of harmonic currents generated by high-speed railway traction drive converters[J]. IEEE Trans on Power Delivery, 2004, 19(2): 766 - 773.
- [15] Probabilistic Aspects Task Force of Harmonics Working Group. Time-varying harmonics: part I characterising measured data [J]. IEEE Trans on Power Delivery, 1998, 13(3): 938 - 944.
- [16] 解绍锋, 李群湛, 赵丽平. 电气化铁道牵引负载谐波分布特征与概率模型研究[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(16): 79 - 83.
XIE Shao - feng, LI Qun - zhan, ZHAO Li - ping. Study on harmonic distribution characteristic and probability model of the traction load of electrified railway [J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(16): 79 - 83.
- [17] 郑宏, 易振清, 魏荣宗. 电气化铁道牵引变电站谐波分析及推算[J]. 江苏大学学报, 2003, 24(6): 76 - 79.
ZHENG Hong, YI Zhen - qing, WEI Rong - zong. Harmonic analysis and reckoning of traction transformer station for electrified railways [J]. Journal of Jiangsu University, 2003, 24(6): 76 - 79.

(责任编辑: 李育燕)

作者简介:

王 刚(1981-), 男, 四川简阳人, 硕士研究生, 研究方向为电力系统谐波分析(E-mail: wg216@163.com);
杨洪耕(1949-), 男, 四川成都人, 教授, 长期从事电能质量与谐波的研究工作。

Assess harmonic currents of electric locomotive with Laguerre polynomials

WANG Gang, YANG Hong - geng

(Sichuan University, Chengdu 610065, China)

Abstract: A method is presented to assess the harmonic current of electric locomotives using the approaching function of Laguerre polynomials. Locomotive models are established according to different tractive operation ways and the k order moment by the moment compound of random variables is then calculated. The PDF(Probability Density Function) of the load current can be fitted by the Laguerre polynomial expansion. Based on the relationship between the locomotive load current and harmonic currents, the probability value of harmonic currents at 95 % can be estimated. The assessment of harmonic currents for SS1 locomotive proves the efficiency of the approach presented.

Key words: Laguerre polynomials; moment compound; probability density function; electric locomotive; harmonic current