

交流模型下电力系统概率潮流计算

林海源

(福州电业局,福建 福州 340001)

摘要: 针对目前概率潮流计算方法普遍存在计算复杂、计算量大的问题,采用经过解耦简化的线性化交流潮流模型,并用累积量代替传统的卷积技术,只需 1 次潮流计算就可以通过 Gram-Charlier 级数得到状态量的概率密度函数。其计算步骤可描述为:给定注入功率的概率描述,计算各阶原点矩;计算注入功率的累积量;计算节点电压和支路潮流的各阶累积量;计算节点电压和支路潮流的各阶原点矩和中心矩;计算 Gram-Charlier 级数的系数,从而得到节点电压和支路潮流的概率密度函数和概率分布函数。算例结果证明该方法方便、快速且能保证计算精度。

关键词: 累积量; 概率潮流; 矩量

中图分类号: TM 744;O 211.9

文献标识码: A

文章编号: 1006-6047(2006)06-0053-04

0 引言

由于负荷的随机变化和预测误差,以及网络元件发生偶然事故的随机性等原因,节点注入功率及网络拓扑结构等都不是固定不变的,而是具有很大的随机性。在这种情况下,进行电力系统规划和运行条件分析时,若采用确定性潮流计算法,就要求对众多可能发生的情况作大量的方案计算,以致耗费大量的时间。1974 年 Borkowska^[1]首先提出对电力系统潮流进行概率分析,之后许多学者又发展了一些新的概率潮流计算方法。

在概率潮流计算的研究中,许多学者已经意识到一个同样的问题,即如何才能最有效和最精确地获得状态电压和支路潮流的概率密度函数和分布函数。

蒙特卡罗模拟^[2-3]是一种获得状态电压和支路潮流概率密度函数的方法。该方法通过对输入变量的概率分布中随机重复抽样,然后对抽样的输入变量(有功和无功)采用确定性潮流计算得到状态电压值,最后根据重复抽样结果获得状态电压的概率描述。要得到一个精确的结果通常需经过成千上万次蒙特卡罗模拟。因此,通常只将其作衡量各种算法的标准。文献[4]采用直流模型进行概率潮流计算,大大简化计算但只能分析支路的有功潮流,不能同时分析电压和无功潮流。文献[5-7]采用保留非线性的模型可以保证较高计算精度,但都需要经过多次潮流计算。传统的卷积技术是另一种获得概率潮流的方法^[8-9]。通过采用线性化方法,将节点电压和支路功率表示成输入变量的线性组合。因此,假设所有变量是独立的,在已知注入功率概率分布的情况下,可以通过卷积技术得到要求的状态变量的概率密度函数。但线性化后的方程通常为多元线性方程,而

对多元线性方程,卷积计算量十分庞大,而且每改变 1 个数据就需重算相关的几个卷积积分,计算繁琐,因此限制了它的使用。

针对以上方法存在的问题,本文采用线性化的交流模型并进行 $P-Q$ 解耦以简化模型,同时为了避免繁琐的卷积计算,引进了累积量的概念,通过累积量的简单求和代替卷积计算,只需通过 1 次潮流计算就可以得到状态变量的概率密度函数,简单快速且又不影响精度。

1 潮流方程的线性化交流模型

1.1 用极坐标表示的潮流方程

令 $U_i = U_i \angle \theta_i$, 则采用极坐标表示的基本潮流方程为

$$P_i = U_i \sum_{j \in i} U_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (1)$$

$$Q_i = U_i \sum_{j \in i} U_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (2)$$

$$P_{ij} = -k_i U_i^2 G_{ij} + U_i U_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (3)$$

$$Q_{ij} = k_i U_i^2 B_{ij} + U_i U_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (4)$$

式中 P_i, Q_i 为节点 i 的注入有功及无功功率; P_{ij}, Q_{ij} 为支路 $i-j$ 中的有功及无功功率; k_i 为系数,当支路为线路和标准变比变压器时取 $k_i=1$,当支路为非标准变比变压器,且变比 1 在 i 侧、变比 t 在 j 侧时,取 $k_i=t$,反之,则取 $k_i=1/t$; b_{i0} 为线路 i 侧的对地容纳或非标准变比变压器等值支路的 i 侧对地电纳。

1.2 潮流方程的线性化

节点注入功率的期望值 P_i^s, Q_i^s 可以由已知数据求得,同时文献[10]指出可以使用任一种确定性潮流计算,由 P_i^s, Q_i^s 求得电压和相角的期望值。将上述方程式(1)(2)在期望值附近用泰勒级数展开,并略去二阶及以上的高阶项后,得到以偏差量形式表示

的节点功率的线性方程组:

$$\Delta P_i = \sum_{j=1}^n H_{ij} \Delta \theta_j + \sum_{j=1}^n N_{ij} \Delta U_j \quad (5)$$

$$\Delta Q_i = \sum_{j=1}^n M_{ij} \Delta \theta_j + \sum_{j=1}^n L_{ij} \Delta U_j \quad (6)$$

式中 $\Delta P_i = P_i - P_i^s$; $\Delta Q_i = Q_i - Q_i^s$ 。

写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta U \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$H = \frac{\partial \Delta P}{\partial \theta}, N = \frac{\partial \Delta P}{\partial U}, M = \frac{\partial \Delta Q}{\partial \theta}, L = \frac{\partial \Delta Q}{\partial U}$$

雅可比矩阵 $\begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix}$ 是 $(2n-m-2)$ 阶非奇异方

阵,其中, n 为节点总数, m 为 PV 节点数。

同理,可以得到以偏差量形式表示的支路功率的线性方程组,写成矩阵形式如下:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_B \\ \Delta Q_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & E \\ F & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta U \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$C = \frac{\partial P_B}{\partial \theta}, E = \frac{\partial P_B}{\partial U}, D = \frac{\partial Q_B}{\partial U}, F = \frac{\partial Q_B}{\partial \theta}$$

式中 ΔP_B 、 ΔQ_B 分别为支路的有功功率偏差量和无功功率偏差量。

1.3 解耦简化

根据电力系统实际运行特点,网络的电抗一般远大于电阻,以致各节点电压幅值的微小变化对有功功率改变影响很小。同样,节点电压相角的微小变化对无功功率改变影响也很小。因此,可将式(7)中的子矩阵 N 及 M 略去,得到解耦后的矩阵为

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta U \end{bmatrix} \quad (9)$$

同理,式(8)也可简化为

$$\begin{bmatrix} \Delta P_B \\ \Delta Q_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta U \end{bmatrix} \quad (10)$$

从而可得:

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H^{-1} & 0 \\ 0 & L^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_B \\ \Delta Q_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CH^{-1} & 0 \\ 0 & DL^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (12)$$

即节点电压和支路功率可以表示成注入功率的线性组合。

2 累积量及其与矩量的关系

2.1 累积量的特性

累积量具有如下 2 个特性:

a. 若独立变量 $\xi_1, \xi_2, \xi_3 \dots$ 对应的 r 阶累积量分别为 $K_r^1, K_r^2, K_r^3 \dots$, 则 $\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \dots$ 的 r 阶累积量为 $K_r^1 + K_r^2 + K_r^3 + \dots$;

b. 若 ξ 的 r 阶累积量为 K_r , 则它的线性函数 $\eta = a\xi + b$ 的 r 阶累积量 K_r' , 当 $r=1$ 时 $K_r' = aK_r + b$, 当 $r>1$ 时 $K_r' = a^r K_r$ 。

2.2 矩量和累积量之间的递推关系^[11]

对于一个概率密度函数为 $f(x)$ 的随机变量 x , 其 r 阶原点矩可定义为

$$\mu_r = \int_{-\infty}^{\infty} x^r f(x) dx \quad (13)$$

相应的矩量发生函数定义为

$$\Phi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f(x) dx \quad (14)$$

因此, r 阶矩量可以由对矩量发生函数 $\Phi(t)$ 求 r 阶导数得到, 即

$$\mu_r = d^r \Phi(t) / dt^r |_{t=0} \quad (15)$$

从矩量发生函数 $\Phi(t)$ 可得到相应的累积量发生函数:

$$\Psi(t) = \log(\Phi(t)) \quad (16)$$

相应的 r 阶累积量可以由对累积量发生函数求 r 阶导数得到, 即

$$K_r = d^r \Psi(t) / dt^r |_{t=0} \quad (17)$$

由式(14)~(17)可推导出如下递推关系:

$$K_1 = \mu_1 \quad (18)$$

$$K_{r+1} = \mu_{r+1} - \sum_{j=0}^r C(r, j) \mu_j K_{r-j+1} \quad (19)$$

$$\mu_{r+1} = K_{r+1} + \sum_{j=0}^r C(r, j) \mu_j K_{r-j+1} \quad (20)$$

式中 $C(r, j)$ 是二项式系数, $C(r, j) = r! / (r-j)! j!$ 。

由于 r 阶中心矩为

$$M_r = E(x - u_1)^r = \sum_{j=0}^r C_r^j u_1^{r-j} E x^j = u_1^{r-j} \sum_{j=0}^r C_r^j \mu_j \quad (21)$$

即中心矩可以表示为原点矩的函数, 从而可以由求得的原点矩得到各阶中心矩。

3 Gram-Charlier 级数

利用累积量求和的运算代替卷积积分运算的一个关键问题是: 已知矩量或累积量, 如何求出随机变量的概率密度函数。常用的方法是把概率密度函数展开成级数, 用矩量或累积量表示级数展开式的系数, 本文采用 Gram-Charlier 级数展开。

对任一变量 ξ , 假定其均值为 μ , 标准偏差为 σ 。则采用 Gram-Charlier 级数展开可得其概率密度函数为

$$f(x) = \sum_{i=0}^n \frac{c_i}{i!} \varphi^{(i)}(x) \quad (22)$$

$$c_0 = 1, c_1 = c_2 = 0, c_3 = -\frac{M_3}{\sigma^3}, c_4 = \frac{M_4}{\sigma^4} - 3$$

$$c_5 = -\frac{M_5}{\sigma^5} + 10 \frac{M_3}{\sigma^3}, c_6 = \frac{M_6}{\sigma^6} - 15 \frac{M_4}{\sigma^4} + 30, \dots$$

$$x = \frac{\xi - \mu}{\sigma}, \varphi(x) = 1 / \sqrt{2\pi} e^{-x^2/2}$$

$$\varphi^{(i)}(x) = d^i \varphi(x) / dx^i$$

从而由式(20)(21)便可求得系数的值, 进而得到状态变量概率密度函数。

4 计算步骤

通过以上的理论准备,概率潮流计算的步骤可以描述如下:

- a. 给定注入功率的概率描述,按式(13)计算各阶原点矩;
- b. 根据递推式(19)计算注入功率的累积量;
- c. 利用上述累积量的 2 个特性,根据式(11)(12)的线性关系,通过求得的注入功率的累积量,计算节点电压和支路潮流的各阶累积量;
- d. 再由式(20)(21)计算节点电压和支路潮流的各阶原点矩和中心矩;
- e. 将得到的中心矩代入式(22)计算出 Gram-Charlier 级数的系数;
- f. 得到节点电压和支路潮流的概率密度函数及概率分布函数。

5 算例

根据上述原理由 Delphi 6.0 编程工具编制的程序,对如图 1 所示的 6 节点 7 馈线系统进行测试。其中节点 6 为平衡节点,其余为 PQ 节点,线路参数如图所示(以 100 MW 为基准,参数为标么值)。

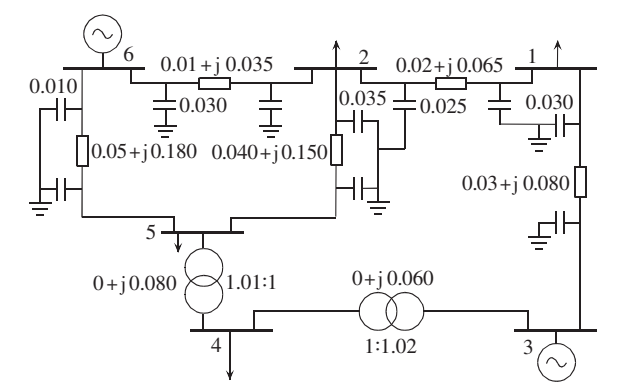


图 1 系统及参数
Fig.1 System and parameters

先根据各节点注入功率的概率分布(在实际应用中对预测的负荷数据通常要经过处理,处理方法可参考文献[12]),随机选取一些点,进行蒙特卡罗模拟(抽样 200 次),并得出采用蒙特卡罗模拟得到的状态变量的概率分布,算出其期望值和方差。再用本文提出的方法,通过对 3~6 阶累积量的计算分别得到各阶的节点电压和支路潮流的概率密度函数,从而求出状态变量的期望值和方差。

需要指出的是:随着矩的阶数提高,利用泰勒级数展开所得高阶矩的误差越来越大,导致整个计算上的误差,因而使用高于 4 阶的累积量,并没有降低误差,甚至使误差有增大的趋势,而且需要更多的计算时间,实际应用中取 4 阶就足够了。表 1~4 给出了采用 4 阶累积量计算后得到的状态变量的期望值和方差,及其与采用蒙特卡罗模拟法的数据比较。

表 1 节点电压的期望值比较
Tab.1 Comparison of expectations of node voltage

节点 编号	电压幅值/p.u.		电压相角/rad		相对误差/%	
	A	B	A	B	幅值	相角
1	1.053 1	1.050 9	-0.581 6	-0.584 2	0.209 3	0.445 1
2	1.056 4	1.055 5	-0.378 1	-0.379 4	0.085 3	0.343 0
3	1.062 2	1.062 6	1.223 5	1.213 9	0.037 6	0.791 0
4	1.032 4	1.034 0	0.053 2	0.053 8	0.154 7	0.929 0
5	1.045 3	1.046 1	-0.430 5	-0.431 2	0.076 5	0.162 0

注: A 为本文 4 阶累积量计算, B 为蒙特卡罗模拟法计算;
表 2~4 同。

表 2 支路潮流的期望值比较
Tab.2 Comparison of expectations of line flow

支路 路径	有功期望值/p.u.		无功期望值/p.u.		相对误差/%	
	A	B	A	B	有功	无功
2-1	0.144 7	0.145 8	0.028 5	0.028 6	0.754	0.350
2-5	0.022 5	0.022 9	0.021 7	0.021 6	1.747	0.463
3-1	0.438 0	0.436 7	-0.036 6	-0.036 8	0.298	0.543
3-4	0.362 0	0.363 3	0.136 5	0.136 8	0.358	0.219
4-5	0.113 7	0.113 3	-0.021 9	-0.021 5	0.353	1.860
6-2	0.267 9	0.269 4	0.034 9	0.035 2	0.557	0.852
6-5	0.064 9	0.064 3	0.053 9	0.053 2	0.933	1.316

表 3 节点电压的方差
Tab.3 Comparison of MSE of node voltage

节点 编号	电压幅值/ 10^{-2} p.u.		电压相角/ 10^{-2} rad		相对误差/%	
	A	B	A	B	幅值	相角
1	1.274 6	1.265 3	0.687 1	0.693 5	0.735	0.923
2	0.576 1	0.578 6	0.358 8	0.359 5	0.432	0.195
3	0.778 5	0.772 1	1.138 7	1.132 6	0.829	0.539
4	0.979 5	0.968 4	0.856 0	0.864 7	1.147	1.006
5	0.294 8	0.297 3	0.479 9	0.478 2	0.841	0.355

表 4 支路潮流的方差比较
Tab.4 Comparison of MSE of line flow

支路 路径	有功方差/ 10^{-2} p.u.		无功方差/ 10^{-2} p.u.		相对误差/%	
	A	B	A	B	有功	无功
2-1	0.195 8	0.196 5	0.219 8	0.220 3	0.356	0.454
2-5	0.135 0	0.134 7	0.096 8	0.098 7	0.223	1.925
3-1	0.415 5	0.412 6	0.121 3	0.120 4	0.703	0.748
3-4	0.246 5	0.247 1	0.407 0	0.406 5	0.243	0.123
4-5	0.360 1	0.357 9	0.329 5	0.330 3	0.353	0.242
6-2	0.427 1	0.427 8	0.187 1	0.186 7	0.164	0.214
6-5	0.300 8	0.297 3	0.705 9	0.710 3	1.177	0.619

从以上表中数据可以看出:本文提出的算法基本上可以得到与用蒙特卡罗算法相近的结果,而采用蒙特卡罗方法所用的时间约为本文的 10 倍,当系统增大时,这个倍数还将增大。

6 结语

电力系统概率潮流计算对电力系统分析十分重要,系统规划、网损估算、配电网重构,还有目前兴起的智能报装都要用到概率潮流的数据。本文采用线性化的交流模型,避免使用直流模型只能分析有功功率的缺点,同时采用累积量法代替传统的卷积技术,只需通过 1 次潮流计算和简单的累积量求和就可以得到状态变量的概率密度函数。从仿真结果可以看

出与蒙特卡罗模拟方法相比,本文的方法可以在保证较高的精度下,极大地提高计算速度并减少计算量。

参考文献:

- [1] BORKOWSKA B. Probabilistic load flow[J]. IEEE Trans Power App Syst, 1974, 93(4):752-759.
- [2] JORGENSEN P, CHRISTENSEN J S, TANDE J O. Probabilistic load flow calculation using Monte Carlo techniques for distribution network with wind turbines[J]. Harmonics and Quality of Power, 1998, 10(2):1146-1151.
- [3] 丁明, 李生虎, 黄凯. 基于蒙特卡罗模拟的概率潮流计算[J]. 电网技术, 2001, 25(11):10-14.
- [4] DING Ming, LI Sheng-hu, HUANG Kai. Probabilistic load flow analysis based on Monte-Carlo simulation [J]. Power System Technology, 2001, 25(11):10-14.
- [5] ZHANG Pei, LEE S T. Probabilistic load flow computation using the method of combined cumulants and Gram-Charlier expansion [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2004, 19(1):676-682.
- [6] 刘浩, 侯博渊. 保留非线性的快速 $P-Q$ 分解随机潮流分析[J]. 电力系统及其自动化学报, 1996, 8(1):8-17.
- [7] LIU Hao, HOU Bo-yuan. The analysis of probabilistic load flow retaining nonlinearity[J]. Proceedings of the EPSA, 1996, 8(1):8-17.
- [8] 赵芳, 陈士方. 保留非线性的电力系统概率潮流计算[J]. 电力情报, 2002(3):22-26.
- [9] ZHAO Fang, CHEN Shi-fang. The calculation of probabilistic load flow retaining nonlinearity [J]. Information on Electric Power, 2002(3):22-26.
- [10] 宗秀红, 王克文, 张建芬, 等. 电压稳定分析的二阶概率连续潮流法[J]. 继电器, 2003, 31(8):1-4.
- [11] ZONG Xiu-hong, WANG Ke-wen, ZHANG Jian-fen, et al. Approach of quadratic probabilistic continuous power flow in voltage stabilizing analysis[J]. Relay, 2003, 31(8):1-4.
- [12] ALLAN R N, SILVA A M L D, BURCHETT R C. Evaluation

- methods and accuracy in probabilistic load flow solution [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1981, 100(5):2539-2546.
- [9] ANDERS G J. Probabilistic concepts in electric power system [M]. New York:Wiley, 1990.
- [10] LI Xiao-ming, CHEN Xiao-hui, YIN Xiang-gen. The algorithm of probabilistic load flow retaining nonlinearity [C]//Proceedings Powercon 2002 International Conference on Power System Technology. Kunming, China: [s.n.], 2002:2111-2115.
- [11] 田卫东. 以高阶累积量和高阶正交多项式级数展开式为基础的电力生产随机概率模拟方法[J]. 电网技术, 1995, 19(1):31-34.
- [12] TIAN Wei-dong. Cumulant based probabilistic simulation of power production using higher order orthogonal polynomial expansions[J]. Power System Technology, 1995, 19(1):31-34.
- [13] 丁明, 李生虎, 洪梅. 电力系统概率分析中的 K 均值聚类负荷模型[J]. 电力系统自动化, 1999, 23(19):51-54.
- [14] DING Ming, LI Sheng-hu, HONG Mei. The K -means cluster based load model for power system probabilistic analysis[J]. Automation of Electric Power Systems, 1999, 23(19):51-54.
- [15] 丁明, 查铁美, 李生虎. 包含统一潮流控制器的概率潮流研究[J]. 合肥工业大学学报:自然科学版, 2003, 26(1):1-5.
- [16] DING Ming, ZHA Yi-mei, LI Sheng-hu. Probabilistic load flow computation concerning UPFC[J]. Journal of Hefei University of Technology: Natural Science, 2003, 26(1):1-5.
- [17] 丘文千. 电力系统概率潮流计算及其应用[J]. 浙江电力, 2004(1):6-9.
- [18] QIU Wen-qian. Applications of power system probabilistic load flow analysis[J]. Zhejiang Electric Power, 2004(1):6-9.

(责任编辑:李育燕)

作者简介:

林海源(1981-),男,福建莆田人,硕士,从事电力系统自动化运行与控制的学习和研究(E-mail:linhaiyuan987404@163.com)。

Probabilistic power flow computation under AC model

LIN Hai-yuan

(Fuzhou Electric Power Bureau, Fuzhou 350001, China)

Abstract: A decoupled linear AC power flow model is adopted to simplify the complex and large calculation of the probabilistic power flow computation. The cumulant is used instead of traditional convolution technique to achieve the probabilistic density function of state variables through Gram-Charlier series, only once power flow calculation needed. Steps are as follows: given the probability of the injected power, calculate each origin moment; calculate its cumulant; calculate each order cumulant of the node voltage and the line flow; calculate each order origin moment and center moment of the node voltage and the line flow; calculate coefficients of Gram-Charlier series to get the probabilistic density function and the probabilistic distribution function. The example shows that the method saves much computation time while the precision guaranteed.

Key words: cumulant; probabilistic power flow; moment

深圳市科奥信电源技术有限公司招聘启事

为适应公司快速发展,急需聘请以下人员:

1. 高级电源研发工程师: 硕士以上学历, 从事开关电源技术研究3年以上, 熟悉软开关技术, 具有独立设计500~5000W高频开关电源的能力, 年薪10~20万元;
2. 电源研发工程师: 本科以上学历, 从事开关电源研究2年以上, 年薪5~12万元;
3. 电源研发工程师: 本科以上学历, 从事UPS、逆变电源研究2年以上, 具有良好的理论基础和动手能力, 能进行独立设计, 年薪5~12万元。

联系电话: 0755-83423881, 13312914176

联系人: 杜小姐

邮箱: jarry0012@163.com