

# 牵引变电站动态无功补偿控制数学模型

周 勇<sup>1</sup>, 高晓旺<sup>1</sup>, 刘中元<sup>2</sup>

(1. 郑州大学 电气工程学院, 河南 郑州 450002;  
2. 河南省电力勘测设计院, 河南 郑州 450007)

**摘要:** 为了减少电力牵引负荷对电能质量的影响, 以 Y / Δ - 11 接线的牵引变压器为例, 分析了由电力牵引负荷引起的负序电流和电压损失, 提出了以无功功率和母线电压为约束条件、以负序电流为目标函数的牵引变电站动态无功补偿控制的数学模型。根据电力牵引负荷的变化, 计算出两供电臂所需的补偿容量, 可在提高功率因数的同时, 有效地减少牵引变压器高压侧的负序电流和低压侧的电压损失。

**关键词:** 牵引变电站; 无功补偿; 负序电流; 电压损失

中图分类号: TM 714.3

文献标识码: A

文章编号: 1006-6047(2006)09-0020-03

## 0 引言

电力牵引负荷的功率因数通常比较低, 而且具有明显的不对称性, 波动的幅度也很大, 在其运行过程中必然会有较大的负序电流注入电网, 还会引起电网电压波动, 使电能质量受到影响<sup>[1-2]</sup>。本文针对电力牵引负荷的特点, 提出一种用于牵引变电站动态无功补偿控制的数学模型, 以期实现在提高功率因数的同时, 有效地降低牵引变压器高压侧的负序电流和低压侧的电压损失, 减少电力牵引负荷对电能质量的影响。

## 1 牵引负荷引起的负序电流和电压损失

电气化铁路的供电系统接线如图 1 所示<sup>[3-4]</sup>。

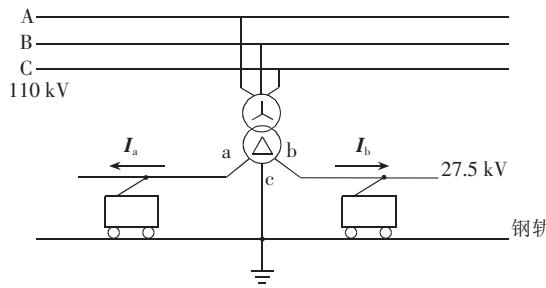


图 1 电气化铁路供电系统接线图

Fig.1 Wiring of electrified railway power supply system

以 Y / Δ - 11 接线牵引变压器为例, 其高压侧(星型接线)与 110 kV 电网相连, 低压侧(三角形接线)与 27.5 kV 牵引网相连, 其中 a、b 两相分别接到两供电臂上, c 相与钢轨相连(接地)。设 a 供电臂的电流为  $I_a$ , 功率因数角为  $\Phi_a$ (滞后), b 供电臂的电流为  $I_b$ , 功率因数角为  $\Phi_b$ (滞后)。牵引变压器低压侧电压、电流的相位关系如图 2 所示。

收稿日期: 2005-11-21; 修回日期: 2006-01-06

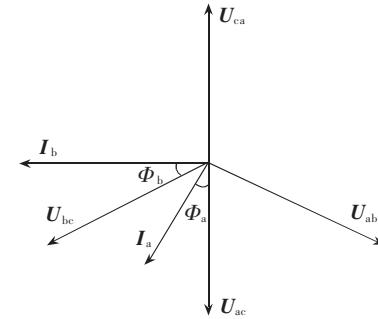


图 2 牵引变压器低压侧的电压电流向量图

Fig.2 Voltage and current vectors of traction transformer at low-voltage side

牵引变压器低压侧各绕组中的电流分布情况如图 3 所示<sup>[5]</sup>。

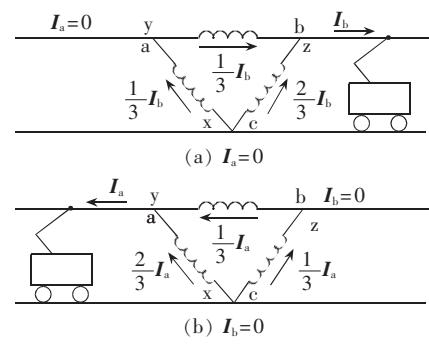


图 3 牵引变压器低压侧各绕组中的电流分布

Fig.3 Current distribution in windings of traction transformer at low-voltage side

设三相绕组的阻抗相等, 当  $I_a=0$  时, bc 绕组中电流约为  $2I_b/3$ , 其他 2 个绕组中的电流约为  $I_b/3$ , 如图 3(a)所示; 当  $I_b=0$  时, ac 绕组中的电流约为  $2I_a/3$ , 其他 2 个绕组中的电流约为  $I_a/3$ , 如图 3(b)所示。

根据以上分析, 可以写出牵引变压器低压侧三相绕组的电流为<sup>[6]</sup>

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{ax} \\ \mathbf{I}_{by} \\ \mathbf{I}_{cz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 & 1/3 \\ -1/3 & 1/3 \\ -1/3 & -2/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_a \\ \mathbf{I}_b \end{bmatrix} \quad (1)$$

牵引变压器高压侧对应的三相绕组电流为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_A \\ \mathbf{I}_B \\ \mathbf{I}_C \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3}}{k} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{ax} \\ \mathbf{I}_{by} \\ \mathbf{I}_{cz} \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3}}{k} \begin{bmatrix} 2/3 & 1/3 \\ -1/3 & 1/3 \\ -1/3 & -2/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_a \\ \mathbf{I}_b \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中  $k$  为变压器的变比。

由对称分量法可求出高压侧的正序电流和负序电流分别为

$$\mathbf{I}_1 = \frac{1}{3} (\mathbf{I}_A + \alpha \mathbf{I}_B + \alpha^2 \mathbf{I}_C) \quad (3)$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{1}{3} (\mathbf{I}_A + \alpha^2 \mathbf{I}_B + \alpha \mathbf{I}_C) \quad (4)$$

式中  $\alpha = e^{j120^\circ}$ ,  $\alpha^2 = e^{j240^\circ}$ 。

把式(2)分别代入式(3)(4)得:

$$\mathbf{I}_1 = \frac{1}{\sqrt{3} k} (\mathbf{I}_a + \mathbf{I}_b e^{j60^\circ}) \quad (5)$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{1}{\sqrt{3} k} (\mathbf{I}_a + \mathbf{I}_b e^{-j60^\circ}) \quad (6)$$

以  $\mathbf{U}_{bc}$  为参考方向, 则有

$$\mathbf{I}_a = \mathbf{I}_a e^{j(60^\circ - \Phi_a)} \quad (7)$$

$$\mathbf{I}_b = \mathbf{I}_b e^{-j\Phi_b} \quad (8)$$

把式(7)(8)分别代入式(5)(6)可得:

$$\mathbf{I}_1 = \frac{1}{\sqrt{3} k} (\mathbf{I}_a + \mathbf{I}_b e^{j60^\circ}) \quad (9)$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{1}{\sqrt{3} k} (\mathbf{I}_a + \mathbf{I}_b e^{-j60^\circ}) \quad (10)$$

正序、负序电流的有效值分别为

$$I_1 = \frac{1}{\sqrt{3} k} \sqrt{I_a^2 + I_b^2 + 2 I_a I_b \cos(\Phi_a - \Phi_b)} \quad (11)$$

$$I_2 = \frac{1}{\sqrt{3} k} \sqrt{I_a^2 + I_b^2 + 2 I_a I_b \cos(\Phi_a - \Phi_b - 120^\circ)} \quad (12)$$

由式(12)可知: 低压侧两供电臂负荷电流的大小和功率因数角都会影响牵引变压器高压侧的负序电流, 当  $\Phi_a - \Phi_b = -60^\circ$  时, 对于减少负序电流最为有利。

电力牵引负荷的另一特点是波动幅度很大, 因此, 供电电压也必然会随之波动。电压波动的幅度取决于负荷电流在牵引变压器漏电抗上的压降, 通常把这个压降称之为电压损失。设牵引变压器的漏电抗为  $X_T$ , 两供电臂的电压损失可由下式估算<sup>[7]</sup>:

$$\Delta U_{ac} = \left[ \frac{2}{3} I_a \sin \Phi_a + \frac{1}{3} I_b \sin(60^\circ + \Phi_b) \right] X_T \quad (13)$$

$$\Delta U_{bc} = \left[ \frac{2}{3} I_b \sin \Phi_b - \frac{1}{3} I_a \sin(60^\circ - \Phi_a) \right] X_T \quad (14)$$

电力牵引负荷的功率因数角通常约  $40^\circ$ , 当  $I_a = I_b$  时,  $I_b$  在  $X_T$  上的压降会使  $\Delta U_{ac}$  增加, 而  $I_a$  在  $X_T$  上的压降则使  $\Delta U_{bc}$  减小, 因此, 如果没有无功补偿, 则在多数情况下,  $a c$  相的电压损失要大于  $b c$  相的电压

损失。当  $I_b = 0$  时, 还会有  $\Delta U_{bc} < 0$ , 这说明  $I_a$  在  $X_T$  上的压降可使  $b c$  相的电压升高。通过调节无功补偿容量, 改变负荷电流和功率因数角, 减少电压损失, 就可以降低电压波动。

## 2 动态无功补偿控制的数学模型

目前的牵引变电站大多采用固定补偿方式<sup>[8]</sup>, 即把总的无功补偿容量按照“两相等容量”或“两相不等容量”的原则分配到两供电臂上。由于牵引负荷波动幅度很大, 固定补偿方式虽然可以提高功率因数, 但是对于减少负序电流和电压波动的作用很小。为了取得比较理想的补偿效果, 必须根据牵引负荷的变化, 实时调节两供电臂的无功补偿的容量, 尽可能地降低电力牵引负荷引起的负序电流和电压损失, 这就是所谓动态补偿。下面讨论牵引变电站动态无功补偿控制的数学模型。

设  $a c$  相的电压和负荷分别为  $U_a$  和  $P_a + j Q_a$ ,  $b c$  相的电压和负荷分别为  $U_b$  和  $P_b + j Q_b$ ,

$$U_a = U_e + \Delta U_{ac} \quad (15)$$

$$U_b = U_e + \Delta U_{bc} \quad (16)$$

上两式中的  $U_e$  为牵引负荷的额定电压。为了使功率因数等于 1, 总的补偿容量应该等于总的无功负荷, 而且还要保证补偿后的母线电压不能超出规定范围。根据以上分析, 可建立两相动态无功补偿的数学模型。

目标函数:

$$I_2 = F(Q_{ac}, Q_{bc}) \rightarrow \min$$

约束条件:

$$\begin{aligned} Q_{ac} + Q_{bc} &= Q_a + Q_b \\ U_{\min} \leqslant U_a &\leqslant U_{\max} \\ U_{\min} \leqslant U_b &\leqslant U_{\max} \end{aligned} \quad (17)$$

式中  $Q_{ac}, Q_{bc}$  分别为  $a, b$  相的无功补偿容量;  $U_{\max}, U_{\min}$  分别为供电电压的上限和下限。

将  $I_a, I_b, \Phi_a, \Phi_b$  分别用  $U_a, U_b, P_a, Q_a, P_b$  和  $Q_b$  表示:

$$I_a = \sqrt{\frac{P_a^2 + (Q_{al} - Q_{ac})^2}{U_a^2}} \quad (18)$$

$$I_b = \sqrt{\frac{P_b^2 + (Q_{bl} - Q_{bc})^2}{U_b^2}} \quad (19)$$

$$\Phi_a = \arctan \frac{Q_{al} - Q_{ac}}{P_a} \quad (20)$$

$$\Phi_b = \arctan \frac{Q_{bl} - Q_{bc}}{P_b} \quad (21)$$

将式(18)~(21)代入式(12)作为目标函数, 给定供电电压的上限和下限, 即可求得使牵引负荷的功率因数为 1, 且使负序电流降到最小所需的补偿容量  $Q_{ac}$  和  $Q_{bc}$ 。

实际上, 电力牵引负荷的功率因数达到 0.9

即可满足供电部门的要求。因此,为了节省补偿容量,还可以将第 1 个约束条件改写为

$$Q_{ac} + Q_{bc} = Q_a + Q_b - 0.44(P_a + P_b) \quad (22)$$

需要注意的是:牵引负荷时刻都在变化,有时候变化的幅度还很大,因此,必须不断地将牵引负荷的实时监测数据( $U_a$ 、 $P_a$ 、 $Q_a$ 、 $U_b$ 、 $P_b$  和  $Q_b$ )代入动态补偿的数学模型,计算出所需的补偿容量( $Q_{ac}$  和  $Q_{bc}$ ),并通过控制装置及时调节两供电臂的补偿容量,从而实现牵引变电站的动态无功补偿。

表 1 给出了 6 种不同负荷条件下的计算结果,其中包括电压损失( $\Delta U_{ac}$  和  $\Delta U_{bc}$ ,负号表示电压升高)。

表 1 几种负荷情况下无功补偿容量的优化配置

Tab.1 Optimization results of reactive power compensation under several load conditions

$P_a/\text{kW}$	$Q_a/\text{kvar}$	$P_b/\text{kW}$	$Q_b/\text{kvar}$	$Q_{ac}/\text{kvar}$
123	100	654	600	324
500	300	654	600	633
10000	6000	654	600	6600
10000	6000	1654	1600	7600
3000	1000	6000	3000	3598
47000	1400	6000	2000	3400

$Q_{bc}/\text{kvar}$	$\Delta U_{ac}/\text{V}$	$\Delta U_{bc}/\text{V}$	$I_2/\text{A}$
376	36.50	71.63	4.18
267	17.11	60.02	1.21
0	-52.90	-1133.13	83.28
0	-153.22	-737.30	71.35
402	205.58	617.20	23.62
0	347.56	243.45	21.06

由表 1 可见:a 相的补偿容量都大于 b 相的补偿容量,且 a 相的补偿容量还大于 a 相的无功负荷,这样就使 a 相的功率因数角由滞后变为超前,这对于减少负序电流和电压损失都是有利的。

针对表 1 中的负荷,按照两相等容量补偿原则平均分配所需的补偿容量,即  $Q_{ac} = Q_{bc} = (Q_a + Q_b)/2$ ,计算出对应的电压损失和负序电流如表 2 所示。

与表 1 对比后可见:对应的电压损失(升高)和

表 2 几种负荷情况下无功补偿容量的优化配置

Tab.2 Optimization results of reactive power compensation under several load conditions

$P_a/\text{kW}$	$Q_a/\text{kvar}$	$P_b/\text{kW}$	$Q_b/\text{kvar}$	$Q_{ac}/\text{kvar}$
123	100	654	600	350
500	300	654	600	450
10000	6000	654	600	3300
10000	6000	1654	1600	3800
3000	1000	6000	3000	2000
4000	1400	6000	2000	1700

$Q_{bc}/\text{kvar}$	$\Delta U_{ac}/\text{V}$	$\Delta U_{bc}/\text{V}$	$I_2/\text{A}$
350	30.31	82.10	4.20
450	54.01	-9.16	3.13
3300	730.56	-2439.21	116.99
3800	748.91	-2241.31	109.52
2000	584.93	-15.32	34.51
1700	751.09	-429.44	43.67

负序电流均有所增加。

目前,许多牵引变电站都是采用固定补偿方式,两供电臂上配置的无功补偿容量固定不变,运行时根据负荷变化自动投切。显然,这种补偿方式不能跟踪牵引负荷的变化。大量的实测数据表明,当牵引负荷比较重时,电压损失和负序电流都比较大;而当牵引负荷比较轻时,往往会出现过补偿,使供电电压超过上限。

### 3 结语

由于牵引负荷的不对称和波动性,要想取得好的补偿效果,就必须对其实施动态无功补偿。本文提出的牵引变电站动态无功补偿装置控制的数学模型,可根据牵引负荷的变化,计算出两供电臂所需的补偿容量,在提高功率因数的同时,能有效地减少牵引变压器高压侧的负序电流和低压侧的电压损失。如果将此模型用于实际控制系统,不仅可以降低牵引负荷对电能质量的影响,而且还有利于提高铁路部门的经济效益。

### 参考文献:

- [1] 林海雪. 电力系统的三相不平衡 [M]. 北京:中国电力出版社, 1998.
- [2] 孙树勤,林海雪. 干扰性负荷的供电 [M]. 北京:中国电力出版社, 1996.
- [3] 曹建猷. 电气化铁路供电系统 [M]. 北京:中国铁道出版社, 1993.
- [4] 冯仁杰. 电气化铁道供电系统 [M]. 北京:中国铁道出版社, 1997.
- [5] 周勇,刘中元,王绪雄. 牵引变压器负序电流的分析 [J]. 变压器, 2003(2):11-13.
- [6] ZHOU Yong, LIU Zhong-yuan, WANG Xu-xiong. Analysis of the negative sequence current in the traction transformer [J]. Transformer, 2003(2):11-13.
- [7] 周勇,王绪雄,邱永庆. 电力牵引负荷对电能质量的影响 [J]. 郑州工业大学学报, 2001(3):48-50.
- [8] ZHOU Yong, WANG Xu-xiong, QIU Yong-qing. The effects of traction load on the quality of electric energy [J]. Journal of Zhengzhou University of Technology, 2001(3):48-50.
- [9] 铁道部电气化工程局电气化勘测设计院. 电气化铁道设计手册 [M]. 北京:中国铁道出版社, 1988.
- [10] 贺建闽,黄治清,李群湛. 牵引变电所固定并联电容补偿有效性评价 [J]. 铁道学报, 2004(3):41-45.
- [11] HE Jian-min, HUANG Zhi-qing, LI Qun-zhan. Evaluation of the effectiveness of the fixed parallel capacitor compensation used in traction substation [J]. Journal of the China Railway Society, 2004(3):41-45.

(责任编辑:柏英武)

### 作者简介:

周勇(1957-),男,河南固始人,副教授,主要从事电力系统负序和谐波问题研究(E-mail:zhouy@zzu.edu.cn)。

(下转第 33 页 continued on page 33)

\*\*\*\*\*

(上接第 22 页 continued from page 22)

## **Mathematical model of dynamic reactive power compensation control in traction substation**

ZHOU Yong<sup>1</sup>, GAO Xiao-wang<sup>1</sup>, LIU Zhong-yuan<sup>2</sup>

(1. School of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China;

2. Henan Electric Power Survey & Design Institute, Zhengzhou 450007, China)

**Abstract:** In order to reduce the influence of traction load on power quality, taking the Y/△-11 traction transformer as an example, the negative sequence current and voltage loss caused by traction load are analyzed. With reactive power and bus voltage as constraints and negative sequence current as objective function, a mathematical model of dynamic reactive power compensation control in the traction substation is put forward. Compensation capacities of two power supplying arms can be calculated according to traction loads. The method can heighten power factor and simultaneously decrease the negative sequence current at high-voltage side and the voltage loss at low-voltage side.

**Key words:** traction substation; reactive power compensation; negative sequence current; voltage loss