

一种基于导数的实时频率跟踪算法

张超, 谭建成

(广西大学 电气工程学院, 广西 南宁 530004)

摘要: 频率是电力系统监控和保护中的重要参数, 为对其进行快速准确的测量, 提出了一种实时的频率跟踪算法。利用交流信号的正弦特性, 通过二阶求导并进行线性化近似处理, 进而事后误差补偿。算法在二阶导数初始计算时, 运用 Lagrange 多项式进行曲线拟合。为减小多项式拟合和线性近似带来的误差, 引入了误差补偿量和误差修正因子, 提高了算法的计算精度。同时, 分析了拟合多项式的误差余项, 从而应用等比定理并在半周期长度的数据窗内进行平滑滤波, 在兼顾实时性的基础上提高了算法的鲁棒性。Matlab 平台上的仿真结果表明: 该算法计算精度较高, 对二次谐波有一定抑制作用, 能较好地满足电力系统实时频率跟踪的要求。

关键词: 电力系统; 频率跟踪; 导数

中图分类号: TM 935

文献标识码: A

文章编号: 1006-6047(2007)04-0032-03

0 引言

电力系统频率是电力系统极为重要的一个运行参数, 是电力系统运行质量和安全情况的重要指标之一。而在电力系统保护和控制方案中, 有必要对频率进行准确的测量和跟踪, 使采样频率与系统频率同步, 确保系统中安全自动装置、继电保护和运行监测装置的正常稳定运行。近 20 年来, 国内外学者对电力系统频率概念和跟踪技术方面进行了大量的研究, 提出了多种频率跟踪算法^[1-5]。其中, 文献[1]提出了一种改进的过零法。该算法通过曲线拟合的最小二乘法对滑动窗口的 N 次采样数据进行计算处理, 计算量较大, 在一定程度上丧失了过零法的简单性。

文献[1]提出了基于多项式拟合的正序相量离散傅里叶变换 DFT (Discrete Fourier Transform) 法。该算法扩展到三相数据, 对谐波有较好的抑制作用, 但是在非同步采样的情况下, 对频率、幅值的计算结果是不准确的。文献[6-9]对常用 DFT 算法进行修正与改进, 减少采样频率与系统频率不同步时的频谱泄漏, 较为精确地提取基波相角, 从而提高基于相角变化的频率跟踪算法精度。但是, 上述 DFT 算法都需 1 个周期的时间窗, 并且计算量较大, 不能很好地满足系统的实时性。

文献[10-11]提出了一种基于数字微分和拉格朗日 (Lagrange) 插值的快速而准确的频率测量算法。该算法是基于正弦特性的多点拟合测频法, 利用采样数据的正弦特性构造频率表达式。为去除差分近似过程中带来的严重误差, 该算法仍需用 1 个周期

的采样数据进行数字滤波平滑。

这里在文献[10-11]的基础上作出相应改进, 利用三点曲线拟合, 引入误差补偿量 C 及误差修正因子 λ , 利用半个周期的采样数据进行滤波平滑, 缩短了计算所需的数据窗长度, 提高了算法的实时性与稳定性。

1 频率跟踪的基本算法

1.1 基本原理

假定无噪声的输入信号为纯正弦波电压, 即

$$u(t) = U \sin(2\pi ft + \varphi) \quad (1)$$

式中 U 为电压的峰值; t 为时间; φ 为初相角; $2\pi f$ 为用弧度表示的频率, $f = f_0 + \Delta f$, $f_0 = 50$ Hz。

对式(1)两边进行二次求导可得:

$$u''(t) = -(2\pi f)^2 U \sin(2\pi ft + \varphi) \quad (2)$$

由上式可得:

$$\Delta f = -\frac{1}{400\pi^2} \frac{u''(t)}{u(t)} - 25 - \frac{\Delta^2 f}{100} \quad (3)$$

电力系统频率是一个惯性量。若只考虑稳态工况, 电网频率波动在 49.5 ~ 50.5 Hz 之间, $\Delta^2 f \ll 25$, 所以式(3)可线性化为

$$\Delta f_k = -\frac{1}{400\pi^2} \frac{u''(t)}{u(t)} - 25 \quad (4)$$

将式(4)离散化, 并且采用三点 Lagrange 插值多项式进行曲线拟合, 可得频率偏差的近似计算式:

$$\Delta f_k = -\frac{f_s^2}{400\pi^2} \frac{u_{k+1} + u_{k-1} - 2u_k}{u_k} - 25 \quad (5)$$

式中 f_s 为采样频率, $f_s = 1/T$, T 为采样时间步长。

式(5)除 $u_k = 0$ 点外, 任何其他点都是成立的。电压 u_k 在零点附近处误差非常大。为消除电压在零点附近对算法精度的影响, 利用等比定理^[12-14]:

如果有

$a/b=c/d=e/f>0$ (6) 式为

则
$$\left|\frac{a}{b}\right|=\frac{|a|+|c|+|e|}{|b|+|d|+|f|}$$
 (7)

因此式(5)可修正为

$$\Delta f_k'=-\frac{f_s^2}{400\pi^2}\frac{\sum_{k=1}^m|u_{k+1}+u_{k-1}-2u_k|}{\sum_{k=1}^m|u_k|}-25$$
 (8)

其中, m 取 12, 在半个周期上进行滤波平滑。

若系统在大扰动状况下, 频差较大, 则式(8)可采用事后误差补偿, 以提高算法精度, 可得:

$$\Delta f_k'=-\frac{f_s^2}{400\pi^2}\frac{\sum_{k=1}^m|u_{k+1}+u_{k-1}-2u_k|}{\sum_{k=1}^m|u_k|}-25-\frac{\Delta f_k^2}{100}$$
 (9)

由于上式计算精度仍然较差, 对其添加误差补偿量 C 及误差修正因子 λ , 可得频率计算式:

$$\Delta f_k'=\lambda\left(-\frac{f_s^2}{400\pi^2}\times\frac{\sum_{k=1}^m|u_{k+1}+u_{k-1}-2u_k|}{\sum_{k=1}^m|u_k|}-25-\frac{\Delta f_k^2}{100}+C\right)$$
 (10)

$$C=\frac{\pi f_0^3}{f_s^2}, \quad \lambda=\left[1-\frac{2}{3}\left(\frac{\pi f_0}{f_s}\right)^2\right]^{-1}$$

其中, 取 f_s 为 1 200 Hz, 则 $C=0.272\ 7, \lambda=0.988\ 6$ 。

1.2 数值计算的误差分析

设采样时刻为 $(k-1)T, kT, (k+1)T$ 。对于 k 点二阶导数考虑误差余项有:

$$u_k''=\frac{1}{T^2}(u_{k-1}-2u_k+u_{k+1})-\frac{T^2}{12}u^{(4)}(\xi)$$
 (11)

由上式可得:

$$\frac{u_k''}{u_k}=\frac{1}{T^2}\frac{u_{k-1}-2u_k+u_{k+1}}{u_k}-\frac{T^2}{12}(2\pi f)^4$$
 (12)

将式(12)代入式(8)可得:

$$\Delta f_k=\left[1-\frac{2}{3}\left(\frac{\pi f_0}{f_s}\right)^2\right]^{-1}\times\left(-\frac{f_s^2}{400\pi^2}\frac{u_{k+1}+u_{k-1}-2u_k}{u_k}-25+\frac{\pi f_0^3}{f_s^2}\right)$$
 (13)

对比式(8)(13)即可得误差补偿量 C 及误差修正因子 λ 的表达式。

设 $u_{k-1}^*, u_k^*, u_{k+1}^*$ 分别为 u_{k-1}, u_k, u_{k+1} 的测量值, 记为

$$|u_i-u_i^*|\leq\frac{1}{2}\times10^{-n}=e_1$$

$$i=k-1, k, k+1; \quad n=0, 1, 2, \dots$$

令

$$M=\max_{t_{k-1}\leq\xi\leq t_{k+1}}|u^{(4)}(\xi)|$$
 (14)

则由式(11)可得:

$$e(u_k'')=\frac{1}{T^2}(u_{k-1}-2u_k+u_{k+1})-\frac{T^2}{12}u^{(4)}(\xi)\leq\frac{4}{T^2}e_1+\frac{T^2}{12}M=e_2$$
 (15)

依据数值计算的误差估计^[15], 频差的误差表达

$$e\left[\frac{(u_k^*)''}{u_k^*}\right]=\frac{|(u_k^*)''|e_1+|u_k^*|e_2}{(u_k^*)^2}=\frac{1}{|u_k^*|}\left[\frac{e_1}{(2\pi f)^2}+e_2\right]$$
 (16)

比较式(15)(16), 可看出:

$$e_1/(2\pi f)^2\ll e_2$$
 (17)

则式(16)可简化为

$$e\left[\frac{(u_k^*)''}{u_k^*}\right]=\frac{e_2}{|u_k^*|}=\frac{1}{|u_k^*|}\left(\frac{4}{T^2}e_1+\frac{T^2}{12}M\right)$$
 (18)

式(18)即为本算法的数值误差表达式。可看出, 误差值随 u_k^* 而变化, 且在零点附近急剧放大。而修正式(8)相当于增大式(5)的分母 u_k 项, 因而有效解决了电压过零点的问题, 提高了计算精度。

2 算法的离线仿真结果

选取测频范围为 46.5~52 Hz, 在 Matlab 平台上编写程序对算法进行离线仿真, 表 1 给出了仿真结果(表中 f_1 为实际频率, f_2 为测量频率, ε_1 为绝对误差, ε_2 为相对误差, 表 2 同)。可以看出, 频率跟踪结果的最大绝对误差为 $4.591\ 1\times10^{-3}$ Hz, 最大相对误差为 0.096 7 ‰, 精度较高。

考虑 2 % 的二次谐波, 输入仿真信号为

$$u(t)=\sin(2\pi ft+30^\circ)+0.02\sin(4\pi ft+30^\circ)$$
 (19)

从表 2 可以看出, 最大绝对误差为 0.052 5 Hz, 算法对二次谐波具有一定的抑制能力。

表 1 算法离线仿真结果
Tab.1 Off-line simulation results

f_1/Hz	f_2/Hz	ε_1/Hz	$\varepsilon_2/\text{‰}$
46.5	46.497 3	$2.715\ 5\times10^{-3}$	0.058 4
47.0	46.995 9	$4.064\ 3\times10^{-3}$	0.086 5
47.5	47.495 4	$4.591\ 1\times10^{-3}$	0.096 7
48.0	47.995 6	$4.436\ 8\times10^{-3}$	0.092 4
48.5	48.496 3	$3.743\ 7\times10^{-3}$	0.077 2
49.0	48.997 3	$2.655\ 6\times10^{-3}$	0.054 2
49.5	49.498 7	$1.317\ 5\times10^{-3}$	0.026 6
50.0	50.000 1	$0.124\ 3\times10^{-3}$	0.024 9
50.5	50.501 5	$1.522\ 0\times10^{-3}$	0.030 1
51.0	51.002 7	$2.726\ 7\times10^{-3}$	0.053 5
51.5	51.503 6	$3.588\ 1\times10^{-3}$	0.069 7
52.0	52.004 0	$3.954\ 6\times10^{-3}$	0.076 0

表 2 考虑二次谐波的离线仿真结果
Tab.2 Off-line simulation results
with second harmonic

f_1/Hz	f_2/Hz	ε_1/Hz	$\varepsilon_2/\text{‰}$
47	47.052 5	0.052 5	1.116 5
48	48.029 2	0.029 2	0.607 6
49	49.011 9	0.011 9	0.243 6
50	50.000 1	0.000 1	0.002 5
51	50.993 0	0.007 0	0.137 4
52	51.989 7	0.010 3	0.197 5

3 结论

利用电压信号的正弦特性,结合三点曲线拟合,引入误差补偿量 C 及误差修正因子 λ ,利用半个周期采样数据进行滤波平滑,估算出系统频率。该算法精度较高、计算简单、实时性强。由于推导前提为纯正弦信号,实际应用时应进行较好的前置滤波处理。该算法对二次谐波有一定的抑制能力,能降低对前置滤波器的要求,从而更好地满足电力系统实时频率跟踪的要求。

参考文献:

- [1] BEGOVIC M M, DURIC P M, DUNLOP S, et al. Frequency tracking in power networks in the presence of harmonics[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 1993, 8(2): 480-485.
- [2] LOBOS T, REZMER J. Real time determination of power system frequency[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1997, 16(4): 877-881.
- [3] ROURAY A, PRADHAN A K, RAO K P. A novel Kalman filter for frequency estimation of distorted signals in power systems[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2002, 51(3): 469-479.
- [4] TERZIJA V V. Improved recursive Newton-type algorithm for frequency and spectra estimation in power systems[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2003, 52(5): 1654-1659.
- [5] PRADHAN A K, ROURAY A, BASAK A. Power system frequency estimation using least mean square technique[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2005, 20(3): 1812-1816.
- [6] 周大敏. 一种基于富氏滤波的电力系统频率测量算法[J]. 电力自动化设备, 1997, 17(4): 25-28.
ZHOU Da-min. A frequency testing simulation for power system based on Fourier filter[J]. Electric Power Automation Equipment, 1997, 17(4): 25-28.
- [7] 唐建辉, 胡敏强, 吴在军. 一种基于修正采样序列的电力系统频率测量方法[J]. 电力系统及其自动化学报, 2004, 16(6): 52-54.
TANG Jian-hui, HU Min-qiang, WU Zai-jun. Algorithm for measuring frequency of power system based on modified sampled sequence[J]. Proceedings of the EPSA, 2004, 16(6): 52-54.
- [8] 吴笃贵, 贺春, 易永辉. 一种新颖的频率跟踪算法[J]. 电网技

术, 2004, 28(14): 39-43.

- WU Du-gui, HE Chun, YI Yong-hui. A novel frequency tracking algorithm[J]. Power System Technology, 2004, 28(14): 39-43.
- [9] WANG Mao-hai, SUN Yuan-zhang. A practical, precise method for frequency tracking and phasor estimation[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2004, 19(4): 1547-1552.
- [10] 吴杰康, 龙军, 王辑祥. 基于数字微分算法的系统频率快速准确测量[J]. 电工技术学报, 2004, 19(4): 93-97.
WU Jie-kang, LONG Jun, WANG Ji-xiang. An algorithm for power system frequency measurement based on numerical differentiation[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2004, 19(4): 93-97.
- [11] WU J K, LONG J, WANG J X. High-accuracy, wide-range frequency estimation methods for power system signals under nonsinusoidal conditions[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2005, 20(1): 366-374.
- [12] 索南加乐, 葛耀中, 王定安, 等. 一种不受电压过零点影响的新频率测量方法[J]. 西安交通大学学报, 1995, 29(3): 84-87.
SUONAN Jia-le, GE Yao-zhong, WANG An-ding, et al. New algorithm avoiding voltage cross-zero point for measuring the frequency[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 1995, 29(3): 84-87.
- [13] 许庆强, 索南加乐, 宋国兵, 等. 振荡时电力系统瞬时频率的实时测量[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(1): 51-54, 69.
XU Qing-qiang, SUONAN Jia-le, SONG Guo-bing, et al. Real-time measurement of power system instantaneous frequency while power system swings[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(1): 51-54, 69.
- [14] XU Qing-qiang, SUONAN Jia-le, GE Yao-zhong. Real-time measurement of mean frequency in two-machine system during power swings[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2004, 19(3): 1018-1023.
- [15] 李庆扬, 王能超, 易大义. 数值分析[M]. 4版. 北京: 清华大学出版社, 2001.

(责任编辑: 康鲁豫)

作者简介:

张超(1976-), 男, 湖南常德人, 博士研究生, 主要从事电力系统继电保护的研究(E-mail: zhangchao1976@gxu.edu.cn);
谭建成(1963-), 女, 广西南宁人, 教授, 博士研究生导师, IEEE会员, 主要从事电力系统运行规划和继电保护的研究。

Instantaneous frequency tracking algorithm based on derivative

ZHANG Chao, TAN Jian-cheng

(College of Electrical Engineering, Guangxi University, Nanning 530004, China)

Abstract: Frequency is an important parameter for power system operation and protection. A frequency tracking algorithm is presented for its fast and accurate measurement, which combines second derivative with linear approximation based on the sinusoidal characteristics of AC signal and supplements posteriori error processing. Lagrange Polynomial-Fitting technique is used to calculate the second derivative. An error compensation rate and a modifying factor are introduced to increase algorithm accuracy. The remainder of fitting polynomial is analyzed and the samples acquired in a half cycle data window are filtered by equal ratios theorem to enhance the robustness as well as the real time performance. Matlab simulation results show that the algorithm is suitable for instantaneous power system frequency tracking with higher accuracy and a certain suppression of second harmonic.

This project is supported by the Guangxi Natural Science Foundation(0249008).

Key words: power system; frequency tracking; derivative