

电力负荷模型结构的样条函数描述

章 健¹, 沈 峰², 贺仁睦²

(1. 郑州大学 电气工程学院, 河南 郑州 450001;

2. 华北电力大学 电力系统保护与动态安全监控教育部重点实验室, 北京 102206)

摘要: 提出了用一系列简单函数分段或分区描述大幅度电压变化情况下负荷、变结构负荷和复杂非线性负荷特性的样条函数模型。介绍了一元样条函数模型参数辨识的样条最小二乘法, 提出了确定样条函数模型中多项式系数和内节点数值的参数辨识的 2 层优化算法, 其中内层优化问题为内节点数量和数值确定情况下的多项式系数的辨识, 外层优化问题为内节点数值的辨识, 问题求解采用步长加速法。通过改变样条函数模型中多项式的阶次、内节点数目和内节点数值, 可用样条函数模型灵活方便地描述许多复杂的电力负荷特性, 并且具有传统数学模型的简单结构和形式, 为模型结构或形式未知情况下的负荷建模提供了新的途径。仿真建模实例证明了所提模型与算法的有效性。

关键词: 负荷建模; 样条函数; 参数辨识

中图分类号: TM 714

文献标识码: A

文章编号: 1006-6047(2007)07-0005-04

0 引言^[1-12]

电力负荷模型是电力系统数字仿真与分析的重要元件模型之一。特别是与负荷特性关系十分密切的电压稳定问题的出现, 更使负荷模型的重要性显得日益突出, 负荷建模研究日益重要。

现提出用一系列简单函数分段或分区描述复杂非线性负荷的样条函数模型。该模型通过改变多项式阶次、内节点数目和内节点位置, 能够非常灵活方便地描述许多非线性连续变化的变量之间的关系, 具有传统数学模型的简单结构和形式, 并且使用方便, 为电力负荷建模中模型结构的辨识提供了一条新的途径。建模实例证明了样条函数模型处理复杂非线性能力。

1 样条函数模型及其参数辨识

样条函数是描述复杂函数关系或曲线的一种通用方法。它实际上是由一段段多项式曲线拼接而成的具有良好光滑性的曲线, 在拼接处其不仅是连续的, 而且一些阶次的导数也是连续的。在负荷模型结构未知情况下, 可以用样条函数拟合给定负荷特性数据, 或构造具有复杂特性的模型。下面介绍样条函数模型的形式及其参数的辨识算法。

1.1 样条函数模型

给定区间 $[a, b]$ 的一个分划:

$$\Delta: a = x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_n = b$$

若函数 $S(x)$ 满足条件: $S(x)$ 在每一个子区间 $[x_{i-1}, x_i]$ ($i=1, 2, \cdots, n$) 上是 k 次多项式; $S(x)$ 及其直到 $k-1$ 阶导数在区间 $[a, b]$ 上连续, 则称 $S(x)$ 是关于分划 Δ 的一个 k 次多项式样条函数。 $x_0, x_1, x_2, \cdots, x_n$ 称为

样条节点, $x_1, x_2, \cdots, x_{n-1}$ 称为内节点, x_0, x_n 称为边界节点, 这类样条函数的全体记作 $S_p(\Delta, k)$ 。

定义截幂函数:

$$(x-x_j)_+^m = \begin{cases} (x-x_j)^m & x-x_j \geq 0 \\ 0 & x-x_j < 0 \end{cases} \quad (1)$$

则有分划 Δ 的一个 k 次多项式样条函数:

$$S_k(x) = \sum_{j=0}^k \frac{\alpha_j x^j}{j!} + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\beta_j (x-x_j)_+^k}{k!} \quad (2)$$

可以证明, 其在 $(-\infty, +\infty)$ 上具有 $k-1$ 阶连续导数。

$S_k(x)$ 的计算公式为

$$S_k(x) = \begin{cases} \sum_{j=0}^k \frac{\alpha_j x^j}{j!} & x \in (-\infty, x_1) \\ \sum_{j=0}^k \frac{\alpha_j x^j}{j!} + \sum_{j=1}^i \frac{\beta_j (x-x_j)_+^k}{k!} & x \in [x_i, x_{i+1}), \\ & i=1, 2, \cdots, n-1 \\ \sum_{j=0}^k \frac{\alpha_j x^j}{j!} + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\beta_j (x-x_j)_+^k}{k!} & x \in [x_n, +\infty) \end{cases} \quad (3)$$

式中 α_j, β_j 为模型参数。

对于二元样条函数可定义为

$$S_{kl}(x, y) = \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^l C_{ij} x^i y^j + \sum_{i=1}^{n-1} P_i(y) (x-x_i)_+^k + \sum_{j=1}^{m-1} Q_j(x) (y-y_j)_+^l + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{m-1} D_{ij} (x-x_i)_+^k (y-y_j)_+^l \quad (4)$$

式中 C_{ij}, D_{ij} 为模型参数; $P_i(y), Q_j(x)$ 分别为 l 阶和 k 阶多项式; x_i, y_j 为内节点; n, m 分别为变量 x 和 y 的分划区间数; $S_{kl}(x, y)$ 对 x 是 k 阶, 对 y 是 l 阶。

1.2 模型参数辨识

这里只讨论一元样条函数模型的参数辨识, 多元样条函数模型参数辨识方法与此类似。样条函数模型中参数的确定可采用下述 2 种方法。

1.2.1 利用插值条件确定模型参数

利用插值条件(通常是节点处函数值和有关导数值)确定样条函数模型中的待定系数^[13-14],插值条件与待定系数个数相等,可通过解代数方程得待定系数的唯一解。该方法得出的样条模型一般通过所有实测数据点,对数据有很好的拟合。但由于分段太多,使模型过于复杂,给模型的使用带来困难。

实际上,没有必要让样条函数都严格地通过所有实测数据点,而只要求某一简单的样条函数模型的数值与实测数据点整体误差达到最小即可,这就是下面样条最小二乘法的基本思想。

1.2.2 样条最小二乘法

考虑样条函数模型参数 α_j 、 β_j 和内节点 x_j 均为可变参数,前述一元 k 次多项式样条函数 $S_k(x)$ 可记为 $S_k(x, \alpha_j, \beta_j, x_j)$ 。假设某未知函数 $y=f(x)$ 的一系列实测值为 $\{x_i, y_i\} (i=1, 2, \dots, N)$,现用样条函数 $S_k(x, \alpha_j, \beta_j, x_j)$ 进行最小二乘逼近。根据内节点是否作为待辨识参数,样条最小二乘法可分为 2 种情况。

a. 内节点个数 $(n-1)$ 、数值 x_j 固定,仅 α_j 、 β_j 作为待辨识参数。参数辨识可表示为如下优化问题:

$$\min_{\alpha_j, \beta_j} \sum_{i=1}^N [S_k(x_i, \alpha_j, \beta_j, x_j) - y_i]^2 \quad (5)$$

b. 内节点个数 $(n-1)$ 固定, α_j 、 β_j 和内节点 x_j 均为待辨识参数。参数辨识可表示为如下带约束的非线性优化问题:

$$\begin{aligned} \text{obj. } \min_{x_j} \left\{ \min_{\alpha_j, \beta_j} \sum_{i=1}^N [S_k(x_i, \alpha_j, \beta_j, x_j) - y_i]^2 \right\} \\ \text{st. } a \leq x_j \leq b \quad j=1, 2, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (6)$$

这是一个 2 层优化问题。内层优化为给定内节点的样条函数模型参数 α_j 、 β_j 的辨识。外层为优化内节点位置。当然,内节点个数、多项式阶次也可以通过取不同的值比较而定。建模的原则是用最简单、参数尽可能少的模型来获得对对象有足够精度的描述。

上述优化问题的求解,采用步长加速法^[15],这是一种寻优过程中只需计算目标函数值而不需计算有关梯度的直接优化方法。

与插值法相比,样条最小二乘法通常可以利用简单的样条函数获得复杂函数关系的满意的描述。并且描述精度可通过改变内节点个数、数值或位置来灵活调整。

2 负荷建模实例

2.1 变结构负荷的样条函数描述

构成整体负荷的个体的特性有很大差异,在长过程大跨度电压变化情况下,由于保护自动装置动作及负荷失稳等原因,造成负荷构成的变化,其特性呈现复杂的变结构形态。这里用于仿真的变结构模型如表 1 所示。不同电压水平范围内恒功率及恒电流部分的含量取不同的数值,其特性曲线如图 1 中虚线所

示。用于描述此特性的样条函数模型取 2 次多项式,内节点取 7 个,其数值见表 2。利用样条最小二乘法辨识的样条函数模型参数见表 2,该模型曲线如图 1 中实线所示。显然,所辨识的样条函数模型可较好地描述给定的变结构负荷特性,并且是一条光滑的曲线。若有必要进一步提高描述精度,则可通过改变内节点数目及位置、改变多项式阶次、采用过关键点的样条插值法确定样条函数参数等方法实现,非常灵活。

表 1 变结构负荷模型

Tab.1 The variable-structure load model

模 型	电压范围/p.u.
$0.1U^2$	$0.20 \leq U < 0.65$
$0.24 + 0.12U + 0.1U^2$	$0.65 \leq U < 0.70$
$0.36 + 0.18U + 0.1U^2$	$0.70 \leq U < 0.75$
$0.48 + 0.24U + 0.1U^2$	$0.75 \leq U < 0.8$
$0.6 + 0.3U + 0.1U^2$	$0.8 \leq U$

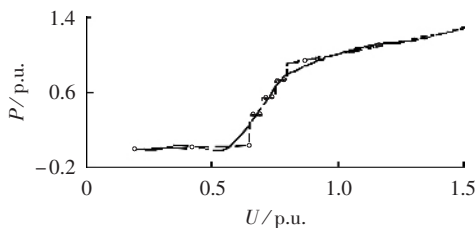


图 1 变结构负荷 $P-U$ 特性及其样条函数模型曲线

Fig.1 The $P-U$ characteristic of variable-structure load and the spline function model curve

表 2 样条函数模型参数估计值

Tab.2 Estimated parameters of spline function model

j	α_j	β_j	x_j	j	α_j	β_j	x_j
0	0.30			4		42.22	0.70
1	-2.46	-15.78	0.30	5		-81.58	0.75
2	9.90	38.74	0.50	6		56.52	0.80
3		-52.92	0.65	7		5.08	1.20

2.2 复杂负荷特性的样条函数描述

感应电动机无功功率电压特性比较复杂,当构成整体负荷的各感应电动机特性差别较大时,总体无功电压特性将变得更加复杂^[16],因此很难构造一种初等模型结构准确描述其特性。在这种情况下,采用样条函数模型将是一个较好的选择。这里选择 3 台参数不同的感应电机构成一母线综合负荷,如图 2 所示,具体参数见表 3。各感应电动机及总体负荷的无功功率电压特性如图 3 的各虚线所示。这里用于描述总体负荷无功电压特性的样条函数模型采用 3 次多项式,3 个内节点,节点数值见表 4。利用最小二乘法辨识的样条函数模型参数 α_j 、 β_j 见表 4,模型曲线如图 3 中实线所示。由图 3 可见,样条函数模型对总

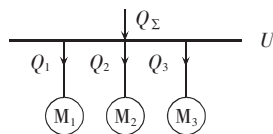


图 2 3 台感应电机构成综合负荷的示意结线图

Fig.2 Integrative load composed of three induction motors

表 3 感应电动机参数

Tab.3 Parameters of induction motors							p.u.
电动机	s_0	s_{cr}	x_n	r_2	x_m	T_{max}	
M ₁	0.025	0.062 5	0.415	0.02	3.5	0.800	
M ₂	0.020	0.062 5	0.415	0.02	3.5	1.000	
M ₃	0.014	0.062 5	0.415	0.02	3.5	1.282	

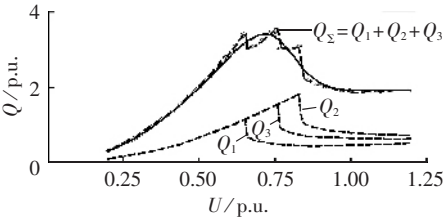


图 3 感应电动机 $Q-U$ 特性及其样条函数模型曲线
Fig.3 The $Q-U$ characteristics of induction motors and the spline function model curve

表 4 样条函数模型参数估计值
Tab.4 Estimated parameters of spline function model

j	α_j	β_j	x_j	j	α_j	β_j	x_j
0	1.21			2	73.35	5316.09	7.5
1	-10.53	-1 642.58	6.5	3	-146.70	-3 840.72	8.3

体负荷无功电压特性的描述是令人满意的。而用目前在实际中广为采用的多项式和幂函数模型根本无法很好地描述这一负荷特性。达到这样描述能力所用的样条函数模型并不复杂。

2.3 一阶感应电动机负荷模型中速率函数的样条函数描述

忽略定子和励磁支路电阻,一阶感应电动机以电纳 B 为状态变量的状态方程为^[17]

$$T \frac{dB}{dt} = f(B, U) = f_1(B, U) f_2(B) \tag{7}$$

$f(B, U) = f_1(B, U) f_2(B)$ 反映了电纳 B 时间变化速率,故称为速率函数,由与电纳 B 和电压 U 都有关系的 $f_1(B, U)$ 和只与电纳 B 有关的 $f_2(B)$ 2 部分构成。 $f_1(B, U)$ 和 $f_2(B)$ 具体表达式为

$$f_1(B, U) = P_0 - \frac{U^2}{x_m} \sqrt{\left(1 + \frac{x_m}{x} - Bx_m\right)(Bx_m - 1)} \tag{8}$$

$$f_2(B) = \frac{2x^2}{rx_m^2} \sqrt{(Bx_m - 1) \left(1 + \frac{x_m}{x} - Bx_m\right)^3} \tag{9}$$

式中 U 为端电压; P_0 为稳态有功功率; x_m 为励磁支路电抗; x 为绕组漏抗; r 为转子绕组电阻。

实例中取 $U=1.0, P_0=1.0, x_m=2.522\ 35, x=0.299\ 08, r=0.016\ 6$ 。以上数据都为标么值。

一阶动态模型的建立主要是速率函数的确定。由式(8)(9)可以看出,速率函数比较复杂,其对应曲线如图 4 中虚线所示。根据图 4 所示虚线很难构造出式(8)和(9),利用简单的初等函数模型也很难描述这种复杂特性。这里采用样条函数模型,取 2 次多项式、2 个内节点,节点取值见表 5。利用最小二乘法辨识的样条函数模型参数 α_j, β_j 见表 5,模型曲

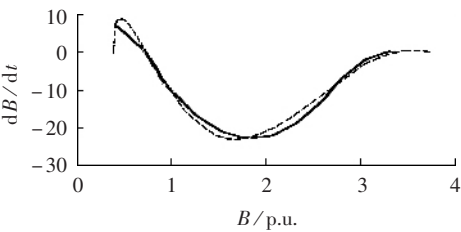


图 4 一阶感应电动机电纳 B 速率函数及其样条函数模型曲线

Fig.4 The B rate function of 1-order induction motor and the spline function model curve

表 5 样条函数模型参数估计值
Tab.5 Estimated parameters of spline function model

j	α_j	β_j	x_j
0	6.43		
1	15.63	104.65	0.76
2	-70.05	-72.39	2.68

线如图 4 中实线所示。由图 4 可见,仅用一个简单样条函数模型就能对复杂的速率函数做出令人满意的描述。

上述负荷建模实例表明,样条函数具有很强的描述复杂非线性关系的能力。对于复杂的函数关系,通过辨识可以得到一个具有较好描述效果的简单的样条函数解析表达式。

3 结论

大跨度电压变化情况下的负荷、变结构负荷以及许多大容量非线性负荷可能表现出很复杂的特性,用简单的初等函数模型很难较好地描述其行为。而基于用一系列简单函数分段或分区描述复杂非线性性的样条函数模型通过改变其多项式阶次、内节点数目和内节点位置,能够非常灵活方便地描述许多复杂的非线性负荷特性,并且具有传统数学模型的简单结构和形式,为电力负荷建模中模型结构的辨识提供了一条新的途径。仿真建模实例证明了所提方法的有效性。

参考文献:

[1] IEEE Task Force on Load Representation for Dynamic Performance. Load representation for dynamic performance analysis[J]. IEEE Trans on Power Systems,1993,8(2):472-482.
[2] IEEE Task Force on Load Representation for Dynamic Performance. Bibliography on load models for power flow and dynamic performance simulation [J].IEEE Trans on Power Systems,1995,10(1):523-538.
[3] IEEE Task Force on Load Representation for Dynamic Performance. Standard load models for power flow and dynamic performance simulation[J]. IEEE Trans on Power Systems,1995,10(3):1302-1313.
[4] 西安交通大学,清华大学. 电力系统计算[M]. 北京:水利电力出版社,1978.
[5] 鞠平,马大强. 电力系统负荷建模[M]. 北京:水利电力出版社,1995.
[6] KARLSSON D,HILL D J. Modeling and identification of non-

- linear dynamic loads in power systems [J]. IEEE Trans on Power Systems, 1994, 9(1): 157-166.
- [7] 彭宗华, 贺仁睦. 负荷非线性变结构特性及其建模研究[J]. 现代电力, 2006, 23(2): 30-34.
- PENG Zong-hua, HE Ren-mu. Nonlinear and variable structure characteristic of load and its modeling[J]. Modern Electric Power, 2006, 23(2): 30-34.
- [8] 石景海, 贺仁睦. 动态负荷模型多曲线拟合参数辨识[J]. 电力系统自动化, 2003, 27(24): 18-22.
- SHI Jing-hai, HE Ren-mu. Parameter identification of dynamic load model using multi-curve fitting method[J]. Automation of Electric Power Systems, 2003, 27(24): 18-22.
- [9] 黄梅, 贺仁睦, 杨少兵. 模糊聚类在负荷实测建模中的应用[J]. 电网技术, 2006, 30(14): 49-52.
- HUANG Mei, HE Ren-mu, YANG Shao-bing. Application of fuzzy clustering in measurement-based load modeling[J]. Power System Technology, 2006, 30(14): 49-52.
- [10] 李培强, 李欣然, 陈凤, 等. 模糊聚类在统计综合法负荷建模中的应用[J]. 电力自动化设备, 2003, 23(5): 43-45, 74.
- LI Pei-qiang, LI Xin-ran, CHEN Feng, et al. Application of fuzzy clustering in component-based modeling approach[J]. Electric Power Automation Equipment, 2003, 23(5): 43-45, 74.
- [11] 马瑞, 贺仁睦. 一种基于粒子群优化并行神经网络的电力系统负荷特性聚类方法[J]. 现代电力, 2006, 23(3): 1-5.
- MA Rui, HE Ren-mu. Characteristics clustering approach of power system load based on parallel neural network with particle swarm optimization[J]. Modern Electric Power, 2006, 23(3): 1-5.
- [12] 唐蕾, 陈维荣. 电力系统负荷建模中的小波神经网络新技术[J]. 电力自动化设备, 2003, 23(3): 72-74, 77.
- TANG Lei, CHEN Wei-rong. New technology of wavelet neural network in power system load modeling[J]. Electric Power Automation Equipment, 2003, 23(3): 72-74, 77.
- [13] 寿纪麟, 宋保军, 周义仓, 等. 数学建模——方法与范例[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1995.
- [14] 程正兴, 李永根. 数值逼近与常微分方程数值解[M]. 西安:

西安交通大学出版社, 2000.

- [15] 魏权龄, 王日爽, 徐兵. 数学规划引论[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1991.
- [16] 韩祯祥. 电力系统稳定[M]. 北京: 中国电力出版社, 1995.
- [17] 章健. 电力系统负荷建模方法的研究[D]. 北京: 华北电力大学, 1997.
- ZHANG Jian. Study of the method for electric load modeling [D]. Beijing: North China Electric Power University, 1997.
- [18] 张伶俐, 周文, 章健. 面向综合的电力负荷动态特性建模[J]. 中国电机工程学报, 1999, 19(9): 36-40.
- ZHANG Ling-li, ZHOU Wen, ZHANG Jian. The synthesis of dynamic load characteristics[J]. Proceedings of the CSEE, 1999, 19(9): 36-40.
- [19] 鞠平. 电力系统负荷建模理论与实践[J]. 电力系统自动化, 1999, 23(19): 1-7.
- JU Ping. Theory and practice of load modeling in power systems [J]. Automation of Electric Power Systems, 1999, 23(19): 1-7.
- [20] PRICE W W, WIRGAU K A, MURDOCH A, et al. Load modeling for power flow and transient stability computer studies[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1988, 3(1): 180-187.

(责任编辑: 李育燕)

作者简介:



章 健

章 健(1963-), 男, 福建福州人, 副教授, 博士, 主要研究方向为电力负荷特性辨识、电力系统分析与运行 (E-mail: zdzhangj@tom.com);

沈 峰(1973-), 男, 河南太康人, 博士研究生, 主要从事电力系统辨识方面的研究;

贺仁睦(1944-), 女, 湖南宁乡人, 教授, 博士研究生导师, 主要从事电力系统分析与控制、电力系统动态仿真、电力负荷建模等方面的研究和教学工作。

Electric load models described by spline function

ZHANG Jian¹, SHEN Feng², HE Ren-mu²

(1. School of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China;

2. North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

Abstract: The spline function model, which can be represented in separate sections or areas by a series of simple functions, is proposed to describe the characteristics of the load under large voltage variation, the variable-structure load and the complex nonlinear load. The least square method used for the spline function model parameter identification is introduced. The two-layer optimization algorithm is studied to determine the coefficients of polynomial and the values of inside nodes in the spline function model. The inner layer optimization is the coefficient identification of polynomial while the number and locations of inside nodes are determined. The outer layer optimization is the identification of inside node number and locations. The direct optimization algorithm, Hooke-Jeeves method, is used in the parameters identification. By changing the orders of polynomial in spline function, the number of inside nodes and their locations, the model can describe the characteristics of complex load conveniently with the same simple structure as the classical mathematic model. It provides a new effective method for load modeling with model structure unknown. Simulation examples prove the validity of the proposed method.

Key words: load modeling; spline function; parameter identification