

基于变步长 LMS 自适应陷波算法的 电气信号频率测量

欧立权, 黄 纯, 刘云潺

(湖南大学 电气与信息工程学院, 湖南 长沙 410082)

摘要: 提出一种基于二阶无限冲击响应(IIR)变步长自适应数字陷波滤波器的电气信号频率跟踪测量算法。论述了陷波滤波器能够滤除信号中特定的频率, 而其他的频率成分不受影响的原理; 最小均方 LMS(Least Mean Square)自适应陷波算法是将被谐波和随机噪声污染的电气信号通过基波陷波器, 根据陷波器输出误差采用变步长因子的递推 LMS 自适应修正陷波器参数和跟踪频率的变化。实例中, 给出了给定变步长迭代公式的常数以计算出频率, 并采用频率稳定时的测量、频率波动时的测量、电机运行频率测量的 3 种仿真结果表明所提出的频率跟踪测量算法效果良好。

关键词: 电气信号; 频率; 陷波器; 自适应滤波

中图分类号: TM 935

文献标识码: A

文章编号: 1006-6047(2007)07-0054-03

频率测量是电力系统和电气设备运行、监测、控制以及继电保护的基础。近年来提出了多种电气信号频率测量算法^[1], 如周期法^[2]、解析法^[3]、最小二乘法^[4]、傅里叶算法(DFT 或 FFT)^[5-6]等, 这些算法在测量精度、响应速度、计算量、抑制谐波和噪声干扰能力、实现难易程度等方面各有特点。

现用二阶无限冲击响应(IIR)自适应数字陷波滤波器抑制电气信号中谐波和噪声等干扰, 采用变步长因子的最小均方(LMS)自适应算法计算陷波器频率参数, 由此估算电力系统频率。与已有方法相比, 该方法适合于非平稳信号的参数估计, 当电气信号频率快速变化时, 能同时获得好的响应速度和测频精度。

1 陷波滤波器原理

数字陷波滤波器能够滤除信号中特定的频率成分(所对应的频率称为陷波频率), 而其他的频率成分完全不受影响。理想数字陷波滤波器的频率响应为

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1 & \omega \neq \omega_0 \\ 0 & \omega = \omega_0 \end{cases} \quad (1)$$

一般对数字陷波滤波器的要求有 2 点^[7-8]: 一是其传递函数的零点应该在单位圆上, 以使其陷波的陷阱深度为无穷大; 二是传递函数的零点与极点必须匹配, 以使除了陷波的频率外, 其他的频率成分完全不受影响。采用二阶 IIR 陷波滤波器直接形式^[9], 其传递函数 $H(z)$ 具有如下镜像对称形式:

$$H(z) = \frac{1 + \alpha z^{-1} + z^{-2}}{1 + \rho \alpha z^{-1} + z^{-2}} \quad (2)$$

式中, z 为复数变量; ρ 是一个接近 1 但略小于 1 的常数, 引入 ρ 保证了在 $H(z)$ 的每一个零点附近都有一个极点与之对应, 且零点与极点在相同的半径上, 但

极点稍靠近原点, 这样, 当 z 离开零点时, 从它到零点的距离与从它到相应极点的距离几乎相等, 即 $|H(z)| = 1$, 以确保陷波频率外的其他频率不衰减。 ρ 值的大小也决定了陷波频率的宽度, ρ 越大, 陷波频率的宽度越窄; 反之, 陷波频率的宽度越宽。理论上, ρ 越大, 陷波器精度越高, 但是当频率变化很快时, 陷波器可能无法跟踪频率, 从而造成大的误差, 因此 ρ 值应该根据具体情况选取。

由式(2)知, 数字陷波滤波器的零点为 $z_{1,2} = (-\alpha \pm j\sqrt{4-\alpha^2})/2$, 极点为 $\rho_{1,2} = (-\alpha \pm j\sqrt{4-\alpha^2})\rho/2$ 。假设采样时间间隔为 T_s , 令 $z = e^{j\omega T_s}$, 即 z 在单位圆上取值, 则式(2)变成:

$$H(e^{j\omega T_s}) = \frac{(e^{j\omega T_s} - z_1)(e^{j\omega T_s} - z_2)}{(e^{j\omega T_s} - \rho_1)(e^{j\omega T_s} - \rho_2)} \quad (3)$$

当 $z_1 = e^{j\omega T_s}$ 或 $z_2 = e^{j\omega T_s}$ 时, $H(e^{j\omega T_s}) = 0$, 此时有

$$\cos(\omega_0 T_s) = -\alpha/2 \quad (4)$$

所对应的频率即为陷波频率 f_0 , 即

$$f_0 = \frac{\arccos(-\alpha/2)}{2\pi T_s} \quad (5)$$

2 自适应算法

假设输入信号是受到谐波和噪声污染的正弦波电压, 其信号观测模型为

$$x(n) = A \sin(\omega_0 n + \phi_0) + \sum_i A_i \sin(\omega_i n + \phi_i) + v(n) \quad (6)$$

式中 A 、 A_i 、 ω_0 、 ω_i 、 ϕ_0 、 ϕ_i 分别为基波和谐波的幅值、角频率和初相角; $v(n)$ 为(0,1)分布的高斯噪声。

$x(n)$ 经式(2)陷波滤波器后得到的陷波输出为 $y(n)$, 它们对应的 z 变换分别为 $X(z)$ 、 $Y(z)$, 则

$$Y(z) = \frac{1 + \alpha z^{-1} + z^{-2}}{1 + \rho \alpha z^{-1} + z^{-2}} X(z) \quad (7)$$

若使原始信号 $x(n)$ 通过陷波滤波器,完全陷除基波信号,得到谐波信号加噪声信号 $y(n)$,再用原始信号 $x(n)$ 减去陷波输出 $y(n)$,即可得基波信号。

与文献[10]的格型滤波器相比较,二阶直接形式的自适应 IIR 陷波滤波器一个明显的优点在于,3 dB 衰减的陷波带宽 B_w 和陷波频率参数 α 可以单独调节,即不需将带宽 B_w 或 ρ 固定,即可获得稳定的自适应 IIR 滤波器,通过调节陷波频率参数 α ,由式(4)或式(5)则可以跟踪信号频率的变化。采用 Widrow-Hoff 提出的最小均方(LMS)自适应算法^[11]调节陷波频率参数 α ,即调整 α 使得陷波输出 $y(n)$ 的平方均值 $\hat{J}(\alpha)$ 最小。

假设原始信号 $x(n)$ 的长度为 N ,则

$$\hat{J}(\alpha) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |y(n)|^2 \quad (8)$$

因此,陷波频率参数 $\hat{\alpha}$ 可以按下式估算

$$\hat{\alpha} = \arg \min_{\alpha} \hat{J}(\alpha) \quad (9)$$

一般采用非线性最优化算法求取 α ,由最速下降法^[12]:

$$\alpha(n+1) = \alpha(n) - \mu \frac{\partial J(\alpha)}{\partial \alpha} \quad (10)$$

式中 μ 为步长因子。

为了简化计算,用 $J(\alpha)$ 的瞬时值代替平均值,则

$$\alpha(n+1) = \alpha(n) - \mu \frac{\partial |y(n)|^2}{\partial \alpha} \quad (11)$$

而且,因为 $|y(n)|^2 = [y(n)]^2$,可得 $\alpha(n)$:

$$\frac{\partial |y(n)|^2}{\partial \alpha} = 2y(n) \frac{\partial y(n)}{\partial \alpha} \quad (12)$$

将上式代入式(11):

$$\alpha(n+1) = \alpha(n) - 2\mu y(n) \frac{\partial y(n)}{\partial \alpha} \quad (13)$$

根据陷波滤波器传递函数方程式(2),可得出:

$$y(n) = x(n) + \alpha x(n-1) + x(n-2) - \rho \alpha y(n-1) - \rho^2 y(n-2) \quad (14)$$

所以

$$\frac{\partial y(n)}{\partial \alpha} = x(n-1) - \rho y(n-1) \quad (15)$$

由以上推导过程可知,给定初始值 $\alpha(0)$,则按照式(13)~(15)可以跟踪和估算陷波频率参数 $\alpha(n)$,并由式(5)计算基波频率。

传统的固定步长因子 LMS 算法难以同时获得较快的收敛速度和较小的稳态测量误差^[13]。为解决这一矛盾,采用变步长 $\mu(n)$,用估计的输出信号 $y(n)$ 和 $y(n-1)$ 自相关函数时间平均值的平方来调整,目的是当算法远离最优值时, $\mu(n)$ 有较大的值;当接近最优值时, $\mu(n)$ 的值逐渐减小。 $y(n)$ 和 $y(n-1)$ 自相关函数时间平均值 $\varphi(n)$ 的计算公式为^[14-15]

$$\varphi(n+1) = \lambda \varphi(n) + (1-\lambda) y(n) y(n-1) \quad (16)$$

其中, λ 为权重系数,且 $0 < \lambda < 1$ 。

在自适应算法的初始阶段,陷波输出 $y(n)$ 和

$y(n-1)$ 很大,从而估计值 $\varphi(n)$ 也很大,导致了大的步长 $\mu(n)$,算法接近最优值时, $y(n)$ 接近零,故 $\mu(n)$ 也很小,从而保证自适应算法在初始阶段有较快的收敛速度,在接近最优值时有较高的测量精度。

计算 $\mu(n)$ 的迭代公式为

$$\mu(n+1) = k\mu(n) + \beta \varphi^2(n) \quad (17)$$

上式中, k, β 为常系数,且 $0 < k < 1, \beta > 0$ 。为确保算法不出现大的振荡或过早地收敛,设定最小步长 $\mu_{\min}$ 和最大步长 $\mu_{\max}$,即 $\mu_{\min} < \mu(n) < \mu_{\max}$ 。因此,采用步长的陷波频率参数 α 迭代算法如下:

$$\alpha(n+1) = \alpha(n) - 2\mu(n) y(n) \frac{\partial y(n)}{\partial \alpha} \quad (18)$$

3 算法仿真

由以上分析可知,给定变步长迭代公式的常系数,即可由式(17)推导步长因子,再按式(18)得到陷波频率参数 α ,最后由式(5)求出频率 f_0 。取 $k=0.99$, $\beta=0.001$, $\lambda=0.95$, $\mu_{\min}=0.0001$, $\mu_{\max}=0.005$ 。设陷波器的输入信号为

$$x(n) = 1.0 \sin(\omega_0 n) + 0.01 \sin(2\omega_0 n) + 0.03 \sin(3\omega_0 n) + 0.03 \sin(5\omega_0 n) + 0.01 \text{randn}(n) \quad (19)$$

式中 $\omega_0 = 2\pi f_0$; $\text{randn}(n)$ 是振幅为 $(0,1)$ 分布的高斯噪声。

3.1 频率稳定时的测量仿真

设稳定频率 $f_0=49.8$ Hz,赋计算初值 0 Hz,采样频率 $f_s=1600$ Hz。仿真结果如图 1 所示,从图中可看出,刚开始频率从 0 Hz 突然跳变到 49.8 Hz 时,测量结果相对实际频率有一定的延时和振荡,测量误差较大,但是收敛很快,约一个半周期。趋于稳定后,频率测量结果与实际频率吻合,测量误差在 ± 0.008 Hz 以内。

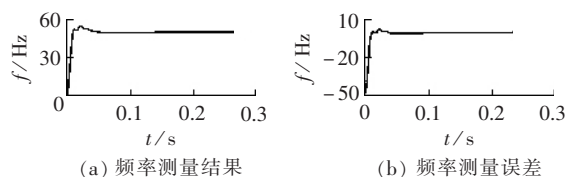


图 1 稳态频率测量结果和误差

Fig.1 The simulative estimation of stable frequency

3.2 频率波动时的测量仿真

设陷波器的输入信号频率按下式变化:

$$f_0 = 50 + 0.5 \sin(0.2\pi t) \quad (20)$$

仿真结果如图 2 所示,测量结果能够很好地跟踪实际频率的变化,测量结果曲线和实际频率曲线较吻合(由于滤波器特性,测量结果相对实际频率有一

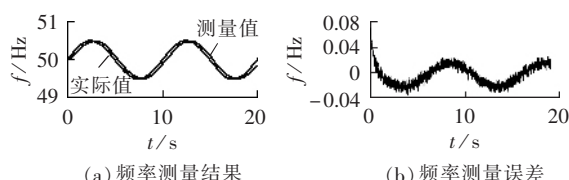


图 2 频率波动测量结果和误差

Fig.2 The simulative estimation of varying frequency

定的延迟);刚开始时,测量误差较大,约为 0.06 Hz,随后误差很快减小并保持在 ± 0.02 Hz 以内。

3.3 电机运行频率测量仿真

设陷波器的输入信号频率按下式变化:

$$f_0 = \begin{cases} 48 + 4t & 0 \leq t < 1 \\ 52 & 1 \leq t < 2 \\ 60 - 4t & 2 \leq t \leq 3 \end{cases} \quad (21)$$

即模拟电机加速—平稳运行—减速过程,频率从 48 Hz 开始以 4 Hz/s 的变化率迅速上升到 52 Hz,稳定运行一段时间后以同样的变化率迅速下降到 48 Hz。测量结果和误差如图 3 所示,可以看出,测量结果能够较好地与实际频率相吻合,跟踪效果较好,测量误差可以控制在 ± 0.05 Hz 以内。总体而言,频率的跟踪响应速度和测量精度都能够满足电机运行频率测量的要求。

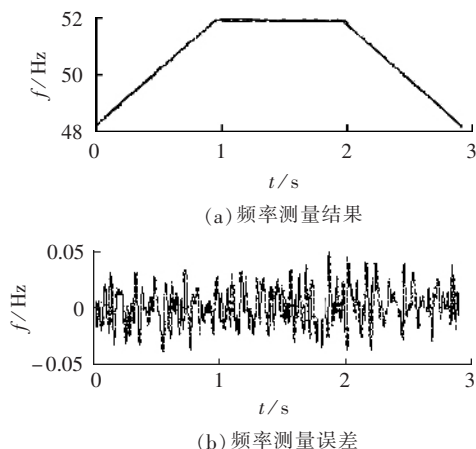


图 3 电机运行频率测量结果与误差

Fig.3 The simulative estimation of motor operating frequency

算法已应用于“基于虚拟仪器技术的电参量综合测试仪”的研制,实现时,各参数设置与文中相同,测试仪精度达到国家有关标准。

4 结论

采用二阶自适应 IIR 陷波滤波器测量和跟踪电气信号频率,能有效地抑制谐波和各种随机干扰,在稳态和暂态过程中测量精度和响应速度都能获得较好的统一,即使频率变化很快,也能获得满意的效果。该方法可以应用于电网频率监视、准同期自动并列、低频减载或电机微机保护等领域的频率测量中。

参考文献:

- [1] 谢小荣,韩英铎. 电力系统频率测量综述[J]. 电力系统自动化, 1999, 23(3): 54-58.
XIE Xiao-rong, HAN Ying-duo. An overview on power system frequency measurement[J]. Automation of Electric Power Systems, 1999, 23(3): 54-58.
- [2] NGUYEN C T, SRINIVASAN K A. A new technique for rapid tracking of frequency deviation based on level crossing[J]. IEEE Trans on PAS, 1984, 103(8): 483-488.
- [3] 索南加乐, 葛耀中, 王安定. 一种不受电压过零点影响的新型频

率测量方法[J]. 电力系统自动化, 1996, 20(4): 18-22.

- SUONAN Jia-le, GE Yao-zhong, WANG An-ding. New algorithm avoiding voltage cross-zero point for measuring frequency[J]. Automation of Electric Power Systems, 1996, 20(4): 18-22.
- [4] 李振然. 利用递推最小二乘算法测量电力系统频率[J]. 电网技术, 1995, 19(6): 38-40.
LI Zhen-ran. Using recursive least square algorithm to measure frequency of power system[J]. Power System Technology, 1995, 19(6): 38-40.
- [5] GIRCIS A A, HAM F M. A new FFT-based digital frequency relay for load shedding[J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1982, 101(2): 433-439.
- [6] PHADKE A G, THROP J S, ADAMIAC M G. A new measurement technique for tracking voltage phasors, local frequency and rate of change of frequency[J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1983, 102(5): 1025-1039.
- [7] FRIEDLANDER B. Analysis and performance evaluation of an adaptive notch filter[J]. IEEE Trans on IT, 1984, 30(2): 283-295.
- [8] 田社平, 颜德田. 基于数字陷波滤波的正弦波测量方法[J]. 计量技术, 2002(2): 6-8.
TIAN She-ping, YAN De-tian. Using notch filter to measure sinusoidal wave[J]. Measurement Technique, 2002(2): 6-8.
- [9] 张淑敏, 陈波. 汽车噪声和语音信号的谱分析及陷波器的应用[J]. 武汉汽车工业大学学报, 1999, 21(1): 64-67.
ZHANG Shu-min, CHEN Bo. Spectrum analysis of vehicle noise and speech signal and the application of a digital subsidence filter[J]. Journal of Wuhan Automotive Polytechnic University, 1999, 21(1): 64-67.
- [10] 张世平, 赵永平, 张绍卿, 等. 一种基于自适应陷波器的电网频率测量新方法[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(7): 81-83.
ZHANG Shi-ping, ZHAO Yong-ping, ZHANG Shao-qing, et al. A novel approach to measurement of power system frequency using adaptive notch filter[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(7): 81-83.
- [11] PEI Soo-chang, TSENG Chien-cheng. Adaptive IIR notch filter based on least mean p-power error criterion[J]. IEEE Transaction on Circuits and Systems, 1993, 40(8): 525-529.
- [12] PRAWIT Chum-chu. Simplify adaptive IIR notch filter on least mean p-power error criterion[J]. IEEE Transaction on Signal Process, 1998, 24(5): 335-338.
- [13] 成磊, 葛临东. 变步长 LMS 算法性能比较与仿真[J]. 信息工程大学学报, 2003, 4(4): 70-73.
CHENG Lei, GE Lin-dong. Performance comparisons and simulation of variable step-size LMS algorithms[J]. Journal of Information Engineering University, 2003, 4(4): 70-73.
- [14] PHUVASITKUL S. A new class of gradient-based algorithm by using variable step-size technique[J]. IEEE ICSP'02 Proceedings, 2002, 12(4): 85-88.
- [15] MARTIN K W, PADMANABHAN M. Using IIR adaptive filter bank to analyze short data segments of noise sinusoids[J]. IEEE Transaction on Signal Process, 1993, 41(8): 2583-2588.

(责任编辑: 汪仪珍)

作者简介:

欧立权(1979-), 男, 湖南永兴人, 硕士研究生, 研究方向为电力系统自动化、电气信号计算机检测等(E-mail: ouyqlq@avl.com.cn);

黄纯(1966-), 男, 湖南沅江人, 教授, 博士, 研究方向为电力系统自动化、电能质量分析与控制、信号处理在电气工程中的应用等;

刘云潺(1979-), 男, 河南兰考人, 硕士研究生, 研究方向为电力系统自动化、电能质量分析与控制。

Estimation of electrical signal frequency based on adaptive notch filter with variable step-size LMS algorithm

OU Li-quan, HUANG Chun, LIU Yun-chan

(Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: An approach for estimating the frequency of electrical signal disturbed by harmonics and noise is presented, which is based on adaptive second-order IIR (Infinite Impulse Response) notch filter with variable step-size LMS (Least Mean Square) algorithm. The working principle of notch filter is discussed in detail, which removes specific frequencies from input signal without influencing other frequency components. The notch filter coefficients are adapted according to the error of its outputs by a recursive LMS algorithm with variable step-size. In an example, with the given constants of variable step-size iterative formula, the frequency is calculated. Three simulative estimations of stable frequency, varying frequency and motor operating frequency are presented to demonstrate the effectiveness of the proposed algorithm.

This project is supported by the Scientific and Technical Item of Hunan Electric Power Company (20030301).

Key words: electrical signal; frequency; notch filter; adaptive filtering