

基于变量自适应分组的电力系统多速率仿真算法

高 毅,李继平,王成山

(天津大学 电力系统仿真控制教育部重点实验室,天津 300072)

摘要:提出一种用于电力系统稳定性仿真的多速率方法,能够在仿真过程中自适应地给出具有较高加速比的变量分组方式,避免了传统的多速率仿真方法为进行变量分组而需要预先给定分组步长比的困难。构建了不诚实牛顿法(VDHN)的分组求解算法,包括预测、插值和校正 3 个环节,并针对 VDHN 法的特点给出了校正过程中电压分组计算的方法。采用 IEEE 118 节点系统,通过比较所提方法、采用给定步长比进行变量分组的多速率仿真方法以及单速率仿真方法,验证了所提方法的正确性和计算效率,并证明了所提自适应分组方法优于传统的预先给定步长比的分组方法。

关键词:多速率法;电力系统稳定性仿真;自适应分组;不诚实牛顿法

中图分类号: TM 74

文献标识码: A

文章编号: 1006-6047(2011)02-0001-06

0 引言

现代电力系统规模庞大、元件丰富,当系统遭受扰动后,不同元件的响应速度差异很大^[1],是一个典型的多时间尺度系统,这给电力系统仿真技术带来了挑战。近年来出现了利用状态变量的局部截断误差进行步长控制的变步长仿真方法^[2-4],该方法适用于快动态出现不频繁的长过程仿真。但当系统在较长时间过程内都存在着快动态时,即使只有少数变量表现出快动态,变步长法的积分步长也会长期被限制在较小的数值,使得变步长法的效率受到严重的限制。由于电力系统中含有 HVDC、FACTS 和感应电动机负荷等快动态元件,在遭受扰动后的动态过程里,系统中通常会有少数变量呈现出快动态,而大多数变量的变化速率则相对较慢,此时,若采用统一步长进行仿真,则需要选取满足少数快变量计算精度的积分步长,这会造成计算效率的低下。

多速率法是由 Gear 提出的求解常微分方程组的数值积分算法^[5],该方法的基本原则是通过估算变量的计算误差选择恰好能够满足其计算精度的积分步长,从而提高计算效率,不同步长变量间的耦合可通过插值来计及。多速率方法适合于持续存在少量快动态的大规模系统动态过程的仿真计算。

Crow 等人将多速率方法引入电力系统仿真计算领域^[6-9],探讨了多速率法在电力系统仿真计算中的应用价值和实现方法。文献^[10-11]将多速率方法应用在包含电力电子设备的系统中。在电路以及机械系统的仿真计算中,多速率法也得到了相关应用^[12-14]。能否根据变量的变化速率对变量进行适当的分组,是决定多速率法加速效果好坏的关键问题。文献

[11]利用元件物理特性的差异将系统分为快、慢子系统,由于快、慢子系统所含元件的时间尺度差别很大,因此获得了较好的加速效果,但此法只是针对特定系统所给出的分组方法,对于不同的系统并不具有通用性,且不能随着仿真过程中系统动态的变化对分组做相应的调整。文献^[7,10]根据局部截断误差判断变量的变化速率,并采用预先给定的分组步长比对变量进行分组,与基于元件物理特性进行分组的方法相比,这种方法的通用性更强,当所选择的分组步长比较为合适时,能够获得较好的加速效果。但分组步长比的确定也需要考虑动态系统的物理特性,不同系统所对应的合适的分组步长比可能会差别较大。此外,在仿真过程中变量的变化速率会发生改变,从而不同时间尺度的变量组之间的相对速率比也会发生变化,而采用预先给定的分组步长比进行分组则不能适应这一变化。

本文提出了一种能够根据系统的物理特性和仿真过程中变量动态速率的变化自适应地进行变量分组的方法,避免了传统的基于局部截断误差的分组方法需要预先给定分组步长比的困难。提出了不诚实牛顿(VDHN)法^[4]的分组求解算法,包含预测、插值和校正 3 个主要过程,给出了这 3 个过程的实现方法,以及校正过程中电压分组计算的方法。

1 VDHN 法

1.1 梯形-牛顿法的基本原理

电力系统稳定性仿真问题可用下述数学方程表述^[15-16]:

$$\dot{X}=f(X,U) \quad (1)$$

$$I(X,U)=YU \quad (2)$$

其中, X 为动态元件的状态变量向量; U 为母线电压向量; $I(X,U)$ 是与 X 和 U 相关的母线注入电流向量;

收稿日期:2010-08-26;修回日期:2010-12-20

基金项目:国家重点基础研究发展计划(973)项目(2009CB219700);国家自然科学基金项目(50625722,50837001)

Y 是系统导纳矩阵。

根据梯形法积分公式,对式(1)在 $[t_n, t_{n+1}]$ 时步上进行差分,然后与 t_{n+1} 时刻的代数方程(2)联立,得到:

$$\begin{cases} F(X_{n+1}, U_{n+1}) = X_{n+1} - X_n - \frac{h}{2} [f(X_{n+1}, U_{n+1}) + f(X_n, U_n)] = 0 \\ G(X_{n+1}, U_{n+1}) = YU_{n+1} - I(X_{n+1}, U_{n+1}) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

其中,下标 n 和 $n+1$ 分别表示 t_n 和 t_{n+1} 时刻的量;积分步长 $h = t_{n+1} - t_n$ 。

采用牛顿法求解式(3),首先要预测系统变量在 t_{n+1} 时刻的值 $(X_{n+1}^0, U_{n+1}^0)^{[16-17]}$,然后以预测值为初值迭代求解式(3),第 k 步迭代需要计算下列方程:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & Y + Y_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_{n+1}^k \\ \Delta U_{n+1}^k \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} F_{n+1}^{k-1} \\ G_{n+1}^{k-1} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} X_{n+1}^k \\ U_{n+1}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{n+1}^{k-1} \\ U_{n+1}^{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X_{n+1}^k \\ \Delta U_{n+1}^k \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中, A, B, C, Y_D 在 $(X_{n+1}^{k-1}, U_{n+1}^{k-1})$ 上求取, $A = E - \frac{h}{2} \times$

$$\frac{\partial f}{\partial X}, B = -\frac{h}{2} \frac{\partial f}{\partial U}, C = -\frac{\partial I}{\partial X}, Y_D = -\frac{\partial I}{\partial U}。$$

式(4)可以进一步化为^[15]

$$\Delta X_{n+1}^k = -A^{-1}(F_{n+1}^{k-1} + B \Delta U_{n+1}^k) \quad (6)$$

$$(Y + Y_D - CA^{-1}B) \Delta U_{n+1}^k = -G_{n+1}^{k-1} + CA^{-1}F_{n+1}^{k-1} \quad (7)$$

求解式(6)(7)获得修正量 $\Delta X_{n+1}^k, \Delta U_{n+1}^k$,代入式(5)解得 X_{n+1}^k, U_{n+1}^k 。当 F_{n+1}^k 或 G_{n+1}^k 小于某一给定值后方可结束在 $[t_n, t_{n+1}]$ 时步上的迭代校正过程。

1.2 VDHN 法原理

在仿真计算过程中可保持矩阵 A, B, C, Y_D 在若干时步内恒定不变,另外,可采用文献[4]所给出的方法将式(7)化简为如下形式:

$$(Y + Y_{Dn})U_{n+1}^k = I_{n+1}^{k-1} + Y_{Dn}U_{n+1}^{k-1} + CA^{-1}F_{n+1}^{k-1} \quad (8)$$

其中, Y_{Dn} 为 Y_D 的固定导纳部分。

通过上述化简,将校正过程中对式(7)的求解化为对节点电压式(8)的求解。由于 $(Y + Y_{Dn})$ 只需在网络发生变化时进行更新和三角分解,因此电压的校正计算省去了式(7)中等号左侧系数矩阵的更新和三角分解的计算量。

2 变量的自适应分组方法

本文根据局部截断误差来判断状态变量动态速率的快慢,并给出一种状态变量的自适应分组方法,然后根据状态变量的分组确定节点电压的分组。

采用梯形积分法,其局部截断误差的计算公式^[7]为

$$e_{LT} = \frac{h^3}{12} \frac{d^3 x(\theta)}{dt^3} \quad t_n < \theta < t_{n+1} \quad (9)$$

其中,积分步长 $h = t_{n+1} - t_n$ 。

在仿真中局部截断误差的计算可采用近似公

式,并且取绝对值^[7]。

$$e_{LT} = \frac{h^3}{2} \left| \frac{x_{n+1} - x_n}{h_{n+1} \gamma_{n+1} \delta_{n+1}} - \frac{x_n - x_{n-1}}{h_n \gamma_{n+1} \delta_{n+1}} - \frac{x_n - x_{n-1}}{h_n \gamma_n \delta_{n+1}} + \frac{x_{n-1} - x_{n-2}}{h_{n-1} \gamma_n \delta_{n+1}} \right| \quad (10)$$

其中, $\gamma_{n+1} = h_{n+1} + h_n, \delta_{n+1} = h_{n+1} + h_n + h_{n-1}$ 。

预先给定误差上限 $E_{\max}$ 和误差下限 $E_{\min}$,当变量的 $e_{LT} \in [E_{\min}, E_{\max}]$ 时,变量的步长保持不变;否则,步长更新为^[7]

$$h_{\text{new}} = h_{\text{old}} \left(\frac{E_{\max} + E_{\min}}{2e_{LT}} \right)^{1/3} \quad (11)$$

在基于局部截断误差进行状态变量分组的多速率仿真研究中,通常根据预先给定的步长比进行状态变量的分组^[7,10],其主要思路如下:

步骤 1 计算所有状态变量的局部截断误差,并根据局部截断误差计算所有状态变量的积分步长,找出其中最小的步长 $h_{\min}$;

步骤 2 将步长小于 $Rh_{\min}$ 的变量分为一组,该组步长确定为 $h_{\min}$, R 为预先给定的分组步长比,一般为整数;

步骤 3 若所有变量都已完成分组,则分组过程结束,否则找出尚未分组变量的最小步长 $h_{\min}$,执行步骤 2。

也可以不计算积分步长,直接利用局部截断误差进行分组^[7]。若只需将变量分为 2 组,则只进行到步骤 2,然后将剩下的变量分为第 2 组即可。

变量分组与多速率法的加速效果直接相关。慢变量的个数越多,加速效果越好;另外,慢变量组与快变量组的步长比越大,加速效果越好。假设仿真计算的工作量与积分步数和方程个数的乘积成正比,则可采用下式估算当系统变量分为 2 组时多速率法的加速效果^[12-13]:

$$s = \frac{nR}{n_L + n_A R} = \left[1 - \frac{n_L}{n} \left(1 - \frac{1}{R} \right) \right]^{-1} \quad (12)$$

其中,加速比 s 为单速率法的计算量与多速率法的计算量的比,即单速率法的计算时间与多速率法的计算时间的比; n 为总的变量个数; n_A 和 n_L 分别为快变量组和慢变量组的变量个数; R 为慢变量组与快变量组的步长比。

由此公式可知,如果 n_L/n 和 R 足够大,采用多速率法将获得较好的加速效果。

若根据前文所述的分组方法,采用预先给定的步长比 R 将变量分为 2 组, R 的大小将决定慢变量个数占变量总个数的比例 n_L/n ,因此,分组步长比的选择将决定多速率法的加速效果。由于不同动态系统时间尺度的范围不同,并且变量的动态速率在仿真过程中也会发生变化,因此很难预先给定合适的分组步长比。

针对上述问题,本文基于多速率法加速效果的估算公式,提出一种状态变量的自适应分组方法,先给

出将变量分为 2 组的方法。

步骤 1 计算所有状态变量的局部截断误差,并根据局部截断误差计算所有状态变量的积分步长,找出其中最小的步长 $h_{\min}$ 。

步骤 2 计算所有状态变量的步长 h_i 与 $h_{\min}$ 的比值并取整,即 $R_i = \text{int}[h_i/h_{\min}]$,并找出其中最大的比值 R_{up} 。

步骤 3 统计 $2 \sim R_{\text{up}}$ 中每个步长比所对应的变量个数,并根据式(12)计算每个步长比所对应的加速比。

步骤 4 找出所有加速比中的最大值即全局最优加速比 $s_{\max}$,及其对应的步长比 $R_{\max}$ 。若 $s_{\max}$ 大于预先给定的加速比下限 s_{lim} ,则采用步长比 $R_{\max}$ 将变量分为 2 组,否则将不进行分组。

上述方法是用全局最优加速比所对应的步长比将系统变量分为 2 组,而当全局最优加速比小于预先给定的 s_{lim} 时,采用多速率法将不能获得较好的加速效果,因此不进行分组。基于该想法,下面给出一种将变量分为 M 组($M \geq 2$)的方法,此法将局部最优加速比作为变量分组的依据,首先找出所有局部最优的加速比及其对应的步长比,然后在其中寻找能将变量分为多组的步长比组合,并从中筛选出最优的分组方案。

$s_i (2 \leq i \leq R_{\text{up}})$ 为局部最优加速比需要满足以下 2 个条件:

a. 对于 $2 < i < R_{\text{up}}$, 需要满足 $s_i > s_{i-1}$ 且 $s_i > s_{i+1}$, 特别对于 $i=2$ 或 R_{up} , 需满足 $s_i > s_{i+1}$ 或 $s_i > s_{i-1}$;

b. $s_i > s_{\text{lim}}$ 。

考虑系统变量被分为 M 组,其中,第 k 组的步长记为 $h_k (k=1, 2, \dots, M)$, 对于 $k < j \leq M$, 有 $h_k < h_j$, 且步长比 $R_{j-k} = h^{(j)} / h^{(k)}$ 为整数, n_k 是第 k 组变量的个数。系统变量分为 M 组时加速比的估算公式如下:

$$s = \left[1 - \sum_{k=2}^M \frac{n_k}{n} \left(1 - \frac{1}{R_{k-1}} \right) \right]^{-1} \quad (13)$$

下面给出将变量分为 M 组的方法。

a. 执行前文中将变量自适应分为 2 组的步骤 1 至步骤 3。

b. 找出所有局部最优的加速比及其对应的步长比集合 R_{local} 。统计局部最优加速比的个数 m 。若 $m < 1$, 则不进行分组, 结束分组过程; 否则, 找出其中最大的加速比及其对应的步长比, 记为 $s_{\max-2}$ 和 $R_{\max-2}$, 最优分组个数 g 赋值为 2。

c. 在 R_{local} 中, 对任意 $1 \leq i < j \leq m$, 若 $R_{\text{local}-j} \div R_{\text{local}-i} \geq 2$, 则可利用这 2 个步长比将变量分为 3 组, 找出所有满足该条件的步长比组合 $R_j = \{R_{\text{local}-i}, R_{\text{local}-j}\}$, 组成集合 R_3 , 若 R_3 中元素个数为 0, 说明无法找出满足条件的步长比组合将变量分为 3 组, 执行步骤 f; 否则, 计算采用 R_3 中所有步长比组合进行分组所得到的加速比, 找出其中最大的加速比及其对应的

步长比组合, 记为 $s_{\max-3}$ 和 $R_{\max-3}$ 。若 $s_{\max-3} > \alpha s_{\max-2}$, 则将 g 赋值为 3; 否则, 将 $s_{\max-3}$ 赋值为 $\alpha s_{\max-2}$ 。 α 为预先给定的大于 1 的系数。

d. 对任意 $R_j \in R_3$ 和任意 k 满足 $j < k \leq m$, 若 $R_{\text{local}-k} / R_{\text{local}-j} \geq 2$, 则可利用步长比组合 $\{R_{\text{local}-i}, R_{\text{local}-j}, R_{\text{local}-k}\}$ 将变量分为 4 组, 找出所有满足该条件的步长比组合组成集合 R_4 , 若 R_4 中元素个数为 0, 执行步骤 f; 否则, 计算采用 R_4 中所有步长比组合进行分组所得到的加速比, 找出其中最大的加速比及其对应的步长比组合, 记为 $s_{\max-4}$ 和 $R_{\max-4}$ 。若 $s_{\max-4} > \alpha s_{\max-3}$, 则将 g 赋值为 4; 否则, 将 $s_{\max-4}$ 赋值为 $\alpha s_{\max-3}$ 。

e. 以此类推, 可按上述方法分析将变量分为任意多组的情况, 由于分组步长比组合是在 R_{local} 中进行选择, 因此变量组数小于 R_{local} 中元素的个数 m 。当考虑将变量分成 p 组的情况时 ($2 < p \leq m$), 若 R_p 中元素的个数为 0, 执行步骤 f。

f. 根据以上过程所获得的最优分组个数 g 对变量进行分组: 若 $g=2$, 则根据步长比 $R_{\max-2}$ 将变量分为 2 组; 若 $g>2$, 则根据步长比组合 $R_{\max-g}$ 将变量分为 g 组。

上述方法是将局部最优加速比作为变量分组的依据, 在局部最优加速比所对应的步长比集合 R_{local} 中选择可以将变量分为 p 组 ($2 \leq p \leq m$) 的步长比组合, 并通过估算和比较各种分组方式所对应的加速比, 选出最优的分组方式。此法可以根据动态系统的物理特性以及仿真过程中变量动态速率的变化, 自适应地给出具有较好加速效果的分组方式, 避免了需要预先给定分组步长比的困难。由于组数的增加会增大多速率法的交接误差, 因此当分组数 $p \geq 3$ 时, 预先给定一个大于 1 的系数 α , 要求分为 p 组所对应的加速比 $s_{\max-p}$ 必须大于 $\alpha s_{\max-(p-1)}$ 。另外, 也可人为设置组数的上限。

在完成了状态变量的分组后, 将每个节点的电压分至该节点所对应的状态变量中步长最小的状态变量所属的变量组; 若节点中没有动态元件, 则将该节点电压分至第 M 组, 即步长最大的变量组。

在仿真过程中, 每隔若干个时步判断是否需要重新进行分组。满足下列 2 个条件中的一个, 则重新进行分组:

a. 某个状态变量的局部截断误差大于误差上限 $E_{\max}$;

b. 超过 30% 的状态变量的局部截断误差小于误差下限 $E_{\min}$ 。

3 VDHN 法的分组求解算法

设仿真过程已进行到时刻 t , 仿真步长 h 为最大步长组即第 M 组的步长 $h^{(M)}$, 将第 g 组 ($g=1, 2, \dots, M$) 仿真进程的时间记为 $t^{(g)}$, 图 1 给出 VDHN 法的分组求解算法在 $[t, t+h]$ 内的流程。该过程包含 3 个

主要环节:预测、插值、校正。在进行快变量的积分计算之前,先要做慢变量的预测和插值计算,以提供慢变量在快变量积分时刻上的插值。图 2 给出了第 g 组和第 $g+1$ 组积分计算的同步化处理。首先进行第 $g+1$ 组在时步 $[t^{(g+1)}, t^{(g+1)} + h^{(g+1)}]$ 上的预测计算;然后利用第 $g+1$ 组变量在区间 $[t^{(g+1)}, t^{(g+1)} + h^{(g+1)}]$ 内第 g 组计算时刻上的插值,进行第 g 组的积分计算,需要进行 $R_{(g+1)-g} = h^{(g+1)} / h^{(g)}$ 个时步;而第 g 组在该区间上最后一个时步的校正计算将和第 $g+1$ 组的校正计算同时进行。

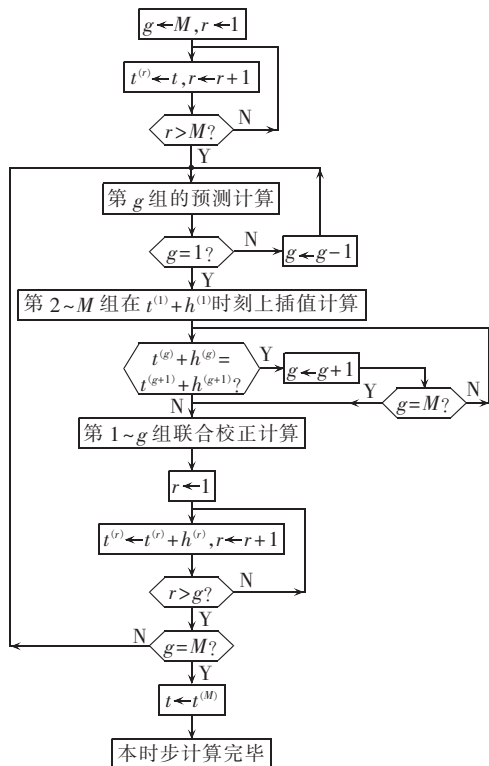


图 1 VDHN 法的分组求解算法在 $[t, t+h]$ 内的流程

Fig.1 Flowchart of step $[t, t+h]$ of VDHN algorithm for solving grouped variables

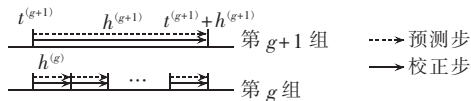


图 2 变量组积分计算的同步化

Fig.2 Variable integral synchronization of different groups

3.1 预测

状态变量的预测采用前向欧拉法,下式为第 g 组 ($g=1, 2, \dots, M$) 状态变量在时步 $[t^{(g)}, t^{(g)} + h^{(g)}]$ 上的预测公式,其中 $X^{(g)}$ 和 $f^{(g)}$ 分别为第 g 组状态向量和导函数向量。

$$X_{t^{(g)}+h^{(g)}}^{0,(g)} = X_{t^{(g)}}^{(g)} + h^{(g)} f_{t^{(g)}}^{(g)} \quad (14)$$

对于 $g=M$,式(14)中 $f_{t^{(g)}}^{(g)}$ 可写为

$$f_{t^{(g)}}^{(g)} = f_{t^{(M)}}^{(M)} = f^{(M)}(X_{t^{(M)}}^{(M)}, U_{t^{(M)}}^{(M)}) \quad (15)$$

对于 $g < M$,将第 $1 \sim g$ 组状态向量和电压向量分别记为 $X^{(g-)}$ 和 $U^{(g-)}$,将第 $g+1 \sim M$ 组状态向量和电压向量分别记为 $X^{(g+)}$ 和 $U^{(g+)}$,并在变量上方增加符号“ $\wedge$ ”来表示变量在某时刻的插值量。式(14)中

$f_{t^{(g)}}^{(g)}$ 可写为

$$f_{t^{(g)}}^{(g)} = f^{(g)}(X_{t^{(g)}}^{(g-)}, \hat{X}_{t^{(g)}}^{(g+)}, U_{t^{(g)}}^{(g-)}, \hat{U}_{t^{(g)}}^{(g+)}) \quad (16)$$

母线电压的预测采用线性外插法,设 U_i 为 $U^{(g)}$ 中任意一个电压变量, U_{i,t_p} 为 U_i 在 $t^{(g)}$ 的前一个时刻 t_p 上的值,下式给出 U_i 的预测公式。

$$U_{i,t^{(g)}+h^{(g)}}^0 = U_{i,t^{(g)}} + \frac{h^{(g)}}{t^{(g)} - t_p} (U_{i,t^{(g)}} - U_{i,t_p}) \quad (17)$$

3.2 插值

对于 $g < j \leq M$,设已完成第 j 组在时步 $[t^{(j)}, t^{(j)} + h^{(j)}]$ 上的预测计算,且 $t^{(g)} \in [t^{(j)}, t^{(j)} + h^{(j)}]$,采用线性内插法计算第 j 组变量在 $t^{(g)}$ 时刻上的插值。

$$\hat{X}_{t^{(g)}}^{(j)} = X_{t^{(j)}}^{(j)} + \frac{t^{(g)} - t^{(j)}}{h^{(j)}} (X_{t^{(j)}+h^{(j)}}^{0,(j)} - X_{t^{(j)}}^{(j)}) \quad (18)$$

$$\hat{U}_{t^{(g)}}^{(j)} = U_{t^{(j)}}^{(j)} + \frac{t^{(g)} - t^{(j)}}{h^{(j)}} (U_{t^{(j)}+h^{(j)}}^{0,(j)} - U_{t^{(j)}}^{(j)}) \quad (19)$$

3.3 校正计算

图 3 为第 $1 \sim g$ 组 ($g=1, 2, \dots, M$) 变量在时步 $[t^{(g)}, t^{(g)} + h^{(g)}]$ 上进行联合校正计算的流程,其中求解第 $1 \sim g$ 组电压的方法将在 3.4 节中介绍。图 3 中所有变量都在 $t^{(g)} + h^{(g)}$ 时刻上计算,因此省略表示时间的下标 $t^{(g)} + h^{(g)}$,2 个上标分别表示迭代次数和变量的组别,例如 $F^{k,(g-)}$ 是第 $1 \sim g$ 组的状态残差向量在完成第 k 次迭代后的值。采用 VDHN 法对第 $1 \sim g$ 组变量进行校正,其雅可比矩阵用 $t^{(g)} + h^{(g)}$ 时刻第 $1 \sim g$ 组变量的预测值求取,且在迭代过程中不做更新,因此省略其表示迭代次数的上标。

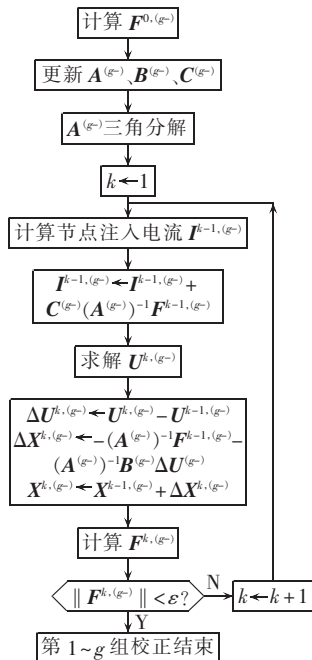


图 3 第 $1 \sim g$ 组变量在时步 $[t^{(g)}, t^{(g)} + h^{(g)}]$ 上的联合校正计算流程

Fig.3 Flowchart of step $[t^{(g)}, t^{(g)} + h^{(g)}]$ of correction calculation for group $1 \sim g$

在图 3 所示的校正计算过程中,对于 $j \leq g$,第 j 组当前的计算时步为 $[t^{(j)}, t^{(j)} + h^{(j)}]$,且 $t^{(j)} + h^{(j)} = t^{(g)} +$

$h^{(g)}$, 式(20)给出第 j 组的状态残差向量的计算公式, 其中导函数向量的计算可参照式(15)(16)。

$$\mathbf{F}_{t^{(j)}+h^{(j)}}^{k,(j)} = \mathbf{X}_{t^{(j)}+h^{(j)}}^{k,(j)} - \mathbf{X}_{t^{(j)}}^{(j)} - \frac{h^{(j)}}{2} [\mathbf{f}_{t^{(j)}+h^{(j)}}^{k,(j)} + \mathbf{f}_{t^{(j)}}^{(j)}] \quad (20)$$

而第 j 组的节点注入电流为第 j 组母线电压所对应节点的注入电流, 可写为

$$\mathbf{I}_{t^{(j)}+h^{(j)}}^{k,(j)} = \mathbf{I}^{(j)}(\mathbf{X}_{t^{(j)}+h^{(j)}}^{k,(j)}, \hat{\mathbf{X}}_{t^{(j)}+h^{(j)}}^{(j)}, \mathbf{U}_{t^{(j)}+h^{(j)}}^{k,(j)}, \hat{\mathbf{U}}_{t^{(j)}+h^{(j)}}^{(j)}) \quad (21)$$

第 $1 \sim g$ 组变量校正计算时所采用的雅可比矩阵具有如下形式:

$$\mathbf{A}^{(g-)} = \frac{\partial \mathbf{F}^{(g-)}}{\partial \mathbf{X}^{(g-)}}, \quad \mathbf{B}^{(g-)} = \frac{\partial \mathbf{F}^{(g-)}}{\partial \mathbf{U}^{(g-)}}, \quad \mathbf{C}^{(g-)} = -\frac{\partial \mathbf{I}^{(g-)}}{\partial \mathbf{X}^{(g-)}}$$

3.4 电压计算

本文第 1 节所描述的 VDHN 法在进行校正计算时, 每一步迭代都要求解式(6)(8), 而式(8)实质上是电力网络的节点电压方程。对于一个 n 阶的节点电压方程, 若已经形成节点导纳阵的因子表, 则节点电压的求解过程包括消去和回代 2 个计算过程。第 i 个节点注入电流 I_i 的消去运算包括:

$$I_i^{(i)} = I_i^{(i-1)} / \bar{Y}_{ii} \quad i=1, 2, \dots, n \quad (22)$$

$$I_i^{(j)} = I_i^{(j-1)} - \bar{Y}_{ij} I_j^{(j)} \quad j=1, 2, \dots, i-1 \quad (23)$$

其中, I 的上标代表消去计算的次数; $\bar{Y}_{ij}$ 为导纳阵因子表中第 i 行、第 j 列元素; $I_i^{(i)}$ 为 I_i 完成消去计算后的值, 将其记为 $\bar{I}_i$, 并将 I_i 的消去运算过程写为

$$\bar{I}_i = \frac{1}{\bar{Y}_{ii}} \left(I_i - \sum_{j=1}^{i-1} \bar{Y}_{ij} \bar{I}_j \right) \quad i=1, 2, \dots, n \quad (24)$$

节点 i 的电压 U_i 的回代计算公式可写为

$$U_i = \bar{I}_i - \sum_{j=i+1}^n \bar{Y}_{ij} U_j \quad i=1, 2, \dots, n \quad (25)$$

设 U_i 是第 $1 \sim g$ 组电压向量中的一个元素, 将节点 $1 \sim i-1$ 中属于第 $1 \sim g$ 组电压所对应节点的序号记为 $a_1, a_2, \dots, a_r$, 剩下的记为 $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \dots, \bar{a}_s (r+s=i-1)$; 将节点 $i+1 \sim n$ 中属于第 $1 \sim g$ 组电压所对应节点的序号记为 $b_1, b_2, \dots, b_p$, 剩下的记为 $\bar{b}_1, \bar{b}_2, \dots, \bar{b}_q (p+q=n-i)$ 。则求解 U_i 所对应的消去和回代计算可写为

$$\bar{I}_i = \frac{1}{\bar{Y}_{ii}} \left(I_i - \sum_{j=1}^r \bar{Y}_{ia_j} \bar{I}_{a_j} - \sum_{j=1}^s \bar{Y}_{i\bar{a}_j} \bar{I}_{\bar{a}_j} \right) \quad (26)$$

$$U_i = \bar{I}_i - \sum_{j=1}^p \bar{Y}_{ib_j} U_{b_j} - \sum_{j=1}^q \bar{Y}_{i\bar{b}_j} U_{\bar{b}_j} \quad (27)$$

可见在求解 $\bar{I}_i$ 的消去计算过程中, 需要获得第 $1 \sim g$ 组中消去后的注入电流 $\bar{I}_{a_j} (j=1, 2, \dots, r)$ 和第 $g+1 \sim M$ 组中消去后的注入电流 $\bar{I}_{\bar{a}_j} (j=1, 2, \dots, s)$; 而求解 U_i 的回代计算过程需要获得第 $1 \sim g$ 组的电压 $U_{b_j} (j=1, 2, \dots, p)$ 和第 $g+1 \sim M$ 组的电压 $U_{\bar{b}_j} (j=1, 2, \dots, q)$ 。本文采用第 $g+1 \sim M$ 组电压和消去后注入电流的插值进行第 $1 \sim g$ 组的电压计算:

$$\bar{I}_i = \frac{1}{\bar{Y}_{ii}} \left(I_i - \sum_{j=1}^r \bar{Y}_{ia_j} \bar{I}_{a_j} - \sum_{j=1}^s \bar{Y}_{i\bar{a}_j} \hat{\bar{I}}_{\bar{a}_j} \right) \quad (28)$$

$$U_i = \bar{I}_i - \sum_{j=1}^p \bar{Y}_{ib_j} U_{b_j} - \sum_{j=1}^q \bar{Y}_{i\bar{b}_j} \hat{U}_{\bar{b}_j} \quad (29)$$

这样在求解第 $1 \sim g$ 组电压时, 省去了第 $g+1 \sim M$ 组电压所对应的消去、回代计算, 也省去了第 $g+1 \sim M$ 组注入电流的求解, 并且仍然使用已经形成的导纳阵的因子表。

综上所述, 在积分时步 $[t^{(g)}, t^{(g)}+h^{(g)}]$ 上的第 $1 \sim g$ 组变量的校正计算中, 第 $1 \sim g$ 组电压的求解直接使用已经形成的导纳阵的因子表, 进行第 $1 \sim g$ 组电压所对应的消去、回代计算, 而计算过程中所需的第 $g+1 \sim M$ 组的电压和消去后注入电流则采用它们在 $t^{(g)}+h^{(g)}$ 时刻上的插值。消去后注入电流的预测和插值方法采用本文 3.1 节和 3.2 节所介绍的电压预测和插值方法。

4 算例分析

采用 IEEE 118 节点系统^[9], 该系统含有 118 条母线和 34 台发电机。采用六阶发电机模型, 并考虑励磁和原动控制; 第 1、20、85、110 号母线的负荷采用感应电动机负荷模型, 其他负荷采用恒阻抗模型。设置 3 号母线在 0.1 s 时发生三相短路接地故障, 0.2 s 故障切除; 14 号母线与 15 号母线之间的线路在 10.1 s 时发生断路。仿真时间为 15 s。

本文多速率法的相关参数如下: $E_{\max} = 10^{-4}$, $E_{\min} = 10^{-5}$, $s_{\lim} = 1.5$, $\alpha = 1.3$ 。设置传统单速率方法的仿真步长为 0.01 s。

图 4 和图 5 比较了本文多速率法与传统单速率法的计算结果, 其中图 4 给出了 112 号母线和 4 号母线发电机的相对功角, 图 5 给出了 1 号母线感应电动机暂态电势标幺值的实部。上述比较显示出 2 种方法的计算结果是一致的。

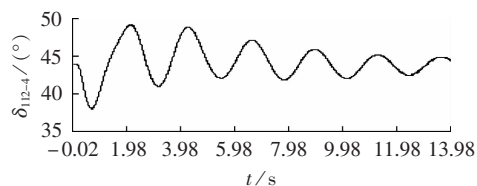


图 4 Bus 112 和 Bus 4 发电机相对功角

Fig.4 Relative rotor angle between generators on Bus 112 and Bus 4

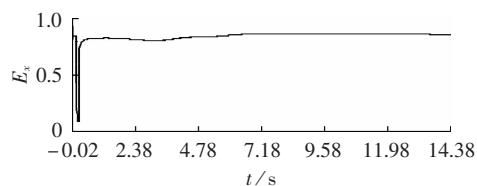


图 5 Bus 1 感应电动机暂态电势实部

Fig.5 Real part of transient voltage of induction motor on Bus 1

采用自适应分组方法在仿真过程中对系统变量进行分组, 最小步长组的步长保持在 0.01 s, 步长比的变化曲线见图 6, 其中步长比为 1 时分组的组数为 1, 即没对变量进行分组, 步长比大于 1 时, 变量被分

为 2 组。出现上述分组结果是由于系统中包含着 2 种不同时间尺度的动态元件,发电机和原动控制是系统中的慢动态元件,感应电动机负荷和励磁控制是系统中的快动态元件,由于感应电动机的暂态电势和励磁控制器的输出电压等变量在仿真过程中持续表现出较高的动态速率,因此最小步长组的步长始终被限制在 0.01 s。

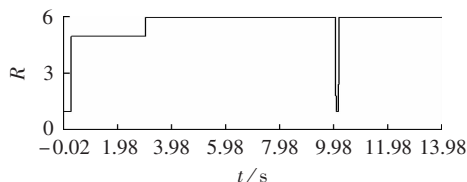


图 6 自适应分组方法的分组步长比
Fig.6 Grouping step ratio of adaptive grouping method

表 1 比较了以下 3 种方法的计算效率:传统单速率法;采用本文自适应分组方法的多速率法;预先给定分组步长比的多速率法。由于自适应分组方法在仿真进行过程中自动选择最优的分组步长比,因此采用自适应分组方法的多速率仿真所用的计算时间最少。而预先给定分组步长比的多速率法,当分组步长比与自适应方法所选择的步长比较为接近时,也能获得较好的加速比,但若所选择的分组步长比不合适,则获得的加速比明显低于本文方法所获得的加速比。

表 1 3 种方法的计算效率比较

Tab.1 Comparison of calculation efficiency among three methods

仿真方法	计算时间/s	加速比
单速率法	1.670	1.000
本文多速率法	0.935	1.786
多速率法($R=6$)	0.942	1.773
多速率法($R=5$)	0.953	1.752
多速率法($R=4$)	0.969	1.723
多速率法($R=3$)	1.109	1.506
多速率法($R=2$)	1.438	1.161

5 结论

本文基于多速率法加速比的估算公式提出了一种能够在仿真过程中对变量进行自适应分组的方法,并提出了能够在变量被分成任意多组后对系统进行分组求解的 VDHN 法的分组求解算法。通过仿真算例验证了本文方法的正确性。并在算例中比较了本文的分组方法和传统的给定步长比的分组方法,说明当所选择的分组步长比不合适时,预先给定步长比进行分组的多速率法不能获得较高的加速比;而本文的分组方法则能够在仿真过程中自适应地给出具有较高加速比的分组方案,从而能有效地提高仿真计算的效率。

参考文献:

[1] 中国南方电网公司. 交直流电力系统仿真技术[M]. 北京:中国

电力出版社,2007:1-70.

- [2] KURITA A,OKUBO H,KLAPPER D B,et al. Multiple time-scale power system dynamic simulation[J]. IEEE Transactions on Power Systems,1993,8(1):216-223.
- [3] 宋新立,汤勇,刘文焯,等. 电力系统全过程动态仿真的组合数值积分算法研究[J]. 中国电机工程学报,2009,29(28):23-29.
SONG Xinli,TANG Yong,LIU Wenzhuo,et al. Mixed numerical integral algorithm for full dynamic simulation of the power system[J]. Proceedings of the CSEE,2009,29(28):23-29.
- [4] 吴红斌,丁明. 用于电力系统暂态稳定仿真的可变步长牛顿法[J]. 中国电机工程学报,2010,30(7):36-41.
WU Hongbin,DING Ming. Newton method with variable step size for power system transient stability simulation[J]. Proceedings of the CSEE,2010,30(7):36-41.
- [5] GEAR C W,WELLS D R. Multirate linear multistep methods [J]. BIT Numerical Mathematics,1984,24(4):484-502.
- [6] CROW M L,CHEN J G. The multirate method for simulation of power system dynamics[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1994,9(3):1684-1690.
- [7] CROW M L,CHEN J G. The multirate simulation of FACTS devices in power system dynamics[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1996,11(1):376-382.
- [8] CHEN J J,CROW M L,CHOWDHURY B H,et al. An error analysis of the multirate method for power system transient stability simulation[C]//2004 IEEE PES Power Systems Conference and Exposition. New York,USA:[s.n.],2004:982-986.
- [9] CHEN J J,CROW M L. A variable partitioning strategy for the multirate method in power systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems,2008,23(2):259-266.
- [10] KATO T,KATAOKA T. Computer-aided analysis of a power electronic circuit by a new multirate method[C]//IEEE 29th Annual Power Electronics Specialists Conference. Fukuoka,Japan: [s.n.],1998:1076-1083.
- [11] PEKAREK S D,WASYNCZUK O,WALTERS E A, et al. An efficient multirate simulation technique for power-electronic-based systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems,2004, 19(1):399-409.
- [12] BARTEL A,GUNTHER M,KVARNO A. Multirate methods in electrical circuit simulation[R]. [S.l.]:Springer,2002.
- [13] SAVCENCO V,HUNDSDORFER W,VERWER J G. A multi-rate time stepping strategy for stiff ordinary differential equations[J]. BIT Numerical Mathematics,2007,47(1):137-155.
- [14] MARTIN A. Multi-rate time integration for large scale multi-body system models[C]//IUTAM Symposium on Multiscale Problems in Multibody System Contacts. [S.l.]:Springer,2007: 1-10.
- [15] KUNDUR P. 电力系统稳定与控制[M]. 本书翻译组,译. 北京:中国电力出版社,2002:559-642.
- [16] 汤涌. 电力系统稳定计算隐式积分交替求解[J]. 电网技术, 1997,21(2):1-3.
TANG Yong. An implicit integration alternating solution method for power system dynamic stability simulation[J]. Power System Technology, 1997,21(2):1-3.
- [17] 余贻鑫,陈礼义. 电力系统的安全性和稳定性[M]. 北京:科学出版社,1988:107-149.

(编辑:李育燕)

作者简介:

高 毅(1983-),男,安徽淮南人,博士研究生,研究方向为电力系统仿真(E-mail:talentgaoyi@tju.edu.cn);

李继平(1966-),男,山西晋中人,副教授,研究方向为电力系统规划;

王成山(1962-),男,天津人,教育部长江学者特聘教授,研究方向为电力系统安全性分析、城市电网规划和配电系统自动化、分布式发电系统。

(下转第 25 页 continued on page 25)

Multi-rate method for power system simulation based on self-adaptive variable grouping

GAO Yi, LI Jiping, WANG Chengshan

(Key Laboratory of Power System Simulation and Control under Ministry of Education,
Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: A multi-rate simulation method is proposed for power system stability analysis, which adaptively groups the variables with higher speed-up ratio to avoid the grouping step ratio setting in traditional multi-rate simulation methods. The VDHN (Very DisHonest Newton) method is adjusted to solve the grouped variables, including three steps: prediction, interpolation and correction, for which the calculative method for solving the grouped bus-voltage variables in correction process is presented. The comparison among the proposed method, multi-rate method with given grouping step ratio and single-rate method shows the superiority of the proposed method in accuracy and efficiency for IEEE 118-bus system.

This work is supported by the National Basic Research Program of China (973 Program) (2009CB219700) and the National Natural Science Foundation of China (50625722, 50837001).

Key words: multi-rate method; power system stability simulation; self-adaptive grouping; VDHN method