Vol.33 No.2 Feb. 2013

基于原对偶内点法和分枝定界算法的配网 无功优化计算及其并行实现

王 云,江全元

(浙江大学 电气工程学院,浙江 杭州 310027)

摘要:将原对偶内点法与分枝定界法综合应用于无功优化过程中,提出一种并行分枝定界策略。该并行分 枝定界策略采用异步通信策略和主从控制模式,并行平台为分布式内存存储下的分布式并行平台,各工作机 并行产生决策树,并行对各自的子问题执行分枝定界操作。2个测试算例结果表明,该并行策略负荷平衡良 好,能有效提高计算效率,获得良好的加速比。

关键词:无功;优化;内点法;分枝定界;并行计算;模型 中图分类号:TM 744;TM 714.3 文献标识码:A

DOI: 10.3969/j.issn.1006-6047.2013.02.009

0 引言

无功优化是指在满足各种约束条件下,利用无 功控制手段,如控制可调变压器的分接头、可投切电 容器投切数量等,来提高电压水平,降低系统有功损 耗。但变压器变比和并联电容器组都不能进行连续 的调节,因此,无功优化实质是一类非线性混合整数 规划问题。如何有效地处理这些离散变量一直是该 类问题的一个难点。多年来,国内外学者对此进行 了大量的学术研究,并提出了一系列优化算法。

一种处理方法是先将离散变量作为连续变量参 与优化,求得优化解后再进行简单的就近取整,但可 能会导致某些约束越限。文献[1]提出了将无功优 化问题中的离散变量进行二进制编码的连续化处 理,从而把该混合整数优化问题转化为一个等价的连 续优化问题来求解。文献[2-4]采用二次罚函数来处 理离散变量,并将其嵌入到非线性原对偶内点法中。 分枝定界法是一种求解混合整数规划问题的有效方 法,学者们对此进行了大量的研究。文献[5]对分枝 定界算法选择规则进行了较为深入的研究,提出一种 快速分枝定界算法。文献[6]用常规的分枝定界法求 解,计算量较大。文献[7]采用简化分枝定界法进行 求解,计算量有所减少,但是不能保证获得最优解。 文献[8]将原对偶内点法和分枝定界法结合起来求 解最优潮流问题,实现了精确求解严格最优潮流问 题,但是当离散量较多时,计算相当耗时。文献[9]运 用原对偶内点法和分枝定界法解决电力系统无功优 化问题,找到了比传统无功优化更加合理的全局最优 解,针对大规模系统计算耗时,提出了简化分枝定界 算法。并行分枝定界算法在整数规划问题中获得了 大量的运用[10-12]:文献[10-11]深入研究了分枝定界 并行策略,获得了良好的并行效果;文献[12]提出一 种负荷平衡策略,获得较好的并行性能。

本文采用分枝定界法求解混合整数优化问题, 采用原对偶内点法求解整数规划的松弛问题。由于 完全分枝定界分枝数庞大,计算量大,本文提出一种 并行分枝定界策略,采用主从机模式和异步通信策 略,测试算例表明,该并行策略有效地提高了计算效 率,各从机负荷平衡性好,获得良好的加速比。

1 配网无功优化数学模型

以系统有功损耗为目标函数,配电网络无功优 化的非线性模型可表示成如下形式:

$$\min_{u} f(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})$$

s.t. $h(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) = 0$
 $\underline{\boldsymbol{x}} \leq \boldsymbol{x} \leq \overline{\boldsymbol{x}}$
 $\underline{\boldsymbol{u}} \leq \boldsymbol{u} \leq \overline{\boldsymbol{u}}$ (1)

其中,f(x,u)为目标函数,表示配网有功损耗;h(x,u) = 0表示配网潮流方程; $\underline{x} \leq x \leq \overline{x}$ 表示电压上下限约束,

x 是连续变量,由节点电压组成;<u>u</u>≤u≤ū 表示离散 变量上下限约束,u 表示离散变量,由可调变压器变 比和无功补偿电容器投切组数构成。可见,这是一 个混合整数规划问题。

1.1 目标函数值

以网络损耗最小为目标函数:

$$F = P_{\text{loss}}(\boldsymbol{Q}, \boldsymbol{T}) \tag{2}$$

其中,*P*_{los}(*Q*,*T*)表示电容器投切为*Q*、变压器分接头 档位为*T*时的网络损耗。

1.2 潮流方程约束

配网潮流方程约束采用电流不平衡形式:

$$\Delta I_{xi} = I_{xi} - \sum_{j \in i} \left(G_{ij} e_j - B_{ij} f_j \right) = 0$$

$$\Delta I_{yi} = I_{yi} - \sum_{j \in i} \left(G_{ij} f_j + B_{ij} e_j \right) = 0$$
(3)

收稿日期:2011-08-23;修回日期:2012-11-15

$$I_{xi} = \frac{-P_{\text{D}i}e_i - Q_{\text{D}i}f_i}{e_i^2 + f_i^2} \quad i = 1, \cdots, n_{\text{B}}$$
(4)

$$I_{yi} = \frac{-P_{\text{D}i}f_i + Q_{\text{D}i}e_i}{e_i^2 + f_i^2} \quad i = 1, \cdots, n_{\text{B}}$$
(5)

其中, P_{Di} 、 Q_{Di} 为节点*i*有功和无功负荷; G_{ij} 、 B_{ij} 为对应节点导纳; n_{B} 为节点数。

1.3 电压上下限约束

电压上下限约束表示为:

$$U_{imin}^2 \leqslant e_i^2 + f_i^2 \leqslant U_{imax}^2 \quad i=1,\cdots,n_B$$
(6)
1.4 控制变量约束

$$Q_{i\min} \leq Q_i \leq Q_{i\max} \quad i=1,\cdots,m_{\text{SVC}} \tag{7}$$

$$T_{i\min} \leqslant T_i \leqslant T_{i\max} \quad i=1,\cdots,l_{\rm tr} \tag{8}$$

其中,Q_i、T_i为离散变量,m_{svc}为装设电容器节点数;l_u为可调变压器台数。

2 原对偶内点法求解非线性规划问题

分枝定界法求解该混合整数规划问题时,需要 求解大量的连续变量非线性规划问题,即不考虑离 散变量约束的松弛问题,本文用原对偶内点法求解 该非线性规划问题。原对偶内点法是现代内点算法 中最好的算法,该方法鲁棒性强,收敛迅速。原对偶 内点法求解非线性规划问题可参考文献[13]。

3 分枝定界法求解整数规划问题

分枝定界算法的基本思想就是对于可行解为有 限数的有约束条件的最优化问题,把整个可行解空 间反复地分割为越来越小的子集(称为分枝),并且 为每个子集的目标函数值计算一个下界(称为定 界);在每次分枝后,凡是界限不优于已知可行解集 目标函数值的子集不再进一步分枝(称为剪枝),这 样许多子集可不予考虑。分枝定界算法具有以下 4 个基本定则。

a. 分枝定则。

分枝定则定义如何将问题划分为子问题。一般 选用二分法进行分枝,对未达到整数值的离散变量 进行松驰,假如松驰子问题最优解中某一离散变量 X_r 的值不是整数,则构造 $X_r \leqslant I_r$ 和 $X_r \ge I_r + 1$ 这 2 个 约束分别加入原松驰子问题中形成 2 个新的子问 题, $I_r \in X_r$ 的整数部分。

b. 定界定则。

定界定则定义如何计算一个子问题最优解的上下界。对已达到整数可行解的子问题最优解,判断 其是否小于已知下界,若满足条件则进行修改。

c. 选择定则。

选择定则定义应选择哪个子问题进行分枝。节 点的选取方法就是考察一次分枝后,下一步应选择 哪个或哪些节点继续进行分枝计算。主要有深度优 先搜索和广度优先搜索。 d. 削除定则。

削除定则定义如何识别和消去不可能产生原始 问题的最优解的子问题,即识别和删除其中不良分 枝。子问题无可行解、找到整数要求的可行解或者其 目标函数值大于已知上界,则进行剪枝操作。

分枝定界算法求解混合整数规划问题基本步骤 可概括如下^[7]。

a. 松驰原问题,即将离散变量连续化,并用原对 偶内点法求解该非线性连续规划问题。若无解,则 原问题无解;否则,置下界<u>z</u>为连续规划问题的目标 函数值,置上界z为一足够大数。

b. 若无可行解或解的目标函数值已超过 \bar{z} ,转 至步骤**g**;否则继续下一步。

c. 若满足整数条件,转至步骤 **f**;否则继续下 一步。

d. 分枝并记录分枝信息。选择父问题的最优解 中某一非整数变量,构造 $X_r \leq I_r$ 和 $X_r \geq I_r$ +1 这 2 个 新的约束,分别加入原松驰子问题中形成 2 个新的 子问题。

e. 选择其中一个分枝,用原对偶内点法求解,然 后转至步骤**b**。

f. 保存目前的最优解,并更新 z_{\circ}

g. 若所有分枝都已检索完毕,则停止计算,至此 得到的最优解就是原问题的最优解。

h. 沿分枝回溯到最近一个尚未检索的分枝(后 进先出),用原对偶内点法求解,然后转至步骤**b**。

由上可知,分枝定界算法在理论上可以找到最 优解。实际计算中,当变量较少时,可以获得满意的 结果,但当系统较大,尤其是整型变量较多时,分枝 数较多,决策树庞大,需要占据较大内存,计算相当 耗时,算法流程图如图1所示。



图 1 分枝定界算法流程图 Fig.1 Flowchart of branch & bound algorithm

4 并行分枝定界策略

为了应对串行分枝定界占用内存严重、计算耗 时等问题,本文提出一种并行分枝定界策略,各工作 机并行产生决策树,并行对各自的子问题执行分枝 定界操作。分枝定界有多种并行策略,各并行策略 与所使用的并行平台有很大关联。根据各机通信协 议的不同可划分为同步和异步并行算法;根据工作 内存数量的不同可划分为中央存储(共享内存)、分 布式内存和混合存储策略。共享内存模式下,全部 子问题保存在一个内存下;分布式内存下,各工作机 保存各自的子问题并分别进行分枝定界搜索;混合 存储,各工作机有各自的内存,同时有一个共享内 存,供所有工作机共享。

本文使用分布式并行机平台、分布式内存存储 策略。各并行机有各自的内存,存储各自的子问题 并分别进行分枝定界搜索,各并行机采用异步通信 模式。并行机控制采用主从模式,在并行机中选择一 台作为主机,其余为工作从机。主机负责初始任务 的产生和分配,协调从机工作进度,平衡各从机负 荷,各工作从机对各自的子问题执行分枝定界操作。 分枝定界并行算法需要解决的问题主要有:初始问 题产生和任务分配,各工作从机负荷动态平衡,最优 值上限交互,终止条件。

a. 初始问题产生和任务分配。在算法执行起始 阶段,只有一个子问题,因此,不可避免地存在一个 并行起始阶段;另一方面,产生一些子问题就立刻启 动并行未必是一个好策略,因为串行计算可能产生 的最优值上下界会消除一些节点,从而导致并行时 某些子树是无意义的计算。本文初始策略为:工作主 机串行搜索根节点,直到产生 K 个子节点(子问题), K 定义为工作从机的数量,然后把所得的 K 个子问 题分配给各工作从机。

b. 各工作从机负荷动态平衡。各工作从机负荷 量一般以其子问题数量计量即可,工作从机负荷量发 生变化都将其新的负荷量通知主机。主机负责任务 的动态分配,平衡各工作从机负荷。当从机负荷量 为零后,从机向主机请求分配任务,主机接到消息后, 选择任务数最多的一个从机,请求其给该空闲机发送 任务(*N*个),若从机发送*N*个任务后自身负荷量低 于某设定值*L*_a,将通知发送任务失败。本文中,*L*_a,*N* 均取为1。显然,该负荷平衡策略下,各工作机为异步通信模式,工作机间的通信可能发生在任何时刻。

c.最优值上下界交互。当某从机找到一个更好的最优值上界,其将该值广播给其他所有工作从机。

d.终止条件。在分布式内存消息模式下,终止 条件一般设定为从机工作内存子问题都为空,并保 证没有消息在机群间传送。

为了评价并行策略的有效性,提出如下并行分 枝定界性能评价标准。

a. 搜索树惩罚因子:定义并行子问题数与串行 子问题数之比为搜索树惩罚因子 *P*_s。

b.负荷平衡因子:各从机最小有效计算时间与 最大有效计算时间之比为负荷平衡因子 *L*_f。有效时 间指的是进行分枝定界操作时间,不包括通信时间。

c.加速比:串行分枝定界计算时间与并行分枝 定界计算时间之比为加速比*S*。

5 算例分析

5.1 测试算例

本文采用 2 个试验系统作为算例,对算法进行 分析和验证,表 1 给出了 2 个测试算例的参数,其 中,n_L为系统线路数。试验系统 1 为 23 节点系统, 有 12 台可调变压器,可调档位均为 9 档,有 10 个节 点装设有可补偿电容器,电容器组数均为 5 组;试验 系统 2 为 25 节点系统,有 5 台可调变压器,档位均 为 5 档,5 个节点装有可投切电容器,电容器组数均 为 6 组。

表 1 测试算例参数 Tab.1 Parameters of tests

-	试验系统	$n_{ m B}$	$n_{ m L}$	$l_{ m tr}$	$m_{ m SVC}$
	1	23	22	12	10
_	2	25	24	5	5

5.2 测试结果

根据上面提出的并行分枝定界策略,在 19 核和 33 核下测试以上 2 个算例,分析其性能,同时运用 串行分枝定界算法对以上 2 个算例进行测试,分析 其运行性能。工作主机硬件为 2×Intel Xeon E5520 CPU,6×1 GB DDR3 1333 MHz内存,其他工作从机 硬件为 2×Intel Xeon X5550 CPU,6×2 GB DDR3 1333 MHz内存。并行环境在 MATLAB2009b 环境下 测试。所得结果如表 2 所示,表中 M 是并行起始阶

表 2 并行分枝定界算法性能分析 Tab 2 Performance analysis of parallel branch & bound algorithm

	rub.2 renormane	c anarysis o	i paraner bran	ich a boun	ia aigoritiini	L
试验系统	并行算法	子问题数	计算时间/s	$P_{\rm s}$	L_{f}	S
1	M = P - 1, P = 19	53472	205.0235	0.7589	0.9931	24.7490
1	M = P - 1, P = 33	66162	147.6754	0.9390	0.9946	37.1360
2	M = P - 1, P = 19	8762	29.9728	0.6767	0.9718	25.6680
2	M = P - 1, P = 33	8964	19.3687	0.6920	0.9578	39.7213

段工作主机初始问题产生的个数;P是核的数目,包括1个工作主机和P-1个工作从机。运用串行分枝定界算法对这2个算例进行测试,分枝定界法用深度优先搜索策略,测试结果如表3所示。

表 3 串行分枝定界算法性能分析 Tab.3 Performance analysis of series branch & bound algorithm

试验系统	子问题数	计算时间/s
1	70458	5484.108
2	12954	757.478

根据上面提出的并行分枝定界策略,并行起始阶 段,工作主机串行产生 P-1 个子问题,并分配给 P-1 个工作从机,此后工作从机对各自的问题并行计算。 从表2可以看出.2个试验系统的并行效果均较好. 各从机负荷平衡性好,子问题数少于串行分枝定界算 法问题数,获得良好的加速比,加速比甚至大于并行 机数目,这是因为与串行分枝定界法相比,并行分枝 定界算法可能提前找到更好的最优解从而避免了一 些子问题的求解,由此减少计算时间,获得良好的加 速比。此外,从表2可以看出,各工作从机平衡因子 接近1,负荷平衡性好,因此,本文提出的负荷平衡 策略是有效的。为了分析核的数量对该并行策略的 影响,对25节点系统分别在3核、7核、13核、19核、 25 核和 33 核下进行测试。图 2 和图 3 分别描述加 速比和负荷平衡因子随核的数量变化折线。从图 2 可以看出,该并行分枝定界算法几乎可获得超线性加 速比,核的利用数量达33。异步通信模式下的并行 算法,各工作从机负荷动态平衡是一个很重要的问 题,从图3可看出,该并行分枝定界策略能适应不同 核的数量,负荷平衡因子随核的数量增加有减少趋 势,其值不低于0.955,负荷平衡性良好。



图 3 负荷平衡因子 L_f 变化折线

Fig.3 Broken line graph of load balancing factor $L_{\rm f}$

6 结论

无功优化是一类非线性混合整数规划问题,对

于离散变量的处理一直是该问题的难点。本文提出 一种并行分枝定界算法,各工作从机并行产生决策 树,分别进行分枝定界操作,主机负责初始任务产生 和分配、各工作从机任务动态分配和负荷平衡等。测 试结果表明,该并行分枝定界策略运行效果良好,搜 索树惩罚因子低,负荷平衡因子接近1,获得良好的 加速比。本文算法有如下特色:

a. 本文中各并行机通信采用异步通信模式,各 从机通信可能发生在任何时间,与同步通信模式相 比,可有效地降低等待时间;

b.本文并行策略中分配一台计算机为主机,负 责初始任务分配和负荷动态平衡,测试算例表明,本 文提出的分枝定界算法负荷平衡性好,可获得良好 的加速比;

c. 与串行分枝定界算法相比,本文提出的并行 分枝定界策略产生的子问题数有所减少,甚至可获 得超线性加速比,这是因为并行分枝定界算法可能 提前找到一个更好的最优解从而避免一些子问题的 计算;

d. 本文提出的分枝定界并行策略采用异步通信 模式,异步通信模式下的并行算法需要解决各并行 机负荷平衡问题,测试算例表明,本文提出的并行分 枝定界策略负荷平衡性良好,能适应不同数量的并 行机。

参考文献:

- [1] 黄伟,刘明波. 混合整数无功优化问题的连续优化方法[J]. 继电器,2005,33(11):5-8.
 HUANG Wei,LIU Mingbo. A continuous optimization algorithm for mixed integer reactive-power optimization[J]. Relay,2005,33 (11):5-8.
- [2] LIU W H, PAPALEXOPOULOS A D, TINNEY W F. Discrete shunt controls in a Newton optimal power flow[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1992, 7(4):1509-1518.
- [3] 程莹,刘明波. 含离散控制变量的大规模电力系统无功优化[J]. 中国电机工程学报,2002,22(5):54-60.
 CHENG Ying,LIU Mingbo. Reactive-power optimization of large-scale power systems with discrete control variables[J]. Proceedings of the CSEE,2002,22(5):54-60.
- [4] LIU M B,TSO S K,CHENG Y. An extended nonlinear primal dual interior point algorithm for reactive power optimization of large scale power systems with discrete control variables [J]. IEEE Trans on Power Systems, 2002, 17(4):982-991.
- [5] SOMOL P,PUDIL P,KITTLER J. Fast branch & bound algorithms for optimal feature selection[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, 26(7):900-912.
- [6] 李乃湖. 计及整型控制变量的电压-无功功率优化[J]. 电力系统 自动化,1994,18(12):5-11.

LI Naihu. Optimal voltage-reactive power control with discrete variables[J]. Automation of Electric Power Systems,1994,18(12); 5-11.

[7]许诺,黄民翔. 原对偶内点法与定界法在无功优化中的应用[J].
 电力系统及其自动化学报,2000,12(3):26-30.
 XU Nuo,HUANG Minxiang. Application of primal-dual interior

point method and branch-bound method in reactive power optimization[J]. Proceedings of the CSU-EPSA,2000,12(3):26-30.

- [8] 范宏,韦化. 基于扰动 KKT 条件的原始-对偶内点法和分支定界 法的最优潮流研究[J]. 电力自动化设备,2004,24(5):5-9.
 FAN Hong,WEI Hua. Study on optimal power flow based on primal-dual interior point algorithm under perturbed KKT conditions and branch and bound method[J]. Electric Power Automation Equipment,2004,24(5):5-9.
- [9] 石韦,韦化,白晓清. 含离散变量的大规模电力系统无功优化[J]. 电力自动化设备,2007,27(3):41-45.

SHI Wei, WEI Hua, BAI Xiaoqing. Reactive power optimization in large-scale power systems with discrete variables[J]. Electric Power Automation Equipment, 2007, 27(3):41-45.

[10] BOURBEAU B, CRAINIC T G, GENDRON B. Branch and bound parallelization strategies applied to a depot location and

container fleet management problem[J]. Parallel Computing, 2000,26(1):27-46.

- [11] GENDRON B,CRAINIC T G. Parallel branch and bound algorithms:survey and synthesis[J]. Operations Research,1994,42 (6):1042-1066.
- [12] MEZMAZ M, MELAB N, TALBI E G. An efficient load balancing strategy for grid-based branch and bound algorithm [J]. Parallel Computing, 2007, 33(4-5): 302-313.
- [13] 王锡凡,杜正春,方万良.现代电力系统分析[M].北京:科学出版社,2006:121-123.

作者简介:

王 云(1988-),男,江西南昌人,博士研究生,主要研究 方向为电力系统稳定与控制、配电网络无功优化;

江全元(1975-),男,湖北黄冈人,教授,博士,主要研究 方向为电力系统稳定与控制、牵引供电品质、分布式发电与集 中式可再生能源发电(**E-mail**:jqy@zju.edu.cn)。

Reactive power optimization based on primal-dual interior point method and branch & bound algorithm for distribution network and its parallel implementation

WANG Yun, JIANG Quanyuan

(College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: The primal-dual interior point method and the branch & bound algorithm are integrated and applied in the reactive power optimization, and a parallel branch & bound strategy is proposed, which adopts asynchronous communication and master-slave control mode. In parallel, each machine of the parallel platform with distributed memory generates the decision tree and executes the branch & bound operation for its own process. Results of two tests show that, the parallel strategy balances the load well, improves the computational efficiency effectively and obtains an excellent speedup ratio.

Key words: reactive power; optimization; interior point method; branch and bound; parallel computing; models

Distribution grid reconfiguration based on extreme learning machine

WU Dengguo, LI Xiaoming

(School of Electrical Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: To minimize the active power loss of distribution grid reconfiguration, a neural network reconfiguration model based on the extreme learning machine is proposed, which reflects the nonlinear relationship between the load pattern and the switch state of distribution grid. Having simple network structure and fast training speed, the model takes the load pattern as its input and outputs the switch states to reconfigure the distribution grid with minimum active power loss. The structural risk minimization rule of the statistical learning theory is introduced into the extreme learning machine based on the empirical risk minimization to minimize the empirical risk and confidence interval. The actual risk is thus minimized and the expectation error is decreased. Simulative research is carried out for two typical cases of distribution network reconfiguration with different reconfiguration models:support vector machine, BP neural network and extreme learning machine. Results show that the proposed model has both better generalization performance and faster training speed.

Key words: distribution grid reconfiguration; minimized grid loss; extreme learning machine; structural risk; empirical risk; models; electric power distribution; risks

60