两电平逆变器半周期对称 SHEPWM 方法

黄银银,费万民

(南京师范大学 电气与自动化工程学院,江苏 南京 210042)

摘要:提出了"关于正负2个半周期镜对称"和"关于 T/2点奇对称"2种 PWM 波对称方式,以半周期内20个开关切换角为例,通过对两电平逆变器特定谐波消除脉宽调制(SHEPWM)非线性方程组的建立、初值选择和求解,详细研究了两电平逆变器的 SHEPWM 方法。为了说明半周期对称 SHEPWM 问题具有更多解的特点,求取了很多组有效数值解,并以抽样点数值解和调制比在全范围内解的变化轨迹的形式列举了其中8组解。在调制比为0.8的情况下,对抽样点数值解进行了仿真与实验研究,仿真与实验结果一致,证明了所提方法的有效性与实用性。

关键词: 逆变器; 半周期对称; 特定谐波消除; 脉宽调制 中图分类号: TM 464 文献标识码: A

0 引言

两电平功率逆变器是中低压电机调速、电力系 统无功补偿和电压调节器等大量工业电源的核心部 件,在机械加工、工业过程控制和电力工业等各个行 业中得到了非常广泛的应用。

两电平逆变器的核心技术包括拓扑结构和控 制策略两部分,拓扑结构相对成熟和稳定,而控制策 略则相对活跃,不断有新的有价值的研究成果出现。 常用的逆变器控制策略有:正弦波脉宽调制 SPWM (Sine Pulse Width Modulation)、空间矢量脉宽调制 SVPWM(Space Vector Pulse Width Modulation)和特 定谐波消除脉宽调制 SHEPWM (Selected Harmonic Elimination Pulse Width Modulation)等。SHEPWM 方法[1-3]是通过开关时刻的优化选择,来消除选定的 低频次谐波,与其他 PWM 方法相比,有以下优点: 在同样的开关频率下,输出电压波形最好,可降低输 出滤波器设计难度,减小其尺寸并降低其成本:在 同样波形质量的条件下,SHEPWM 方法的开关频率 最低,开关损耗小,效率高;可利用三相逆变器的拓 扑结构来自动消除3倍频次谐波等。因而,该方法 在1973年被提出后⁴⁴,一直得到广泛的研究和关注。

关于逆变器 SHEPWM 方法的研究,大多集中在 对 1/4 周期对称波形 SHEPWM 非线性方程组求解 方法上^[1-15]。1/4 周期波形对称约束,可以减少作为 独立变量的开关切换角的个数、非线性方程组的个 数和求解工作量,显著简化问题,但同时也极大地限 制了解的空间,不利于实际应用中的优化设计^[5-8]。 美国 Illinois 大学的 Jason R. Wells 博士研究证明, 取消波形 1/4 周期对称约束,可以显著扩展逆变器 SHEPWM 问题的解的空间,引起了研究者的广泛关

收稿日期:2012-01-21;修回日期:2013-02-25

DOI: 10.3969/j.issn.1006-6047.2013.04.021

注,带动了新研究方法[3,16]。笔者所在研究小组曾对 多电平逆变器半周期对称 SHEPWM 问题进行了深 入研究,取得了很好的研究结果[16-17],得出了半周 期对称 SHEPWM 方法具有最为宽广的解空间,因 而具有重要的研究和应用价值的结论[17],该结论完 全适用于传统的两电平逆变器。迄今为止,关于两 电平逆变器半周期对称 SHEPWM 方法的系统化和 通用化的研究还未见报道。为此,本文采用了2种 波形对称方案,讨论了两电平逆变器 1/2 周期对称的 SHEPWM 非线性方程组的建立和求解方法,求取了 8 组在调制比 M 全程范围内连续变化的解的轨迹 (其中6组 M 值在 0.01~1.02 之间有效,1组 M 值 在 0.04~1.02 之间有效,1 组 M 值在 0.02~1.03 之间 有效),求解结果充分证明两电平逆变器半周期对称 SHEPWM 方法有宽广的解的空间。取其中2组解 (M=0.8),采用 PSIM 仿真软件,进行了仿真研究。 制作了三相小功率逆变器模型,采用仿真研究中的相 同参数,对同样的2组解进行了实验研究,仿真和实 验结果一致,证明了所提方法能够实现基波控制和 谐波消除目标,进而证明了其有效性。

1 SHEPWM 方程组的建立

逆变器 SHEPWM 方法的基本原理是对逆变器 输出的相电压进行傅里叶分解,强制其基波幅值为期 望值、选定的低频次谐波为零,建立非线性方程组, 通过求解方程组求取满足要求的开关切换角,并用这 些开关切换角控制逆变器,实现所期望的输出电压。

假设逆变器输出电压的周期为 T,在保证傅里叶 系数简单的前提下,从对称特性上来看,1/2 周期对 称的相电压波形可以有正负 2 个半周期镜对称(正 半周期波形沿横轴水平移动半周期后,与负半周期波 形关于横轴对称)和关于 T/2 点奇对称(正半周期波 形沿着过 T/2 点的纵轴翻转后,与负半周期波形关 于横轴对称)2 种对称方式。对于三相对称系统,3 倍频次谐波在线电压中自动抵消,因此这里只考虑 消除选定的非3的倍数频次的低频次谐波。

为便于表达,对 2 种半周期波形对称方案作如 下定义:假设第 1 个半周期内的相电压为f(t),按照 关系 f(t+T/2)=-f(t)扩展第 2 个半周期 PWM 波形 的方案,称作 I 类 1/2 周期对称;按照关系 f(T-t)=-f(t)扩展第 2 个半周期 PWM 波形的方案,称作 II 类 1/2 周期对称。

图 1 为半周期对称 SHEPWM 方法的原理示意 图。其中, U_d 为直流侧母线电压。设半个周期内有 N 个开关切换角,则在控制基波的同时, 2 类对称方 法均可以消除 N-1 个谐波分量。





由图 1(b)、(c)可知,相电压输出波形满足 Dirichlet 条件,可以进行傅里叶分解为如下形式:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t) \right]$$
(1)

$$\begin{vmatrix} a_0 = \frac{1}{T} \end{vmatrix}_0 f(t) dt$$
$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega t) dt \quad n = 1, 2, 3, \cdots$$
$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(n\omega t) dt$$

由于正负半周对称,所以 a₀=0。将图 1(b)、(c) 所示的 f(t)代入式(1),并根据基波控制和谐波消除 目标(以只消除非 3 的倍频次谐波为例),可以得出 SHEPWM 非线性方程组分别如下。

a. 对 I 类对称方案而言,当 N 为奇数时,有:

$$\sum_{k=1}^{N} (-1)^{k+1} \sin \alpha_{k} = 0$$

$$2\sum_{k=1}^{N} (-1)^{k} \cos \alpha_{k} - \frac{1}{2} M\pi = 0$$
(2)
$$\sum_{k=1}^{N} (-1)^{k+1} \sin (n\alpha_{k}) = 0 \quad n = 5, 7, 11, 13, \cdots$$

$$\stackrel{N}{=} N \mathcal{B}(3) \mathcal{$$

本文以半个周期内 20 个开关切换角(N=20)消除 5、7、11、13、17、19、23、25、29 次这 9 个低频次谐 波为例,分 I、II类 2 种对称方案,建立了 SHEPWM 非线性方程组。

2 SHEPWM 方程组求解

SHEPWM 方程组为基于三角函数的非线性超 越方程组,比较有效的求解方法是采用 MATLAB 中 的 Fsolve 函数。在求解算法确定之后,初值的选择 对迭代过程是否收敛具有非常重要的影响。为了求 取尽可能多的数值解,采用基于三角载波的 SPWM方 法、基于空间矢量的 SVPWM 方法和大量的无规则试 探方法,取调制比 *M*=0.8,对建立的非线性方程组进 行了求解。然后,以 *M*=0.8 处的数值解为初值,改变 调制比 *M*,求取了 SHEPWM 非线性方程组的解的变 化轨迹。在 I、II 类 2 种对称方案中,对在调制比 *M* 全程或几乎全程有效的解及其变化轨迹分别选取了 4 组 *M*=0.8 处解的数值如表 1 和表 2 所示,解的变 化轨迹如图 2 和图 3 所示。

表 1、表 2 中的解 1、解 2、解 3 和解 4 分别和图 2、图 3 中的(a)、(b)、(c)和(d)所示的解的轨迹相对 应。值得强调的是,以表 1、表 2 中的解为初值,对 SHEPWM 非线性方程组求解,可以得到图 2、图 3 上 每一点的数值解。

图 2 和图 3 均是在 M 以 0.01 为间隔的条件下 采样得到的,同一个曲线图中的所有数值解都是在 一组初值的条件下得到的,每组解的求解精度均不 低于 10⁻⁵,迭代次数普遍集中在 5~20 次范围内,极 个别出现高于 100 次的现象。

通过仔细观察,发现图 3(c)解的变化曲线是关

于 90°的水平线对称的,这一现象说明两电平逆变器 半周期对称 SHEPWM 问题的解包含了两电平 1/4 周期对称情况时的解,或者说半周期对称 SHEPWM 方法是 1/4 周期对称 SHEPWM 方法的拓展,因而更 具一般性,具有更多的解。

3 仿真研究

为了验证所求数值解的基波控制和谐波消除效 果,选取直流侧电压 $U_{de}=100$ V,基波频率 f=50 Hz, 负载电阻 R=100 Ω,以M=0.8时的 2 组解(表 1 中 的解 1 和表 2 中的解 1)作为参数,采用电力电子 专用仿真软件 PSIM,对两电平逆变器半周期对称的 SHEPWM 问题进行了仿真研究。图 4 为半周期 I 类 对称时解 1 对应的仿真波形,图 5 为半周期 II 类对 称时解 1 对应的仿真波形。

从图 4 和图 5 的仿真波形可以看出,无论两电 平 1/2 周期对称采用的是 I 类对称方式还是 II 类对 称方式,在 30 次谐波之前,相电压频谱(见图 4(b)

表 1 两电平逆变器半周期 I 类对称时 SHEPWM 方程组在 M=0.8 时的 4 组解

	Tab.1	Four	solution	groups	of	half-cycl	e sy	mmetry	SHEPWM	scheme	Ι	for	two-level	inverter	with	M=	=0	.8
--	-------	------	----------	--------	----	-----------	------	--------	--------	--------	---	-----	-----------	----------	------	----	----	----

序号					开关切掉	奂角α/(°)				
留2 1	6.4596	9.0390	14.9128	20.3099	45.5131	48.1987	64.6250	68.0072	86.2738	90.5626
用牛 1	96.7062	99.9663	114.3345	117.3825	135.4635	139.2205	160.5179	162.3734	167.1034	171.8726
解 2	7.6719	12.9062	18.0059	22.9704	40.4340	44.1507	51.4455	54.7441	61.7248	64.6461
	89.1846	93.4690	130.7203	133.5012	139.4721	142.8837	159.4024	164.6287	169.7112	176.0169
御礼 つ	3.8186	9.7500	18.5178	19.9115	41.5898	45.1657	74.0802	77.4463	83.4882	86.6240
用于 3	91.4928	95.0566	112.5350	115.9474	123.5245	126.8915	160.1385	165.0274	169.9124	172.6355
解 4	7.8642	12.8653	17.9246	22.9051	51.6580	55.0172	62.1655	65.1546	89.1491	93.4656
	100.4951	104.2508	131.2075	133.8908	139.5813	142.8998	160.0297	161.3805	169.5684	175.9586

表 2 两电平逆变器半周期 Ⅱ 类对称时 SHEPWM 方程组在 M=0.8 时的 4 组解

Tab.2 Four solution groups of half-cycle symmetry SHEPWM scheme II for two-level inverter with M=0.8

序号					开关切挂	與角α/(°)				
解 1	3.8756	9.8279	18.5335	19.9210	41.7011	45.2925	63.8406	67.2826	84.8673	88.4421
	93.3264	96.4642	102.4740	105.8182	123.7301	127.0611	160.1958	165.0456	169.7854	172.5517
解 2	7.2519	9.9279	18.5726	19.9501	41.6361	45.2513	63.8484	67.2986	85.0040	88.6645
	93.6485	96.7592	102.6817	105.9673	113.0046	116.3031	160.1572	165.0490	169.8170	172.5662
解 3	7.4987	10.3330	14.9703	19.6576	41.9526	45.4530	63.8100	67.2200	84.3526	87.6540
	92.3460	95.6474	112.7800	116.1900	134.5470	138.0474	160.3424	165.0297	169.6670	172.5013
解 4	3.9765	10.1332	14.9191	19.6790	41.9793	45.4683	63.8078	67.2153	84.2882	87.5535
	92.2288	95.5543	123.8190	127.2379	134.5875	138.1052	160.3561	165.0224	169.6496	172.4929



图 2 以表 1 解为初值得到的解随 M 变化的曲线

Fig.2 Variation trajectory of solution vs. M, with solution groups of tab.1 as initial values



Fig.4 Phase and line voltage waveforms and spectrums of solution group 1 in tab.1

和图 5(b))中除了基波以外,只有 3 倍频次的谐波 存在;而线电压频谱(见图 4(d)和图 5(d))中除了基 波以外,30次谐波之前的低频次谐波全部被消除。



图 5 表 2 中解 1 的相电压、线电压波形及其频谱图 Fig.5 Phase and line voltage waveforms and spectrums of solution group 1 in tab.2

观察仿真结果还可以看出,虽然这2组解是在 2种不同的两电平半周期对称方式下求得的,所对应 的 SHEPWM 输出相电压波形也不一样,但是它们在 基波控制和谐波消除方面的效果是相同的,证明2种 方式下所求的数值解都是正确的。

此外,对比分析图 4(b)和图 5(b)发现,图 4 (b)的相电压中只含有 5 个 3 倍频次的谐波,即 3、 9、15、21 和 27 次谐波,而图 5(b)的相电压中含有 10 个 3 倍频次的谐波,即 3、6、9、12、15、18、21、24、 27 和 30 次谐波。这一现象表明两电平逆变器在 1/2 周期 I 类对称的情况下,在 30 次谐波之前,相电压 频谱中除基波以外只含有 3 的奇次倍次的谐波,而 在 1/2 周期 II 类对称的情况下,在 30 次谐波之前, 相电压频谱中除基波以外还含有 3 的自然数倍次 的谐波,比 I 类对称时多了 3 的偶次倍次的谐波。

另外需要说明的是,以上列举的2种不同对称 方式下的解虽然都可以达到消除低次谐波的效果, 但不同的解剩余的高次谐波含量是不一样的,实际 应用时可以根据需要选择。

4 实验验证

为了进一步验证本文提出的两电平逆变器半

周期对称 SHEPWM 非线性方程组的建立方法以及 求出的数值解在基波控制和谐波消除方面的实际 效果,制作了三相两电平逆变器电路模型,其中的 开关管采用 RF840 型 MOSFET;直流侧电压来自自 耦变压器输出整流器,U_d=100 V;采用计数器驱动 EPROM 产生功率管的驱动信号的方法,同一桥臂上 下 2 个开关管的死区时间为 3 μs,以 100 Ω 线绕电阻 为负载,分别对仿真研究中的 2 组数值解进行了实验 验证。实测实验波形如图 6 所示。实验与仿真的结 果一致,证明了所求数值解为 SHEPWM 问题的真解。



5 结论

a. SHEPWM 的根本问题是求取 SHEPWM 非线性方程组的解。不同的解具有不同的特点,求得尽可能多的解,可以为不同应用场合的优化设计提供更多的选择空间。

b. 本文提出了"关于正负 2 个半周期镜对称"和 "关于 T/2 点奇对称"2 种不同的两电平半周期对称 方式,分别建立 SHEPWM 非线性方程组,以半周期 内 20 个开关切换角为例,对非线性方程组进行求解, 得到了许多采用传统的 1/4 周期对称 SHEPWM 方 法难以求取的解。更重要的是从波形对称方案的角 度出发,提出了求取更多数值解的方法。

c. 仿真和实验研究结果表明,本文所提方法和 求取的解都能够达到控制基波和抑制低次谐波的效 果,是正确和可行的。但是不同的对称方式下相电压 频谱中含有3倍频次谐波的数量不同,不同的解可 以达到相同的低频次谐波消除的目标,而剩余的谐 波含量有所不同,实际应用需按不同需要选择。

参考文献:

- [1] 官二勇,宋平岗,叶满园. 电流源型逆变器 SHE-PWM 开关角度的计算方法研究[J]. 中国电机工程学报,2005,25(17):62-65.
 GUAN Eryong,SONG Pinggang,YE Manyuan. A method of solution to SHE-PWM switching angles for CSI[J]. Proceedings of the CSEE,2005,25(17):62-65.
- [2] 郑春芳,张波,丘东元.基于沃尔什函数的逆变器选择性谐波消除技术开关角的快速求解[J].中国电机工程学报,2005,25(22): 38-44.

ZHENG Chunfang, ZHANG Bo, QIU Dongyuan. Fast-solving switching angles of inverter's selected harmonic elimination technique with Walsh function[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(22): 38-44.

- [3] 张永昌,赵争鸣,张颖超. 三电平逆变器 SHEPWM 多组解特性比 较及实验[J]. 电工技术学报,2007,22(3):60-65.
 ZHANG Yongchang,ZHAO Zhengming,ZHANG Yingchao. Comparison and experiment of multiple solutions for SHEPWM applied to three-level inverter[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,2007,22(3):60-65.
- [4] PATEL H S,HOFT R G. Generalized technique of harmonic elimination and voltage control in thyristor inverter:part I-harmonic elimination[J]. IEEE Trans on Industry Application, 1973,9(3): 310-317.
- [5] 张永昌,赵争鸣. 三电平逆变器 SHEPWM 多组解计算方法[J]. 电 工技术学报,2007,22(1):74-78.
 ZHANG Yongchang,ZHAO Zhengming. Multiple solutions for selective harmonic eliminated PWM applied to three-level inverter[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,2007, 22(1):74-78.
- [6] LIU Yu, HONG Hoon, HUANG A Q. Real-time calculation of switching angles minimizing THD for multilevel inverters with step modulation [J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2009, 56(2):285-293.

- [7] TOLBERT L M, CHIASSON J, MCKENZIE K, et al. Elimination of harmonics in a multilevel converter with nonequal DC sources
 [J]. IEEE Transactions on Industrial Applications, 2005, 41(1): 75-82.
- [8] CHIASSON J N,TOLBERT L M,MCKENZIE K,et al. Elimination of harmonics in a multilevel converter using the theory of symmetric polynomials and resultants[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2005, 13(2):216-223.
- [9]费万民,吕征宇,姚文熙. 三电平逆变器特定谐波消除脉宽调制 方法的研究[J]. 中国电机工程学报,2003,23(9):11-15.
 FEI Wanmin,LÜ Zhengyu,YAO Wenxi. Research on selected harmonic elimination PWM technique applicable to three-level voltage inverters[J]. Proceedings of the CSEE,2003,23(9):11-15.
- [10] DAHIDAH M S A, AGELIDIS V G. Selective harmonic elimination PWM control for cascaded multilevel voltage source converters; a generalized formula[J]. IEEE Trans on Power Electronics, 2008, 23(4):1620-1630.
- [11] LIANG T J,O'CONNNELL R M,HOFT R G. Inverter harmonic reduction using Walsh function harmonic elimination method [J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 1997, 12(6):971-982.
- [12] 郑春芳,张波,丘东元. 基于 Walsh 变换的多电平逆变器谐波消除 技术[J]. 电工技术学报,2006,21(7):121-126.
 ZHENG Chunfang,ZHANG Bo,QIU Dongyuan. Selective harmonic elimination technique based on Walsh transform for multilevel inverters[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2006,21(7):121-126.

- [13] 费万民,吕征宇,姚文熙. 多电平逆变器特定谐波消除脉宽调制 方法的仿真研究[J]. 中国电机工程学报,2004,24(1):102-106.
 FEI Wanmin,LÜ Zhengyu,YAO Wenxi. Research of selected harmonic elimination PWM technique applicable to multilevel voltage inverters[J]. Proceedings of the CSEE,2004,24(1): 102-106.
- [14] 费万民,阮新波,张艳莉,等. 多电平逆变器 SHEPWM 方法的初 值问题研究[J]. 中国电机工程学报,2007,27(13):87-92.
 FEI Wanmin,RUAN Xinbo,ZHANG Yanli, et al. Research on the initial values of SHEPWM method for multilevel voltage inverters[J]. Proceedings of the CSEE,2007,27(13):87-92.
- [15] WELLS J R,NEE B M,CHAPMAN P L,et al. Selective harmonic control:a general problem formation and selected solutions [J]. IEEE Trans on Power Electronics,2005,20(6):1337-1345.
- [16] FEI Wanmin,DU Xiaoli,WU Bin. A generalized half-wave symmetry SHE-PWM formulation for multilevel voltage inverters[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2010, 57(9): 3030-3038.
- [17] FEI Wanmin, WU Bin, HUANG Yinyin. A novel half-wave symmetry SHE-PWM scheme for multilevel voltage inverters [J]. IET Journal of Power Electronics, 2011,4(3):342-351.

作者简介.

黄银银(1985-),女,江苏淮安人,硕士研究生,研究方向 为电力电子技术及其应用(E-mail:huangyinyin05@126.com); 费万民(1965-),男,河南栾川人,教授,博士,研究方向 为电力电子技术及其应用(E-mail:feiwanmin@ninu.edu.cn)。

Half-cycle symmetry SHEPWM method for two-level inverter

HUANG Yinyin, FEI Wanmin

(School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210042, China)

Abstract: Two half-cycle symmetry SHEPWM(Selected Harmonic Elimination Pulse Width Modulation) schemes are proposed for two-level inverter: positive-negative symmetry and T/2 point symmetry. As an example, the SHEPWM nonlinear equations of two-level inverter with twenty switching points per half-cycle are established and solved to thoroughly investigate the SHEPWM schemes. As the half-cycle symmetry SHEPWM scheme has multiple groups of effective solution, eight of them are listed to show the variation trajectories of its solution and modulation rate covering whole range. Simulation and experiment are carried out for two groups with modulation rate of 0.8, and the conformity of experimental results to simulative results proves the validity and practicability of the proposed schemes.

Key words: electric inverters; half-cycle symmetry; selected harmonic elimination; pulse width modulation