考虑系统延时的三相 APF 切换系统建模与 H_∞ 控制

韩 璐,肖 建,向伟铭,邱存勇
(西南交通大学 电气工程学院,四川 成都 610031)

摘要:考虑系统时滞因素,突破传统对有源电力滤波器(APF)分析时所用的近似线性化处理方式,建立了一种基于离散仿射切换理论的三相 APF 仿射时滞离散切换模型。在此基础上将电网侧谐波电流作为控制输出,前馈预测的指令谐波电流与理想指令谐波电流误差作为干扰项,提出 H_∞ 控制器和切换规则的设计方法,进而实现谐波电流跟踪控制。仿真分析表明,该方法在精确反映三相 APF 动态特性的同时有效补偿了系统时滞,避免了时滞现象对系统补偿效果和稳定性的不良影响。

关键词:有源滤波器;切换系统;时滞;离散仿射切换模型;H_∞ 控制器;鲁棒控制
中图分类号:TN 713 **文献标识码**:A DOI:10.3969/j.issn.1006-6047.2013.12.007

0 引言

有源电力滤波器(APF)是实时补偿谐波电流的有效方法,它通过控制功率开关器件的开断,产生与负载侧谐波大小相等、方向相反的谐波电流注入电网侧,达到补偿谐波电流的目的[1-2]。从三相 APF 的工作原理可以看出它是典型的切换系统,具有非线性、多模态等特点。突破传统对 APF 的近似线性化分析方法[3-4],利用切换系统的相关理论[5-6]对其建模和分析可体现其动态混杂特性,更精确地反映了 APF 的物理工作过程。

目前数字信号处理芯片(DSP)被广泛用于 APF 装置中,APF 的数字化控制方式已成为主流[7-9]。但是数字化控制在易于开发、灵活性强的同时会不可避免地引入系统延时[8,10-12],该延时虽然很小(几个采样周期),却会引起系统输入-输出相移,导致 APF 的谐波补偿性能下降,相移严重时会引发 *LC* 谐振使得系统失稳,这对实时性要求很高的 APF 而言是十分不利的。文献[12]提出通过在电流检测环节中增加相位补偿环节、提高系统采样频率或信号预测的方法来补偿延时对系统的影响。这类方法的时滞补偿效果很好,但需要增加额外的补偿设备或者改变系统的相关参数来实现,增加了系统的复杂性,也可能引入新的问题。

在三相 APF 的控制过程中,前馈控制[13-14]能够快速跟踪负荷侧谐波变化,但需要精确的模型和参数,且预测的指令电流和实际指令电流之间会有误差,可能导致系统某次谐波放大,从而恶化补偿效果。而状态反馈控制可以抑制这种误差,保证系统稳定性。更进一步,考虑到数字化 APF 的延时现象,为了在宽频带范围内保证 APF 的性能指标,在状态反馈控制中必须考虑系统时滞补偿。通常,APF 的主电路为电压型 PWM 逆变器,时间延迟环节的频率特性可以通过一阶惯性环节来表示[15]。

针对 APF 的工作原理与工作特性,文献[14,16]已经对基于切换理论的 APF 的建模与 H_∞ 控制问题进行了初步研究,得到关于 APF 建模与分析的新方法。该方法为变流器的分析和设计开拓了一个新的思路,但是也存在一些需要改进的地方,例如其在 APF 建模过程中依然采用了近似线性化的方法,基于该模型的分析控制方法必然存在一定的保守性,另外其控制器的设计也基本采用单纯的反馈控制,且没有考虑系统延时对 APF 补偿效果的影响。

基于以上分析,本文提出基于离散时滞切换系统理论的三相 APF 建模与控制方法。首先,在 APF 建模时考虑数字化控制产生的时滞现象,通过时间延迟环节的频率特性和功率管的开关规律得到 APF 的时滞离散切换模型,其中电网侧谐波电流作为控制输出,前馈控制的指令谐波电流与理想指令谐波电流的误差作为干扰项。这样 APF 的电流跟踪控制问题就转化为仿射离散切换系统的鲁棒 H_∞ 控制问题。针对本文提出的 APF 仿射时滞离散切换模型设计对应的 H_∞ 反馈控制器,并通过仿真验证该控制器相对于无时滞补偿的 H_∞ 反馈控制器的优越性。

1 基于离散切换理论的时滞 APF 系统建模

APF 是谐波抑制和无功补偿的有力工具,其对补偿实时性和精确性有很高的要求。为了满足工程中对 APF 的性能要求,设计可靠灵活稳定的控制系统,建立精确的 APF 模型显得十分重要。目前数字化 APF 在工程中应用广泛,由于其数字处理的间断性以及功率开关器件开断在工作中呈现的多种开关模式,三相 APF 可以看作典型的离散切换系统,利用切换系统相关理论建模可以精确反映其物理工作过程。同时,三相 APF 中数字化控制器引起的系统延

收稿日期:2012-11-08;**修回日期**:2013-10-28
基金项目:国家自然科学基金资助项目(51177137,61134001)
Project supported by the National Natural Science Foundation of China(51177137,61134001)

时也不容忽视。文献[12]指出,高频谐波对数字化控制器产生的延时非常敏感,延时的存在直接影响APF的PWM过程和整体的补偿效果,严重时还会通过放大高频段的谐波产生谐振现象,进而对系统稳定造成严重威胁。所以本文基于离散切换系统理论对三相APF建模的同时将系统时滞考虑到模型中,精确的APF模型更有利于设计可靠灵活的系统控制器,进而满足APF的性能要求。

1.1 三相数字化APF系统结构

图1为三相数字化APF系统结构图,其中APF是基于电压型变流器(VCR)结构的功率逆变电路,它与非线性负荷并联接入电网。每个采样周期检测负载侧的高次谐波电流分量,得到指令电流 $i_{cj}^*(j=a,b,c)$,并通过电流跟踪控制方法在每个切换控制周期触发输出PWM方波驱动功率开关元件 V_{T1}—V_{T6} 的通断,使得APF产生的实际补偿电流 i_{cj} 实时跟踪指令值 i_{cj}^*,从而抵消掉电网侧谐波,达到谐波补偿的目的。图中 i_{sj} 和 u_{sj} 分别为电网侧电流和电压,r_{sj} 为电网内阻,$L_a=L_b=L_c=L$ 为三相滤波电感,$r_a=r_b=r_c=r$ 为功率开关管损耗的等效电阻,C_{dc} 为变流器直流侧电容,u_{dc} 为直流电容电压。

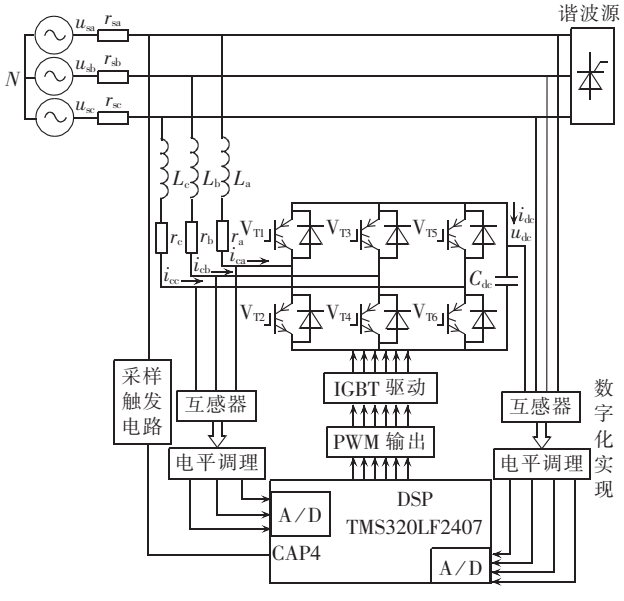


图1 三相数字化APF系统结构图

Fig.1 Configuration of three-phase digital APF system

忽略电网内阻,根据基尔霍夫定律,图1所示系统的动态方程如下:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{ca}}{dt} \\ \frac{di_{cb}}{dt} \\ \frac{du_{dc}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{L} & 0 & -\frac{S_a}{L} \\ 0 & -\frac{r}{L} & -\frac{S_b}{L} \\ \frac{2S_a+S_b}{C_{dc}} & \frac{S_a+2S_b}{C_{dc}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ca} \\ i_{cb} \\ u_{dc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{u_{sa}}{L} \\ \frac{u_{sb}}{L} \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$\boldsymbol{A}(S_a,S_b)\boldsymbol{x}+\boldsymbol{b} \tag{1}$$

其中,$S_j=v_j-\frac{1}{3}\sum_{m=a,b,c} v_m$,$v_j$ 为开关函数,$j=a,b,c$。当上桥臂导通、下桥臂关断时,$v_j=1$;当上桥臂关断、下桥臂导通时,$v_j=0$。由于 S_a 和 S_b 的不同,三相APF有8种基本开关模态,所以该系统为典型的切换系统。

1.2 系统时滞模型

三相APF系统延时产生的最主要原因是数字化控制器控制信号的离散化[11],由于切换控制信号的发生周期一般都大于系统采样周期,所以APF发出的补偿谐波未能实时跟踪负载侧谐波变化。该延时的大小可以通过DSP的采样计算过程与切换控制过程的相互关系得到。

为了体现系统中的时滞因素,分析时滞模型时本文只考虑时滞现象引起的系统谐波补偿跟踪误差。令三相APF的数字化控制器引起的系统延时为 τ_c,则 τ_c 可以表示为APF实际补偿的谐波电流滞后于指令谐波电流的时间间隔。一般地,系统滞后频率特性可以通过一个一阶惯性环节 $G_{dl}(s)=1/(1+s\tau_c)$ 近似表示[15]。根据基尔霍夫电流定律,指令谐波电流 i_{cj}^* 到电网侧谐波电流 i_{sHj} 的结构图如图2所示。图中 i_{Lj} 为负载侧谐波电流,则根据图2得:

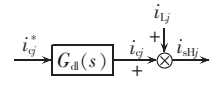


图2 电网侧谐波电流的产生

Fig.2 Generation of grid-side harmonic current

$$\frac{di_{sHj}}{dt}=\frac{1}{\tau_c}\left(-i_{sHj}+i_{cj}^*+i_{Lj}+\tau_c\frac{di_{Lj}}{dt}\right) \tag{2}$$

其中,$j=a,b,c$。

1.3 基于切换系统的三相APF状态空间模型

为了实现三相APF产生的补偿电流快速跟踪指令谐波电流,本文采用前馈控制 $u'=G_r i_{cj}^*$,其中 G_r 为控制输入增益,i_{cj}^* 为控制环的参考输入,并取前馈指令信号为 $i_{cj}^*=-i_{Lj}-\tau_c\frac{di_{Lj}}{dt}$。由于前馈控制采用预测的方式,要求精确的模型和参数,所以实际前馈控制指令总是和理想控制指令存在误差,这种误差可能导致谐波放大引起系统不稳定,所以必须通过反馈控制加以抑制。本文将实际前馈控制指令与理想控制指令间的误差看作系统干扰[17],记为 ω,提出前馈控制 u' 与反馈控制 u 相结合的控制规律,使系统在保证跟踪性能的同时实现系统稳定。令 $i_{cj}^*=-i_{Lj}-\tau_c\frac{di_{Lj}}{dt}+u+\omega$,则由式(2)可得:

$$\frac{di_{sHj}}{dt}=\frac{1}{\tau_c}(-i_{sHj}+\omega+u)\quad j=a,b,c \tag{3}$$

由式(3)可以看出a、b、c三相的电网侧谐波电流 i_{sHj} 表达式完全一致且解耦,所以系统分析中可只考虑单相网侧谐波电流,此处只考虑 i_{sHa}。结合式(1),可得系统状态方程为:

$$\begin{bmatrix}\frac{di_{ca}}{dt}\\ \frac{di_{cb}}{dt}\\ \frac{du_{dc}}{dt}\\ \frac{di_{sHa}}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{r}{L} & 0 & -\frac{S_a}{L} & 0\\ 0 & -\frac{r}{L} & -\frac{S_b}{L} & 0\\ \frac{2S_a+S_b}{C_{dc}} & \frac{S_a+2S_b}{C_{dc}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_c}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{ca}\\ i_{cb}\\ u_{dc}\\ i_{sHa}\end{bmatrix}+$$

$$\begin{bmatrix}0\\0\\0\\ \frac{1}{\tau_c}\end{bmatrix}\omega+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\ \frac{1}{\tau_c}\end{bmatrix}u+\frac{1}{L}\begin{bmatrix}u_{sa}\\ u_{sb}\\0\\0\end{bmatrix}=$$

$$\boldsymbol{A}(S_a,S_b)\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{\omega}+\boldsymbol{C}u+\boldsymbol{b} \tag{4}$$

由于开关函数 S_a 和 S_b 的不同组成,三相 APF 有 8 种工作模式,式(4)可以改写成系统切换状态方程如下:

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{\omega}+\boldsymbol{C}u+\boldsymbol{b}\quad i=1,2,\cdots,8 \tag{5}$$

其中,$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{C}$。

又考虑到三相 APF 的目的是消除电网侧谐波电流,本文选择系统输出为 $y=i_{sHa}$,即:

$$y=\boldsymbol{D}\boldsymbol{x} \tag{6}$$

其中,$\boldsymbol{D}=[0\ 0\ 0\ 1]$。

式(5)、(6)得到的系统切换模型是基于连续时间的,为了设计直接适用于数字化 APF 的系统控制器,系统模型应该转换为等价的离散切换模型。通过线性离散化方法,等价的系统离散切换模型如下:

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{G}_i\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{E}_i\boldsymbol{\omega}(k)+\boldsymbol{F}_iu(k)+\boldsymbol{H}_i(k)\\ y(k)=\boldsymbol{D}\boldsymbol{x}(k)\end{cases} \tag{7}$$

其中,$\boldsymbol{G}_i=\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}_iT}$,$\boldsymbol{H}_i(k)=\left(\int_0^T\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}_it}\mathrm{d}t\right)\boldsymbol{b}(k)$,$\boldsymbol{E}_i=\boldsymbol{F}_i=\left(\int_0^T\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}_it}\mathrm{d}t\right)\boldsymbol{B}$,$T$ 为采样周期,$i=1,2,\cdots,8$。

由上述分析可知,系统通过设计反馈控制器 u 减弱干扰 $\boldsymbol{\omega}$ 对控制输出 y,即网侧谐波电流 i_{sHa} 的影响,使得 i_{sHa} 的值趋向于尽可能小的数,这种控制是典型的 H_∞ 控制[18],结构框图如图 3 所示。图中 K 为反馈控制器增益。

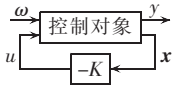


图 3 H_∞ 控制结构框图

Fig.3 Block diagram of H_∞ control

2　H_∞ 控制器设计

2.1　仿射离散切换系统简化

式(7)所示的三相 APF 切换系统模型为典型的仿射离散切换模型,$\boldsymbol{H}_i(k)$为仿射项且不恒为零。对于此类系统,不能直接利用鲁棒 H_∞ 控制原理设计系统控制器,而需要先对切换系统模型进行处理。文献[19-20]通过拓展状态空间的方法分析了在仿射项不为零情况下的仿射切换系统 H_∞ 控制问题,但该方法由于拓展的系统矩阵不再稳定进而不可能找到对称矩阵 $\boldsymbol{P}$ 满足李雅普诺夫条件,所以有很大局限性。本文采用拓展输入信号 $\boldsymbol{\omega}(k)$的方法对仿射切换系统处理后进行 H_∞ 控制,详细过程如下。

考虑到切换系统中仿射项因素,将输入信号 $\boldsymbol{\omega}(k)$ 拓展为以下形式,如式(8)所示:

$$\widetilde{\boldsymbol{\omega}}(k):=[\boldsymbol{\omega}(k)\ \ \boldsymbol{H}_i(k)]^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

这样,系统式(7)就可以写成:

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{G}_i\boldsymbol{x}(k)+\widetilde{\boldsymbol{E}}_i\widetilde{\boldsymbol{\omega}}(k)+\boldsymbol{F}_iu(k)\\ y(k)=\boldsymbol{D}\boldsymbol{x}(k)\end{cases} \tag{9}$$

$$\widetilde{\boldsymbol{E}}_i=[\boldsymbol{E}_i\ \ \boldsymbol{I}] \tag{10}$$

这里考虑的 H_∞ 结构是以有限范围的 L_2 增益为基础的,所以提出的扰动输入 $\boldsymbol{\omega}(k)$的拓展方式是可行的。

假设反馈控制量有如下形式:

$$u(k)=[\boldsymbol{K}_i^1\ \ \boldsymbol{K}_i^2]\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}(k)\\ \boldsymbol{H}_i(k)\end{bmatrix} \tag{11}$$

其中,$\boldsymbol{H}_i(k)=\boldsymbol{R}\widetilde{\boldsymbol{\omega}}(k)$,$\boldsymbol{R}=[0\ \ \boldsymbol{I}]$。

将控制规则式(11)代入系统切换模型式(9)后,得到三相 APF 的闭环离散切换系统如下:

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{G}_i'\boldsymbol{x}(k)+\widetilde{\boldsymbol{E}}_i'\widetilde{\boldsymbol{\omega}}(k)\\ y(k)=\boldsymbol{D}\boldsymbol{x}(k)\end{cases} \tag{12}$$

其中,$\boldsymbol{G}_i'=\boldsymbol{G}_i+\boldsymbol{F}_i\boldsymbol{K}_i^1$,$\widetilde{\boldsymbol{E}}_i'=\widetilde{\boldsymbol{E}}_i+\boldsymbol{F}_i\boldsymbol{K}_i^2\boldsymbol{R}$。

2.2　H_∞ 控制器设计

基于上述对仿射离散切换系统的简化处理,本文得到了鲁棒控制的典型控制对象式(12),从而可以利用鲁棒控制的相关结论[18]得到适用于该类切换系统的 H_∞ 控制器设计方法,如定理 1 表述如下。

定理 1　对于仿射切换系统式(12),当 $\boldsymbol{x}(k)\in\boldsymbol{\chi}_i$,$\boldsymbol{x}(k+1)\in\boldsymbol{\chi}_j$ 时,如果存在正定对称矩阵 $\boldsymbol{Q}_i=\boldsymbol{Q}_i^{\mathrm{T}}>0$、$\boldsymbol{Q}_j=\boldsymbol{Q}_j^{\mathrm{T}}>0$、合适维数的矩阵 $\boldsymbol{Y}_i$、$\boldsymbol{K}_i^2$、$\boldsymbol{T}_i$ 以及正数 $\gamma>0$ 使得 LMI 矩阵不等式

$$\begin{bmatrix}-\boldsymbol{Q}_i+\boldsymbol{T}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}_i & 0 & \boldsymbol{Q}_i\boldsymbol{G}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Y}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_i^{\mathrm{T}}\\ 0 & -\gamma^2\boldsymbol{I} & (\widetilde{\boldsymbol{E}}_i+\boldsymbol{F}_i\boldsymbol{K}_i^2\boldsymbol{R})^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{G}_i\boldsymbol{Q}_i+\boldsymbol{F}_i\boldsymbol{Y}_i & \widetilde{\boldsymbol{E}}_i+\boldsymbol{F}_i\boldsymbol{K}_i^2\boldsymbol{R} & -\boldsymbol{Q}_j\end{bmatrix}<0 \tag{13}$$

成立,则系统式(12)鲁棒镇定且具有 H_∞ 性能界 γ,同时使系统式(12)鲁棒镇定且具有 H_∞ 性能界 γ 的状态反馈阵由下式给出:

$$\boldsymbol{K}_i^1=\boldsymbol{Y}_i\boldsymbol{Q}_i^{-1} \tag{14}$$

其中,$\boldsymbol{\chi}_i$、$\boldsymbol{\chi}_j$ 分别为第 i 个和第 j 个子系统的作用域,$\boldsymbol{T}_i=\boldsymbol{D}\boldsymbol{Q}_i$。

证明:设计切换律 $\boldsymbol{\sigma}(k)=\arg\min\limits_{i\in\{1,2,\cdots,8\}}\{\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{P}_i\times\boldsymbol{x}(k)\}$。为叙述方便,当 $\boldsymbol{x}(k)\in\boldsymbol{\chi}_i$,$\boldsymbol{x}(k+1)\in\boldsymbol{\chi}_j$ 时,令 $\boldsymbol{\sigma}(k)=i$,$\boldsymbol{\sigma}(k+1)=j$。构造式(12)的分段李雅普诺夫函数,有 $V(k)=V_{\boldsymbol{\sigma}(k)}(k)=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{x}(k)$,$V(k+1)=$

$V_{\sigma(k+1)}(k+1)=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(k+1)\boldsymbol{P}_j\boldsymbol{x}(k+1)$，这里 $\boldsymbol{P}_i=\boldsymbol{P}_i^{\mathrm{T}}>0$，$\boldsymbol{P}_j=\boldsymbol{P}_j^{\mathrm{T}}>0$。如果存在 $\gamma>0$，对于所有 $k\geqslant 0$ 满足耗散不等式 $V(k+1)-V(k)+|y(k)|^2-\gamma^2\|\widetilde{\boldsymbol{\omega}}(k)\|^2<0$，则式(12)二次稳定，且从外部输入 $\widetilde{\boldsymbol{\omega}}(k)$ 到控制输出 $y(k)$ 的 H_∞ 性能小于 γ。将所构造的李雅普诺夫函数代入耗散不等式得到：

$$\begin{aligned}V(k+1)-V(k)+|y(k)|^2-\gamma^2\|\widetilde{\boldsymbol{\omega}}(k)\|^2=&\\ \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(k+1)\boldsymbol{P}_j\boldsymbol{x}(k+1)-\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{x}(k)+&\\ |y(k)|^2-\gamma^2\|\widetilde{\boldsymbol{\omega}}(k)\|^2=&\\ (\boldsymbol{G}_i'\boldsymbol{x}(k)+\widetilde{\boldsymbol{E}}_i'\widetilde{\boldsymbol{\omega}}(k))^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_j(\boldsymbol{G}_i'\boldsymbol{x}(k)+&\\ \widetilde{\boldsymbol{E}}_i'\widetilde{\boldsymbol{\omega}}(k))-\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{x}(k)+&\\ (\boldsymbol{D}\boldsymbol{x}(k))^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{D}\boldsymbol{x}(k))+\gamma^2(\widetilde{\boldsymbol{\omega}}^{\mathrm{T}}(k)\widetilde{\boldsymbol{\omega}}(k))<0&\end{aligned}\tag{15}$$

写成矩阵不等式的形式为：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}(k)\\ \widetilde{\boldsymbol{\omega}}(k)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\boldsymbol{G}_i'^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_j\boldsymbol{G}_i'-\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D} & \boldsymbol{G}_i'^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_j\widetilde{\boldsymbol{E}}_i'\\ \widetilde{\boldsymbol{E}}_i'^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_j\boldsymbol{G}_i' & \widetilde{\boldsymbol{E}}_i'^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_j\widetilde{\boldsymbol{E}}_i'-\gamma^2\boldsymbol{I}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}(k)\\ \widetilde{\boldsymbol{\omega}}(k)\end{bmatrix}<0\tag{16}$$

为了满足式(16)只需使得：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{G}_i'^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_j\boldsymbol{G}_i'-\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D} & \boldsymbol{G}_i'^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_j\widetilde{\boldsymbol{E}}_i'\\ \widetilde{\boldsymbol{E}}_i'^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_j\boldsymbol{G}_i' & \widetilde{\boldsymbol{E}}_i'^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_j\widetilde{\boldsymbol{E}}_i'-\gamma^2\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0\tag{17}$$

即：

$$\begin{bmatrix}-\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D} & 0\\ 0 & -\gamma^2\boldsymbol{I}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{G}_i'^{\mathrm{T}}\\ \widetilde{\boldsymbol{E}}_i'^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}\boldsymbol{P}_j\begin{bmatrix}\boldsymbol{G}_i' & \widetilde{\boldsymbol{E}}_i'\end{bmatrix}<0\tag{18}$$

根据 schur 补引理[18]可知，式(18)等价于：

$$\begin{bmatrix}-\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D} & 0 & \boldsymbol{G}_i'^{\mathrm{T}}\\ 0 & -\gamma^2\boldsymbol{I} & \widetilde{\boldsymbol{E}}_i'^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{G}_i' & \widetilde{\boldsymbol{E}}_i' & -\boldsymbol{P}_j^{-1}\end{bmatrix}<0\tag{19}$$

将式(19)左右两端同乘以 $\mathrm{diag}(\boldsymbol{P}_i^{-1},\boldsymbol{I},\boldsymbol{I})$，并注意到 $\boldsymbol{G}_i'=\boldsymbol{G}_i+\boldsymbol{F}_i\boldsymbol{K}_i^1$，$\widetilde{\boldsymbol{E}}_i'=\widetilde{\boldsymbol{E}}_i+\boldsymbol{F}_i\boldsymbol{K}_i^2\boldsymbol{R}$，记 $\boldsymbol{Q}_i=\boldsymbol{P}_i^{-1}$，$\boldsymbol{T}_i=\boldsymbol{D}\boldsymbol{Q}_i$，$\boldsymbol{Y}_i=\boldsymbol{K}_i^1\boldsymbol{Q}_i$，即可得到式(13)。

a. 当 $\widetilde{\boldsymbol{\omega}}(k)=0$ 的时候，$V_{\sigma(k+1)}(k+1)-V_{\sigma(k)}(k)<-|y(k)|^2<0$，故式(12)的闭环系统是渐近稳定的。

b. 在零初始条件下，引入性能指标

$$J=\sum_{k=0}^{\infty}[y^2(k)-\gamma^2\widetilde{\boldsymbol{\omega}}^{\mathrm{T}}(k)\widetilde{\boldsymbol{\omega}}(k)]\tag{20}$$

因为对 $\forall k$，满足 $V(k+1)-V(k)+|y(k)|^2-\gamma^2\|\widetilde{\boldsymbol{\omega}}(k)\|^2<0$，且 $V(k)>0(k\neq 0)$，$V(0)=0$，所以得 $J<\sum_{k=0}^{\infty}[V(k)-V(k+1)]=V(k)|_{k=0}-V(k)|_{k=\infty}<0$。说明系统的外部输入 $\widetilde{\boldsymbol{\omega}}(k)$ 到控制输出 $y(k)$ 的 H_∞ 性能小于 γ，定理 1 得证。

3 仿真分析

为了验证本文关于三相 APF 时滞切换模型的正确性以及基于系统时滞补偿的 H_∞ 控制器较普通控制器的优越性，本节对三相 APF 系统在 MATLAB 软件环境下进行了数字仿真实验。取负载为不可控三相整流负载，系统采样频率为 10 kHz，电网侧电压为 380 V/50 Hz，电网内阻 $r_{sj}=0.01\ \Omega(j=\mathrm{a},\mathrm{b},\mathrm{c})$，直流侧电容 $C_{\mathrm{dc}}=10$ mF，交流侧三相滤波电感 $L_j=0.0162$ H $(j=\mathrm{a},\mathrm{b},\mathrm{c})$，直流侧电压 $u_{\mathrm{dc}}=700$ V。

三相 APF 的数字化控制系统通常采用主从 DSP 的形式，主 DSP 工作在采样周期 T 下，从 DSP 采用切换控制周期 T_{s}。在每个采样周期 T，主 DSP 完成主要控制程序的计算，将调制信号发送至从 DSP 处。从 DSP 通常在切换周期的中点处更新调制信号后在下一个切换周期利用该调制信号产生 PWM 波来控制 APF 开关管的通断，所以若 $T=T_{\mathrm{s}}$，由 DSP 数字控制器产生的时间延时大约为 1.5 T。取系统延时 $\tau_{\mathrm{c}}=1.5\ T$，H_∞ 控制器中 $\gamma=0.2$，并假设理想指令谐波电流通过瞬时无功功率理论给出。每个采样周期利用李雅普诺夫函数最小原则切换子系统，并通过设计对应时滞子系统的 H_∞ 反馈控制器 $\boldsymbol{K}_i^1$ 和 $\boldsymbol{K}_i^2$ 补偿时滞，使得系统稳定。因为前馈预测控制在子系统建模时已经考虑，所以这种设计方式在保证系统稳定的同时也保证了谐波电流的跟踪性能。为了更清晰地说明系统时滞现象对 APF 工作性能的影响，并验证本文提出的时滞补偿方法的优越性，分别对控制环节中有时滞补偿和无时滞补偿的 APF 进行对比仿真实验。图 4 为负载侧谐波电流波形和傅里叶分析，图 5 为在时滞补偿和非时滞补偿 H_∞ 控制下的 a 相网侧电流及其频谱分析。其中 μ 为各次谐波电流与基波电流幅值比值，n 为谐波次数。

对比图 4 与图 5 可以看出，本文提出的三相 APF 离散切换模型和切换规则很好地体现了 APF 的物理工作特性，a 相网侧电流在 APF 补偿后畸变率大幅下降。而图 5(a)和图 5(b)的对比波形也暗示了如果数字化控制器引起的系统时滞不得以补偿，则会引发 LC 线路谐振，进而导致网侧电流振动，严重时还

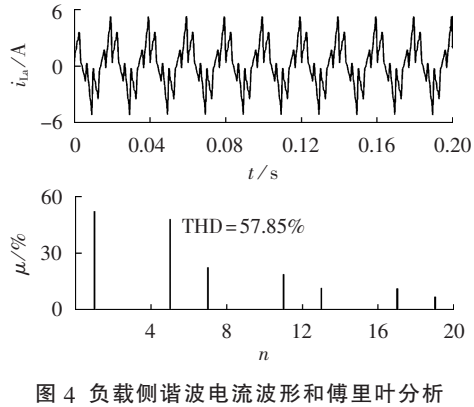
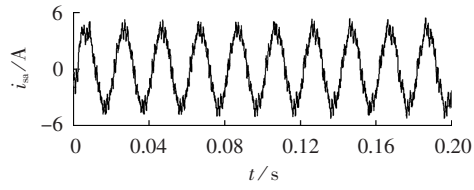
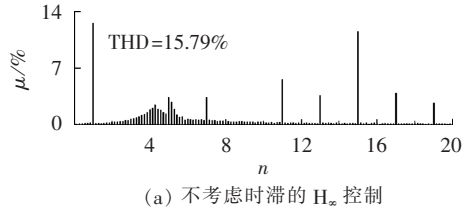


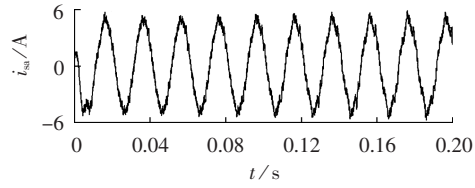
图 4 负载侧谐波电流波形和傅里叶分析

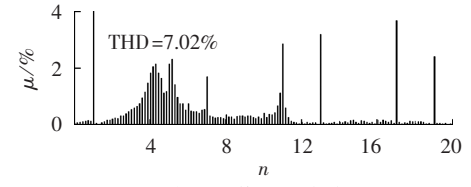
Fig.4 Waveform and Fourier analysis of load-side harmonic current





(a) 不考虑时滞的 H_∞ 控制





(b) 考虑时滞的 H_∞ 控制

图 5 不同 H_∞ 控制器下的 a 相网侧电流及其频谱分析

Fig.5 Waveform and spectrum of grid-side current for different H_∞ controllers

会影响系统稳定。

另外考虑负载侧电流突变,即在系统遇到扰动的情况下,对比传统 PI 控制的三角波载波调制控制与带时滞补偿的 H_∞ 控制对系统补偿效果的影响。a 相负载侧谐波突变电流如图 6 所示,PI 控制的三角波载波调制控制下与考虑时滞的 H_∞ 控制下的网侧电源电流如图 7 所示。

由图 7 清晰地看出,较传统的控制方法,H_∞ 控制方法的鲁棒性更强,在负荷突然增加后,APF 的输出快速跟踪了这一突变,使得网侧电流依然为正弦电流。而在传统控制方法下,系统网侧电流无法快速跟

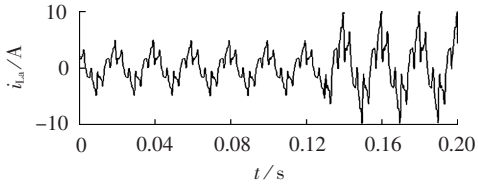
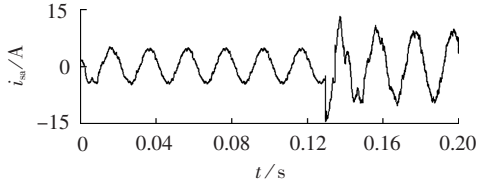
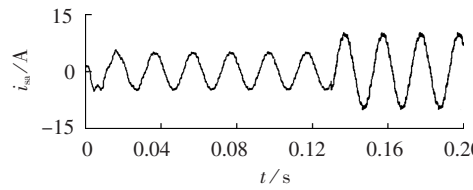


图 6 负载侧谐波突变电流

Fig.6 Suddenly-increased load-side harmonic current



(a) 三角波载波调制控制



(b) 考虑时滞的 H_∞ 控制

图 7 不同控制器下的 a 相网侧电流

Fig.7 Waveform of phase-a current at grid side for different controllers

踪突变,且在干扰严重时系统容易失去稳定。

综上所述,本文提出的考虑系统时滞的 APF 切换系统建模与对应的 H_∞ 控制器设计方法是十分有意义的,更符合工程实际要求。

4　结论

APF 数字化控制引起的系统延时不但会影响滤波装置的补偿效果,严重时还会对系统的稳定性构成威胁。本文考虑了数字化 APF 的动态工作特性和系统时滞现象,采用切换系统理论对三相 APF 建模,得到仿射离散时滞切换系统模型,并针对该模型设计可补偿时滞的 H_∞ 反馈控制器以及切换规律。这种基于切换系统理论的 APF 建模方法优于传统针对 APF 的近似线性化建模方法,更加精确地反映了系统物理动态特性。整个分析过程融合了前馈控制与反馈控制 2 种控制方式,并且考虑了系统延时因素,更符合工程实际要求。本文提出的建模与控制方法对于进一步采用切换系统理论研究其他 PWM 变换器也具有一定的参考价值。

参考文献:

[1] EL-HABROUK M,DARWISH M K,MEHTA P. Active power filters:a review[J]. IEE Proceedings Electric Power Applications,2000,147(5):403-413.

[2] 姜齐荣,赵东元,陈建业. 有源电力滤波器:结构·原理·控制[M]. 北京:科学出版社,2005:23-46.

[3] MISHRA S,BHENDE C N. Bacterial foraging technique-based optimized active power filter for load compensation[J]. IEEE Transactions on Power Delivery,2007,22(1):457-465.

[4] 王兆安,杨君,刘进军. 谐波抑制和无功功率补偿[M]. 北京:机械工业出版社,1998:271-295.

[5] SUN Z. Switched linear systems:control and design[M]. London,UK:Springer,2005:57-139.

[6] LIN H,ANTSAKLIS P J. Stability and stabilizability of switched linear systems:a survey of recent results[J]. IEEE Transactions on Automatic Control,2009,54(2):308-322.

[7] SHIREEN W,TAO L. A DSP-based active power filter for low voltage distribution systems[J]. Electric Power Systems Research,2008,78(9):1561-1567.

[8] JEONG S G,WOO M H. DSP-based active power filter with predictive current control[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics,1997,44(3):329-336.

[9] KEDJAR B,AL-HADDAD K. DSP-based implementation of an LQR with integral action for a three-phase three-wire shunt active power filter[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics,2009,56(8):2821-2828.

[10] ZHOU L,LI Z. A novel active power filter based on the least compensation current control method[J]. IEEE Transactions on Power Electronics,2000,15(4):655-659.

[11] 杨小品,查晓明,李尚盛,等. 基于RTDS的APF硬件在线仿真系统[J]. 电力自动化设备,2010,30(11):65-69.
YANG Xiaopin,ZHA Xiaoming,LI Shangsheng,et al. APF HIL simulation system based on RTDS[J]. Electric Power Automation Equipment,2010,30(11):65-69.

[12] 范瑞祥,罗安,唐杰. 谐振注入式有源滤波器数字化控制系统延时研究[J]. 中国电机工程学报,2007,27(13):104-110.
FAN Ruixiang,LUO An,TANG Jie. The research of the delay based on digital control system of resonance injection active power filter[J]. Proceedings of the CSEE,2007,27(13):104-110.

[13] 郎永强,徐殿国,马洪飞. 三相电压型PWM整流器的一种改进前馈控制策略[J]. 电机与控制学报,2006,10(2):160-163.
LANG Yongqiang,XU Dianguo,MA Hongfei. Improved feed forward control of three-phase voltage source PWM rectifier[J]. Electric Machines and Control,2006,10(2):160-163.

[14] 张崇巍,张兴. PWM整流器及其控制[M]. 北京:机械工业出版社,2003:112-128.

[15] 汤洪海,李春文,郑雪生. 单相APF切换系统建模与H_∞控制[J]. 高电压技术,2007,33(11):128-131.
TANG Honghai,LI Chunwen,ZHENG Xuesheng. Modeling of switched linear system with single-phase APF and H_∞ control [J]. High Voltage Engineering,2007,33(11):128-131.

[16] 丁青青,汤洪海,戎袁杰. 基于切换系统的三相APF建模与H_∞控制[J]. 电工技术学报,2008,23(4):125-131.
DING Qingqing,TANG Honghai,RONG Yuanjie. Modeling and H_∞ control of three-phase APF based on switched system[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,2008,23(4):125-131.

[17] 周兴家,沈沉,梅生伟. 并联型有源滤波器H_∞控制设计[J]. 电力自动化设备,2006,26(8):45-48.
ZHOU Xingjia,SHEN Chen,MEI Shengwei. Design of H_∞ control for shunt active power filter[J]. Electric Power Automation Equipment,2006,26(8):45-48.

[18] 俞立. 鲁棒控制:线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京:清华大学出版社,2002:41-63.

[19] JOHANSSON M,RANTZER A. Computation of piecewise quadratic Lyapunov functions for hybrid systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control,1998,43(4):555-559.

[20] MIGNONE D,FERRARI-TRECATE G,MORARI M. Stability and stabilization of piecewise affine and hybrid systems:an LMI approach[C]//Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control. Sydney,Australia:IEEE,2000:504-509.

作者简介:

韩　璐(1984-),女,山西太原人,博士研究生,研究方向为切换系统及其在电力电子中的应用(**E-mail**:Lu_Han@my.swjtu.edu.cn);

肖　建(1949-),男,湖南长沙人,教授,博士研究生导师,研究方向为自动控制及其在电传动系统中的应用(**E-mail**:jxiao@swjtu.edu.cn)。

Switching system modeling and H_∞ control of three-phase APF with time-delay

HAN Lu,XIAO Jian,XIANG Weiming,QIU Cunyong

(College of Electrical Engineering,Southwest Jiaotong University,Chengdu 610031,China)

Abstract: Instead of the traditional linearization method used in APF(Active Power Filter) analysis,the discrete affine switching theory is applied in the modeling of three-phase APF with time-delay,based on which,its H_∞ controller and switching rules are designed. The harmonic current at grid side is regarded as the control output and the error between the instructive harmonic current predicted by feedforward control and the ideal instructive harmonic current is considered as the distracter to follow and control the harmonic current. Simulative results show that the proposed method reflects the dynamic characteristics of three-phase APF accurately while compensates the system time-delay effectively,avoiding its adverse influence on system compensation effect and stability.

Key words: active filters; switching system; time-delay; discrete affine switching model; H_∞ controller; robust control