

非线性电力系统模型经验 Gramian 平衡降阶

赵洪山, 薛 宁, 时 宁

(华北电力大学 新能源电力系统国家重点实验室, 河北 保定 071003)

摘要: 为解决多机非线性动态电力系统模型应用中存在的计算复杂、维数高的问题, 提出经验 Gramian 平衡降阶方法, 即将高阶非线性电力系统动态模型投影到一个低维子空间以获得其降阶模型, 且降阶模型能够保留原非线性系统输入输出动态行为。其实现过程: 形成非线性电力系统动态模型, 通过仿真样本和经验数据样本得到经验可控 Gramian 矩阵和经验可观 Gramian 矩阵; 利用得到的 Gramian 矩阵, 计算平衡变换矩阵 T , 从而得到原系统的平衡系统; 获得平衡系统的经验可控 Gramian 矩阵和经验可观 Gramian 矩阵, 并进行奇异值分解, 得到 Hankel 奇异值; 根据 Hankel 奇异值大小的分布确定低维子空间的维数, 得到非线性电力系统的降阶模型。以某实际 20 机非线性电力系统模型为例进行降阶仿真, 仿真结果表明, 降阶系统模型在保留原系统稳定性和输入输出动态行为的前提下, 其阶数由原系统的 120 阶降到 50 阶, 验证了经验 Gramian 平衡降阶方法在非线性和电力系统模型降阶中的有效性。

关键词: 电力系统; 非线性系统; 模型; 经验 Gramian 平衡降阶; 模型降阶; 奇异值分解; 仿真
中图分类号: TM 862 **文献标识码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.1006-6047.2014.09.004

0 引言

目前, 在电力系统计算、仿真、分析与控制过程中, 经常采用非线性高阶动态模型来提高描述系统动态行为的能力, 但同时带来了系统模型动态方程维数高、模型计算的复杂度(包括计算时间、速度以及存储空间等)增加等问题, 给工程研究人员带来了巨大的挑战。尤其对于多机电力系统, 随着系统规模不断增大, 其动态模型的阶数也随之增加, 这使得通过计算系统模型来快速完成各种功能变得非常困难^[1-3]。

模型降阶是解决上述非线性电力系统模型高维动态行为计算复杂、难以分析等问题的有效方法之一。学者们也已进行了大量研究, 如奇异值摄动法^[4-7]、解耦算法^[8-10]、同调等值理论^[11-14]、模态分析方法^[15-16]、基于相关性的模型降阶方法^[17]以及基于 Krylov 子空间的模型降阶方法^[18]。但上述系统模型降阶多用于分析研究, 较少关注系统的输入控制, 或将输入控制作恒定处理; 而应用于控制设计的系统模型降阶, 则需要考虑降阶模型是否能够保持原系统的动态行为和输入/输出特性的问题。

在众多模型降阶方法中, Gramian 方法已在线性电力系统广泛应用。文献[19]为了简化区域电网振荡阻尼控制器的设计, 利用 Gramian 方法研究了电力系统模型降阶, 并验证基于降阶系统设计的控制器没有降低原系统闭环特性的结论; 文献[20]也在抑制

低频振荡问题上利用 Gramian 降阶方法研究了更大规模电力系统的模型降阶问题。但对于一般非线性动态电力系统模型降阶, 由于缺少有效的理论方法, 其模型降阶仍是研究的难点。本文利用经验 Gramian 方法和平衡实现理论, 探讨非线性电力系统动态模型的降阶过程, 并以某实际多机非线性电力系统为例, 验证经验 Gramian 降阶方法对非线性电力系统模型降阶的有效性。

1 非线性系统模型平衡降阶基本原理

1.1 模型降阶基本思想

具有输入和输出的非线性系统模型一般可以表示为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t)) \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ 描述非线性系统的动态行为; $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ 为非线性系统的状态变量; $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}^p$ 为非线性系统的控制输入; $\mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}^q$ 为非线性系统的输出。

模型降阶的基本思想就是对形如式(1)的非线性动态系统, 通过已知标准列正交转换矩阵, 将原系统变换到一个低维空间 $\mathbf{R}^k (k \leq n)$ 上, 并可用低维空间中的降阶系统来表示原系统, 从而降低了原系统理论分析难度和数据运算量。假设已知转换矩阵 $\mathbf{P}$, 由原始非线性系统(1)可以得到降阶系统:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{P}\mathbf{f}(\mathbf{P}^T\tilde{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{P}^T\tilde{\mathbf{x}}(t)) \end{cases} \quad (2)$$

其中, $\tilde{\mathbf{x}}(t) \in \mathbf{R}^k$ 是降阶系统的状态变量。模型降阶应保证降阶系统的输入、输出与原系统的输入、输出误

差在一定范围内,即保持原系统的一些基本性质,如稳定性和有源性等。

1.2 Galerkin 投影

目前,模型降阶中最重要和最基本的方法就是 Krylov 子空间类方法,经验 Gramian 方法也基于 Krylov 子空间原理,即通过构建转换矩阵 $\mathbf{P}$ 来进行模型降阶。其中,矩阵 $\mathbf{P}$ 是由 Galerkin 投影获得的。

Galerkin 投影:一旦得到子空间的特征函数,就可以利用 Galerkin 投影将系统(1)投影到该子空间。Galerkin 投影矩阵 $\mathbf{P}$ 通常可表示为:

$$\mathbf{P} = [\mathbf{I}_{k \times k} \quad \mathbf{0}_{k \times (n-k)}]$$

其中, $\mathbf{I}_{k \times k}$ 为 $k \times k$ 阶的正交矩阵; $\mathbf{0}_{k \times (n-k)}$ 为 $k \times (n-k)$ 阶的全零矩阵。因此,非线性降阶系统(2)中,有 $\tilde{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{P}\mathbf{x}(t)$ 。

1.3 经验 Gramian 矩阵

对于一般非线性系统(1),其输入与输出特性通常由系统的可控 Gramian 矩阵 $\mathbf{W}_c$ 和可观 Gramian 矩阵 $\mathbf{W}_o$ 来描述,可控 Gramian 矩阵描述控制输入变化对系统状态的影响,而可观 Gramian 矩阵描述输出对系统状态变化的反应。

对于线性系统,其模型降阶可通过求解 Lyapunov 方程获得可控 Gramian 矩阵和可观 Gramian 矩阵,然后通过分析 Gramian 矩阵的特征值,来确定线性系统模型的降阶阶数^[21]。而对于非线性系统,由于无法获得 Lyapunov 方程,目前仍没有直接计算可控 Gramian 矩阵和可观 Gramian 矩阵的解析方法。Sirovich 在文献[22]中提出:通过仿真或实验获得系统状态变量和输出变量样本,再根据采样的经验数据样本,计算得到非线性系统模型的经验可控 Gramian 矩阵和经验可观 Gramian 矩阵。

经验 Gramian 方法得到的系统数据样本应满足在其稳定域内这一条件,并且要尽可能反映各种可能的扰动行为。为此,定义如下集合:

$$\begin{cases} \mathbf{T}^n = \{\mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2, \dots, \mathbf{T}_r; \mathbf{T}_i \in \mathbf{R}^{n \times n}, \mathbf{T}_i^T \mathbf{T}_i = \mathbf{I}, i=1, 2, \dots, r\} \\ \mathbf{M} = \{c_1, c_2, \dots, c_s; c_i \in \mathbf{R}, c_i > 0, i=1, 2, \dots, s\} \\ \mathbf{E}^p = \{e_1, e_2, \dots, e_p\} \end{cases} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{T}_n$ 为一组 r 个正交的 $n \times n$ 阶矩阵, r 为激励或者扰动方向的矩阵数量; $\mathbf{M}$ 为一组 s 个正常数, s 为在每个方向不同扰动大小的数量; $\mathbf{E}^p$ 为 $\mathbf{R}^p$ 中标准单位矢量。

定义 1 设 $\mathbf{T}^n$, $\mathbf{E}^p$ 和 $\mathbf{M}$ 为以上所给定集合,对于非线性系统(1),经验可控 Gramian 矩阵 $\mathbf{W}_c$ 定义如下:

$$\mathbf{W}_c = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s \sum_{l=1}^p \frac{1}{rsc_j^2} \int_0^\infty \boldsymbol{\phi}^{ijl}(t) dt \quad (4)$$

其中, $\boldsymbol{\phi}^{ijl}(t) = (\mathbf{x}^{ijl}(t) - \mathbf{x}_{ss}^{ijl})(\mathbf{x}^{ijl}(t) - \mathbf{x}_{ss}^{ijl})^T \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{x}^{ijl}(t)$ 为对应于脉冲输入 $\mathbf{u}(t) = c_j \mathbf{T}_l e_i \delta(t) + \mathbf{u}_{ss}$ 的状态, $\mathbf{x}_{ss}^{ijl}$ 和 $\mathbf{u}_{ss}$ 分别表示系统(1)稳态时的状态和输入, $\delta(t)$ 表示

脉冲函数。

对于具有输入和输出的可控非线性系统,只研究输入与状态的行为是不全面的,同时也应考虑输出反映系统状态的行为。下面定义给出了经验可观 Gramian 矩阵的构建方式。

定义 2 设 $\mathbf{T}^n$, $\mathbf{E}^p$ 和 $\mathbf{M}$ 为以上所给定集合,对于非线性系统(1),经验可观 Gramian 矩阵 $\mathbf{W}_o$ 定义如下:

$$\mathbf{W}_o = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s \frac{1}{rsc_j^2} \int_0^\infty \mathbf{T}_l \boldsymbol{\psi}^{ij}(t) \mathbf{T}_l^T dt \quad (5)$$

其中, $\boldsymbol{\psi}^{ij}(t) = (\mathbf{y}^{ij}(t) - \mathbf{y}_{ss}^{ij})(\mathbf{y}^{ij}(t) - \mathbf{y}_{ss}^{ij})^T \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{y}^{ij}(t)$ 是非线性系统对应初始条件 $\mathbf{x}(0) = c_j \mathbf{T}_l e_i + \mathbf{x}_{ss}$ 的输出, $\mathbf{y}_{ss}^{ij}$ 和 $\mathbf{x}_{ss}$ 是系统(1)稳定状态下各自的输出和状态。

对经验可控和可观 Gramian 矩阵分别进行奇异值分解,其非零特征值所对应的特征向量就可生成一个新子空间,然后可以将系统(1)投影到该子空间,得到降阶系统(2)。由此,实现了反映系统可观性与可控性非线性系统的模型降阶。

1.4 基于经验 Gramian 平衡降阶

由上文可知,一旦得到非线性系统(1)的可控与可观 Gramian 矩阵,便可对其进行奇异值分解,并利用可控或可观 Gramian 矩阵的奇异值大小来确定 Galerkin 投影矩阵 $\mathbf{P}$,进而得到降阶模型的阶数。但对于一般非线性系统,直接得到的可控或可观 Gramian 矩阵往往是不相同的,如果以可控 Gramian 矩阵的奇异值进行降阶,降阶系统的可控性获得较好的性能,但系统的可观性稍差;反之,以可观 Gramian 矩阵的奇异值进行降阶,降阶系统可得到较好的可观性,可控性能稍差。

为了使降阶系统的可控性和可观性都能获得较好的性能,利用平衡实现理论对非线性系统(1)进行处理,将经验可控与可观 Gramian 矩阵变换成平衡的可控和可观 Gramian 矩阵,即将系统(1)变换成平衡系统。所谓平衡系统,是指系统的可控 Gramian 矩阵与可观 Gramian 矩阵是相等的,并且是对角的。下面给出了利用经验可控 Gramian 矩阵 $\mathbf{W}_c$ 和可观 Gramian 矩阵 $\mathbf{W}_o$ 计算系统(1)的平衡系统的步骤。

a. 对经验 $\mathbf{W}_c$ 和 $\mathbf{W}_o$, 进行 Cholesky 因式分解,得到矩阵 $\mathbf{X}$ 和 $\mathbf{Y}$ 。

$$\begin{cases} \mathbf{W}_c = \mathbf{X}\mathbf{X}^T \\ \mathbf{W}_o = \mathbf{Y}\mathbf{Y}^T \end{cases} \quad (6)$$

b. 构建积矩阵 $\mathbf{Y}^T \mathbf{X}$, 并对积矩阵进行奇异值分解,得到对角矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}$ 、正交矩阵 $\mathbf{U}$ 和 $\mathbf{V}$ 。

$$\mathbf{Y}^T \mathbf{X} = \mathbf{U} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{V} \quad (7)$$

其中, $\boldsymbol{\Sigma} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为 Hankel 奇异值矩阵。

c. 根据式(8)可获得平衡转换矩阵 $\mathbf{T}$ 。

$$\mathbf{T} = \mathbf{X}\mathbf{V}\boldsymbol{\Sigma}^{-1/2} \quad (8)$$

至此,利用该平衡变换矩阵 $\mathbf{T}$ 就可获得系统(1)的平

衡系统:

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{T}\mathbf{f}(\mathbf{T}^{-1}\bar{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{T}^{-1}\bar{\mathbf{x}}(t)) \end{cases} \quad (9)$$

其中, $\bar{\mathbf{x}}(t) \in \mathbf{R}^n$ 。

平衡系统与其原系统的动态行为是完全相同的,只是平衡系统的状态变量变为一组新的状态变量 $\bar{\mathbf{x}}(t)$ 。从线性系统理论而言,平衡系统任一状态都是原系统所有状态的线性组合,即 $\mathbf{x}(t) = \mathbf{T}^{-1}\bar{\mathbf{x}}(t)$ 。因此,对非线性系统(1)进行模型降阶,若可控和可观 Gramian 矩阵不等,就可先把系统转换成平衡系统,再对平衡系统进行模型降阶,该过程称为平衡实现。

针对非线性系统对应的平衡系统,计算其经验 Gramian 矩阵 $\bar{\mathbf{W}}_c$ 和 $\bar{\mathbf{W}}_o$,并对经验 Gramian 矩阵 $\bar{\mathbf{W}}_c$ 和 $\bar{\mathbf{W}}_o$ 进行奇异值分解。根据 Hankel 矩阵 Σ 奇异值 σ 的大小,当满足 $\sigma_k \gg \sigma_{k+1}$ 或者当前 k 个奇异值能量所占所有奇异值能量绝大部分时,就认为 k 后面的奇异值所对应的状态变量对系统的输入影响和输出影响较小,将其略去以实现模型降阶的目的。因此,可以将 $\bar{\mathbf{x}}(t)$ 分为主要和非主要两部分,如下:

$$\bar{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}_1(t) \\ \bar{\mathbf{x}}_2(t) \end{bmatrix}$$

其中, $\bar{\mathbf{x}}_1(t) \in \mathbf{R}^k$ 为系统的主要状态成分, $\bar{\mathbf{x}}_2(t) \in \mathbf{R}^{n-k}$ 为系统的非主要状态成分。

d. 利用 Galerkin 投影矩阵 $\mathbf{P}$, 有 $\bar{\mathbf{x}}_1(t) = \mathbf{P}\bar{\mathbf{x}}(t)$, 可得到平衡系统(9)的降阶模型,即非线性系统(1)的降阶模型:

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}}_1(t) = \mathbf{P}\mathbf{T}\mathbf{f}(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{P}\bar{\mathbf{x}}_1(t), \mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{P}\bar{\mathbf{x}}_1(t)) \end{cases} \quad (10)$$

2 非线性电力系统经验 Gramian 模型降阶

2.1 非线性电力系统模型

假设多机电力系统有 Z 台发电机,同步发电机采用计及转子超瞬变过程且转子 q 轴要考虑阻尼绕组的 6 阶动态模型。第 i 台发电机模型描述如下:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_i = \omega_i(\omega_i - \omega_{\text{ref}}) \\ 2H_i\dot{\omega}_i = P_{mi} - P_{ei} - D_i(\omega_i - \omega_{\text{ref}}) \\ T'_{d0i}\dot{E}'_{qi} = E_{fi} - E'_{qi} + (x_{di} - x'_{di})I_{di} \\ T'_{q0i}\dot{E}'_{di} = -E'_{di} - (x_{qi} - x'_{qi})I_{qi} \\ T''_{d0i}\dot{E}''_{qi} = E'_{qi} - E''_{qi} + (x'_{di} - x''_{di})I_{di} \\ T''_{q0i}\dot{E}''_{di} = E'_{di} - E''_{di} - (x'_{qi} - x''_{qi})I_{qi} \end{cases} \quad (11)$$

其中, $i=1, 2, \dots, Z$; δ_i 为第 i 台发电机转子角; ω_i 为第 i 台发电机角频率; $E'_{di}, E'_{qi}, E''_{di}, E''_{qi}$ 分别为第 i 台发电机 d 轴和 q 轴暂态电势和次暂态电势; ω_s 为发电

机额定角频率; ω_{ref} 为发电机参考角频率; P_{mi} 为第 i 台发电机的原动机输出机械功率; P_{ei} 为第 i 台发电机的电磁功率; H_i 为第 i 台发电机机组惯性时间常数; $T'_{d0i}, T'_{q0i}, T''_{d0i}, T''_{q0i}$ 分别为第 i 台发电机 d 轴和 q 轴开路暂态、次暂态时间常数; E_{fi} 为第 i 台发电机机组的励磁电压; D_i 为第 i 台发电机定常阻尼系数; $r_{ai}, x_{di}, x_{qi}, x'_{di}, x'_{qi}, x''_{di}, x''_{qi}$ 分别为第 i 台发电机定子电阻和 d 轴和 q 轴暂同步、瞬变、超瞬变电抗; $I_{di}, I_{qi}, U_{di}, U_{qi}$ 分别为第 i 台发电机 d 轴和 q 轴暂态电流和机端电压,其关系为 $U_{di} = E'_{di} - r_{ai}I_{di} - x'_{qi}I_{qi}$, $U_{qi} = E'_{qi} + x'_{di}I_{di} - r_{ai}I_{qi}$ 。

发电机与网络的接口方程为:

$$\mathbf{I}_{xy} = \mathbf{Y}_s \mathbf{U}_{xy} \quad (12)$$

其中, $\mathbf{I}_{xy} = \mathbf{C}\mathbf{S}\mathbf{I}_{dq}$; $\mathbf{U}_{xy} = \mathbf{C}\mathbf{U}_{dq}$; $\mathbf{C}$ 为 dq - xy 坐标系的变化矩阵; $\mathbf{S}$ 为网络容量和发电机容量之间的变化矩阵; $\mathbf{Y}_s$ 为电力系统节点导纳矩阵。

将 xy 坐标下的 $\mathbf{I}_{xy}$ 和 $\mathbf{U}_{xy}$ 转换到 dq 坐标系下,代入式(12),消去 I_{di} 和 I_{qi} ,得到如下形式的具有输入和输出多机非线性电力系统模型:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t)) \end{cases} \quad (13)$$

其中, $\mathbf{u}(t) = [P_{m1} \dots P_{mZ} E_{f1} \dots E_{fZ}]^T \in \mathbf{R}^p$; $\mathbf{x}(t) = [\delta_1 \dots \delta_Z \omega_1 \dots \omega_Z E'_{q1} \dots E'_{qZ} E'_{d1} \dots E'_{dZ} E''_{q1} \dots E''_{qZ} E''_{d1} \dots E''_{dZ}]^T \in \mathbf{R}^n$; $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ 描述电力系统动态行为; $\mathbf{y}(\mathbf{x})$ 为系统的输出函数,由关于状态 $\mathbf{x}(t)$ 的非线性函数来表示。

$$\mathbf{y}(t) = [\delta_1 \dots \delta_Z \omega_1 \dots \omega_Z U_1 \dots U_Z]^T \quad (14)$$

其中, U_i 为第 i 台发电机机端电压; $\mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}^q$ 。

2.2 非线性电力系统经验 Gramian 矩阵

对于非线性电力系统(13),其经验可控 Gramian 矩阵和可观 Gramian 矩阵的计算,由于涉及积分计算,计算量非常庞大。假设系统的样本是在离散时间 $t_1, \dots, t_m$ 得到的,那么状态或输出的相关矩阵可以写成如下离散形式:

$$\mathbf{R} = \sum_{k=1}^m (\mathbf{x}_k(t) - \mathbf{x}_{ss})(\mathbf{x}_k(t) - \mathbf{x}_{ss})^T$$

其中, $\mathbf{x}_k(t)$ 为系统的样本值; $\mathbf{x}_{ss}$ 为系统状态的稳态值。

下面分别给出了经验可控和可观 Gramian 矩阵的离散定义。

设 $\mathbf{T}^n, \mathbf{E}^p$ 和 $\mathbf{M}$ 为前文所给定的集合, p 为系统的控制输入个数,则系统经验可控 Gramian 矩阵 $\mathbf{W}_c$ 定义为:

$$\mathbf{W}_c = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s \frac{1}{rsc_j^2} \sum_{k=0}^m \phi_k^{ij} \quad (15)$$

其中, $\phi_k^{ij}(t) = (\mathbf{x}^{ij}(t) - \mathbf{x}_{ss}^{ij})(\mathbf{x}^{ij}(t) - \mathbf{x}_{ss}^{ij})^T \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{x}^{ij}(t)$ 是非线性系统对应脉冲输入 $\mathbf{u}(t) = c_j \mathbf{T}_i \mathbf{e}_i \delta(t) + \mathbf{u}_{ss}$ 的状态, c_j 描述外加激励的大小, $\mathbf{T}_i \mathbf{e}_i$ 决定外加激励的方向, $\delta(t)$ 表示脉冲函数, $\mathbf{x}_{ss}^{ij}$ 和 $\mathbf{u}_{ss}$ 分别表示系统(13)稳态时的状态和输入。

设 T^n 、 E^p 和 M 为前文所给定的集合,则系统经验可观 Gramian 矩阵 W_o 定义为:

$$W_o = \sum_{l=1}^r \sum_{j=1}^s \frac{1}{rsc_j^2} \sum_{k=0}^m T_l \psi_k^{ij} T_l^T \quad (16)$$

其中, $\psi^{ij}(t) = (y^{ij}(t) - y_{ss}^{ij})(y^{ij}(t) - y_{ss}^{ij})^T \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $y^{ij}(t)$ 是非线性系统对应初始条件 $x(0) = c_j T_l e_i + x_{ss}$ 的输出, y_{ss}^{ij} 和 x_{ss} 是系统(1)稳定状态下各自的输出和状态。

利用经验样本数据,通过式(15)和(16)便可计算出非线性电力系统(13)的经验可控 Gramian 矩阵 W_c 和经验可观 Gramian 矩阵 W_o ,其计算精度取决于样本个数,样本数量越大,精度越高;此外,还受外加激励大小的选择 c_j 、外加激励方向的选择 $T_l e_i$ 以及外加激励的个数 p 等因素的影响。

2.3 基于经验 Gramian 的非线性电力系统平衡降阶步骤

对于非线性电力系统动态模型(13),利用经验 Gramian 进行平衡降阶方法的步骤如下。

a. 根据定义(15)和(16),计算非线性多机电力系统(13)的经验可控 Gramian 矩阵 W_c 和经验可观 Gramian 矩阵 W_o 。

b. 利用式(6)—(8)计算平衡变换矩阵 T ,得到非线性多机电力系统(13)的平衡系统模型。

c. 利用平衡变换矩阵 T ,计算平衡系统的经验

可控 Gramian 矩阵 $\bar{W}_c$ 和经验可观 Gramian 矩阵 $\bar{W}_o$:

$$\bar{W}_c = T W_c T^T$$

$$\bar{W}_o = (T^{-1})^T W_o T^{-1}$$

d. 计算平衡可控 Gramian 矩阵 $\bar{W}_c$ 和可观 Gramian 矩阵 $\bar{W}_o$ 的 Hankel 奇异值矩阵 Σ :

$$\Sigma = \text{SVD}(\bar{W}_c) \approx \text{SVD}(\bar{W}_o)$$

e. 确定非线性多机电力系统降阶模型的阶数。如果满足

$$\sum_{k=1}^r \sigma_k / \sum_{k=1}^r \sigma_{k+1} \gg \varepsilon$$

则平衡系统的降阶模型的阶数为 r 。其中, ε 为接近于 1 的值。利用阶数 r 构造 Galerkin 投影矩阵 P 。

f. 利用平衡变换矩阵 T 和 Galerkin 投影矩阵 P ,计算得到形如式(10)的电力系统平衡降阶模型。

3 算例分析

对某实际 20 机电力系统模型进行降阶仿真分析,系统接线图见图 1。

首先,形成多机电力系统分析模型,每台同步发电机采用 6 阶动态模型,负荷为恒阻抗模型。由于发电机模型采用 dq 坐标,网络模型采用 xy 坐标,因此,需要 $xy-dq$ 坐标变换实现发电机与网络的互联,其过程见式(11)—(13),最后形成一个 120 阶的形如

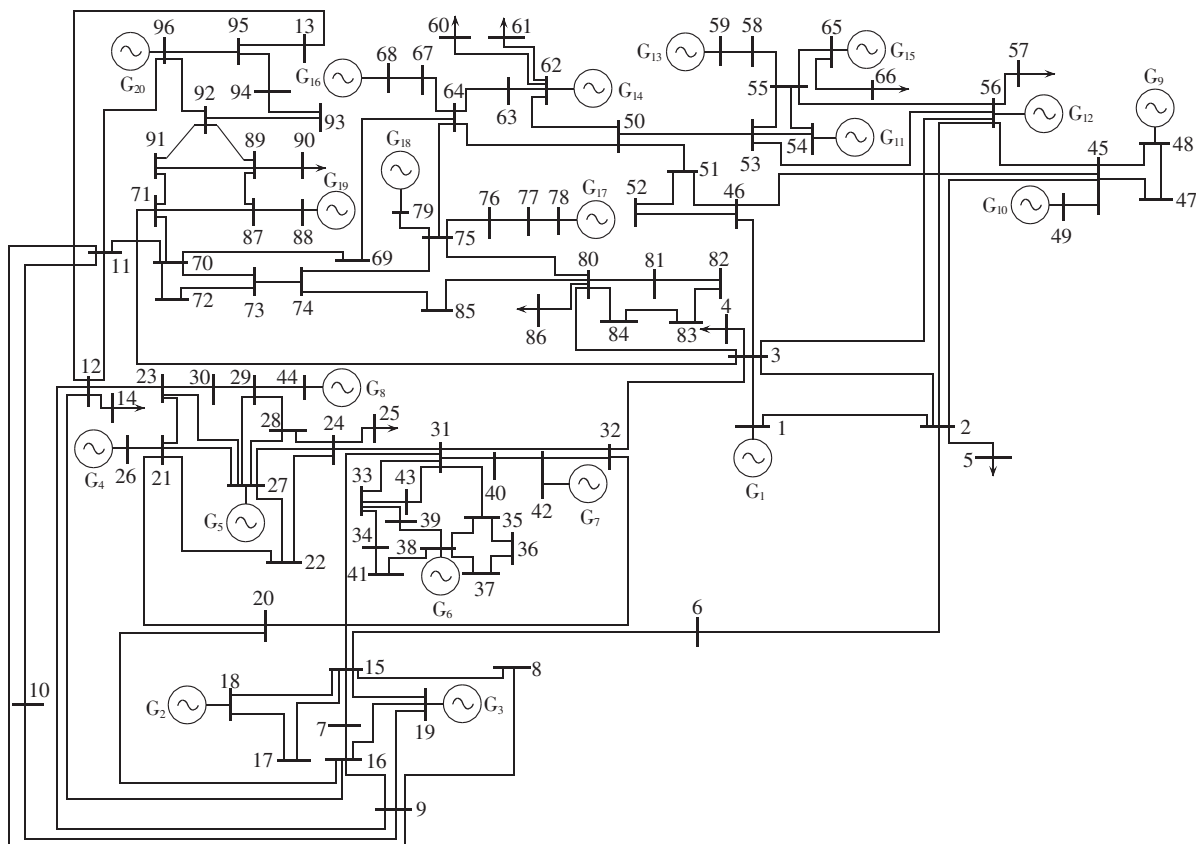


图 1 某实际 20 机系统接线图
Fig.1 Connection diagram of an 20-generator power system

式(13)的非线性电力系统动态模型。

其次,利用经验 Gramian 平衡降阶算法,计算上述非线性电力系统的平衡变换矩阵 T ,得到该系统的平衡系统。对平衡系统的经验 Gramian 矩阵进行奇异值分解,利用奇异值分解得到 Hankel 奇异值矩阵 Σ ,奇异值大小分布如图 2 所示。

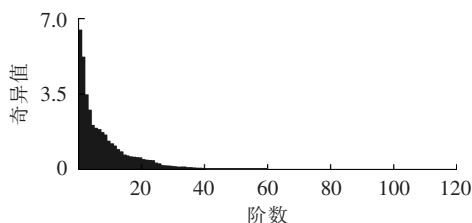


图 2 Hankel 奇异值的分布图

Fig.2 Distribution of Hankel singular values

最后,利用 Hankel 奇异值大小,根据模型降阶阶数判定条件 $\sum_{k=1}^r \sigma_k / \sum_{k=1}^r \sigma_{k+1} \gg \varepsilon$ 确定降阶系统的维数,得到 Galerkin 投影矩阵 P 。由此,利用平衡变换矩阵 T 和投影矩阵 P ,得到 20 机非线性电力系统的降阶模型。

从 Hankel 奇异值角度分析,当 ε 取 0.99,可以将原 120 阶非线性电力系统投影到 50 维的子空间中;当 ε 取 0.95,可将原系统降为 32 阶的非线性动态系统。理论上, ε 取值越小,降阶系统的阶数就越小,但投影到子空间后的动态行为失真就越大。因此,需要合理选择降阶模型的阶数。

对于该 20 机实际电力系统,每台发电机均考虑调速控制和励磁控制功能,这些控制器的参数在各降阶系统中都保持不变。在考虑三相短路故障(故障点在线路 33-34 之间 50% 处)情况下,对各降阶模型的暂态动态变化过程进行仿真分析。为了节省篇幅,以发电机 7 为例,给出了其相应的仿真曲线如图 3—5 所示。图中,功角 δ 、角速度 ω 、输出电压 U_i 均为标幺值。

从仿真曲线图 3—5 中可以看出:对于 50 阶的降

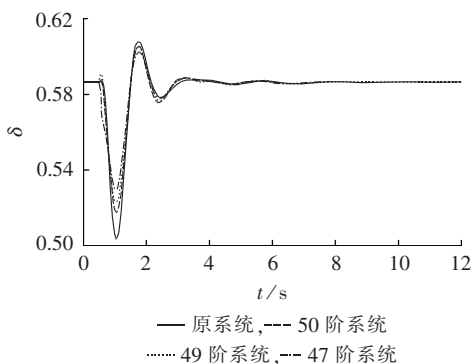


图 3 降阶系统与原系统功角仿真曲线

Fig.3 Simulative angle curves of reduced system and original system

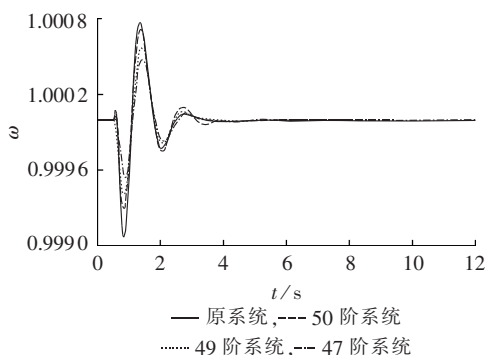


图 4 降阶系统与原系统角速度仿真曲线

Fig.4 Simulative angular speed curves of reduced system and original system

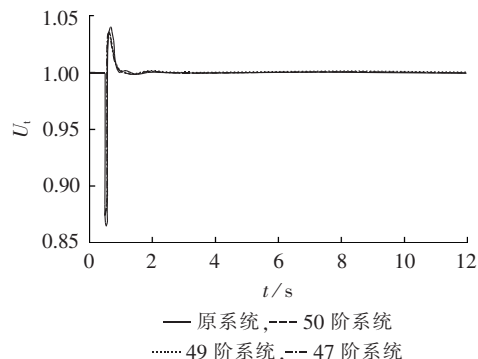


图 5 降阶系统与原系统输出电压仿真曲线

Fig.5 Simulative output voltage curves of reduced system and original system

阶系统,除功角幅值误差稍大些外,角速率和电压幅值与原系统输出相比误差都很小,而且 3 个输出响应的频率特性(即暂态过程)与原系统的几乎相同;当系统降到 49 阶时,功角、角速度和电压幅值 3 个输出响应的幅值变化不大,但较 50 阶的降阶系统,其与原系统的误差要比 50 阶系统大,并有逐步增大的趋势。尤其,当系统降到 47 阶或低于 47 阶时,降阶系统输出响应的幅值误差增大,观察功角和角速度曲线出现频率偏移,即产生了频率失真。从 Hankel 奇异值角度分析,投影到 50 维子空间的能量约为原系统能量的 99.45%,其能保留原系统的大部分能量,即保留了原系统的各种特性和动态行为。

通过对所有节点仿真曲线进行统计分析可知:当 ε 选择大于 0.99 时,降阶模型的误差都比较小,能够将原系统的输入和输出动态行为保留下来。为了使降阶系统得到较为精确的幅频特性,通常选择 ε 为 0.99。本例中,降阶系统模型的阶数可降到 50 阶,其所有节点状态和输出与原系统相比,误差都非常小。

4 结论

本文提出了一种针对多机非线性电力系统模型的经验 Gramian 平衡降阶方法,并通过某实际 20 机

非线性多机电力系统模型进行仿真验证。仿真结果表明:降阶系统能够很好地保留原非线性电力系统输入和输出的动态行为以及原非线性电力系统的稳态值。对于该 20 机非线性电力系统,可以将 120 阶非线性动态模型降到 50 阶,仿真结果证实了所提方法在非线性电力系统模型降阶中的有效性。

参考文献:

- [1] 卢强. 电力系统非线性控制[M]. 北京:清华大学出版社,1972: 240-243.
- [2] 王德林,郭成. 基于连续体模型的电力系统机电扰动传播研究[J]. 电力自动化设备,2010,30(8):23-27.
WANG Delin, GUO Cheng. Study of electromechanical disturbance propagation in power system based on continuum model [J]. Electric Power Automation Equipment, 2010, 30(8): 23-27.
- [3] 徐箭,陈允平. 基于动态安全域的电力系统暂态稳定预防控制、紧急控制及其协调[J]. 电力自动化设备,2009,29(8):1-7.
XU Jian, CHEN Yunping. Coordination between preventive control and emergency control for transient stability of power system based on dynamic security region[J]. Electric Power Automation Equipment, 2009, 29(8): 1-7.
- [4] KOKOTOVIC P V, SAUER P W. Integral manifold as a tool for reduced order modeling of nonlinear system: a synchronous machine case study[J]. IEEE Transactions on Circuit and Systems, 1989, 36(3): 403-410.
- [5] 刘永强,严正,倪以信,等. 双时间尺度电力系统动态模型降阶研究(一)电力系统奇异摄动模型[J]. 电力系统自动化,2002,26(18):1-5.
LIU Yongqiang, YAN Zheng, NI Yixin, et al. Study on the order reduction of two-time scale power dynamic models: part one power system singular perturbation model[J]. Automation of Electric Power Systems, 2002, 26(18): 1-5.
- [6] 刘永强,严正,倪以信,等. 双时间尺度电力系统动态模式降阶研究(二)系统降阶与分析[J]. 电力系统自动化,2002,26(19):1-6.
LIU Yongqiang, YAN Zheng, NI Yixin, et al. Study on the order reduction of two-time scale power dynamic models: part two order reduction and analysis[J]. Automation of Electric Power Systems, 2002, 26(19): 1-6.
- [7] 刘海涛,龚乐年,徐波. 基于模态摄动法的电力系统动态模型降阶分析[J]. 电力自动化设备,2005,25(9):33-35.
LIU Haitao, GONG Lenian, XU Bo. Order reduction of power system dynamic model using moed act[J]. Electric Power Automation Equipment, 2005, 25(9): 33-35.
- [8] ZECEVIC A L, GACIC N. An algorithm for model reduction in large electric power systems[J]. Mathematical Problems in Engineering, 1998, 4(1): 43-58.
- [9] 李芳,郭剑,吴中习,等. 基于 PC 机群的电力系统小干扰稳定分布式并行算法[J]. 中国电机工程学报,2007,27(31):7-13.
LI Fang, GUO Jian, WU Zhongxi, et al. Distributed parallel computing algorithms for power system small signal stability based on PC clusters[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27(31): 7-13.
- [10] 夏经德,索南加乐,张怿宁,等. 基于解耦后输电线路纵向阻抗的改进型纵联保护[J]. 电力自动化设备,2013,33(12):58-65.
XIA Jingde, SUONAN Jiale, ZHANG Yining, et al. Improved pilot protection based on longitudinal impedance of decoupled transmission line[J]. Electric Power Automation Equipment, 2013, 33(12): 58-65.
- [11] 文俊,刘天琪,李兴源,等. 在线识别同调机群的优化支持向量机算法[J]. 中国电机工程学报,2008,28(25):80-85.
WEN Jun, LIU Tianqi, LI Xiangyuan, et al. On-line identification of coherent generator using optimized LS-SVM[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(25): 80-85.
- [12] de TUGLIE E, IANNONE S M, TORELLI F. A coherency recognition based on structural decomposition procedure[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2008, 23(2): 555-563.
- [13] 安军,穆钢,徐炜彬. 基于主成分分析法的电力系统同调机群识别[J]. 电网技术,2009,33(3):25-28.
AN Jun, MU Gang, XU Weibin. Recognition of power system coherent generators based on principal component analysis[J]. Power System Technology, 2009, 33(3): 25-28.
- [14] 张一获,管霖. 交直流互联电网动态等值的实用化方法[J]. 电力自动化设备,2013,33(2):120-125.
ZHANG Yidi, GUAN Lin. Practical dynamic equivalence of AC-DC interconnected power network[J]. Electric Power Automation Equipment, 2013, 33(2): 120-125.
- [15] NERIMAN P, AERKAN A. A correlation based approach for generator model reduction[J]. Journal of Electrical & Electronics, 2001, 1(2): 317-325.
- [16] BALAKRISHAN V, SU Q, KOH C K. Efficient balance-and-truncate model reduction for large scale systems[C]//Proceedings of the America Control Conference. Arlington, VA, USA: [s.n.], 2001: 4746-4751.
- [17] ANTOULAS A C. Approximation of linear dynamical systems [M]. New York, USA: Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering, 1999: 403-422.
- [18] CHANIOTIS D, PAI M A. Model reduction in power systems using Krylov subspace methods[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2005, 20(2): 888-894.
- [19] SANCHEZ-GASCA J J, CHOW J H. Power system reduction to simplify the design of damping controllers for interarea oscillations[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1996, 11(3): 1342-1349.
- [20] MARTINS N, QUINTAO P E. Computing dominant poles of power system multivariable transfer functions[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2003, 18(1): 152-159.
- [21] 赵洪山,宋国维,江全元. 利用平衡理论进行电力系统模型降阶研究[J]. 电工技术学报,2010,25(2):127-133.
ZHAO Hongshan, SONG Guowei, JIANG Quanyuan. Reduction of power system model using balanced realization method[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2010, 25(2): 127-133.
- [22] SIROVICH L. Turbulence and the dynamic of coherent structures part III: dynamics and scaling[J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1987, 45: 583-590.

作者简介:



赵洪山

赵洪山(1965-),男,河北沧州人,教授,博士,主要研究方向为电力系统混杂建模与动态过程仿真、电力设备故障预测与优化检修(E-mail: zhaohshcn@126.com);

薛宁(1987-),男,河北保定人,硕士研究生,主要研究方向为电力系统分析、运行及控制(E-mail: xn_victor@126.com);

时宁(1988-),女,河北保定人,硕士研究生,主要研究方向为电力系统分析、运行及控制(E-mail: shiningat@126.com)。

(下转第 40 页 continued on page 40)

Faulty line detection based on transient waveform stretching transformation for resonance-grounding system

GUO Moufa,ZHENG Xintao,YANG Gengjie,GAO Wei,MIAO Xiren

(College of Electrical Engineering and Automation,Fuzhou University,Fuzhou 350116,China)

Abstract: When single-phase grounding fault occurs in resonance-grounding system,the similarity of zero-sequence transient current waveform between two healthy feeders is higher than that between fault and healthy feeders. The former is related mainly to the line-earth capacitance. The ratio between two equivalent line-earth capacitances is adopted in the stretching transformation of zero-sequence transient current waveform to improve the similarity between waveforms and the margin of faulty line detection. The Euclidean distance between the phase-plane trajectory of the zero-sequence transient current waveform after stretching transformation and a definite point is calculated based on the sectional phase-plane analysis. The Euclidean distances of sectional phase-planes are applied to form a characteristic matrix to represent the amplitude and polarity information of the zero-sequence transient current waveform,to which the fuzzy K-means clustering is then applied for detecting the faulty feeder. The proposed method is verified by simulations in different conditions,such as noise interference,arc-grounding fault,asynchronous sampling,varied time window size,etc. The simulative results demonstrate its higher adaptability,reliability and accuracy.

Key words: resonance-grounding system; resonance; electric grounding; faulty line detection; zero-sequence transient current; stretching transformation; phase-plane analysis; fuzzy K-means clustering

(上接第 26 页 continued from page 26)

Empirical Gramian balanced reduction of nonlinear power system model

ZHAO Hongshan,XUE Ning,SHI Ning

(State Key Laboratory of Alternate Electrical Power System with Renewable Energy Sources,
North China Electric Power University,Baoding 071003,China)

Abstract: The empirical Gramian balanced reduction method is proposed to reduce the dimensionality and complexity of nonlinear multi-machine power system model,which projects the high-dimensional nonlinear dynamic model to a low-dimensional subspace to obtain a reduced model while retains the original dynamic behaviors of its inputs and outputs. Its implementation is as followings:build the nonlinear dynamic model of power system;obtain the empirical controllable and observable Gramian matrices based on the simulative samples and experiential samples;calculate the transformation matrix T based on the obtained Gramian matrices to get the balanced model of original system and its empirical controllable and observable Gramian matrices;decompose the singular values of obtained Gramian matrices of the balanced model to get the Hankel singular values;determine the subspace dimension according to the obtained Hankel singular values to get the reduced model. Simulation is carried out for an actual 20-generator nonlinear power system as an example and the simulative results show its dimension is reduced from 120 to 50 while its stability and the dynamic behaviors of its inputs and outputs are kept,verifying the effectiveness of the empirical Gramian balanced reduction method applied in the reduction of nonlinear power system model.

Key words: electric power systems; nonlinear systems; models; empirical Gramian balanced reduction; model reduction; singular value decomposition; computer simulation