

基于 Nataf 变换和准蒙特卡洛模拟的随机潮流方法

方斯頓¹,程浩忠¹,徐国栋¹,曾平良²,姚良忠²

(1. 上海交通大学 电力传输与功率变换控制教育部重点实验室,上海 200240;

2. 中国电力科学研究院,北京 100192)

摘要: 提出一种可处理输入变量相关性的随机潮流方法。该方法基于 Nataf 变换和准蒙特卡洛模拟,使用奇异值分解处理对称非正定的相关系数矩阵。对 IEEE 30 节点系统和某实际大区域电网的仿真证明了所提方法的有效性和普适性。仿真结果表明:与传统基于 Cholesky 分解的排序方法相比,奇异值分解可在不增加计算代价的同时灵活处理非正定的相关系数矩阵;而相比于普通基于拉丁超立方的方法,所提方法收敛更快,相同样本规模下的计算精度更高,特别是输出变量标准差的精度。

关键词: 随机潮流; Nataf 变换; 准蒙特卡洛模拟; 奇异值分解

中图分类号: TM 732; TM 744

文献标识码: A

DOI: 10.16081/j.issn.1006-6047.2015.08.006

0 引言

近年来,电力市场化改革^[1]和以风电为代表的可再生能源接入^[2]给电力系统运行和规划带来更多不确定性,随机潮流 PLF(Probabilistic Load Flow)计及这些不确定因素的影响,可综合分析系统的运行风险和薄弱节点,因而受到广泛关注^[3-5]。

PLF 首先由 Borkowaska 于 1974 年提出^[6],40 年来,国内外学者对其进行了大量优化与改进,目前主要可分为解析法^[7-10]和模拟法^[11-13]两大类。解析法可分为卷积法^[7]、半不变量^[8-9]、点估计^[10]。卷积法利用输入变量分布函数的卷积运算得到输出变量的概率分布,计算量大。半不变量通过线性化潮流方程建立的线性关系将卷积运算转化为半不变量的代数运算,计算效率高但准确性差,得到的变量概率分布在首尾可能出现小于零的部分。点估计是已知输入变量的若干阶矩信息求取输出变量矩特征的数学方法,计算效率高,但高阶矩误差较大。

除卷积法外,解析法计算效率高,但误差均较大。而模拟法可准确地对实际物理过程建模,且建模质量不受变量分布性质、系统非线性影响,因而比其他 PLF 方法更准确,其中蒙特卡洛模拟 MCS(Monte Carlo Simulation)应用最为广泛。基于简单随机抽样 SRS(Simple Random Sampling)的 MCS 收敛慢,获得准确解的计算代价大,因此,如何在保证精度的同时提高计算效率一直是 MCS 的研究热点。研究表明,样本的差异性^[14]是影响 MCS 计算精度的主要因素。文献^[11-13]采用各种基于拉丁超立方采样 LHS(Latin Hypercube Sampling)的方法改进 MCS,但由

于无法保证序列的低差异性,因此无法克服 MCS 收敛性的瓶颈。而以 Sobol 序列为代表的低差异序列 LDSs(Low-Discrepancy Sequences)MCS 在计算精度和效率上均优于 LHS,已在电子电路设计中取得了应用^[14],但在随机潮流中的应用还没有见诸报道。

另一方面,为得到含相关性的样本序列,随机排序^[15]、Cholesky 分解^[16]、遗传算法^[17]等改进排序方法均在 MCS 中得到应用。随机排序在样本较小时效果差;Cholesky 分解仅针对相关系数矩阵正定的情况;遗传算法有迭代操作,结果较准确但计算耗时长。因此,本文提出采用奇异值分解的方法对样本进行排序,计算量与 Cholesky 分解相当,并可处理相关系数矩阵非正定的情况。

为提高 MCS 的计算效率并处理相关系数矩阵非正定的情况,本文提出一种基于 Nataf 变换和准蒙特卡洛模拟 NQM(Nataf transformation based Quasi Monte Carlo simulation method)的 PLF 方法。首先利用 Sobol 方法产生服从均匀分布的 LDSs,而后利用基于奇异值分解的 Nataf 变换生成服从输入变量联合分布的序列,再经过若干次确定型潮流计算得到输出变量的概率分布特性。对 IEEE 30 节点系统和我国某实际大区域电网的仿真验证了本文方法的有效性。

1 基于奇异值分解的 Nataf 变换

Nataf 变换是在已知输入变量边缘分布的情况下重构联合分布的数学方法^[18]。现将其过程简述如下:对任意 n 维输入变量 $\mathbf{X} = [X_1, \dots, X_i, \dots, X_n]^T$, 设其相关系数矩阵为 $[\rho_{Xij}]_{n \times n}$, 其中 ρ_{Xij} 定义如式(1)所示。

$$\rho_{Xij} = \frac{\text{cov}(X_i, X_j)}{\sigma_i \sigma_j} \quad (1)$$

其中, σ_i 和 σ_j 分别为 X_i, X_j 的标准差; $\text{cov}(X_i, X_j)$ 为变

收稿日期:2014-08-27;修回日期:2015-05-19

基金项目:国家自然科学基金重点资助项目(51337005);国家重点基础研究发展计划(973 计划)资助项目(2014CB23903)
Project supported by the State Key Program of National Natural Science Foundation of China(51337005) and the National Basic Research Program of China(973 Program)(2014CB23903)

量 X_i, X_j 的协方差; $\rho_{X_{ij}}$ 为相关系数。随机向量 $\mathbf{X}$ 可用 Nataf 变换转化为标准正态分布向量 $\mathbf{Z} = [Z_1, \dots, Z_i, \dots, Z_n]^T$:

$$Z_i = \Phi^{-1}(F_i(X_i)) \quad i=1, 2, \dots, n \quad (2)$$

其中, F_i 为 X_i 的累积分布函数; Φ 为标准正态分布的累积分布函数。设变换以后 $\mathbf{Z}$ 的相关系数矩阵为 $[\rho_{Z_{ij}}]_{n \times n}$, 由 Nataf 变换性质, $[\rho_{X_{ij}}]_{n \times n}$ 与 $[\rho_{Z_{ij}}]_{n \times n}$ 可根据式(3)相互转化:

$$\begin{aligned} \rho_{X_{ij}} = & \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \frac{X_j - \mu_j}{\sigma_j} f_{X_i, X_j}(X_i, X_j) dX_i dX_j = \\ & \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{F_i^{-1}(\Phi(Z_i)) - \mu_i}{\sigma_i} \frac{F_j^{-1}(\Phi(Z_j)) - \mu_j}{\sigma_j} \times \\ & \phi_{Z_i, Z_j}(Z_i, Z_j, \rho_{Z_{ij}}) dZ_i dZ_j \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $f_{X_i, X_j}(X_i, X_j)$ 为 X_i, X_j 的联合概率密度函数; μ, σ 分别为相应变量的期望值与标准差; $\phi_{Z_i, Z_j}(Z_i, Z_j, \rho_{Z_{ij}})$ 为相关系数为 $\rho_{Z_{ij}}$ 的二维标准正态分布概率密度函数。本文采用文献[19]中方法对式(3)进行求解以求得 $[\rho_{Z_{ij}}]_{n \times n}$ 。而由于 $[\rho_{Z_{ij}}]_{n \times n}$ 可能为非正定或非满秩阵, 此时其 Cholesky 分解不存在, 无法采用文献[16]的方法对样本进行排序。但一般相关系数矩阵都为对称阵, 存在奇异值分解, 本文通过证明定理 1 说明奇异值分解排序方法的过程。

定理 1 设 $\mathbf{K}$ 为 n 维独立标准正态分布向量, 矩阵 $\mathbf{U}_{\rho_z} \Sigma_{\rho_z}^{1/2}$ 由向量 $\mathbf{Z}$ 的相关系数矩阵 ρ_z 的奇异值分解生成:

$$\rho_z = \mathbf{U}_{\rho_z} \Sigma_{\rho_z} \mathbf{U}_{\rho_z}^T = \mathbf{U}_{\rho_z} \Sigma_{\rho_z}^{1/2} (\mathbf{U}_{\rho_z} \Sigma_{\rho_z}^{1/2})^T \quad (4)$$

其中, $\mathbf{U}_{\rho_z}$ 为酉矩阵; Σ_{ρ_z} 为由矩阵奇异值构成的对角矩阵, 并按从大到小排列。则由式(5)定义的 $\mathbf{Z}^*$ 相关系数矩阵等于 ρ_z :

$$\mathbf{Z}^* = \begin{bmatrix} z_1^* \\ \vdots \\ z_n^* \end{bmatrix} = \mathbf{U}_{\rho_z} \Sigma_{\rho_z}^{1/2} \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \cdots & \lambda_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ \lambda_{n1} & \cdots & \lambda_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_1 \\ \vdots \\ k_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

证明如下。

对 $\forall z_i^*$, 其期望值满足式(6):

$$E(z_i^*) = E\left(\sum_{j=1}^n \lambda_{ij} k_j\right) = \sum_{j=1}^n \lambda_{ij} E(k_j) = 0 \quad (6)$$

相关系数矩阵为:

$$\begin{aligned} E(\mathbf{Z}^* \mathbf{Z}^{*T}) &= E[\mathbf{U}_{\rho_z} \Sigma_{\rho_z}^{1/2} \mathbf{K} \mathbf{K}^T (\mathbf{U}_{\rho_z} \Sigma_{\rho_z}^{1/2})^T] = \\ & \mathbf{U}_{\rho_z} \Sigma_{\rho_z}^{1/2} E(\mathbf{K} \mathbf{K}^T) (\mathbf{U}_{\rho_z} \Sigma_{\rho_z}^{1/2})^T = \\ & \mathbf{U}_{\rho_z} \Sigma_{\rho_z}^{1/2} \mathbf{I} (\mathbf{U}_{\rho_z} \Sigma_{\rho_z}^{1/2})^T = \rho_z \end{aligned} \quad (7)$$

因此, 可根据定理 1 的步骤生成相关系数为 ρ_z 的正态分布向量 $\mathbf{Z}^*$, 再通过 Nataf 反变换, 可得到服从任意分布的随机向量 $\mathbf{X}$ 。

2 基于 Sobol 序列的准蒙特卡洛方法

2.1 MCS 及其误差

在确定型潮流计算中, 节点注入功率 $\mathbf{S}$ 与节点

电压 $\mathbf{U}$ 、支路潮流 $\mathbf{B}$ 关系如式(8)所示。

$$\begin{cases} \mathbf{U} = \mathbf{f}(\mathbf{S}) \\ \mathbf{B} = \mathbf{g}(\mathbf{U}) = \mathbf{g}(\mathbf{f}(\mathbf{S})) \end{cases} \quad (8)$$

其中, $\mathbf{S} \in \Omega$ 为节点注入功率向量, Ω 为节点注入功率空间; $\mathbf{U}$ 为节点电压向量; $\mathbf{B}$ 为支路潮流向量; $\mathbf{f}, \mathbf{g}$ 分别为由潮流方程导出的节点电压函数和支路潮流函数。而在 PLF 计算中, $\mathbf{S}, \mathbf{U}$ 和 $\mathbf{B}$ 均为随机变量, Ω 为随机空间。在 $\mathbf{S}$ 的分布特性已知时, $\mathbf{U}$ 和 $\mathbf{B}$ 的数字特征可由如式(9)所示的 Stieltjes 积分求取。

$$\begin{cases} \mathbf{E}_U^k = \int_{\Omega} \mathbf{f}^k(\mathbf{S}) d\mathbf{H}(\mathbf{S}) \\ \mathbf{E}_B^k = \int_{\Omega} \mathbf{g}^k(\mathbf{f}(\mathbf{S})) d\mathbf{H}(\mathbf{S}) \end{cases} \quad (9)$$

其中, $\mathbf{E}_U^k, \mathbf{E}_B^k$ 分别为 $\mathbf{U}$ 和 $\mathbf{B}$ 的 k 阶矩; $\mathbf{H}(\mathbf{S})$ 为 $\mathbf{S}$ 的累积分布函数。这类积分当 $\mathbf{f}, \mathbf{g}$ 形式复杂时很难求解, 而 MCS 提供了求取这一积分的数值方法, 求取方法如式(10)所示。

$$\begin{cases} \mathbf{E}_U^k \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{f}^k(\mathbf{S}_i) \Delta \mathbf{H}(\mathbf{S}_i) \\ \mathbf{E}_B^k \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{g}^k(\mathbf{f}(\mathbf{S}_i)) \Delta \mathbf{H}(\mathbf{S}_i) \end{cases} \quad (10)$$

其中, $\mathbf{S}_i$ 为根据节点注入功率分布产生的序列; n 为 MCS 次数。为便于分析, 将式(10)简化为式(11):

$$\mathbf{Q}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i \quad (11)$$

其中, $\mathbf{Q}_n$ 为 n 次模拟得到的数值结果; $\mathbf{p}$ 代表式(9)中的被积函数, $\mathbf{p}_i$ 则代表式(10)中的 $\mathbf{f}^k(\mathbf{S}_i) \Delta \mathbf{H}(\mathbf{S}_i)$ 或 $\mathbf{g}^k(\mathbf{f}(\mathbf{S}_i)) \Delta \mathbf{H}(\mathbf{S}_i)$ 。根据大数定律, MCS 估计得到的 $\mathbf{Q}_n$ 会以概率 1 收敛到其真实值 $\mathbf{Q}$ 。

$$P(\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{Q}_n = \mathbf{Q}) = 1 \quad (12)$$

其中, $P(\cdot)$ 为事件的概率。

积分的估计误差则可由定理 2 给出。

定理 2^[20] 如果 $\mathbf{p}$ 的方差有限, 即:

$$\sigma^2(\mathbf{p}) = \int_{\Omega} (\mathbf{p} - \mathbf{Q})^2 d\mathbf{S} \quad (13)$$

则 MCS 误差为:

$$\text{当 } n \rightarrow \infty, \varepsilon(\mathbf{p}) = \sqrt{E[(\mathbf{Q} - \mathbf{Q}_n)^2]} \rightarrow \sigma(\mathbf{p}) / \sqrt{n} \quad (14)$$

由定理 2, 当 $\mathbf{p}$ 确定时, MCS 以 $O(n^{-1/2})$ 的速度收敛于真实值。欲提高 MCS 的精度, 则可以通过减小 $\sigma(\mathbf{p})$ 或增大 n 来实现。以 LHS 为代表的方差缩减技术可以减小 $\sigma(\mathbf{p})$, 因此相比于简单随机抽样, LHS 可以提高 MCS 的精度, 但从式(14)可以看出, 其并不能改变收敛速度(仍然为 $O(n^{-1/2})$), 因而无法从本质上提高 MCS 的效率。下文将引入低差异序列改进 MCS 的样本生成方法, 提高其收敛速度。

2.2 低差异性序列与准蒙特卡洛

基于低差异性序列的 MCS 称为准蒙特卡洛模

拟 QMCS(Quasi Monte Carlo Simulation), 目前已在电子电路设计中取得应用^[14], 精度和效率均优于基于拉丁超立方的方法。本文采用该方法进行 PLF 计算。首先, 本文通过引入文献[20]的结论说明序列差异性与 MCS 精度的关系。

定理 3^[20] MCS 误差可定义为:

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \|\mathbf{Q} - \mathbf{Q}_n\| \leq V(\mathbf{p})D_n^* \quad (15)$$

$$D_n^* = \sup_{J \subseteq \Omega} \left| \frac{n_J}{n} - V_d(J) \right| \quad (16)$$

其中, D_n^* 为 L_∞ -差异性; $V(\mathbf{p})$ 为 Hardy-Krause 变分, 由系统本身的性质决定^[21]; $\sup$ 为上确界; J 为 Ω 中

包含原点的超矩形; $V_d(J)$ 为其体积; n_J 为序列在 J 中点的数量; n 为序列中点的总数。 D_n^* 越小, 代表序列在空间中分布更均匀。式(15)的意义在于将 MCS 的误差分解为 2 个独立的影响因素, 其一是模拟系统本身的性质, 由 $V(\mathbf{p})$ 代表; 其二是模拟采用的序列性质, 在式中表现为序列的差异性, 即 D_n^* 。因此, 当系统参数确定时, MCS 方法的效率取决于序列的差异性。文献[22]给出 LHS 等抽样方法产生 r 维均匀分布序列的 D_n^* 为:

$$D_n^* = O\left(\left(\frac{[\lg(\lg n)]^r}{n}\right)^{1/2}\right) \quad (17)$$

结合式(15), 基于 LHS 的 MCS 收敛速度为 $O(n^{-1/2})$, 与式(14)一致。文献[23]指出, 任意维度均匀分布序列最小 D_n^* 如式(18)所示。满足该式的序列称为 LDSs。

$$D_n^* = O\left(\frac{(\lg n)^r}{n}\right) \quad (18)$$

对比式(17)和(18), 序列的 L_∞ -差异性由 $O(n^{-1/2})$ 变为 $O(n^{-1})$, 再结合式(15), 引入低差异序列后 MCS 的收敛速度可由 $O(n^{-1/2})$ 变为 $O(n^{-1})$, 从而大幅加快 MCS 的收敛。

2.3 NQM 误差定义

为比较结合 Nataf 变换的 SRS、LHS 和 NQM 的误差, 本文以 SRS 计算 50000 次的结果作为标准, 定义估计误差为:

$$\varepsilon_s^\gamma = \left\| \frac{\alpha_{sc}^\gamma - \alpha_{sm}^\gamma}{n\alpha_{sm}^\gamma} \right\|_2 \times 100\% \quad (19)$$

其中, ε_s^γ 为相对误差指标; n 为向量的维度; γ 为输出变量类型, 包括节点电压幅值、电压相角、支路有功潮流、支路无功潮流; s 为数值特征, 包括期望值 μ 与标准差 σ ; α_{sc}^γ 为某采样规模下得到的输出结果; α_{sm}^γ 为 SRS 模拟 50000 次的结果。

因 MCS 收敛具有随机性, 因此本文对在每一采样规模下均计算 100 次, 将误差的平均值 $\bar{\varepsilon}_s^\gamma$ 作为误差分析指标。

2.4 NQM 计算流程

综合前文, NQM 的计算流程如图 1 所示。简述如下:

- 输入基础数据, 包括系统参数、节点注入功率的分布及其相关系数矩阵 ρ_X 、LDSs 序列长度;
- 利用式(3)将 ρ_X 转化为标准正态向量的相关系数 ρ_Z ;
- 利用文献[21]中方法生成 0-1 分布的独立 LDSs 序列矩阵 $U_{n \times M}$, 并利用标准正态分布的逆函数将其转化为正态分布的 LDSs 序列矩阵 $D_{n \times M}$;
- 利用步骤 a 中的方法将 $D_{n \times M}$ 转化为相关系数矩阵等于 ρ_Z 的正态分布序列矩阵 $D_{n \times M}^*$;
- 利用 Nataf 反变换将 $D_{n \times M}^*$ 转化为服从节点注入功率分布、相关系数等于 ρ_X 的样本矩阵 $X_{n \times M}$;
- 根据 $X_{n \times M}$ 进行 M 次确定型潮流计算, 并统计得到各输出变量的数字特征及概率分布。

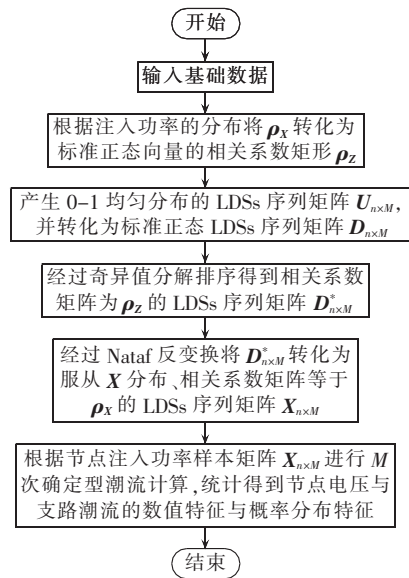


图 1 计算流程图

Fig.1 Flowchart of calculation

3 算例分析

3.1 算例介绍

本文所提算法分别采用 IEEE 30 节点系统和我国某大区域电网 500 kV 等值网络进行验证, 该网络含节点 1594 个、发电机 535 台、线路 3359 条。2 个算例分别采用 SRS、LHS 和 NQM 进行计算并分析误差。仿真平台基于 MATLAB2013a, Intel Core dual i7-3820 3.6 GHz, RAM 8 GB。算例考虑的输入变量包括风电机组出力 and 负荷。假设风速满足威布尔分布 $W(c, \xi) = W(10.7, 3.97)$, 风电场功率因数为 0.9, 对于 IEEE 30 节点系统, 节点 3、4、6、28 分别接入容量为 15 MW 的风电场; 实际电网算例中的节点 101—150 均装设 300 MW 的风电场。

风电机出力的互相关系数均为 0.9。负荷均为

恒功率因数 0.9,有功负荷服从期望为额定有功功率、标准差为期望 5% 的正态分布,互相关系数均为 0.5。有功出力与风速关系满足:

$$P_W=\begin{cases} 0 & v < v_{ci} \text{ 或 } v > v_{co} \\ P_{WR} \frac{v-v_{ci}}{v_r-v_{ci}} & v_{ci} \leq v < v_r \\ P_{WR} & v_r \leq v \leq v_{co} \end{cases} \quad (20)$$

其中, P_{WR} 为风电场额定功率; v_{ci} 、 v_r 和 v_{co} 分别为切入风速、额定风速和切出风速,大小分别为 2.5 m/s、13 m/s 和 25 m/s。

3.2 NQM 误差分析

分别利用 SRS、LHS 和 NQM 这 3 种方法对 2 个测试系统进行计算。按式(19)计算输出变量误差,分别表示为:节点电压幅值期望误差 $\bar{\varepsilon}_\mu^U$,标准差误差 $\bar{\varepsilon}_\sigma^U$;节点电压相角期望误差 $\bar{\varepsilon}_\mu^\theta$,标准差误差 $\bar{\varepsilon}_\sigma^\theta$;支路有功期望误差 $\bar{\varepsilon}_\mu^P$,标准差误差 $\bar{\varepsilon}_\sigma^P$;支路无功潮流期望误差 $\bar{\varepsilon}_\mu^Q$,标准差误差 $\bar{\varepsilon}_\sigma^Q$ 。IEEE 30 节点系统输出结果见图 2、3。实际网络计算结果见表 1。

由图 2、3 及表 1 中数据可得:

- a. 当采样规模相近时,NQM 和 LHS 的精度远高于 SRS;
- b. 在输出变量的误差上,当系统规模较小时,NQM 和 LHS 求得的期望值结果相近,但 NQM 收敛速度快于 LHS,而在输出变量标准差的误差上,NQM 精度远高于同样规模的 LHS;
- c. 当系统规模扩大时,由 NQM 得到的变量期望值及标准差均优于 LHS,且收敛更快。这说明 NQM 方法同样适用于实际大系统。

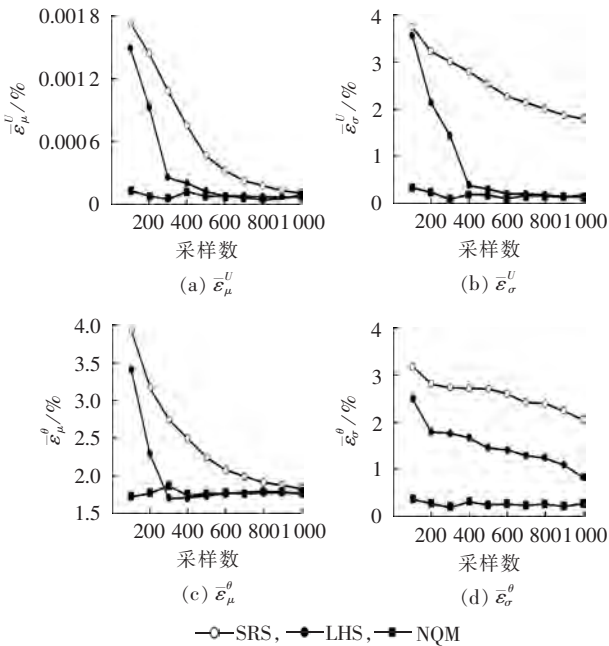


图 2 IEEE 30 节点系统电压幅值相角误差曲线
Fig.2 Error curves of bus voltage magnitude and angle of IEEE 30-bus system

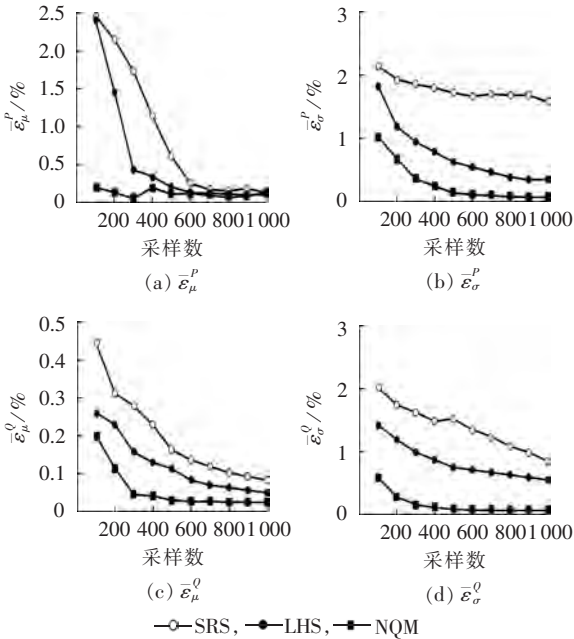


图 3 IEEE 30 节点系统支路潮流误差曲线
Fig.3 Error curves of branch power flows of IEEE 30-bus system

表 1 实际网络平均误差比较 (N=1000)
Table 1 Comparison of average errors of a practical power grid (N=1000)

误差	SRS	LHS	NQM
$\bar{\varepsilon}_\mu^U/\%$	0.0102	0.0019	0.0012
$\bar{\varepsilon}_\sigma^U/\%$	3.7432	2.1134	0.9921
$\bar{\varepsilon}_\mu^\theta/\%$	1.8141	0.1913	0.0961
$\bar{\varepsilon}_\sigma^\theta/\%$	2.6347	1.7421	0.9445
$\bar{\varepsilon}_\mu^P/\%$	4.2934	0.9322	0.6421
$\bar{\varepsilon}_\sigma^P/\%$	2.3357	1.0832	0.8921
$\bar{\varepsilon}_\mu^Q/\%$	1.9322	0.2843	0.1221
$\bar{\varepsilon}_\sigma^Q/\%$	2.9451	1.3372	0.4921

用 NQM 还可以方便地得到输出变量的概率分布曲线。选取 IEEE 30 节点系统支路 4-6 有功潮流及实际网络中某线路无功潮流为研究对象,样本规模为 50000 的 SRS 作为标准结果,LHS 计算 800 次和 NQM 计算 500 次的随机变量概率密度函数和累积分布函数比较分别如图 4、5 所示。

从图 4、5 中可得,无论系统大小,采样规模为 500 的 NQM 得到了与 SRS 计算 50000 次相近的结果,明显优于 LHS 计算 800 次的结果。这再次说明 LDSs 可克服蒙特卡洛收敛性的瓶颈,从而提高 MCS 的精度,节省 PLF 的计算时间。

3.3 NQM 收敛趋势分析

为获得 3 种方法对特定变量的收敛趋势,本文以 IEEE 30 节点系统节点 14 的电压和支路 6-8 有功功率、实际网络某线路的无功功率为例;期望值与标准差随采样规模的变化趋势如图 6 所示,图中电压幅值均值、电压幅值标准差为标么值。

图 6 中数据说明,3 种方法的收敛趋势是相同

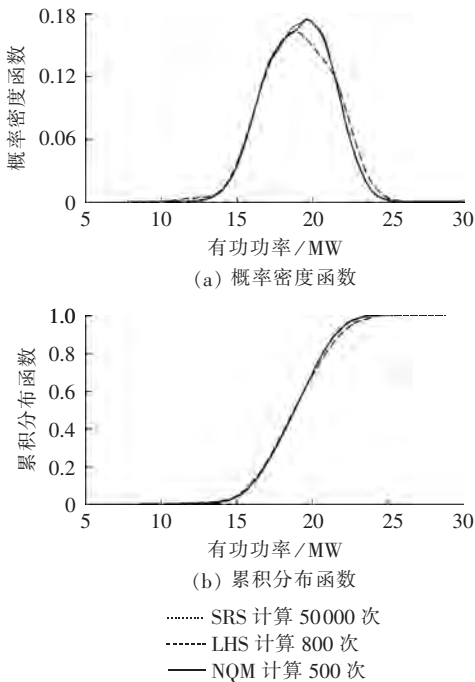


图 4 IEEE 30 节点系统支路 4-6 有功潮流概率分布曲线
Fig.4 Active power probability distribution curves of branch 4-6 of IEEE 30-bus system

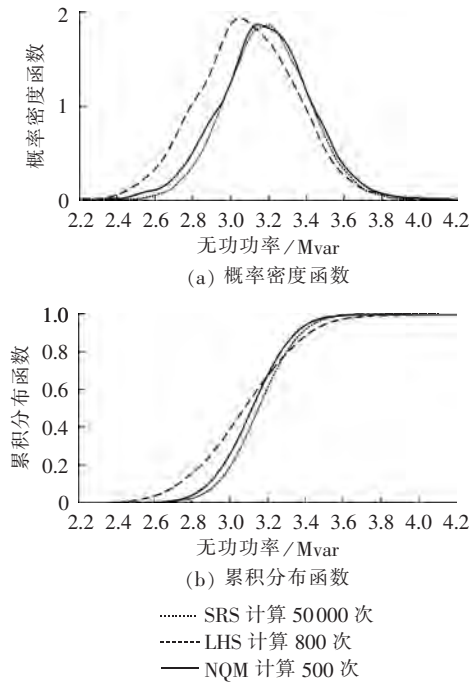


图 5 实际系统某支路无功潮流概率分布曲线
Fig.5 Reactive power probability distribution curves of a branch of a practical power grid

的,但 NQM 收敛明显快于 LHS 和 SRS,因此 NQM 可以在较短时间内获得较高的计算精度。

3.4 NQM 计算时间分析

3 种方法在不同采样规模下对 IEEE 30 节点系统和实际网络进行计算所花费的时间如表 2 所示。

从表 2 中数据可得,3 种方法的计算时间相当,且均与采样规模成正比,证明计算时间大部分消耗

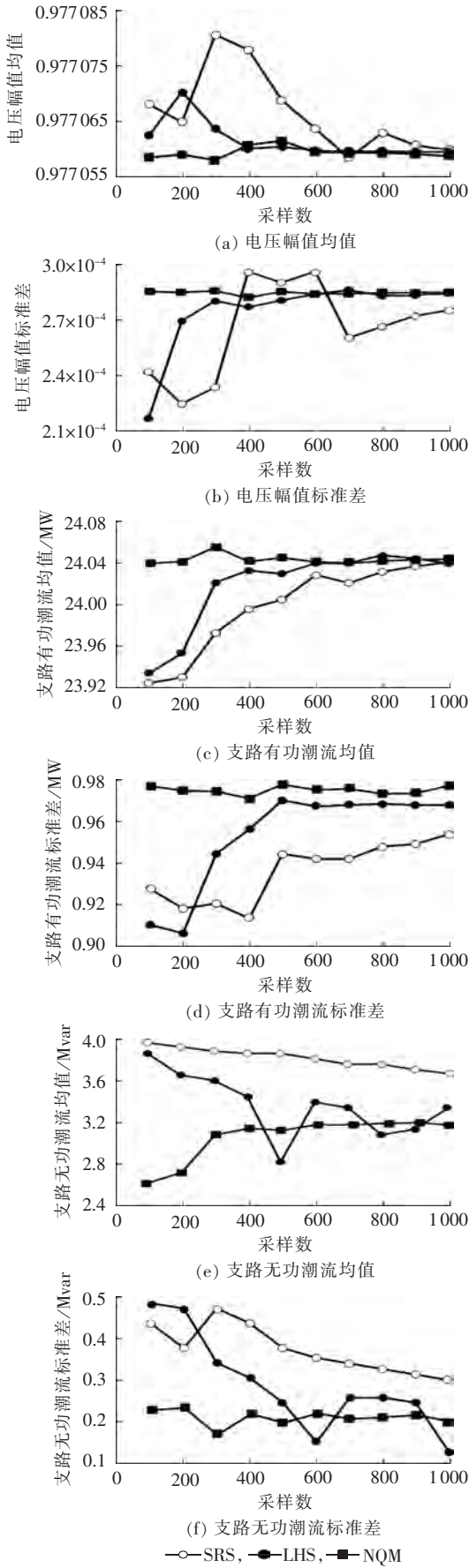


图 6 3 种方法的结果比较
Fig.6 Comparison of simulative results among three methods

表 2 不同采样规模下 3 种方法计算时间
Table 2 Computational time of three methods under different sample sizes

采样规模	系统	计算时间/s		
		SRS	LHS	NQM
200	IEEE 30 节点系统	0.76	0.81	0.78
	实际网络	24.17	28.13	24.01
400	IEEE 30 节点系统	1.61	1.72	1.62
	实际网络	48.32	50.17	48.11
600	IEEE 30 节点系统	2.43	2.57	2.46
	实际网络	71.77	75.31	70.05
800	IEEE 30 节点系统	3.14	3.32	3.12
	实际网络	94.24	99.17	93.58
1000	IEEE 30 节点系统	3.95	4.11	3.97
	实际网络	116.32	126.70	115.98

在潮流计算上,而样本生成不会对计算时间产生大的影响。但由于 LHS 需要采样和排序的过程,相对计算时间略长。

4 结论

以拉丁超立方为代表的伪随机采样无法保证序列的低差异性,这限制了 MCS 精度的提高。本文针对该问题,提出一种基于 NQM 的 PLF 方法。对 IEEE 30 节点系统和某实际电网的仿真证明了本文方法的有效性,并得到以下结论:

- a. 用 LDSs 序列可以克服 MCS 收敛性的瓶颈,因此 NQM 的收敛速度快于 SRS 和 LHS;
- b. 使用奇异值分解对随机变量进行排序可在不增加计算量的情况下获得含相关性的随机序列;
- c. SRS、LHS 和 NQM 在期望值的计算结果上比较接近,而在标准差上 NQM 远远优于另外 2 种方法,在相同采样规模下可得到较精确的结果,因而生成的概率分布也较精确;
- d. SRS、LHS 和 NQM 3 种方法计算时间接近,而 LHS 由于采样方式的原因消耗时间略长于其余 2 种方法;
- e. 对我国某实际大区域电网的测试表明本文提出的算法对于大规模系统仍然适用。

参考文献:

[1] 李道强,韩放. 美国电力市场中的金融交易模式[J]. 电网技术, 2008,32(10):16-21.
LI Daoqiang,HAN Fang. Financial transaction modes applied in electricity market in USA[J]. Power System Technology,2008,32 (10):16-21.

[2] THOMES A. Wind power in power systems[M]. New York, USA:Wiley,2012:633-667.

[3] 郭效军,蔡德福. 不同级数展开的半不变量法概率潮流计算比较分析[J]. 电力自动化设备,2013,33(12):85-92.
GUO Xiaojun,CAI Defu. Comparison of probabilistic load flow calculation based on cumulant method among different series expansions[J]. Electric Power Automation Equipment,2013,33

(12):85-92.

[4] 朱益华,罗毅,段涛,等. 基于输电线路实时评估模型的电力系统静态安全在线风险评估[J]. 电力自动化设备,2014,34(7): 150-157.
ZHU Yihua,LUO Yi,DUAN Tao,et al. Integrative evaluation model of node vulnerability considering network transmission ability and anti-interference ability[J]. Electric Power Automation Equipment,2014,34(7):150-157.

[5] 彭寒梅,曹一家,黄小庆,等. 基于组合抽样的含分布式电源随机潮流计算[J]. 电力自动化设备,2014,34(5):28-35.
PENG Hanmei,CAO Yijia,HUANG Xiaoqing,et al. Probabilistic load flow calculation based on combination sampling for power system containing distributed generations[J]. Electric Power Automation Equipment,2014,34(5):28-35.

[6] BORKOWASKA B. Probabilistic load flow[J]. IEEE Trans on Power Apparatus and Systems,1974,27(3):752-759.

[7] ALLAN R N,GRIGG C H,NEWHEY D A,et al. Probabilistic power flow techniques extended and applied to operational decision making[J]. Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, 1976,123(12):1317-1324.

[8] ZHANG Pei,LEE S T. Probalistic load flow computation using the method of combined Cumlants and Gram-Charlier expansion [J]. IEEE Trans on Power Systems,2004,19(1):676-682.

[9] HU Zechun,WANG Xifan. A probabilistic load flow method considering branch outages[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2006,21(2):507-514.

[10] 潘烽,刘文颖,杨以涵. 概率最优潮流的点估计法[J]. 中国电机工程学报,2008,28(16):28-33.
PAN Wei,LIU Wenying,YANG Yihan. Point estimation method for probabilistic optimal power flow computation[J]. Proceedings of the CSEE,2008,28(16):28-33.

[11] 蔡德福,石东源,陈金富. 基于多项式正态变换和拉丁超立方采样的概率潮流计算方法[J]. 中国电机工程学报,2013,33(13): 92-101.
CAI Defu,SHI Dongyuan,CHEN Jinfu. Probabilistic load flow calculation method based on polynomial normal transformation and Latin hypercube sampling[J]. Proceedings of the CSEE, 2013,33(13):92-101.

[12] 李俊芳,张步涵. 基于进化算法改进拉丁超立方抽样的概率潮流计算[J]. 中国电机工程学报,2011,31(25):90-96.
LI Junfang,ZHANG Buhan. Probabilistic load flow based on improved Latin hypercube sampling with evolutionary algorithm [J]. Proceedings of the CSEE,2011,31(25):90-96.

[13] 丁明,王京景,李生虎. 基于扩展拉丁超立方采样的电力系统概率潮流计算[J]. 中国电机工程学报,2013,33(4):163-170.
DING Ming,WANG Jingjing,LI Shenghu. Probabilistic load flow evaluation with extended Latin hyperbube sampling [J]. Proceedings of the CSEE,2013,33(4):163-170.

[14] AMITH S,ROB A R. Why quasi-Monte Carlo is better than Monte Carlo or Latin hypercube sampling for statistical circuit analysis[J]. IEEE Trans on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems,2010,29(11):1763-1776.

[15] JIRUTITIJAROEN P,SINGH C. Comparison of simulation methods for power system reliability indexes and their distributions[J]. IEEE Trans on Power Systems,2008,23(2): 486-493.

- [16] IMAN R L, CONOVER W J. A distribution-free approach to inducing rank correlation among input variables[J]. Communications in Statistics-Simulation and Computation, 1982, 11(3): 311-334.
- [17] LIEFVENDAHL M, STOCKI R. A study on algorithms for optimization of Latin hypercubes[J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 2006, 136(9): 3231-3247.
- [18] CHEN Yan, WEN Jinyu, CHENG Shijie. Probabilistic load flow method based on Nataf transformation and Latin hypercube sampling[J]. IEEE Trans on Sustainable Energy, 2013, 4(2): 294-301.
- [19] SHUANG L H, ZHOU L Z, KAI Y X. Nataf transformation based point estimate method[J]. Chin Sci Bull, 2008, 53(17): 2586-2592.
- [20] NIEDERREITER H. Quasi-Monte Carlo methods and pseudo-random numbers[J]. Bull Am Math Soc, 1978, 84(6): 957-1041.
- [21] NIEDERREITER H. Random number generation and quasi-Monte Carlo methods[M]. Philadelphia, PA, USA: SIAM, 1992: 41-45.
- [22] KIEFER J. On large deviations of the empirical d. f of vector chance variables and a law of the iterated logarithm[J]. Pacific J Math, 1961, 11(2): 649-660.
- [23] SINGHEE A. Novel algorithm for fast statistical analysis of scaled circuits[D]. Pittsburg, USA: Carnegie Mellon University, 2007.
- [24] SOBOL I M. The distribution of points in a cube and the approximate evaluation of integrals[J]. U.S.S.R Comp Maths Math Phys, 1967, 7(4): 86-112.

作者简介:



方斯顿

方斯顿(1991—),男,重庆人,博士研究生,主要从事电力系统安全稳定运行方面的研究工作(E-mail:fangston@sjtu.edu.cn);

程浩忠(1962—),男,浙江东阳人,教授,博士,主要研究方向为电力系统规划、安全经济运行、电压稳定、电力市场、电能质量。

Probabilistic load flow method based on Nataf transformation and quasi Monte Carlo simulation

FANG Sidun¹, CHENG Haozhong¹, XU Guodong¹, ZENG Pingliang², YAO Liangzhong²

(1. Key Laboratory of Control of Power Transmission and Conversion, Ministry of Education,

Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China;

2. China Electric Power Research Institute, Beijing 100192, China)

Abstract: A probabilistic load flow method capable of processing the correlation among input variables is proposed based on the Nataf transformation and quasi Monte Carlo simulation, which adopts the singular value decomposition to deal with the symmetric non-positive correlation coefficient matrix. The effectiveness and universality of the proposed method are verified by the simulations for IEEE 30-bus system and a practical large power grid. The simulative results show that, compared with the ranking method based on Cholesky decomposition, the singular value decomposition can flexibly deal with the non-positive correlation coefficient matrix without additional computational burden, while, compared with the normal method based on Latin hypercube under the same sample size, the proposed method has higher convergence speed and higher computational accuracy, especially the standard deviation accuracy of output variables.

Key words: probabilistic load flow; Nataf transformation; quasi Monte Carlo simulation; singular value decomposition