

开关频率对 SPWM 逆变器动态行为的影响

张金科, 伍小杰, 赵明龙, 王 钊

(中国矿业大学 信息与电气工程学院, 江苏 徐州 221008)

摘要: 基于混沌分岔理论, 研究了开关频率对单相正弦脉宽调制 (SPWM) 逆变器的影响。以基本 H 桥逆变器为研究对象, 采用一阶离散模型分析系统的混沌行为。应用频闪映射图、分岔图和频谱图, 从时域到频域详细分析了开关频率对逆变器动态性能的影响。通过时滞反馈控制改善了系统在中低频段的混沌状态, 并结合二阶时滞模型的雅可比矩阵特征值给出了系统稳定运行的参数域。通过仿真与实验, 观察了电流在不同开关频率 (3 kHz 和 2 kHz) 下的分岔和混沌行为。结果表明, 时滞反馈控制能有效抑制低开关频率造成的混沌, 当时滞系数取 0.22 时, 控制器抑制混沌的效果最好。

关键词: 开关频率; SPWM; 逆变器; 二维分岔图; 混沌控制; 时滞反馈控制器

中图分类号: TM 464

文献标识码: A

DOI: 10.16081/j.issn.1006-6047.2015.11.017

0 引言

近年来, 电力电子学在工业、航天、能源和家居等领域取得了蓬勃的发展。在中高压大功率逆变器中, 开关器件常工作在较低的开关频率以减少损耗并提高变频器出力, 但这会造成电流剧烈畸变、谐波增大甚至出现失稳以致变频器不能工作等严重问题。为什么开关频率降低会带来上述影响就成了一个很重要的研究课题, 已有学者从变频器建模的角度进行了深入的研究^[1], 本文则主要从混沌的角度来尝试分析上述问题。

混沌是一门研究确定论系统内在随机性的科学^[2], 在过去二十多年里已有众多学者将它应用在电力电子变换器的研究中^[3-5], 并形成一套有效的研究方法, 如对变换器建立基于开关周期的离散模型和雅可比矩阵特征值判断稳定性等^[6,9]。与电力变换器的拓扑结构相对应, 变换器模型的实质是一组非线性微分方程的叠加, 因此在建模时常把变换器与被控对象组成的系统看作分段光滑的非线性动力系统。文献^[4]研究了 DC-DC 变换器中的混沌现象, 建立了实用的迭代离散模型, 但对工作在正弦逆变状态的正弦脉宽调制 (SPWM) 逆变器讨论较少; 文献^[10]系统地研究了单相 SPWM 在主电路及控制器参数变化时的混沌分岔现象, 在文献^[4]迭代离散模型的基础上建立了新的离散数学模型, 并针对正弦逆变的情况讨论了参数变化对系统稳定性的影响, 但未涉及开关频率方面的研究; 文献^[11]研究了 H 桥直流斩波电路中的边界碰撞分岔现象; 文献^[12]研究了

DC-DC 变换器中的混沌现象, 并总结了混沌研究中常用的建模方法。

当前电力电子中的混沌研究主要集中在数学建模、参数变化分析等方面, 对系统稳定性影响的讨论多是围绕控制器系数、直流侧电压、阻感负载参数等方面, 开关频率对系统产生的分岔混沌现象还鲜有研究。本文尝试从开关频率对逆变器的影响切题, 系统地研究了由不同开关频率造成的分岔现象, 对电流时域解中的开关频率指数项进行了合理的简化, 得出了使系统稳定的参数域图, 并和仿真得出的二维分岔图进行了对比分析。本文以 H 桥为研究对象, 讨论了电流脉宽调制中的混沌现象, 对深入研究低开关频率下的非线性现象研究有指导意义。

1 单相 SPWM 逆变器精确离散模型

图 1 是 SPWM 的 H 桥逆变器电路图。

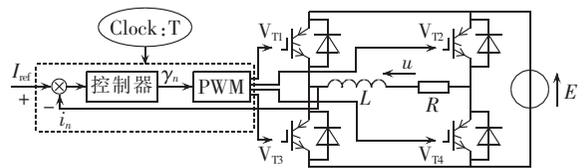


图 1 单相 SPWM 逆变器电路图

Fig.1 Circuit diagram of single-phase SPWM inverter

单相 SPWM 逆变器存在 2 种工作状态: 状态 1 为 V_{T1} 和 V_{T3} 开通, V_{T2} 和 V_{T4} 关断; 状态 2 为 V_{T2} 和 V_{T4} 开通, V_{T1} 和 V_{T3} 关断。相应的状态方程分别如式 (1) 和 (2) 所示。

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i + \frac{E}{L} \quad (1)$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i - \frac{E}{L} \quad (2)$$

假设状态 1 的工作时间为 t_n , 并定义占空比 $d_n = t_n/T_s$, 则状态 2 的工作时间为 $(1-d_n)T_s$, 其中 T_s 为控

收稿日期: 2014-12-18; 修回日期: 2015-08-26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (51377160); 江苏省研究生培养创新工程 (CXLX13_939)

Project supported by the National Natural Science Foundation of China (51377160) and Graduate Education Innovation Project of Jiangsu Province (CXLX13_939)

制器的时钟周期 $f_s = 1/T_s$ 即为逆变器的开关频率。

频闪采样法是一种以时钟周期 T_s 为采样间隔的建模方法,它忽略单个采样周期内系统状态的变化,而只关注采样点时刻的系统状态,其基本原理是使用第 nT_s 时刻的状态来表示第 $(n+1)T_s$ 时刻的状态。设 nT_s 时刻的电感电流为 i_n ,连续求解微分方程(1)和(2)可得第 $(n+1)T_s$ 时刻的电流为:

$$i_{n+1} = (i_n - \alpha)e^{-T_s/\tau} + 2\alpha e^{-(1-d_n)T_s/\tau} - \alpha \quad (3)$$

其中, $\alpha = \frac{E}{R}$; $\tau = \frac{L}{R}$; d_n 为占空比。

当采用比例控制时,占空比 d_n 作如下取值:

$$\gamma_n = k(I_{ref} - i_n) \quad (4)$$

$$d_n = \begin{cases} 0 & \gamma_n \leq -1 \\ 1 & \gamma_n \geq 1 \\ \gamma_n/2 + 1/2 & \text{其他} \end{cases}$$

其中, k 为比例系数; I_{ref} 为给定电流。

2 分岔、混沌现象观察及分析

对于离散映射式(3),通过改变 T_s 来研究开关频率对系统稳定性的影响。逆变器仿真参数为: $E = 100 \text{ V}$, $R = 10 \Omega$, $L = 10 \text{ mH}$, $I_{ref} = 5 \sin(40\pi t) \text{ A}$, 即 $\alpha = 10 \text{ A}$, $\tau = 0.001 \text{ s}$, $f_1 = 20 \text{ Hz}$ 。其中, f_1 为给定信号 I_{ref} 的频率。

2.1 稳定状态

取比例控制系数 $k = 0.8$, 当开关频率 $f_s = 5 \text{ kHz}$ 时,系统处于稳定状态,取每个 nT_s 时刻的电流采样点绘成频闪采样图,如图 2(a)所示。图 2(b)是把每个采样电流点连接起来的直线,它近似反映了采样周期为 T_s 的时域波形,该图描述了两相邻采样点电流的变化情况。稳定状态又称周期一状态,频闪采样电流的频谱分析如图 2(c)所示。

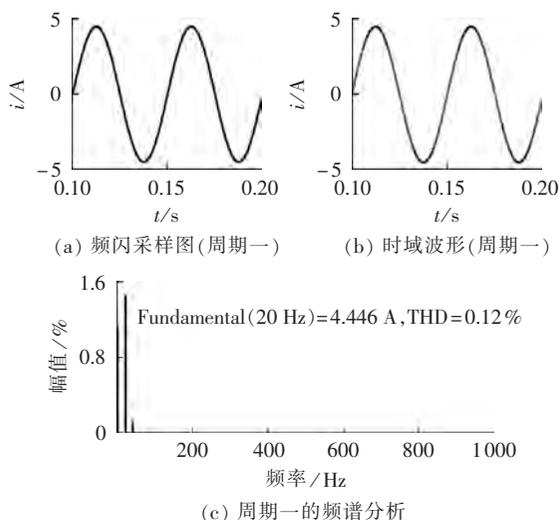


图 2 系统在周期一状态下的行为

Fig.2 System behavior during period 1

2.2 周期二状态

当开关频率 $f_s = 3.8 \text{ kHz}$ 时,系统处于周期二状态,即分岔状态。此时的电流频闪采样图为 2 条正弦线,如图 3(a)所示。电流时域图 3(b)显示了电流在 2 条正弦线之间的波动情况。从频谱分析图 3(c)中可以看出,在周期二状态,电流开始出现高次谐波,THD 值也明显大于周期一。

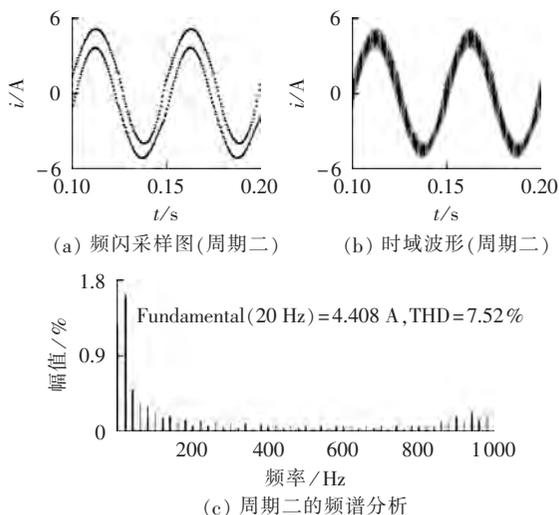


图 3 系统在周期二状态下的行为

Fig.3 System behavior during period 2

2.3 混沌状态

当开关频率 $f_s = 2.6 \text{ kHz}$ 时,系统已经处于混沌状态,从频闪采样图来看,此时正弦波不再有明显的规律可循,每个波峰处的峰值近乎随机。频谱分析表明,电流的高次谐波大幅增加,THD 也比周期二更高。

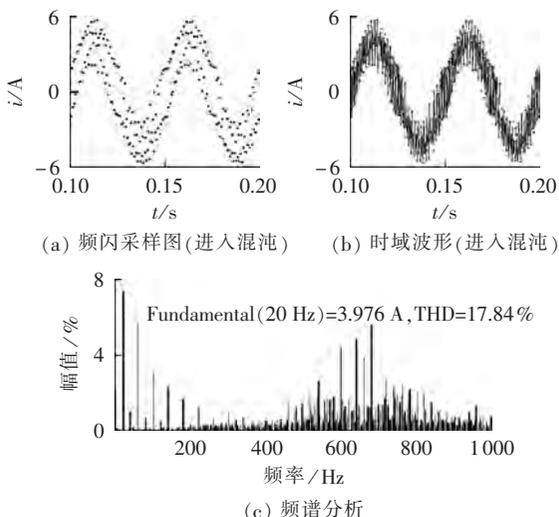


图 4 系统在混沌状态下的行为

Fig.4 System behavior during chaos

2.4 分岔图与稳定性分析

分岔图是研究混沌的常用方法,它能清楚地表明参数变化对系统稳定的影响,仅考虑 1 个变量的分岔图称为一维分岔图,考虑 2 个变量对系统影响的

分岔图称为二维分岔图^[13-14]。

对于给定电流信号 $I_{ref}=5 \sin(40 \pi t)$ A,在其波峰时刻对电感电流进行采样,绘制出不同开关频率下的采样点,即得电流随开关频率变化的一维分岔图,如图 5 所示。在开关频率 $f_s > 4$ kHz 时,系统稳定,处于周期一状态;在开关频率 $f_s < 4$ kHz 时,系统不再稳定,采样电流开始分岔,系统处于周期二状态;随着开关频率继续降低,系统进入混沌状态,采样电流不再遵循明显的规律,从图 5 看出,采样频率在 2 kHz 左右时系统的无序性最为明显。当开关频率 f_s 降至 1 kHz 以下,H 桥逆变器已没有逆变效果,其输出是周期与开关频率相等的方波,采样电流逐渐趋近 2 个固定的值。

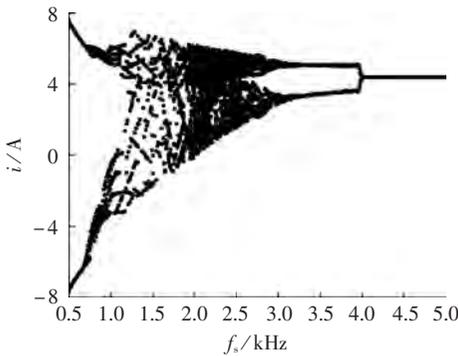


图 5 比例控制下的一维分岔图 ($k=0.8$)
Fig.5 1-D bifurcation diagram with proportional controller ($k=0.8$)

在实际工程中,总希望逆变器工作在周期一状态。为得到使系统稳定运行的参数域,可通过求解离散映射在不动点处的导数来分析周期运动的稳定性。对于式(3)所示的离散映射,令 $i_n=i_{n+1}$,有:

$$i_n = (i_n - \alpha)e^{-T_s/\tau} + 2\alpha e^{-(1-d_n)T_s/\tau} - \alpha \quad (5)$$

求解式(5)中的未知量 i_n 即得系统稳定运行在周期一状态下的不动点,用 i^* 表示。

对式(3)求导,并根据 Floquet 理论^[15]定义特征乘子

$$\lambda = \left. \frac{di_{n+1}}{di_n} \right|_{i_n=i^*} \quad (6)$$

则有:

$$\lambda = e^{-T_s/\tau} \left[1 + 2\alpha e^{\left[\frac{1}{2} + \frac{k}{2}(I_{ref}-i_n)\right]T_s/\tau} \frac{T_s}{\tau} \left(-\frac{k}{2}\right) \right] \Bigg|_{i_n=i^*} \quad (7)$$

为求得参数 T_s 与 k 对系统稳定的影响,又因为系统稳定时不动点 $i^* \approx I_{ref}$,在不考虑给定量 I_{ref} 影响的前提下,故可令式(7)中的 $i_n=I_{ref}$,因此简化后的特征乘子为:

$$\lambda = e^{-T_s/\tau} - k \frac{T_s}{\tau} \alpha e^{-T_s/(2\tau)} \quad (8)$$

当特征乘子满足条件 $|\lambda| < 1$ 时,系统处于稳定状态,易知式(8)中 λ 恒小于 1,故只需令 $\lambda > -1$ 即

可。对式(8)进行处理,提取出变量 k 得:

$$k = \frac{e^{-T_s/\tau} - \lambda}{\frac{T_s}{\tau} \alpha e^{-T_s/(2\tau)}} \quad (9)$$

开关频率较高时, $\frac{T_s}{\tau} \rightarrow 0^+$,有 $e^{-T_s/\tau} \approx 1 - \frac{T_s}{\tau}$,

又考虑到 $\lambda > -1$,则式(9)可简化为:

$$k < \frac{1 - \frac{T_s}{\tau} - (-1)}{\frac{\alpha}{\tau} T_s \left(1 - \frac{T_s}{2\tau}\right)} = \frac{2 - \frac{T_s}{\tau}}{\alpha \frac{T_s}{\tau} - \frac{\alpha}{2} \left(\frac{T_s}{\tau}\right)^2}$$

忽略 $\frac{T_s}{\tau}$ 和它的平方项,则:

$$k < \frac{2\tau}{\alpha T_s} \quad (10)$$

由式(10)可以看出,比例系数 k 与开关频率 f_s 近似成线性关系,满足式(10)的 k 与 f_s 所构成的区域称为系统的稳定域,如图 6 所示。

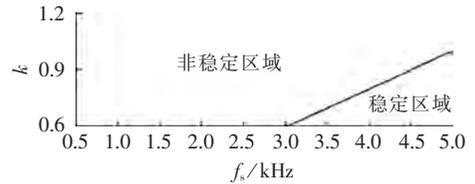


图 6 相空间 $k-T_s$ 里的稳定域
Fig.6 Stability zone in $k-T_s$ space

通过仿真给出了比例控制下的二维分岔图,如图 7 所示。图中黑色区域表示稳定,白色区域表示混沌,可以看到周期一状态位于右下角黑色三角区域,这与上述计算得出的稳定域是一致的。

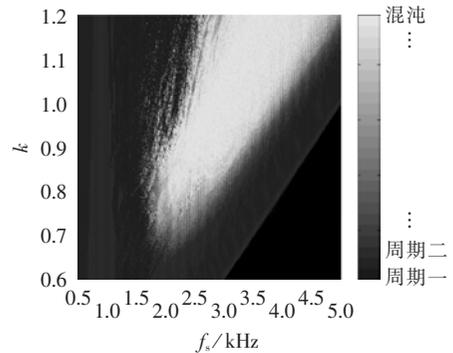


图 7 相空间 $k-T_s$ 上的二维分岔图
Fig.7 2-D bifurcation diagram in $k-T_s$ space

3 时滞反馈控制低频混沌

3.1 控制器设计

时滞反馈控制器 TDFC (Time-Delayed Feedback Controller) 在比例控制器的基础上增加了滞后环节,其目的是增强周期轨道的稳定性,滞后时间常数一般选为离散采样的周期^[16-19]。时滞反馈控制器结构如图 8 所示,控制信号 γ_n 由比例信号 γ_{pn} 和时滞信号 γ_{dn} 组成,其中 $\gamma_{pn} = k(I_{ref} - i_n)$, $\gamma_{dn} = \eta(i_n - i_{n-1})$,其中 k, η

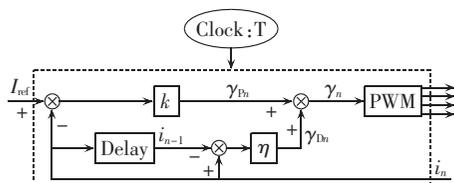


图 8 时滞反馈控制器结构

Fig.8 Structure of TDFC

分别为比例系数和时滞系数。

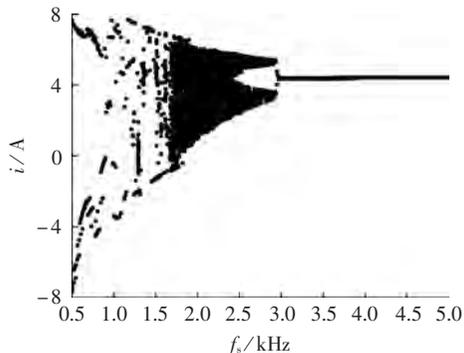
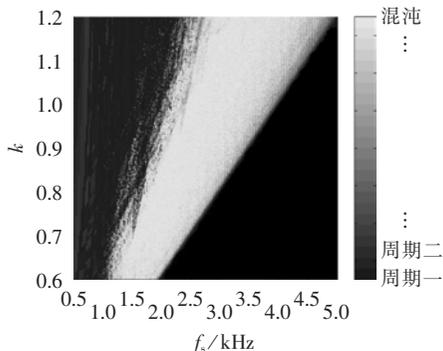
采用时滞反馈控制时,占空比 d_n 取值如下:

$$\gamma_n = k(I_{ref} - i_n) + \eta(i_n - i_{n-1}) \quad (11)$$

$$d_n = \begin{cases} 0 & \gamma_n \leq -1 \\ 1 & \gamma_n \geq 1 \\ \gamma_n/2 + 1/2 & \text{其他} \end{cases}$$

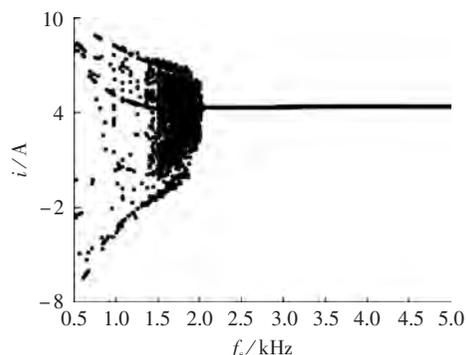
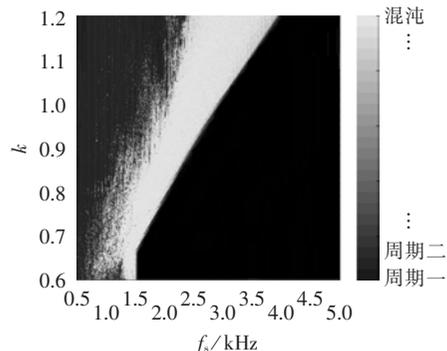
3.2 控制效果

改变时滞控制器的时滞系数,观察电感电流的稳定性。当 $k=0.8, \eta=0.1$ 时,电流随开关频率变化的分岔图如图 9 所示。与图 5 相比较,比例控制系统在开关频率 $f_s < 4$ kHz 时便已脱离稳定状态,而加入 TDFC 控制的系统在开关频率 $f_s < 3$ kHz 时才开始变得不稳定,这说明 TDFC 可有效增强系统中低频段的稳定性。图 10 展示了时滞系数 $\eta=0.1$ 时相空间 $k-T_s$ 上的二维分岔情况,与图 7 相比,可以看出右下角黑色三角形稳定域的范围大幅增加了。

图 9 TDFC 控制下的一维分岔图 ($\eta=0.1$)Fig.9 1-D bifurcation diagram with TDFC($\eta=0.1$)图 10 TDFC 控制下的二维分岔图 ($\eta=0.1$)Fig.10 2-D bifurcation diagram with TDFC($\eta=0.1$)

当 $k=0.8, \eta=0.2$ 时,电感电流的一维分岔图如图 11 所示,当开关频率 $f_s < 2$ kHz 时,系统才开始

进入不稳定状态。相空间 $k-T_s$ 上的二维分岔图如图 12 所示,与图 10 相比,可以看出当时滞系数 $\eta=0.2$ 时,系统在 $k-T_s$ 相空间右下的大片区域都能保持稳定。仿真表明,在当前电路参数下,控制器参数取 $k=0.65, \eta=0.2$ 时,系统的开关频率在 1.5 kHz 时开始出现不稳定现象。

图 11 TDFC 控制下的一维分岔图 ($\eta=0.2$)Fig.11 1-D bifurcation diagram with TDFC($\eta=0.2$)图 12 TDFC 控制下的二维分岔图 ($\eta=0.2$)Fig.12 2-D bifurcation diagram with TDFC($\eta=0.2$)

3.3 稳定边界计算

加入时滞控制后,系统出现 2 个变量即 i_n 和 i_{n-1} , 故由式(3)和式(11)定义的离散映射是一个二阶系统。重新定义系统状态变量 $x_n = i_{n-1} - i^*, y_n = i_n - i^*$, 则有如下二阶电流离散模型:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= y_n \\ y_{n+1} &= i_{n+1} - i^* \end{aligned} \quad (12)$$

结合式(3)、(11)、(12),消去变量 i_{n+1} ,可得系统离散状态方程:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= y_n \\ y_{n+1} &= (y_n + i^* - \alpha)e^{-T_s/\tau} + 2\alpha e^{-(1-d_n)T_s/\tau} - \alpha - i^* \end{aligned} \quad (13)$$

如图 13 所示,在电感电流稳定时占空比是不饱和的,其时域波形是一条平滑的曲线;当电感电流处于分岔状态或混沌状态,占空比就会出现饱和的情况。所以在稳定参数域内,只需要考虑 d_n 不饱和的情况,即:

$$d_n = \frac{k}{2}(I_{ref} - i_n) + \frac{\eta}{2}(i_n - i_{n-1}) + \frac{1}{2} \quad (14)$$

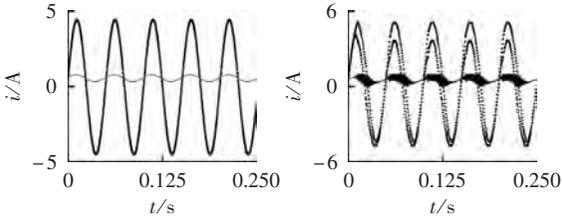


图 13 不同开关频率下的电感电流波形图
Fig.13 Waveforms of inductor current for different switching frequencies

结合式(14),求式(13)雅可比矩阵有:

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ J_1 & J_2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$J_1 = 2\alpha e^{(d_n^*-1)T_s/\tau} \frac{T_s}{\tau} \left(-\frac{\eta}{2} \right) \quad (16)$$

$$J_2 = e^{-T_s/\tau} + 2\alpha e^{(d_n^*-1)T_s/\tau} \frac{T_s}{\tau} \left(-\frac{k}{2} + \frac{\eta}{2} \right)$$

根据 Floquet 理论,为使系统保持稳定,需满足特征乘子 $|\lambda| < 1$,其中 λ 是雅可比矩阵 J 的特征值。令 $|\lambda I - J| = 0$ 可得如下特征方程:

$$\lambda^2 - J_2\lambda - J_1 = 0 \quad (17)$$

使用朱利判据^[4]来计算相空间 $\eta - T_s$ 上的稳定域,需要满足下述条件:

$$\begin{aligned} &|-J_1| < 1 \\ &1 - J_2 - J_1 > 0 \\ &1 + J_2 - J_1 > 0 \end{aligned} \quad (18)$$

在高频段 $\frac{T_s}{\tau} \rightarrow 0^+$,可对 J_1, J_2 做如下简化:

$$J_1 = 2\alpha \left[1 + \frac{(d_n^*-1)T_s}{\tau} \right] \frac{T_s}{\tau} \left(-\frac{\eta}{2} \right) \quad (19)$$

$$J_2 = 1 - \frac{T_s}{\tau} + 2\alpha \left[1 + \frac{(d_n^*-1)T_s}{\tau} \right] \frac{T_s}{\tau} \left(-\frac{k}{2} + \frac{\eta}{2} \right)$$

结合式(18)、(19),可得出 $\eta - T_s$ 的关系满足如下不等式:

$$\begin{aligned} \eta &< \frac{\tau^2}{T_s\alpha(\tau + d_n^*T_s - T_s)} \\ \eta &> \frac{k}{2} - \frac{2\tau^2 - \tau T_s}{\tau + d_n^*T_s - T_s} \frac{1}{2T_s\alpha} \end{aligned} \quad (20)$$

需要注意的是,不动点 i^* 是与开关频率 f_s 有关的函数,但仿真表明开关频率对 i^* 的影响很小,当 $f_s = 3.5 \text{ kHz}$ 、 $k = 0.8$ 时, $i^* = 4.383$,此时对应的占空比 $d_n^* = 0.7468$ 。在对稳定域精度要求不高的情况下,不动点 i^* 与占空比 d_n^* 取上述恒定值是合理的。

式(20)描述的区域如图 14 所示,它是一个近似三角形的稳定域;在交点处,当 η 约取 0.22 时,开关频率 f_s 可取到最小值约 2.0 kHz,这表明在比例系数 $k = 0.8$ 时,时滞控制器的最优效果可使开关频率降至 2 kHz。相空间 $\eta - T_s$ 上的二维分岔图如图 15 所

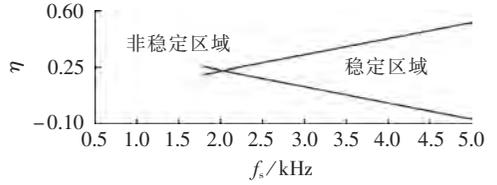


图 14 相空间 $\eta - T_s$ 上的稳定域 ($k = 0.8$)
Fig.14 Stability zone in $\eta - T_s$ space ($k = 0.8$)

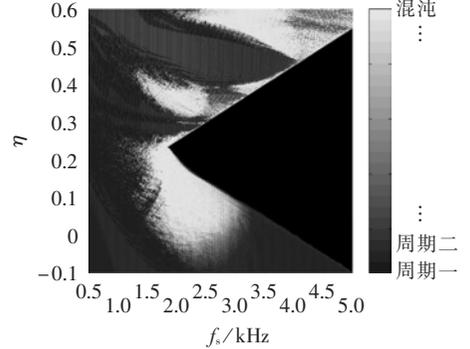


图 15 相空间 $\eta - T_s$ 上的二维分岔图 ($k = 0.8$)
Fig.15 2-D bifurcation diagram in $\eta - T_s$ space ($k = 0.8$)

示,可以看出仿真得出的稳定边界同上述计算是基本一致的。

3.4 PI 调节器的稳定域求解

在使用 PI 控制器对电流环进行调节时,系统的阶次会增加,本文通过联立控制器和被控对象的整体模型,并求其雅可比矩阵的特征值来计算系统的稳定区间。

PI 控制器的传递函数为:

$$F(s) = K_p + \frac{K_i}{s} \quad (21)$$

采用后项差分法,对式(21)进行离散化,可得 PI 控制器的离散方程,即:

$$y(k) = (K_p + K_i T_s)x(k) - K_p x(k-1) + y(k-1) \quad (22)$$

则 PI 输出控制信号可表示为:

$$\gamma_n = (K_p + K_i T_s)(I_{ref} - i_n) - K_p(I_{ref} - i_{n-1}) + \gamma_{n-1} \quad (23)$$

定义新的状态变量为 $x_n = \gamma_{n-1}$ 、 $y_n = i_{n-1}$ 、 $z_n = i_n$,则有如下状态方程:

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + K_p y_n - (K_p + K_i T_s) z_n + K_i T_s I_{ref} \\ y_{n+1} = z_n \\ z_{n+1} = (z_n - \alpha) e^{-T_s/\tau} + 2\alpha e^{-(1-\gamma_n)T_s/\tau} - \alpha \end{cases} \quad (24)$$

易求得式(24)的雅可比矩阵为:

$$J = \begin{bmatrix} 1 & K_p & -(K_p + K_i T_s) \\ 0 & 0 & 1 \\ J_1 & J_2 & J_3 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$J_1 = \frac{dz_{n+1}}{dx_n} = 2\alpha e^{-(1-\gamma_n)T_s/\tau} \frac{T_s}{\tau}$$

$$J_2 = \frac{dz_{n+1}}{dy_n} = 2\alpha e^{-(1-\gamma_n)T_s/\tau} \frac{T_s}{\tau} - K_p$$

$$J_3 = \frac{dz_{n+1}}{dz_n} = -2\alpha e^{-(1-\gamma_n)T_s/\tau} \frac{T_s}{\tau} (K_p + K_i T_s) + e^{-T_s/\tau}$$

则通过求式(25)的特征值即可解出系统的稳定域,本文采用 MATLAB 编程给出式(25)特征值的数值解,如图 16 所示。

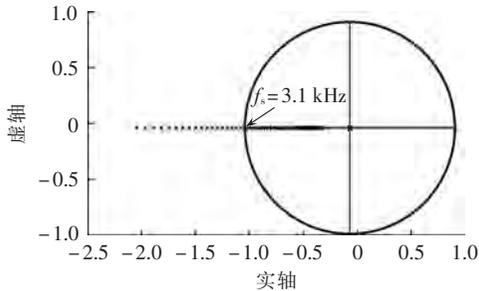


图 16 开关频率变化时的根轨迹图 ($K_p=0.6, K_i=0$)
Fig.16 Eigenvalue locus when switching frequency changes ($K_p=0.6, K_i=0$)

图 16 显示了开关频率 f_s 变化时系统的根轨迹图,其中控制器的参数为 $K_p=0.6, K_i=0$,这也是与图 6 中的结果是互为验证的。开关频率 f_s 在 3.1 kHz 处从坐标 $(-1,0)$ 处越过单位圆,则可知此时发生的是倍周期分岔。

图 17 给出了系统在相空间 $K_i-K_p-f_s$ 下的稳定区间,该图更直观地显示了 PI 控制器的参数在不同开关频率下的取值范围。

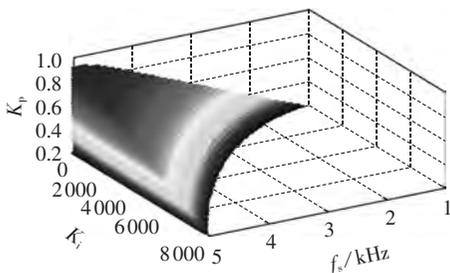
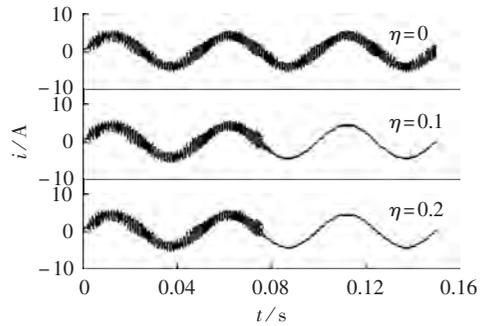


图 17 系统在相空间 $K_i-K_p-f_s$ 下的稳定域图
Fig.17 Stability zone in $K_i-K_p-f_s$ space

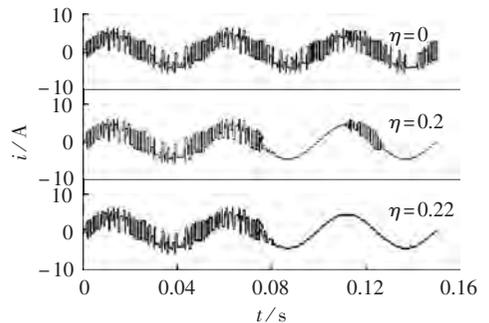
4 仿真与实验验证

4.1 仿真实验

针对式(3)、(11)所定义的离散系统,分别在开关频率为 3 kHz 和 2 kHz 时进行仿真,仿真结果如图 18 所示。在 $k=0.8, f_s=3$ kHz 时,采用比例控制的 H 桥逆变器工作在分岔状态;在 $t=0.75$ s 时刻加入时滞环节,系统从分岔状态过渡到周期一状态,电感电流呈稳定的正弦波,如图 18(a)所示。当开关频率 $f_s=2$ kHz 时,采用比例控制的 H 桥逆变器工作在混沌状态,电流波形紊乱呈随机状态;在 $t=0.75$ s 时刻加入时滞环节,当时滞系数 $\eta=0.22$ 时,控制效果最好,系统从混沌状态过渡到周期一状态,电感电流输出正弦且保持在稳定状态,如图 18(b)所示。



(a) 周期二状态下的控制效果 ($f_s=3$ kHz)



(b) 混沌状态下的控制效果 ($f_s=2$ kHz)

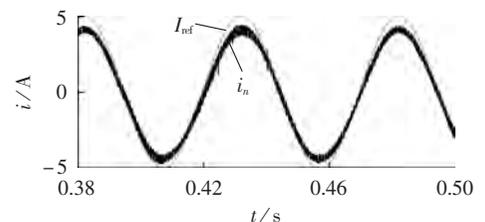
图 18 仿真结果

Fig.18 Simulative results

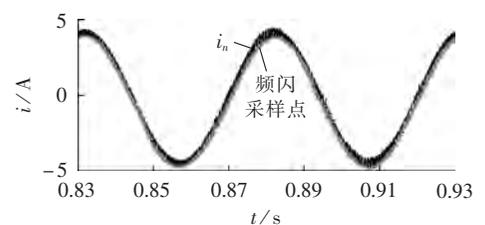
4.2 实验验证

搭建如图 1 所示的 H 桥逆变器实验平台,主电路的参数如下: $E=100$ V, $R=10$ Ω , $L=10$ mH, $I_{ref}=5 \sin(40\pi t)$ A; 控制器采用 dSPACE1104 实验平台,系统采样频率为 20 kHz; 观察单相 SPWM 逆变器在不同开关频率下的分岔混沌情况,并使用 TDFC 进行控制,实验结果如图 19 所示。

图 19(a)、(b)展示了逆变器运行在稳定状态的情况,电感电流的频闪采样图是一条规则的正弦线;当开关频率降为 $f_s=2.5$ kHz 时,系统处于倍周期分岔的临界点,在时间 $t=3.02$ s 加入 TDFC 控制后,电感电流过渡到周期一状态,电流频闪采样图如图 19(c)所示;当开关频率降为 $f_s=2$ kHz 时,电感电流时域波形



(a) 电感电流时域波形 ($f_s=5$ kHz, $\eta=0$)



(b) 频闪采样图 ($f_s=5$ kHz, $\eta=0$)

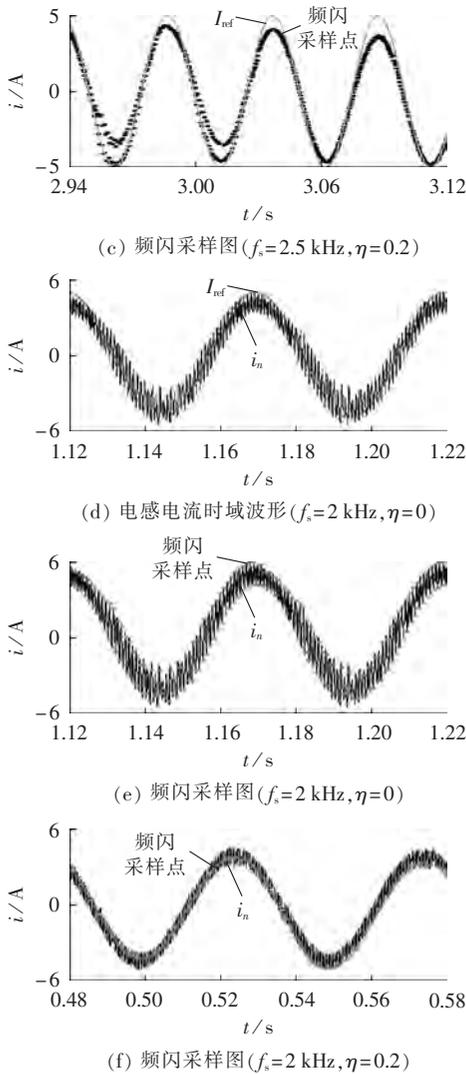


图 19 实验结果

Fig.19 Experimental results

如图19(d)所示,系统处于周期二状态,加入 TDFC 控制后,电感电流从分岔状态过渡到周期一状态并保持稳定,其频闪采样图分别为图 19(e)、(f)所示。

5 结论

本文主要研究了开关频率对单相 SPWM 逆变器动态行为的影响,做了以下三方面的工作:第一,采用比例控制下的 H 桥一阶离散模型,在 $k-T_s$ 相空间内对系统进行了稳定性分析;第二,使用 TDFC 抑制了系统中低频段的混沌状态,建立了时滞反馈控制下的 H 桥二阶离散模型,并给出了相空间 $\eta-T_s$ 上的二维分岔图;第三,研究了 PI 控制器在不同开关频率下的稳定条件,通过计算雅可比矩阵的特征值给出了系统稳定运行的参数域。

研究开关频率造成的混沌对逆变器的设计具有重要指导意义,本文所采用的 TDFC 可有效消除 H 桥中因开关频率降低带来的混沌;对于其他类型的逆变器,可以根据不同的拓扑建立相应的离散模型,本

文的分析和控制方法具有一定的普适性。

参考文献:

- [1] HOLTZ J,QUAN Juntao,PONTT J,et al. Design of fast and robust current regulators for high-power drives based on complex state variables[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2004,40(5):1388-1397.
- [2] 郝柏林. 分岔、混沌、奇怪吸引子、湍流及其它——关于确定论系统中的内在随机性[J]. 物理学进展,1983,3(3):335-416.
HAO Bailin. Bifurcation,chaos, strange attractor,turbulence and all that.—on intrinsic stochasticity in deterministic systems [J]. Progress in Physics,1983,3(3):335-416.
- [3] ROBERT B,ROBERT C. Border collision bifurcations in a one-dimensional piecewise smooth map for a PWM current-programmed H-bridge inverter[J]. International Journal of Control, 2002,75:1356-1367.
- [4] ROBERT B,FEKI M. Control of a PWM inverter using proportional plus extended time-delayed feedback[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos,2006,16(1):113-128.
- [5] IU H H C,ROBERT B. Control of chaos in a PWM current-mode H-bridge inverter using time-delayed feedback [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems Part I,2003,50(8):1125-1129.
- [6] 郑连清,鲁思男. Boost PFC 变换器快时标分岔的控制方法[J]. 电力自动化设备,2013,33(10):68-73.
ZHENG Lianqing,LU Sinan. Control of fast-scale bifurcation in Boost PFC converter[J]. Electric Power Automation Equipment, 2013,33(10):68-73.
- [7] 周林,龙毓平,张密,等. 带 LCL 滤波器的单相并网逆变器低频振荡现象分析[J]. 电力自动化设备,2014,34(1):67-71.
ZHOU Lin, LONG Yanping,ZHANG Mi, et al. Analysis of low frequency oscillation in single-phase grid-connected inverter with LCL filter[J]. Electric Power Automation Equipment, 2014,34(1):67-71.
- [8] 周林,龙毓平,郭珂,等. 基于系数线性化模型的逆变器分岔与混沌现象研究[J]. 电力自动化设备,2013,33(7):100-104.
ZHOU Lin, LONG Yanping, GUO Ke, et al. Bifurcation and chaos of inverter system based on coefficient linear model[J]. Electric Power Automation Equipment, 2013,33(7):100-104.
- [9] 李国庆,张浩,李江,等. 基于分岔理论研究励磁饱和和环节对系统电压稳定的影响[J]. 电力自动化设备,2015,35(3):1-5.
LI Guoqing,ZHANG Hao,LI Jiang, et al. Influence of excitation saturation element on power system voltage stability based on bifurcation theory [J]. Electric Power Automation Equipment, 2015,35(3):1-5.
- [10] 王学梅,张波. 单相 SPWM 逆变器的分岔及混沌现象分析[J]. 电工技术学报,2009,24(1):101-107.
WANG Xuemei,ZHANG Bo. Study of bifurcation and chaos in single-phase SPWM inverter[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2009,24(1):101-107.
- [11] 王学梅,张波. H 桥直流斩波变换器边界碰撞分岔和混沌研究[J]. 中国电机工程学报,2009,29(9):22-27.
WANG Xuemei,ZHANG Bo. Mechanism of border-collision bifurcations and chaos in H-bridge direct current chopper [J]. Proceedings of the CSEE, 2009,29(9):22-27.
- [12] 张波,李萍,齐群. DC-DC 变换器分叉和混沌现象的建模和分析方法[J]. 中国电机工程学报,2002,22(11):81-86.

- ZHANG Bo, LI Ping, QI Qun. Methods for analyzing and modeling bifurcations and chaos in DC-DC converter[J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(11):81-86.
- [13] di BERNARDO M, TSE C K. Chaos in power electronics: an overview[J]. Chaos in Circuits and Systems, 2002, 11(16):317-340.
- [14] BENADERO L, EL AROUDI A, OLIVAR G, et al. Two-dimensional bifurcation diagrams background pattern of fundamental DC-DC converters with PWM control[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2003, 13(2):427-451.
- [15] 陈明亮, 马伟明. 多级并联电流反馈型 DC-DC 升压变换器中的分岔与混沌[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(3):67-70.
- CHEN Mingliang, MA Weiming. Bifurcation and chaos in multi-parallel-connected current mode controlled Boost DC-DC converters[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(3):67-70.
- [16] CHAKRABARTY K, KAR U. Control of bifurcation of PWM controlled DC drives[C]//IEEE Conference on Power Electronics Drives and Energy Systems. Bengaluru, India: IEEE, 2012:1-8.
- [17] 钟洁. PWM 型 DC-DC 变换器混沌机理及控制研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2004.
- ZHONG Jie. Research on chaos and chaotic control of PWM DC-DC converter[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2004.
- [18] 王琪. PWM 型 DC-DC 变换器中非线性现象分析与研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2006.
- WANG Qi. Analysis and research of non-linear phenomena in PWM DC-DC converter[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2006.
- [19] 卢伟国. 开关功率变换器的混沌控制研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2008.
- LU Weiguo. Study on chaos control of switched-mode power converter[D]. Chongqing: Chongqing University, 2008.

作者简介:



张金科

张金科(1989—),男,江苏徐州人,博士研究生,从事电力电子中的混沌非线性分析与控制等方面的研究(E-mail:jinkeluck@gmail.com);

伍小杰(1966—),男,湖南衡阳人,教授,博士研究生导师,博士,从事大功率变换器关键技术等方面的研究(E-mail:zgcumt@126.com);

赵明龙(1988—),男,山西朔州人,硕士研究生,研究方向为整流器智能控制(E-mail:375027499@qq.com);

王 钊(1988—),男,山东潍坊人,硕士研究生,研究方向为 FPGA 实时调速系统(E-mail:596450502@qq.com)。

Impact of switching frequency on dynamic behavior of SPWM inverter

ZHANG Jinke, WU Xiaojie, ZHAO Minglong, WANG Zhao

(School of Information and Electrical Engineering,
China University of Mining and Technology, Xuzhou 221008, China)

Abstract: Based on the chaos and bifurcation theory, the influence of switching frequency on the single-phase SPWM (Sinusoidal Pulse Width Modulation) inverter is studied. With a basic H-bridge inverter as the research object, a first-order discrete model is applied to analyze the chaos behavior of SPWM inverter system. The stroboscopic map, bifurcation diagram and frequency spectrum are plotted to describe the influence in time domain and frequency domain. A TDFC (Time-Delayed Feedback Controller) is used to improve the chaos behavior of system at mid/low frequency, and the parameter region of stable system operation is calculated based on the Jacobi matrix of a second-order time-delayed model. The bifurcate and chaotic behaviors at different switching frequencies (3 kHz and 2 kHz) are observed through simulations and experiments. Results show that, the TDFC can effectively suppress the chaos induced by low switching frequency and the best suppression effect is achieved when the time-delay factor is 0.22.

Key words: switching frequency; SPWM; electric inverters; 2-D bifurcation diagram; chaos control; time-delayed feedback controller