基于功率流的混合配电网潮流计算方法

金 勇[1,2],刘俊勇[1],李红伟[3],张 曦[1],段豪翔[1]
(1. 四川大学 电气信息学院,四川 成都 610065;
2. 国网成都供电公司,四川 成都 610041;
3. 西南石油大学 电气信息学院,四川 成都 610500)

摘要: 基于配电网络的支路功率、支路功率损耗与节点注入功率的关系,推导了一种计算弱环配电网的潮流算法,该算法推导了一个混合求解矩阵,可以同时处理连支支路和 PV 节点,简化了计算过程。同时,该算法以功率流而不是复电流相量为参变量,实现了有功和无功分别计算。多个算例计算结果表明,该算法可达到牛顿-拉夫逊和回路计算法的计算精度,并且具有较高的计算效率,尤其是该算法的简化处理后,计算速度快、计算精度高。

关键词: 配电网; 潮流; 弱环网; 功率变量; PV 节点; 混合求解
中图分类号: TM 711;TM 744 **文献标识码:** A DOI: 10.16081/j.issn.1006-6047.2017.01.003

0 引言

配电系统潮流计算是配电网经济运行、系统分析的重要基础,常见的方法有隐式 Z_{bus} 高斯法、改进牛顿法、改进快速解耦法和前推回代法[1-4]。此外,大量分布式电源接入配电网对其电压、潮流和网损带来了很大的影响[5]。因此,配电系统的分析和控制变得更复杂且更为重要。

当前,牛拉法及其改进算法[2]仍是各种商业软件求解潮流问题的首要选择。与高斯法和快速解耦算法相比[4-5],牛拉法具有更快的收敛速度(与高斯法相比)和更高的精度及更优良的收敛特性(与快速解耦算法相比)。另一种常见的算法类型为前推回代法[6-8],其存储空间要求低、计算速度快、收敛性好,并且编程简单,没有大矩阵计算,所以在配电网潮流计算中被广泛应用。

配电系统一般是弱环网,处理环网最常见的方法是多端口补偿注入电流法[6],并采用面向支路的前推回代法来计算,但电压低时迭代次数较多,效率降低。文献[9-10]对文献[6]的方法进行了改进,其中文献[9]采用支路的有功和无功功率作为参变量,具有较高的效率,但其计算功率变化量所用的灵敏度矩阵采用近似计算,影响了其收敛性;文献[10]基于回路分析法推导了一种处理多环网能力很强的前推回代法,其收敛性和计算速度都比文献[6]的方法有显著提高。文献[11]提出了一种基于叠加原理求解弱环配电网三相潮流的方法,属于电压补偿法,但算法较复杂,通用性不强。文献[12]和文献[13]分别通过建立注入电流与支路电流之间的关联矩阵和支路电流与节点电压之间的关联矩阵实现了弱环网潮流的直接计算,其中后者具有更通用的形式,二者均具有较高的计算效率。文献[14]结合配电网结构提出了一种基于三序解耦补偿模型和道路回路分析法的配电网改进潮流计算方法,除了采用解耦处理不对称外,其潮流计算方法与文献[12-13]基本一致,但计算略微复杂。文献[15]针对配电网的三相不平衡性,提出了一种配电系统三相不确定谐波潮流的前推回代复仿射算法。文献[16]针对含不同类型分布式电源的配电网及其三相线路参数和负荷不平衡的情况,提出了一种三相配电网连续潮流方法,采用局部几何参数化策略处理三相不平衡系统 PV 类型节点。文献[17]提出了一种考虑电动汽车的自适应潮流算法,其本质上仍然是基于回路分析理论。文献[18]提出了一种基于功率流的潮流算法,相比文献[9],其实现了有功功率和无功功率的解耦运算,所以有更好的收敛性和计算效率,但其在处理环网数较多的情况时,环网潮流是间接近似计算,所以精度受影响,且收敛性变差。

本文提出一种混合的配电网潮流算法,可以实现环路功率、变压器支路、多平衡节点和多 PV 节点的混合直接计算。另外,算法仍然采用功率流作为变量,所以同样具有很高的计算效率。

1 网络模型

配电网线路可用 π 型等值电路描述[18],相关电气参数如图 1 所示,图中 U_i、α_i 和 U_o、α_o 分别为线路始端和末端节点的电压幅值和相角,P_i、Q_i 和 P_o、Q_o 分别为线路始端输入和末端输出的有功功率和无功功率,$R+jX$ 为线路阻抗,$G-jB$ 为线路对地导纳的一半。

收稿日期:2015-09-09;修回日期:2016-07-20
基金项目:国家高技术研究发展计划(863 计划)资助项目(2014-AA051901)
Project supported by the National High Technology Research and Development Program of China(863 Program)(2014-AA051901)

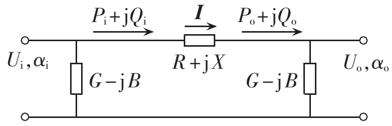


图 1 线路 π 型等值电路
Fig.1 π-type equivalent circuit of line

配电网络中双绕组变压器支路可用一个串联阻抗 Z_T(标幺值,变压器阻抗)和一个理想变压器 T 来描述,图 2 为变压器 π 型等值电路,图中 $Y_T=1/Z_T$,β 为变压器的非标准变比(对应于不同的变压器分接头),U_p、α_p 和 U_s、α_s 分别为变压器一、二次侧的电压幅值和相角(标幺值)。变压器铁损可采用以每相电压为变量的函数表达式来求得[19]。

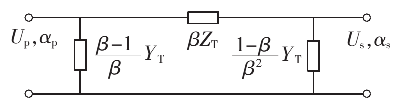


图 2 配电变压器的 π 型等值电路
Fig.2 π-type equivalent circuit of power distribution transformer

针对图 1 所示的线路模型,在潮流计算时,可以把对地支路 $G-jB$ 作为连接节点的恒阻抗负荷并入各节点注入负荷中,即有 $P_{Gi}=GU_i^2,Q_{Gi}=-BU_i^2,P_{Go}=GU_o^2,Q_{Go}=-BU_o^2$;同样,针对图 2 的配电变压器等值电路,在潮流计算时,对地支路也可视为恒阻抗负荷并入对应节点,即变压器完全可以当作一条普通的支路处理,所以先只针对图 1 所示的线路进行分析。

定义:

$$\begin{cases}dU=U_i-U_o\\ d\alpha=\alpha_i-\alpha_o\end{cases}\tag{1}$$

可以基于节点电压和支路流入/流出功率推导电压损失 dU 的准确计算公式,根据文献[18]有:

$$dU=\frac{R(2P_i-dP)+X(2Q_i-dQ)}{U_i+U_o}\tag{2}$$

其中,dP 和 dQ 分别为支路有功和无功损耗。

考虑到 $d\alpha$ 一般较小,有:

$$\sin(d\alpha)=\frac{X(2P_i-dP)-R(2Q_i-dQ)}{2U_oU_i}$$

推导得:

$$d\alpha=\arcsin\left[\frac{X(2P_i-dP)-R(2Q_i-dQ)}{2U_oU_i}\right]\approx\frac{X(2P_i-dP)-R(2Q_i-dQ)}{2U_oU_i}\tag{3}$$

基于图 1 可得:

$$dP=P_i-P_o=RI^2=\frac{R(P_i^2+Q_i^2)}{U_i^2}\tag{4}$$

$$dQ=Q_i-Q_o=XI^2=\frac{X(P_i^2+Q_i^2)}{U_i^2}\tag{5}$$

2 基于功率流的配电网潮流计算

针对一个有 $N+1$ 个节点和 m 条连支(回路)的弱环配电网,可以用基于图论的节-支(节点-支路)关联矩阵来描述。设定网络有 N 个独立的节点,并把电源节点选为参考节点(首节点),而总的支路数 $b=N+m$。可以用降阶节-支关联矩阵 $\boldsymbol{A}$ 来描述该网络[20],且 $\boldsymbol{A}$ 中的元素定义如下:

$$a_{ij}=\begin{cases}-1 & \text{节点 } i \text{ 是支路 } j \text{ 的起始节点}\\ & \text{(功率流向为正方向)}\\ 1 & \text{节点 } i \text{ 是支路 } j \text{ 的末尾节点}\\ & \text{(功率流向为正方向)}\\ 0 & \text{节点 } i \text{ 既不是支路 } j \text{ 的起始节点}\\ & \text{也不是末尾节点}\end{cases}$$

针对该网络选定一棵树,把 N 条树支编号在前,m 条连支编号在后,则有:

$$\boldsymbol{A}=[\boldsymbol{A}_t,\boldsymbol{A}_l]\tag{6}$$

其中,$\boldsymbol{A}_t$ 为 $N\times N$ 阶可逆阵,下标含 t 表示是与树支支路对应的量,编号 $1\sim N$;$\boldsymbol{A}_l$ 为 $N\times l$ 阶矩阵,下标含 l 表示是与连支支路对应的量,编号 $N+1\sim N+m$。

在计算配电网潮流时选择图 1 和图 2 所示的 π 型等值电路,并定义 $\boldsymbol{P}_I=\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_{It}\\ \boldsymbol{P}_{Il}\end{bmatrix}=[P_{i1},P_{i2},\cdots,P_{i(N+m)}]^T$ 和 $\boldsymbol{Q}_I=\begin{bmatrix}\boldsymbol{Q}_{It}\\ \boldsymbol{Q}_{Il}\end{bmatrix}=[Q_{i1},Q_{i2},\cdots,Q_{i(N+m)}]^T$ 为支路有功和无功功率向量,其元素为支路首端注入功率,如图 1 所示;定义 $\boldsymbol{P}=[P_1,P_2,\cdots,P_N]^T$ 和 $\boldsymbol{Q}=[Q_1,Q_2,\cdots,Q_N]^T$ 为节点消耗有功和无功功率向量,其元素为节点消耗功率,包含支路损耗、负荷功率及对地导纳支路损失功率。可推导得到[18]:

$$\boldsymbol{P}_{It}=\boldsymbol{A}_t^{-1}\boldsymbol{P}-\boldsymbol{A}_t^{-1}\boldsymbol{A}_l\boldsymbol{P}_{Il}=\boldsymbol{T}_t^T\boldsymbol{P}+\boldsymbol{B}_t^T\boldsymbol{P}_{Il}\tag{7}$$

$$\boldsymbol{Q}_{It}=\boldsymbol{A}_t^{-1}\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{A}_t^{-1}\boldsymbol{A}_l\boldsymbol{Q}_{Il}=\boldsymbol{T}_t^T\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{B}_t^T\boldsymbol{Q}_{Il}\tag{8}$$

其中,$\boldsymbol{T}_t^T=\boldsymbol{A}_t^{-1}$ 为基于所选择树的道路矩阵;$\boldsymbol{B}_t^T=-\boldsymbol{A}_t^{-1}\boldsymbol{A}_l=-\boldsymbol{T}_t^T\boldsymbol{A}_l$ 为对应该树的回路矩阵[20]。

由式(7)、(8)可知,树支支路功率 $\boldsymbol{P}_{It}(\boldsymbol{Q}_{It})$ 由 $\boldsymbol{P}_{I1}=\boldsymbol{T}_t^T\boldsymbol{P}(\boldsymbol{Q}_{I1}=\boldsymbol{T}_t^T\boldsymbol{Q})$ 和 $\boldsymbol{P}_{I2}=\boldsymbol{B}_t^T\boldsymbol{P}_{Il}(\boldsymbol{Q}_{I2}=\boldsymbol{B}_t^T\boldsymbol{Q}_{Il})$ 两部分组成。$\boldsymbol{P}_{I1}(\boldsymbol{Q}_{I1})$ 为各节点消耗功率 $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{Q})$ 的贡献,相当于作一次纯辐射状的潮流计算,$\boldsymbol{P}_{I2}(\boldsymbol{Q}_{I2})$ 为连支支路功率 $\boldsymbol{P}_{Il}(\boldsymbol{Q}_{Il})$ 的贡献,现假定 $\boldsymbol{P}_{Il}$、$\boldsymbol{Q}_{Il}$ 已知。

由式(7)、(8)求解 $\boldsymbol{P}_{It}$ 和 $\boldsymbol{Q}_{It}$ 后,可基于式(4)和式(5)计算各支路的功率损耗,基于式(2)和式(3)求各支路的电压损失 dU 和相角差 $d\alpha$。

令电源节点(参考节点)电压幅值为 U_0,各节点电压幅值向量为 $\boldsymbol{U}_n$($N\times1$ 阶),并定义 $d\boldsymbol{U}_t=[dU_1,dU_2,\cdots,dU_N]^T$,可知任一节点 k 与电源节点的电压幅值差等于从此节点开始沿着该节点的道路到达电源节点所经支路的电压损失之和[13],则有:

$$U_{nk}=U_0-\boldsymbol{T}_{tk}d\boldsymbol{U}_t\quad k=1,2,\cdots,N\tag{9}$$

其中,$\boldsymbol{T}_{tk}$ 为 $\boldsymbol{T}_t$ 中节点 k 对应的行向量(道路向量)。

同理,令电源节点(参考节点)电压相位为 0,各节点电压相位向量为 $\boldsymbol{\alpha}_n$($N\times1$ 阶),并定义 $d\boldsymbol{\alpha}_t=[d\alpha_1,$

$\mathrm{d}\alpha_2,\cdots,\mathrm{d}\alpha_N]^{\mathrm{T}}$，则有：

$$\alpha_{\mathrm{n}k}=-\boldsymbol{T}_{\mathrm{t}k}\mathrm{d}\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{t}}\quad k=1,2,\cdots,N \tag{10}$$

可得潮流计算步骤如下。

步骤 1：数据准备，设定初始值，各节点电压幅值设置为电源电压，各支路功率损耗为 0。

步骤 2：计算 $\boldsymbol{P}$、$\boldsymbol{Q}$，利用式(7)、(8)求解 $\boldsymbol{P}_{\mathrm{lt}}$ 和 $\boldsymbol{Q}_{\mathrm{lt}}$。

步骤 3：由式(4)、(5)计算各支路的功率损耗 $\mathrm{d}P$ 和 $\mathrm{d}Q$，由式(2)、(3)求各支路的电压损失 $\mathrm{d}U$ 和相角差 $\mathrm{d}\alpha$。

步骤 4：基于式(9)计算 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{n}}$，判断各节点前后 2 次迭代计算的电压幅值之差是否满足精度要求，不满足转步骤 2；否则结束迭代，转步骤 5。

步骤 5：基于式(10)计算各节点电压相角。

其中的关键是求解 $\boldsymbol{P}_{\mathrm{l}l}$ 和 $\boldsymbol{Q}_{\mathrm{l}l}$。文献[14]采用了一种近似计算，但在处理环网数较多的情况下，精度会受到影响且收敛性变差，需要重新考虑 $\boldsymbol{P}_{\mathrm{l}l}$ 和 $\boldsymbol{Q}_{\mathrm{l}l}$ 的求解。

3　连支支路功率计算

本文统一考虑连支支路功率、多平衡节点(Slack)和多 PV 节点。一个简单的网络结构图如图 3 所示，除电源节点外，增加了一个 PV 节点，图中虚线为人为增加的虚拟联络线，实际网络中并不存在。

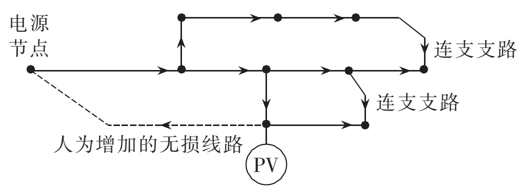


图 3　简单配电网络结构图

Fig.3　Structure of simple distribution network

3.1　连支支路功率计算

设定连支支路电压损失和相角差向量分别为 $\mathrm{d}\boldsymbol{U}_l=[\mathrm{d}U_{l1},\mathrm{d}U_{l2},\cdots,\mathrm{d}U_{lm}]^{\mathrm{T}}$ 和 $\mathrm{d}\boldsymbol{\alpha}_l=[\mathrm{d}\alpha_{l1},\mathrm{d}\alpha_{l2},\cdots,\mathrm{d}\alpha_{lm}]^{\mathrm{T}}$，基于基尔霍夫电压定律有：

$$\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}\mathrm{d}\boldsymbol{U}_{\mathrm{t}}+\mathrm{d}\boldsymbol{U}_l=0 \tag{11}$$

$$\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}\mathrm{d}\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{t}}+\mathrm{d}\boldsymbol{\alpha}_l=0 \tag{12}$$

考虑式(2)、(3)，针对第 k 条支路，可推导如下公式成立：

$$\mathrm{d}U_k=\frac{R_k(2P_{\mathrm{i}k}-\mathrm{d}P_{\mathrm{i}k})+X_k(2Q_{\mathrm{i}k}-\mathrm{d}Q_{\mathrm{i}k})}{U_{\mathrm{i}k}+U_{\mathrm{o}k}}=\frac{2R_k}{U_{\mathrm{i}k}+U_{\mathrm{o}k}}P_{\mathrm{i}k}+\frac{2X_k}{U_{\mathrm{i}k}+U_{\mathrm{o}k}}Q_{\mathrm{i}k}-\frac{R_k\mathrm{d}P_{\mathrm{i}k}+X_k\mathrm{d}Q_{\mathrm{i}k}}{U_{\mathrm{i}k}+U_{\mathrm{o}k}}=\gamma_{Pk}P_{\mathrm{i}k}+\gamma_{Qk}Q_{\mathrm{i}k}-\gamma_{Ck} \tag{13}$$

$$\mathrm{d}\alpha_k\approx\frac{X_k(2P_{\mathrm{i}k}-\mathrm{d}P_{\mathrm{i}k})-R_k(2Q_{\mathrm{i}k}-\mathrm{d}Q_{\mathrm{i}k})}{2U_{\mathrm{i}k}U_{\mathrm{o}k}}=\frac{X_k}{U_{\mathrm{i}k}U_{\mathrm{o}k}}P_{\mathrm{i}k}-\frac{R_k}{U_{\mathrm{i}k}+U_{\mathrm{o}k}}Q_{\mathrm{i}k}-\frac{X_k\mathrm{d}P_{\mathrm{i}k}-R_k\mathrm{d}Q_{\mathrm{i}k}}{2U_{\mathrm{i}k}U_{\mathrm{o}k}}=\lambda_{Pk}P_{\mathrm{i}k}-\lambda_{Qk}Q_{\mathrm{i}k}-\lambda_{Ck} \tag{14}$$

其中，$k=1,2,\cdots,N+m$；$\gamma_{Pk}=\dfrac{2R_k}{U_{\mathrm{i}k}+U_{\mathrm{o}k}}$；$\gamma_{Qk}=\dfrac{2X_k}{U_{\mathrm{i}k}+U_{\mathrm{o}k}}$；$\gamma_{Ck}=\dfrac{R_k\mathrm{d}P_{\mathrm{i}k}+X_k\mathrm{d}Q_{\mathrm{i}k}}{U_{\mathrm{i}k}+U_{\mathrm{o}k}}$；$\lambda_{Pk}=\dfrac{X_k}{U_{\mathrm{i}k}U_{\mathrm{o}k}}$；$\lambda_{Qk}=\dfrac{R_k}{U_{\mathrm{i}k}U_{\mathrm{o}k}}$；$\lambda_{Ck}=\dfrac{X_k\mathrm{d}P_{\mathrm{i}k}-R_k\mathrm{d}Q_{\mathrm{i}k}}{2U_{\mathrm{i}k}U_{\mathrm{o}k}}$。

定义：

$$\boldsymbol{\gamma}_P=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\gamma}_{P\mathrm{t}} & \\ & \boldsymbol{\gamma}_{Pl}\end{bmatrix}=\mathrm{diag}(\gamma_{P1},\gamma_{P2},\cdots,\gamma_{P(N+m)})$$

$$\boldsymbol{\gamma}_Q=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\gamma}_{Q\mathrm{t}} & \\ & \boldsymbol{\gamma}_{Ql}\end{bmatrix}=\mathrm{diag}(\gamma_{Q1},\gamma_{Q2},\cdots,\gamma_{Q(N+m)})$$

$$\boldsymbol{\gamma}_C=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\gamma}_{C\mathrm{t}}\\ \boldsymbol{\gamma}_{Cl}\end{bmatrix}=[\gamma_{C1},\gamma_{C2},\cdots,\gamma_{C(N+m)}]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\lambda}_P=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\lambda}_{P\mathrm{t}} & \\ & \boldsymbol{\lambda}_{Pl}\end{bmatrix}=\mathrm{diag}(\lambda_{P1},\lambda_{P2},\cdots,\lambda_{P(N+m)})$$

$$\boldsymbol{\lambda}_Q=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\lambda}_{Q\mathrm{t}} & \\ & \boldsymbol{\lambda}_{Ql}\end{bmatrix}=\mathrm{diag}(\lambda_{Q1},\lambda_{Q2},\cdots,\lambda_{Q(N+m)})$$

$$\boldsymbol{\lambda}_C=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\lambda}_{C\mathrm{t}}\\ \boldsymbol{\lambda}_{Cl}\end{bmatrix}=[\lambda_{C1},\lambda_{C2},\cdots,\lambda_{C(N+m)}]^{\mathrm{T}}$$

代入式(11)和式(12)，可推导得到如下基于矩阵和向量的等式：

$$\mathrm{d}\boldsymbol{U}_l=\boldsymbol{\gamma}_{Pl}\boldsymbol{P}_{\mathrm{l}l}+\boldsymbol{\gamma}_{Ql}\boldsymbol{Q}_{\mathrm{l}l}-\boldsymbol{\gamma}_{Cl}=-\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}\mathrm{d}\boldsymbol{U}_{\mathrm{t}}=-\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}[\boldsymbol{\gamma}_{P\mathrm{t}}(\boldsymbol{T}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{\mathrm{l}l})+\boldsymbol{\gamma}_{Q\mathrm{t}}(\boldsymbol{T}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\mathrm{l}l})-\boldsymbol{\gamma}_{C\mathrm{t}}] \tag{15}$$

$$\mathrm{d}\boldsymbol{\alpha}_l=\boldsymbol{\lambda}_{Pl}\boldsymbol{P}_{\mathrm{l}l}-\boldsymbol{\lambda}_{Ql}\boldsymbol{Q}_{\mathrm{l}l}-\boldsymbol{\lambda}_{Cl}=-\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}\mathrm{d}\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{t}}=-\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}[\boldsymbol{\lambda}_{P\mathrm{t}}(\boldsymbol{T}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{\mathrm{l}l})-\boldsymbol{\lambda}_{Q\mathrm{t}}(\boldsymbol{T}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\mathrm{l}l})-\boldsymbol{\lambda}_{C\mathrm{t}}] \tag{16}$$

整理可得：

$$(\boldsymbol{\gamma}_{Pl}+\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}\boldsymbol{\gamma}_{P\mathrm{t}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}})\boldsymbol{P}_{\mathrm{l}l}+(\boldsymbol{\gamma}_{Ql}+\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}\boldsymbol{\gamma}_{Q\mathrm{t}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}})\boldsymbol{Q}_{\mathrm{l}l}=-\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}(\boldsymbol{\gamma}_{P\mathrm{t}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{\gamma}_{Q\mathrm{t}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{\gamma}_{C\mathrm{t}})+\boldsymbol{\gamma}_{Cl}=-\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}\boldsymbol{S}_{\mathrm{t}}'+\boldsymbol{\gamma}_{Cl} \tag{17}$$

$$(\boldsymbol{\lambda}_{Pl}+\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}\boldsymbol{\lambda}_{P\mathrm{t}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}})\boldsymbol{P}_{\mathrm{l}l}-(\boldsymbol{\lambda}_{Ql}+\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}\boldsymbol{\lambda}_{Q\mathrm{t}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}})\boldsymbol{Q}_{\mathrm{l}l}=-\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}(\boldsymbol{\lambda}_{P\mathrm{t}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}-\boldsymbol{\lambda}_{Q\mathrm{t}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{\lambda}_{C\mathrm{t}})+\boldsymbol{\lambda}_{Cl}=-\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}\boldsymbol{S}_{\mathrm{t}}''+\boldsymbol{\lambda}_{Cl} \tag{18}$$

令：

$$\boldsymbol{S}_{\mathrm{t}}'=\boldsymbol{\gamma}_{P\mathrm{t}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{\gamma}_{Q\mathrm{t}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{\gamma}_{C\mathrm{t}}$$

$$\boldsymbol{S}_{\mathrm{t}}''=\boldsymbol{\lambda}_{P\mathrm{t}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}-\boldsymbol{\lambda}_{Q\mathrm{t}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{\lambda}_{C\mathrm{t}}$$

$$\boldsymbol{R}'=\boldsymbol{\gamma}_{Pl}+\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}\boldsymbol{\gamma}_{P\mathrm{t}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{X}'=\boldsymbol{\gamma}_{Ql}+\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}\boldsymbol{\gamma}_{Q\mathrm{t}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{X}''=\boldsymbol{\lambda}_{Pl}+\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}\boldsymbol{\lambda}_{P\mathrm{t}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{R}''=\boldsymbol{\lambda}_{Ql}+\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}\boldsymbol{\lambda}_{Q\mathrm{t}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{b}'=-\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}\boldsymbol{S}_{\mathrm{t}}'+\boldsymbol{\gamma}_{Cl}$$

$$\boldsymbol{b}''=-\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}\boldsymbol{S}_{\mathrm{t}}''+\boldsymbol{\lambda}_{Cl}$$

则式(17)、(18)可简写为：

$$\begin{cases}\boldsymbol{X}''\boldsymbol{P}_{\mathrm{l}l}-\boldsymbol{R}''\boldsymbol{Q}_{\mathrm{l}l}=\boldsymbol{b}''\\ \boldsymbol{R}'\boldsymbol{P}_{\mathrm{l}l}+\boldsymbol{X}'\boldsymbol{Q}_{\mathrm{l}l}=\boldsymbol{b}'\end{cases} \tag{19}$$

用矩阵形式表示，可得到如下等式：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}' & \boldsymbol{X}'\\ \boldsymbol{X}'' & -\boldsymbol{R}''\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_{\mathrm{l}l}\\ \boldsymbol{Q}_{\mathrm{l}l}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{b}'\\ \boldsymbol{b}''\end{bmatrix} \tag{20}$$

对上式求逆即得到连支支路功率。

3.2 PV 节点处理

分布式发电加入配电网络后，除处理成 PQ 节点外，电网出现了新的节点类型，如 PV 节点。PV 节点较难处理，其电压幅值 U_{PV} 恒定，但相位不确定，输出有功功率 P_{IPV} 恒定，但是输出无功功率未知，需要根据实际系统的潮流分布来确定 PV 节点的注入无功功率，从而使其电压幅值保持不变。

对此，本文假定 PV 节点与电源节点(参考节点)存在一条联络线路(如图 3 所示，假定不存在其他环路)，这里相当于增加了 N_{PV} 个环路，所以可以采用上节介绍的连支支路功率计算的方法来计算其注入功率，各 PV 节点的电压幅值和有功功率为已知，令：

$$\mathrm{d}U_{PVk}=U_{PVk}-U_0 \quad k=1,2,\cdots,N_{PV} \tag{21}$$

假定系统中存在 N_{PV} 个 PV 节点，从道路矩阵 $\boldsymbol{T}_t$ 提取出 N_{PV} 个 PV 节点对应的道路向量并组成一个新的矩阵 $\boldsymbol{T}_{PV}$($N_{PV}\times N$ 阶)，且存在 N_{PV} 个 PV 节点注入有功功率向量 $\boldsymbol{P}_{IPV}$(元素为常数)，则式(15)依然成立，即：

$$\begin{aligned}\mathrm{d}\boldsymbol{U}_{PV}=-\boldsymbol{T}_{PV}\mathrm{d}\boldsymbol{U}_t=-\boldsymbol{T}_{PV}[\boldsymbol{\gamma}_{Pt}(\boldsymbol{T}_t^{T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{T}_{PV}^{T}\boldsymbol{P}_{IPV})+\\ \boldsymbol{\gamma}_{Qt}(\boldsymbol{T}_t^{T}\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{T}_{PV}^{T}\boldsymbol{Q}_{IPV})-\boldsymbol{\gamma}_{Ct}]\end{aligned}$$

可推导得：

$$\begin{aligned}(\boldsymbol{T}_{PV}\boldsymbol{\gamma}_{Qt}\boldsymbol{T}_{PV}^{T})\boldsymbol{Q}_{IPV}=&-\boldsymbol{T}_{PV}(\boldsymbol{\gamma}_{Pt}\boldsymbol{T}_t^{T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{\gamma}_{Qt}\boldsymbol{T}_t^{T}\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{\gamma}_{Ct})=\\ &-\boldsymbol{T}_{PV}\boldsymbol{\gamma}_{Pt}\boldsymbol{T}_{PV}^{T}\boldsymbol{P}_{IPV}-\mathrm{d}\boldsymbol{U}_{PV}=\\ &-\boldsymbol{T}_{PV}\boldsymbol{S}_t'-\boldsymbol{T}_{PV}\boldsymbol{\gamma}_{Pt}\boldsymbol{T}_{PV}^{T}\boldsymbol{P}_{IPV}-\mathrm{d}\boldsymbol{U}_{PV}\end{aligned} \tag{22}$$

令 $\boldsymbol{X}_{PV}=\boldsymbol{T}_{PV}\boldsymbol{\gamma}_{Qt}\boldsymbol{T}_{PV}^{T}$，$\boldsymbol{b}_{PV}=-\boldsymbol{T}_{PV}\boldsymbol{S}_t'-\boldsymbol{T}_{PV}\boldsymbol{\gamma}_{Pt}\boldsymbol{T}_{PV}^{T}\boldsymbol{P}_{IPV}-\mathrm{d}\boldsymbol{U}_{PV}$，则有：

$$\boldsymbol{X}_{PV}\boldsymbol{Q}_{IPV}=\boldsymbol{b}_{PV} \tag{23}$$

当然，潮流计算中 PV 节点注入无功功率是有限额的，若计算结果超出限制，下次迭代计算时，该节点的无功功率注入量就设定为对应的限值量，并把该节点当作普通的 PQ 节点处理(相当于负荷，但消耗负功率)。

3.3 混合求解

当网络中同时存在环路和 PV 节点时，可以把 3.1 节和 3.2 节的结果组合在一起，实现混合求解。定义：

$$\boldsymbol{P}_{1l\Sigma}=\boldsymbol{P}_{1l},\ \boldsymbol{Q}_{1l\Sigma}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{Q}_{1l}\\ \boldsymbol{Q}_{IPV}\end{bmatrix},\ \boldsymbol{R}_{\Sigma}'=\boldsymbol{\gamma}_{Pl}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_t\\ \boldsymbol{T}_{PV}\end{bmatrix}\boldsymbol{\gamma}_{Pt}\boldsymbol{B}_t^{T}$$

$$\boldsymbol{R}_{\Sigma}''=\boldsymbol{\gamma}_{Ql}+\boldsymbol{B}_t\boldsymbol{\gamma}_{Qt}\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_t\\ \boldsymbol{T}_{PV}\end{bmatrix}^{T},\ \boldsymbol{X}_{\Sigma}'=\boldsymbol{\gamma}_{Ql}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_t\\ \boldsymbol{T}_{PV}\end{bmatrix}\boldsymbol{\gamma}_{Qt}\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_t\\ \boldsymbol{T}_{PV}\end{bmatrix}^{T}$$

$$\boldsymbol{X}_{\Sigma}''=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\lambda}_{Pl} & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_t\\ \boldsymbol{T}_{sl}\end{bmatrix}\boldsymbol{\lambda}_{Pt}\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_t\\ \boldsymbol{T}_{sl}\end{bmatrix}^{T}$$

$$\boldsymbol{b}_{\Sigma}'=-\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_t\\ \boldsymbol{T}_{PV}\end{bmatrix}\boldsymbol{S}_{tn}'+\begin{bmatrix}\boldsymbol{\gamma}_{Cl}\\ -\mathrm{d}\boldsymbol{U}_{PV}\end{bmatrix},\ \boldsymbol{b}_{\Sigma}''=-\boldsymbol{B}_t\boldsymbol{S}_{tn}''+\boldsymbol{\lambda}_{Cl}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{S}_{tn}'=&\boldsymbol{S}_t'+\boldsymbol{\gamma}_{Pt}\boldsymbol{T}_{PV}^{T}\boldsymbol{P}_{IPV}\boldsymbol{S}_t'=\\ &\boldsymbol{\gamma}_{Pt}(\boldsymbol{T}_t^{T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{T}_{PV}^{T}\boldsymbol{P}_{IPV})+\boldsymbol{\gamma}_{Qt}\boldsymbol{T}_t^{T}\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{\gamma}_{Ct}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{S}_{tn}''=&\boldsymbol{S}_t''+\boldsymbol{\lambda}_{Pt}\boldsymbol{T}_{PV}^{T}\boldsymbol{P}_{IPV}=\\ &\boldsymbol{\lambda}_{Pt}(\boldsymbol{T}_t^{T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{T}_{PV}^{T}\boldsymbol{P}_{IPV})-\boldsymbol{\lambda}_{Qt}\boldsymbol{T}_t^{T}\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{\lambda}_{Ct}\end{aligned}$$

则可以推导如下等式成立：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_{\Sigma}' & \boldsymbol{X}_{\Sigma}'\\ \boldsymbol{X}_{\Sigma}'' & -\boldsymbol{R}_{\Sigma}''\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_{1l\Sigma}\\ \boldsymbol{Q}_{1l\Sigma}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{b}_{\Sigma}'\\ \boldsymbol{b}_{\Sigma}''\end{bmatrix}$$

则有：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_{1l\Sigma}\\ \boldsymbol{Q}_{1l\Sigma}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_{\Sigma}' & \boldsymbol{X}_{\Sigma}'\\ \boldsymbol{X}_{\Sigma}'' & -\boldsymbol{R}_{\Sigma}''\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\boldsymbol{b}_{\Sigma}'\\ \boldsymbol{b}_{\Sigma}''\end{bmatrix} \tag{24}$$

对上式求逆计算可得到 $\boldsymbol{P}_{1l\Sigma}$ 和 $\boldsymbol{Q}_{1l\Sigma}$，然后可得：

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{P}_{1t}=\boldsymbol{T}_t^{T}\boldsymbol{P}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_t\\ \boldsymbol{T}_{sl}\\ \boldsymbol{T}_{PV}\end{bmatrix}^{T}\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_{1l\Sigma}\\ \boldsymbol{P}_{IPV}\end{bmatrix}\\ &\boldsymbol{Q}_{1t}=\boldsymbol{A}_t^{-1}\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{A}_t^{-1}\boldsymbol{A}_l\boldsymbol{Q}_{1l}=\boldsymbol{T}_t^{T}\boldsymbol{Q}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_t\\ \boldsymbol{T}_{sl}\\ \boldsymbol{T}_{PV}\end{bmatrix}^{T}\boldsymbol{Q}_{1l\Sigma}\end{aligned} \tag{25}$$

3.4 系统矩阵的简化

前面求解公式中系数矩阵计算使用了上次潮流计算的电压结果，所以不是常数矩阵，则每次迭代求解都需要求逆矩阵，计算量大。但在实际中，如果配电网运行在一个比较好的电压状态，则每个节点的电压偏离额定电压值很小，所以可考虑在计算系数矩阵时令 $U_{ik}\approx U_{ok}\approx 1$，代入前面公式中，可以得到 $\gamma_{Pk}\approx\lambda_{Qk}\approx R_k$ 和 $\gamma_{Qk}\approx\lambda_{Pk}\approx X_k$，则各系数矩阵都变成了常数矩阵。令 $\boldsymbol{R}_t=\mathrm{diag}(R_{t1},R_{t2},\cdots,R_{tN})$ 和 $\boldsymbol{R}_l=\mathrm{diag}(R_{l1},R_{l2},\cdots,R_{lm})$ 分别为树支支路和连支支路对应的电阻对角阵，$\boldsymbol{X}_t=\mathrm{diag}(X_{t1},X_{t2},\cdots,X_{tN})$ 和 $\boldsymbol{X}_l=\mathrm{diag}(X_{l1},X_{l2},\cdots,X_{lm})$ 分别为树支支路和连支支路对应的电抗对角阵，则存在：$\boldsymbol{R}'=\boldsymbol{R}''=\boldsymbol{R}_l+\boldsymbol{B}_t\boldsymbol{R}_t\boldsymbol{B}_t^{T}$，$\boldsymbol{X}'=\boldsymbol{X}''=\boldsymbol{X}_l+\boldsymbol{B}_t\boldsymbol{X}_t\boldsymbol{B}_t^{T}$，$\boldsymbol{X}_{PV}=\boldsymbol{T}_{PV}\boldsymbol{X}_t\boldsymbol{T}_{PV}^{T}$，即全部变成了常数阵。

另外，针对式(25)，其系数矩阵也转化为常数阵，即：

$$\boldsymbol{R}_{\Sigma}'=\boldsymbol{R}_l+\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_t\\ \boldsymbol{T}_{PV}\end{bmatrix}\boldsymbol{R}_t\boldsymbol{B}_t^{T}=\boldsymbol{R}_{\Sigma con}'$$

$$\boldsymbol{R}_{\Sigma}''=\boldsymbol{R}_l+\boldsymbol{B}_t\boldsymbol{R}_t\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_t\\ \boldsymbol{T}_{PV}\end{bmatrix}^{T}=\boldsymbol{R}_{\Sigma con}''=(\boldsymbol{R}_{\Sigma con}')^{T}$$

$$\boldsymbol{X}_{\Sigma}'=\boldsymbol{X}_l+\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_t\\ \boldsymbol{T}_{PV}\end{bmatrix}\boldsymbol{X}_t\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_t\\ \boldsymbol{T}_{PV}\end{bmatrix}^{T}=\boldsymbol{X}_{\Sigma con}'$$

$$\boldsymbol{X}_{\Sigma}''=\boldsymbol{X}_l+\boldsymbol{B}_t\boldsymbol{X}_t\boldsymbol{B}_t^{T}=\boldsymbol{X}_{\Sigma con}''$$

要注意的是，每次迭代时仍需计算 $\boldsymbol{b}'$、$\boldsymbol{b}''$、$\boldsymbol{b}_{PV}$、$\boldsymbol{b}_{\Sigma}'$ 和 $\boldsymbol{b}_{\Sigma}''$，不过此时存在：

$$\gamma_{Ck}=\frac{R_k\mathrm{d}P_{ik}+X_k\mathrm{d}Q_{ik}}{2},\quad \lambda_{Ck}=\frac{X_k\mathrm{d}P_{ik}-R_k\mathrm{d}Q_{ik}}{2}$$

$$\boldsymbol{S}_t'=\boldsymbol{R}_t(\boldsymbol{T}_t^{T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{T}_{PV}^{T}\boldsymbol{P}_{IPV})+\boldsymbol{X}_t\boldsymbol{T}_t^{T}\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{\gamma}_{Ct}$$

$$\boldsymbol{S}_t''=\boldsymbol{R}_t(\boldsymbol{T}_t^{T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{T}_{PV}^{T}\boldsymbol{P}_{IPV})-\boldsymbol{X}_t\boldsymbol{T}_t^{T}\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{\lambda}_{Ct}$$

4 算例分析

4.1 在良好电压状态下算法的精度和效率分析

选择一个 33 母线、5 个环路的配电网络(见图 4)

和一个 69 母线、5 个环路的配电网络(见图 5)进行对比分析[21]。如表 1 所示,都选择 6 种情况进行计算。本文算法中所有节点的初始电压值都设定为电源电压 U_0,初始支路功率损耗设定为 0。

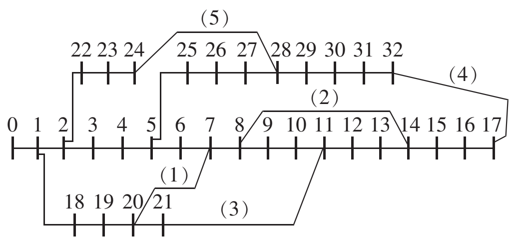


图 4　33 母线系统

Fig.4　33-bus system

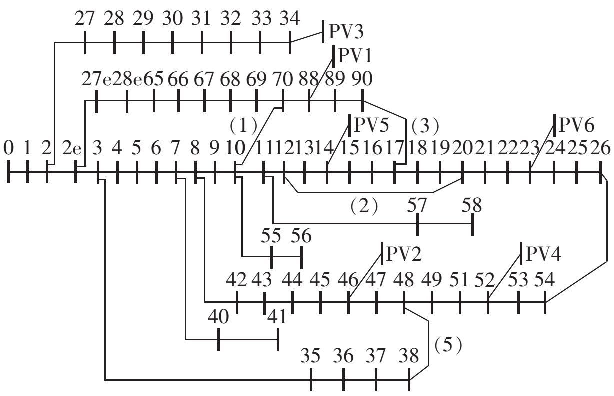


图 5　69 母线系统

Fig.5　69-bus system

表 1　不同系统配置方式

Table 1　Different configuration schemes

编号	闭合环路	编号	闭合环路
0	没有环路	3	环路 1–3
1	环路 1	4	环路 1–4
2	环路 1–2	5	环路 1–5

分别采用改进牛拉法、回路分析法(见文献[10])、本文混合算法(非常数系数矩阵,见 3.3 节)、本文简化算法(常数系数矩阵,见 3.4 节)4 种方法进行计算,取 2 次相邻迭代计算的各节点电压幅值(标幺值)绝对值差最大值为收敛判据,收敛精度为 10^{-6}(下同),针对 33 母线系统闭合环路 1–5(系统配置方式编号为 5)的情况,收敛后的计算结果见表 2。

表 2　针对 33 母线系统在闭合环路 1–5 时收敛后的计算结果

Table 2　Calculative results of 33-bus system with Loop 1-5 closed

节点	节点电压幅值			
	改进牛拉法	回路分析法	本文混合算法	本文简化算法
1	0.997 092	0.997 092	0.997 092	0.997 092
2	0.986 238	0.986 238	0.986 238	0.986 236
3	0.982 551	0.982 551	0.982 551	0.982 548
4	0.979 100	0.979 100	0.979 100	0.979 097
5	0.971 050	0.971 050	0.971 050	0.971 046
6	0.970 077	0.970 077	0.970 077	0.970 075
7	0.968 956	0.968 956	0.968 956	0.968 953
8	0.965 663	0.965 663	0.965 663	0.965 660
9	0.965 234	0.965 234	0.965 234	0.965 231
10	0.965 234	0.965 234	0.965 234	0.965 230
11	0.965 365	0.965 365	0.965 365	0.965 362
12	0.961 966	0.961 966	0.961 966	0.961 963
13	0.960 760	0.960 760	0.960 760	0.960 757
14	0.960 406	0.960 406	0.960 406	0.960 403
15	0.958 598	0.958 598	0.958 598	0.958 596
16	0.955 067	0.955 067	0.955 067	0.955 061
17	0.953 959	0.953 959	0.953 959	0.953 954
18	0.995 332	0.995 332	0.995 332	0.995 331
19	0.980 742	0.980 742	0.980 742	0.980 742
20	0.976 657	0.976 657	0.976 657	0.976 655
21	0.972 928	0.972 928	0.972 928	0.972 924
22	0.980 736	0.980 736	0.980 736	0.980 733
23	0.970 003	0.970 003	0.970 003	0.969 999
24	0.962 650	0.962 650	0.962 650	0.962 645
25	0.970 051	0.970 051	0.970 051	0.970 047
26	0.968 786	0.968 786	0.968 786	0.968 781
27	0.963 629	0.963 629	0.963 629	0.963 624
28	0.960 136	0.960 136	0.960 136	0.960 131
29	0.956 945	0.956 945	0.956 945	0.956 938
30	0.953 827	0.953 827	0.953 827	0.953 820
31	0.953 280	0.953 280	0.953 280	0.953 273
32	0.953 498	0.953 498	0.953 498	0.953 493

从表 2 可见,改进牛拉法、回路分析法[10]和本文混合算法计算的结果完全一致,针对其他网络配置及 69 母线系统有相同的结论。牛拉法和回路分析法已被广泛认可并在商业中得到广泛应用,故可验证本文的算法计算结果的准确性。以回路分析法计算结果作为基准,从表 2 可以看出,采用本文简化算法计算结果存在误差,针对表 1 的网络配置情况,采用本文简化算法的计算结果与回路分析法的计算结果的最大偏差见表 3。从表 3 可见,最大的电压幅值偏差是 0.000 018 p.u.,误差很小,可忽略不计,可满足良好电压状况下潮流计算的精度要求。与文献[14]的计算结果相比,其最大偏差是 0.0014 p.u.,本文简化算法的计算结果精度提高了近 80 倍。

为了进一步验证算法的有效性,增加采用文献[18]的算法来对比分析。针对前述的 33 母线系统和 69 母线系统采用不同的潮流算法的进行求解,在不同回路投入情况下 2 个测试系统的收敛迭代次数和计算时间对比结果见表 4 和表 5。

从表 4 和表 5 可见,4 种方法迭代次数相近。由于 4 种算法本质上都是基于回路分析法推导出来的,所以随着系统回路数的增加,算法的迭代次数不会增加甚至会减少。

但从表中结果看,4 种算法的计算时间仍有很大差异,除了放射性网络配置(系统配置方式编号为 0)外,本文简化算法的计算时间最少,接下来依次是文献[18]算法、回路分析法和本文混合算法。相比回路分析分法,文献[18]算法与本文简化算法由于

采用功率流为变量,且未实数运算,所以有更快的计算速度和效率。存在环路时,本文混合算法由于系数矩阵是非常数矩阵,所以每次迭代时都需要对系数矩阵求逆,因此用时最多。本文简化算法为常系数矩阵,所以可迭代前求出可逆矩阵,不存在此问题,且相比文献[18]算法,其连支支路功率是直接求解的,所以环路增加时,本文简化算法不但提高了计算结果的准确度,且计算时间也大幅降低。

表3 不同网络配置下采用本文简化算法计算结果最大偏差

Table 3 Maximum calculation deviation of proposed simplified method for different configuration schemes

系统配置方式	最大电压幅值偏差		系统配置方式	最大电压幅值偏差	
	33母线系统	69母线系统		33母线系统	69母线系统
0	0	0	3	7×10^{-6}	8×10^{-6}
1	7×10^{-6}	7×10^{-6}	4	1.2×10^{-5}	1.8×10^{-5}
2	7×10^{-6}	7×10^{-6}	5	7×10^{-6}	1.3×10^{-5}

表4 针对33母线系统的收敛特性对比

Table 4 Comparison of convergence performance for 33-bus system

系统配置方式	回路分析法		文献[18]算法		本文混合法		本文简化法	
	N_{iter}	t	N_{iter}	t	N_{iter}	t	N_{iter}	t
0	6	0.32	5	0.16	5	0.22	5	0.18
1	5	0.56	4	0.36	4	0.93	4	0.32
2	5	0.63	4	0.44	4	1.08	4	0.30
3	5	0.73	4	0.54	4	1.18	4	0.29
4	5	0.85	4	0.64	5	1.46	5	0.35
5	5	0.98	4	0.72	5	1.61	5	0.36

注:N_{iter}为迭代次数;t为计算时间,单位ms;后同。

表5 针对69母线系统的收敛特性对比

Table 5 Comparison of convergence performance for 69-bus system

系统配置方式	回路分析法		文献[18]算法		本文混合法		本文简化法	
	N_{iter}	t	N_{iter}	t	N_{iter}	t	N_{iter}	t
0	6	0.67	5	0.35	5	0.53	5	0.39
1	6	1.19	5	0.74	5	1.77	5	0.71
2	6	1.31	5	0.86	5	2.19	5	0.63
3	6	1.51	5	1.01	5	2.44	5	0.65
4	5	1.46	4	0.95	4	2.01	4	0.59
5	5	1.63	4	1.02	5	2.36	5	0.65

另外选择一个实际的110节点、9条连支支路的配电系统进一步测试本文的算法特性,该系统线路较长,负荷分布不均匀,个别线路负荷较轻。同样采用上述4种算法进行求解,由计算结果可见,4种算法的收敛特性相似,回路分析法迭代次数略多,而针对计算时间而言,与上面结论相似,本文简化算法的计算时间最少,接下来依次是文献[18]算法、回路分析法和本文混合算法。同样以回路分析法计算结果作为基准,针对投入9个回路的配置,采用本文混合算法与回路法计算结果一致,而采用文献[18]算法的最大电压幅值误差为0.01073 p.u.,本文简化算法的最大电压幅值误差完全可以忽略不计(误差绝对值小于10^{-5} p.u.),进一步表明本文简化算法具有很高的计算精度。

从上面的分析可知,在系统运行良好的情况下,本文简化算法有更高的计算效率,计算精度也完全能满足实际工程需求。

4.2 考虑PV节点后算法特性分析

为了验证本文算法处理PV节点的能力,在69母线系统中增加了6个PV节点,见图5,其额定输出有功功率依次为200 kW、300 kW、250 kW、300 kW、200 kW和250 kW。设定每个PV节点输出的无功功率上下限分别为正的和负的有功功率值大小(单位为kvar)。潮流计算收敛判据同上,采用文献[18]处理PV节点的算法及本文算法计算, 选择6种网络配置(见表6)来对比分析。

表6 考虑PV节点后69母线系统配置

Table 6 Different configuration schemes of 69-bus system with PV nodes

系统配置方式	闭合环路	投入PV节点	系统配置方式	闭合环路	投入PV节点
1	无	PV1—3	4	环路1和4	PV1—6
2	无	PV1—6	5	环路1–5	PV1—3
3	环路1和4	PV1—3	6	环路1–5	PV1—6

各种情况下的计算性能见表7,从表中可见,本文中的2种算法有更好的收敛特性,且本文简化算法有最少的计算时间。潮流计算收敛好,相应的各节点输出的无功功率见表8。从表中可见,除了个别

表7 考虑PV节点后69母线系统在不同配置下收敛特性对比

Table 7 Comparison of convergence performance for 69-bus system with PV nodes

系统配置方式	文献[18]算法		本文混合法		本文简化法	
	N_{iter}	t	N_{iter}	t	N_{iter}	t
1	6	0.60	5	1.50	5	0.45
2	6	0.55	4	1.56	4	0.44
3	5	0.93	5	2.71	4	0.85
4	8	1.45	4	3.80	5	0.90
5	5	1.30	5	3.92	5	1.13
6	5	1.35	5	3.80	5	1.07

表8 应用3种算法求解PV节点无功功率输出的计算结果

Table 8 Calculated reactive outputs of PV nodes by three algorithms

系统配置方式	PV节点	输出无功功率/kvar		
		文献[18]算法	本文混合法	本文简化法
1	PV1	4.2	−2.6	−2.6
	PV2	300	300	300
	PV3	250	250	250
4	PV1	200	200	200
	PV2	300	300	300
	PV3	250	196.4	196.1
	PV4	300	300	300
	PV5	−200	−200	−200
	PV6	150.7	−72.9	−72.9

节点外,3 种算法的计算结果基本一致,但一些 PV 节点计算无功功率输出越限,所以输出无功功率设置为其限值,下一次迭代时,该 PV 节点就转化为 PQ 节点处理。当然本文简化算法与混合算法本质上相同的,所以二者计算结果基本相同。

5 结论

本文推导了一种有效、稳定的配电网潮流算法及其简化算法,该算法可以基于混合矩阵形式把连支支路、多平衡节点和 PV 节点统一集中处理。本文混合算法与牛拉法、回路分析法的计算结果一致,其简化后的算法计算结果虽然有误差,但误差很小,完全能满足工程实际需求。本文的简化算法由于具有常系数矩阵,所以计算速度最快,相关的算例验证了这些结论。

本文算法本质上仍是基于回路法推导的,所以有很强的处理回路的能力。而与现在成熟主流的算法如牛拉法、前推回代法、回路分析法等相比,本文简化算法更简单、高效,可以很容易地应用到最优潮流、概率潮流、规划配置等供配电系统的问题求解中,为处理含有分布式电源和多环网的电力网络提供了一种新的选择。

参考文献:

[1] CHEN T H,CHEN M S,HWANG K J,et al. Distribution system power flow analysis:a rigid approach[J]. IEEE Transactions on Power Delivery,1991,6(3):1146-1152.

[2] THUKARAM D,BANDA H M W,JEROME J. A robust three-phase power flow algorithm for radial distribution systems[J]. Electric Power Systems Research,1999,50(3):227-236.

[3] ZIMMERMAN R D,CHIANG H D. Fast decoupled power flow for unbalanced radial distribution systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems,1995,10(4):2045-2051.

[4] CHANG G W,CHU S Y,WANG H L. An improved backward/forward sweep load flow algorithm for radial distribution systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems,2007,22(2):882-884.

[5] KEYHANI A,ABUR A,HAO S. Evaluation of power flow techniques for personal computers[J]. IEEE Transactions on Power Systems,1989,4(2):817-826.

[6] SHIRMOHAMMADI D,HONG H W,SEMLYEN A,et al. A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks[J]. IEEE Transactions on Power Systems,1988,3(2):753-761.

[7] 孙健,江道灼,刘志华. 基于前推回代的配电网潮流改进算法[J]. 电力自动化设备,2004,24(3):81-84.
SUN Jian,JIANG Daozhuo,LIU Zhihua. Modified power flow algorithm of distribution network based on forward/backward sweep method[J]. Electric Power Automation Equipment,2004,24(3):81-84.

[8] CHANG G W,CHU S Y,WANG H L. An improved backward/forward sweep load flow algorithm for radial distribution systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems,2007,22(2):882-884.

[9] 李红伟,王敬章,张安安. 一种含分布式发电系统的三相配电网潮流直接算法[J]. 电力自动化设备,2012,32(1):67-71.
LI Hongwei,WANG Jingzhang,ZHANG Anan. Direct algorithm of three-phase power flow for radial distribution network with DGs[J]. Electric Power Automation Equipment,2012,32(1):67-71.

[10] WU W C,ZHANG B M. A three-phase power flow algorithm for distribution system power flow based on loop-analysis method[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems,2008,30(1):18-15.

[11] 车仁飞,李仁俊. 一种少环配电网三相潮流计算新方法[J]. 中国电机工程学报,2003,23(1):74-79.
CHE Renfei,LI Renjun. A new less loop three-phase distribution network power flow calculation method[J]. Proceedings of the CSEE,2003,23(1):74-79.

[12] TENG J H. A direct approach for distribution system load flow solutions[J]. IEEE Transactions on Power Delivery,2003,18(3):882-887.

[13] 李红伟,张安安. 含 PV 型分布式电源的弱环配电网三相潮流计算[J]. 中国电机工程学报,2012,32(4):128-135.
LI Hongwei,ZHANG Anan. With PV type weak ring distribution network of distributed power supply three phase power flow calculation[J]. Proceedings of the CSEE,2012,32(4):128-135.

[14] 杨雄,卫志农,孙国强,等. 含分布式电源的配电网三相解耦潮流计算方法[J]. 电力自动化设备,2014,34(3):99-107.
YANG Xiong,WEI Zhinong,SUN Guoqiang,et al. Decoupled three-phase power flow calculation for distribution network with DGs[J]. Electric Power Automation Equipment,2014,34(3):99-107.

[15] 王守相,张颖,韩亮. 配电系统三相不确定谐波潮流的复仿射计算方法[J]. 电力系统自动化,2015,39(7):41-46.
WANG Shouxiang,ZHANG Ying,HAN Liang. A complex affine calculating method for three-phase uncertain harmonic power flow in distribution system[J]. Automation of Electric Power Systems,2015,39(7):41-46.

[16] 赵晋泉,范晓龙,高宗和,等. 含分布式电源的三相不平衡配电网连续潮流计算[J]. 电力系统自动化,2015,39(9):48-53.
ZHAO Jinquan,FAN Xiaolong,GAO Zonghe,et al. Continuation power flow calculation for unbalanced three-phase distribution networks with distributed generators[J]. Automation of Electric Power Systems,2015,39(9):48-53.

[17] YANG N C,TSENG W C. Adaptive three-phase power-flow solutions for smart grids with plug-in hybrid electric vehicles[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems,2015,64:1166-1175.

[18] LI Hongwei,ZHANG Anan,SHEN Xia,et al. A load flow method for weakly meshed distribution networks using powers as flow variables[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems,2014,58:291-299.

[19] CHEN T H,CHEN M S,INOUE T,et al. Three phase cogenerator and transformer models for distribution system analysis[J]. IEEE Transactions on Power Delivery,1991,6(4):1671-1681.

[20] 张伯明,陈寿孙,严正高,等. 电力网络分析[M]. 北京:清华大

(下转第 27 页 continued on page 27)

flow analysis of distribution network containing win d power generators[J]. Power System Technology,2006,30(21):38-42.
[22] 王成山,孙充勃,彭克,等. 微电网交直流混合潮流算法研究[J]. 中国电机工程学报,2013,33(4):8-15.
WANG Chengshan,SUN Chongbo,PENG Ke,et al. Study on AC-DC hybrid power flow algorithm for microgrid[J]. Proceedings of the CSEE,2013,33(4):8-15.
[23] 孙充勃. 含多种直流环节的智能配电网快速仿真与模拟关键技术研究[D]. 天津:天津大学,2015.
SUN Chongbo. Study on key technologies of fast simulation and modeling for smart distribution grid with multi-DC components[D]. Tianjin:Tianjin University,2015.

作者简介:

彭　克

彭　克(1983—),男,山东淄博人,博士,通信作者,研究方向为分布式发电系统仿真、交直流智能配电网等(**E-mail**:pkbest@tju.edu.cn);

张新慧(1962—),女,山东莱阳人,教授,博士,研究方向为智能配电网保护与控制(**E-mail**:zhxh626@126.com);

陈　羽(1974—),男,江苏溧阳人,博士,研究方向为智能配电网通信与自动化技术(**E-mail**:chenyukhl@hotmail.com)。

Power flow calculation algorithm for AC-DC hybrid distribution network with multi-terminal flexible interconnection

PENG Ke,ZHANG Xinhui,CHEN Yu
(College of Electrical and Electronic Engineering,Shandong University of Technology,Zibo 255000,China)

Abstract: An improved Zbus Gauss algorithm is proposed for the AC-DC hybrid distribution network with multi-terminal flexible interconnection under droop control. The DC voltage reference given by the droop control curve is adopted to solve the AC-DC power flow and determine the steady-state calculation point of active power,based on which,the DC voltage is updated according to the droop control curve and the updated steady-state calculation point of DC voltage is used to solve the AC-DC power flow until convergence. The improved IEEE 123-bus test system is applied to verify the validity and correctness of the proposed algorithm.

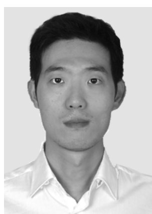
Key words: power flow calculation; AC-DC hybrid distribution network; droop control; constant voltage control; multi-terminal flexible interconnection

(上接第 21 页 continued from page 21)

学出版社,2007:12-14.
[21] 王守相,王成山. 现代配电系统分析[M]. 北京:高等教育出版社,2007:192-202.

作者简介:

金　勇(1978—),男,四川成都人,博士研究生,研究方向为电力系统、智能配电网与电力市场(**E-mail**:junkcity78@163.com);



金　勇

刘俊勇(1963—),男,四川成都人,教授,博士研究生导师,长期从事智能电网分析与运营控制、主动配电网运行与规划、电力信息网络安全等领域的研究(**E-mail**:liujy@scu.edu.cn);

李红伟(1977—),男,河南安阳人,副教授,博士,研究方向为配电自动化、智能控制等(**E-mail**:lhwmail@126.com)。

Hybrid power-flow calculation based on power flow for distribution network

JIN Yong[1,2],LIU Junyong[1],LI Hongwei[3],ZHANG Xi[1],DUAN Haoxiang[1]
(1. School of Electrical Engineering and Information,Sichuan University,Chengdu 610065,China;
2. Sichuan Electric Power Company of State Grid,Chengdu 610041,China;
3. School of Electrical Engineering and Information,Southwest Petroleum University,Chengdu 610500,China)

Abstract: Based on the relationship among branch power,branch power loss and node injection power,a power flow algorithm for weakly meshed distribution system is deduced,which establishes a hybrid matrix to simultaneously process the link branches,slack buses and PV nodes for simplifying the calculation. It takes the power-flow rather than the complex current phasor as the variable to calculate the reactive and active powers respectively. The calculative results for multiple cases prove that,with higher calculation efficiency,the calculation accuracy of the proposed method reaches those of the Newton-Raphson method and the loop theory based method. After simplification,the proposed method has even faster calculation speed and higher calculation accuracy.

Key words: distribution network; power flow; weakly meshed network; power variables; PV nodes; combined calculation