Givens 正交变换法状态估计中基于 VPAIR 消元的改进策略

刘 颖[1],童伟林[2],邹 宇[1],王建全[2],夏彦辉[1],肖谭南[2]

(1. 南京国电南自电网自动化有限公司,江苏 南京 211153;2. 浙江大学 电气工程学院,浙江 杭州 310027)

摘要: Givens 正交变换法是提高电力系统状态估计数值稳定性的有效方法,但是在变换过程中出现的大量非零注入元影响了其计算效率。按最小度原则的列编号排序和 VPAIR 逐列变转轴消元策略可以有效减少注入元数目。在上述消元策略的基础上,提出在消元过程中动态调整量测排序的改进策略。所提策略在选择合适旋转对进行 Givens 变换的同时,进行量测排序的动态优化,可以进一步减少注入元数目。将改进策略与 VPAIR 策略在不同规模仿真系统的仿真结果进行比较,表明所提改进策略具有更高的计算效率,能够更好地满足在线状态估计的要求。

关键词: 状态估计; 正交变换; Givens 旋转; 消元策略; 量测动态排序

中图分类号: TM 761 **文献标识码:** A DOI: 10.16081/j.issn.1006-6047.2017.10.025

0 引言

电力系统状态估计是能量管理系统(EMS)的重要组成部分,也是稳定控制、经济调度等其他电力系统应用的重要基础,在电网安全运行中承担着重要作用[1-2]。它利用实时测量系统的冗余度来提高数据精度,给出系统运行状态的估计值。

状态估计一般用非线性加权最小二乘法问题加以描述。正则方程法是早期状态估计的主要方法,包括加权最小二乘法、快速分解法等。但是,正则方程系数矩阵的条件数是量测雅可比矩阵条件数的平方,方程的病态性导致计算精度下降。在处理虚拟量测的情况下,方程病态问题更加突出。

对此,一类研究较多的方法是利用拉格朗日乘子法来处理等式约束[3],但是该方法存在信息矩阵不正定和计算量大的不足。Cholesky 分解法[4]能够提升算法的数值稳定性、克服信息矩阵不正定的情况,但计算效率仍然有待提高。使用修正牛顿法[5-7]处理等式约束计算简单,可以有效规避上述问题。

另一类研究方法则是利用正交变换法。正交变换法[8-9]是一种可以有效提高数值稳定性的计算方法,在电力系统状态估计中应用广泛。Givens 旋转法及 Household 镜像法是正交变换的 2 种主要方法。Household 镜像法适用于满矩阵的情况,而状态估计的加权雅可比矩阵一般比较稀疏,使用 Givens 正交变换法具有更高的效率。

在进行 Givens 正交变换过程中会产生大量的中间注入元素,增加了 Givens 旋转的次数和计算量,影响计算效率。选择合适的列编号顺序和消元策略,可以减少 Givens 正交变换的计算量。列编号顺序一般采用最小度原则,可以保证分解后矩阵的稀疏性。

而 Givens 正交变换的消元策略可分为逐行消元和逐列消元。早期的消元策略一般为逐行消元策略和定转轴逐列消元策略。而后续研究发现,变转轴逐列消元策略可以在很大程度上减少中间注入元素的数量,有效地改善算法的性能。文献[10]提出将最稀疏的一行作为固定转轴,其余行与转轴比较,按照注入元素的个数依次进行 Givens 旋转。文献[11]提出基于矩阵稀疏性的变转轴策略,选择最稀疏的 2 行进行 Givens 旋转。文献[12]提出基于最少注入元的 VPAIR 变转轴策略,选择产生中间注入元素最少的 2 行进行 Givens 旋转。文献[13]对几种策略进行了比较,证明采用最小度原则的列排序和 VPAIR 逐列变转轴策略是一种效率更高的方法。变转轴消元策略的正交变换法在状态估计中有广泛的应用[14-16]。

本文在 VPAIR 逐列变转轴策略的基础上,提出在其消元过程中动态调整量测排序的改进策略。与传统的策略相比,所提策略对量测排序进行了在线动态优化,可以进一步有效地减少注入元数量,提高计算效率。

1 正交变换法状态估计

状态估计用非线性加权最小二乘法问题描述如下:

$$\min\ J(\boldsymbol{x})=(\boldsymbol{z}-\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}))^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{z}-\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})) \tag{1}$$

其中,$\boldsymbol{x}$ 为 n 维状态向量;$\boldsymbol{z}$ 为 m 维量测向量;$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$ 为 m 维量测方程向量;$\boldsymbol{W}$ 为 $m\times m$ 阶量测权重矩阵(对角矩阵)。

对量测方程 $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$ 进行泰勒级数展开,取线性项,有:

收稿日期:2016-10-05;修回日期:2017-08-23

$$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_0)+\boldsymbol{H}\Delta\boldsymbol{x} \tag{2}$$

其中,$\boldsymbol{H}$ 为量测雅可比矩阵。将式(2)代入式(1)可得到:

$$\min\ J(\Delta\boldsymbol{x})=(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{H}\Delta\boldsymbol{x})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{H}\Delta\boldsymbol{x})=\|\boldsymbol{r}_{\mathrm{w}}-\boldsymbol{H}_{\mathrm{w}}\Delta\boldsymbol{x}\|_2 \tag{3}$$

其中,$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{z}-\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_0)$ 为 m 维量测残差向量;$\boldsymbol{r}_{\mathrm{w}}=\boldsymbol{W}^{1/2}\boldsymbol{r}$ 为 m 维加权量测残差向量;$\boldsymbol{H}_{\mathrm{w}}=\boldsymbol{W}^{1/2}\boldsymbol{H}$ 为 $m\times n$ 阶加权量测雅可比矩阵;$\|\cdot\|_2$ 为欧几里得范数。

假设存在 $m\times m$ 阶正交矩阵 $\boldsymbol{Q}$,使得式(4)、(5)成立,那么可得式(6)。

$$\boldsymbol{Q}\boldsymbol{H}_{\mathrm{w}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}\\ \boldsymbol{Z}\end{bmatrix} \tag{4}$$

$$\boldsymbol{Q}\boldsymbol{r}_{\mathrm{w}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{b}_1\\ \boldsymbol{b}_2\end{bmatrix} \tag{5}$$

$$J(\Delta\boldsymbol{x})=\|\boldsymbol{r}_{\mathrm{w}}-\boldsymbol{H}_{\mathrm{w}}\Delta\boldsymbol{x}\|_2=\|\boldsymbol{Q}\boldsymbol{r}_{\mathrm{w}}-\boldsymbol{Q}\boldsymbol{H}_{\mathrm{w}}\Delta\boldsymbol{x}\|_2=\left\|\begin{matrix}\boldsymbol{b}_1-\boldsymbol{R}\Delta\boldsymbol{x}\\ \boldsymbol{b}_2\end{matrix}\right\|_2=\|\boldsymbol{b}_1-\boldsymbol{R}\Delta\boldsymbol{x}\|_2+\|\boldsymbol{b}_2\|_2 \tag{6}$$

其中,$\boldsymbol{R}$ 为 $n\times n$ 阶上三角矩阵;$\boldsymbol{Z}$ 为 $(m-n)\times n$ 阶全零矩阵;$\boldsymbol{b}_1$ 为 n 维向量;$\boldsymbol{b}_2$ 为 $m-n$ 维向量。

由于范数大于或等于 0,当式(7)成立时,$J(\Delta\boldsymbol{x})$ 达到最小值 $\|\boldsymbol{b}_2\|_2$。

$$\boldsymbol{R}\Delta\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}_1 \tag{7}$$

因此,只需要构造矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 就可以变换出 $\boldsymbol{R}$ 和 $\boldsymbol{b}_1$,求解式(7)可以得到状态向量修正量 $\Delta\boldsymbol{x}$。矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 可以通过对 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{w}}$ 的 Givens 变换或者 Household 变换获得。

2　Givens 旋转

Givens 正交变换过程中每次 Givens 旋转仅消去 1 个非零元素,直到对角线左边没有非零元素为止。以第 i 行和第 j 行 2 行元素为例说明。

当对第 j 行第 k 列以第 i 行第 k 列为转轴进行 Givens 旋转时,第 i、j 行第 k 列左边的元素均为 0,以使第 j 行第 k 列的元素变为 0。初始的第 i、j 行元素如下:

$$\begin{matrix}0,\cdots,0,H_{\mathrm{w}ik},H_{\mathrm{w}ik+1},\cdots,H_{\mathrm{w}il},\cdots\\ 0,\cdots,0,H_{\mathrm{w}jk},H_{\mathrm{w}jk+1},\cdots,H_{\mathrm{w}jl},\cdots\end{matrix} \tag{8}$$

经过单次 Givens 变换,得到如下结果:

$$\begin{matrix}0,\cdots,0,H'_{\mathrm{w}ik},H'_{\mathrm{w}ik+1},\cdots,H'_{\mathrm{w}il},\cdots\\ 0,\cdots,0,H'_{\mathrm{w}jk},H'_{\mathrm{w}jk+1},\cdots,H'_{\mathrm{w}jl},\cdots\end{matrix} \tag{9}$$

Givens 变换推导后得到计算公式如下:

$$\begin{cases}H'_{\mathrm{w}il}=CH_{\mathrm{w}il}+SH_{\mathrm{w}jl}\\ H'_{\mathrm{w}jl}=-SH_{\mathrm{w}il}+CH_{\mathrm{w}jl}\end{cases}\quad l=k,k+1,\cdots,2n \tag{10}$$

$$C=\frac{H_{\mathrm{w}ik}}{\sqrt{H_{\mathrm{w}ik}^2+H_{\mathrm{w}jk}^2}},\ S=\frac{H_{\mathrm{w}jk}}{\sqrt{H_{\mathrm{w}ik}^2+H_{\mathrm{w}jk}^2}}$$

3　VPAIR 消元策略

VPAIR 消元策略是 Robey 提出的基于最少注入元的变转轴逐列消元策略,该策略经过大量算例验证,计算效率高,是目前被广泛采用的方法。其原则如下:

a. 检查是否存在结构完全一致(无中间注入元)的 2 行,若有则直接进行 Givens 旋转;

b. 计算所有旋转对产生的中间注入元个数,并对各旋转对产生注入元的个数进行比较,选择产生注入元个数最少的 2 行作为确定的旋转对进行 Givens 旋转;

c. 在中间注入元个数一样的情况下,选择最稀疏的 2 行作为旋转对进行 Givens 旋转。

下面通过简单的 4×3 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 来演示用 VPAIR 策略进行逐列变转轴 Givens 旋转的过程。原始矩阵 $\boldsymbol{A}$ 如式(11)所示。

$$\boldsymbol{A}=\begin{array}{c}①\\②\\③\\④\end{array}\begin{bmatrix} & & \times\\ \times & & \times\\ \times & \times & \times\\ \times & \times & \times\end{bmatrix} \tag{11}$$

其中,× 表示非零元素。

步骤 1:第 1 列共计有 $\mathrm{C}_4^2=6$ 个旋转对可供旋转。旋转对$[\boldsymbol{R}_3,\boldsymbol{R}_4]$无注入元,故选之进行变换,元素(4,1)被消去,所得结果如式(12)所示。

$$\boldsymbol{A}_1=\begin{array}{c}①\\②\\③\\④\end{array}\begin{bmatrix} & & \times\\ \times & & \times\\ \times & \times & \times\\ & \times & \times\end{bmatrix} \tag{12}$$

其中,$[\boldsymbol{R}_i,\boldsymbol{R}_j]$表示第 i 行、第 j 行组成的旋转对;(i,j)表示矩阵第 i 行第 j 列元素。

步骤 2:第 1 列有 3 个旋转对可供旋转,旋转对$[\boldsymbol{R}_1,\boldsymbol{R}_2]$和$[\boldsymbol{R}_2,\boldsymbol{R}_3]$均只有 1 个非零注入元,而旋转对$[\boldsymbol{R}_1,\boldsymbol{R}_2]$更稀疏,故选之。此时元素(2,1)被消去,同时产生注入元(1,1)(注入元用⊗表示),所得结果如式(13)所示。

$$\boldsymbol{A}_2=\begin{array}{c}①\\②\\③\\④\end{array}\begin{bmatrix} \otimes & & \times\\ & & \times\\ \times & \times & \times\\ & \times & \times\end{bmatrix} \tag{13}$$

步骤 3:第 1 列只剩下旋转对$[\boldsymbol{R}_1,\boldsymbol{R}_3]$,故选之进行变换。此时元素(3,1)被消去,同时产生注入元(1,2)。至此第 1 列旋转结束。所得结果如式(14)所示。

$$\boldsymbol{A}_3=\begin{array}{c}①\\②\\③\\④\end{array}\begin{bmatrix} \otimes & \otimes & \times\\ & & \times\\ & \times & \times\\ & \times & \times\end{bmatrix} \tag{14}$$

步骤 4:进行第 2 列旋转。旋转对$[\boldsymbol{R}_3,\boldsymbol{R}_4]$无注入元,故直接选之进行变换,元素(4,3)被消去。所得结果如式(15)所示。

$$A_4=\begin{array}{c}\text{①}\\\text{②}\\\text{③}\\\text{④}\end{array}\begin{bmatrix}\otimes & \otimes & \times\\ & & \times\\ & \times & \times\\ & & \times\end{bmatrix}\tag{15}$$

步骤 5：第 2 列只剩下旋转对[$\boldsymbol{R}_2,\boldsymbol{R}_3$]，故选之进行变换。元素(3,2)被消去，产生注入元(2,2)。至此第 2 列旋转结束。所得结果如式(16)所示。

$$A_5=\begin{array}{c}\text{①}\\\text{②}\\\text{③}\\\text{④}\end{array}\begin{bmatrix}\otimes & \otimes & \times\\ & \otimes & \times\\ & & \times\\ & & \times\end{bmatrix}\tag{16}$$

步骤 6：第 3 列只剩下旋转对[$\boldsymbol{R}_3,\boldsymbol{R}_4$]，故选之进行变换。上三角矩阵 $\boldsymbol{R}$ 形成，旋转过程结束。所得结果如式(17)所示。

$$A_6=\begin{array}{c}\text{①}\\\text{②}\\\text{③}\\\text{④}\end{array}\begin{bmatrix}\otimes & \otimes & \times\\ & \otimes & \times\\ & & \times\\ & & 0\end{bmatrix}\tag{17}$$

由上述可知，VPAIR 策略为了实现严格的矩阵上三角结构，进行了 6 次旋转操作。

4 基于 VPAIR 消元的改进策略

4.1 改进策略的基本原理

VPAIR 消元策略采用寻找产生最少注入元的旋转对进行变换，很大程度上减少了注入元的数量。但是，由 4×3 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 不难发现，当对第 i 列进行旋转时，元素(i,i)出现了为 0 的情况。为了满足上三角矩阵 $\boldsymbol{R}$ 的结构特点，仍然要将该行纳入旋转对进行变换，这在一定程度上增加了注入元素的数量，降低了计算效率。由于电力系统状态估计的加权雅可比矩阵的大规模稀疏性，矩阵对角元素为 0 的情况更为普遍。对此，本文提出了基于 VPAIR 消元的改进策略。仍然采用逐列消元，具体步骤如下。

a. 对第 i 列进行变换时，统计该列第 i 行以下(包括第 i 行)所有非零元素个数和非零元素所在行的信息。由非零元素所在行组成子矩阵。

b. 对子矩阵进行 VPAIR 策略的消元，即寻找非零注入元个数最少的旋转对进行旋转。记录该列最后一次旋转的旋转轴所在行信息。

c. 将该旋转轴所在行与第 i 行元素位置互换。

d. 进行第 i+1 列的变换。

上述策略的关键在于旋转过程中动态调整行排序(即量测排序)，实现排序优化。由式(4)可知：

$$\boldsymbol{H}_{\mathrm{w}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_{\mathrm{w}}=(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{H}_{\mathrm{w}})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{H}_{\mathrm{w}})=\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\tag{18}$$

由式(18)可知，加权雅可比矩阵 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{w}}$ 经 Givens 正交变换后得到的最终上三角矩阵 $\boldsymbol{R}$ 和信息矩阵 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{w}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_{\mathrm{w}}$ 平方根分解后得到的上三角矩阵相同。调整行排序的过程中虽然 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{w}}$ 发生变化，但是 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{w}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_{\mathrm{w}}$ 不会发生变化，所以最后的上三角矩阵 $\boldsymbol{R}$ 也是一致的。因此，改进策略不改变计算结果，从理论上而言是可行的。

4.2 改进策略的具体实现

为了说明改进策略的变换过程，同样采用上述 4×3 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 进行演示。

步骤 1：第 1 列有 3 个非零元素，共计 $C_3^2=3$ 个旋转对可供旋转。旋转对[$\boldsymbol{R}_3,\boldsymbol{R}_4$]无注入元，故选之进行变换，元素(4,1)被消去，所得结果如式(19)所示。

$$A_1=\begin{array}{c}\text{①}\\\text{②}\\\text{③}\\\text{④}\end{array}\begin{bmatrix} & & \times\\ \times & & \times\\ \times & \times & \times\\ & \times & \times\end{bmatrix}\tag{19}$$

步骤 2：$\boldsymbol{A}_1$ 第 1 列还有 2 个非零元素，组成唯一可供选择的旋转对[$\boldsymbol{R}_2,\boldsymbol{R}_3$]，故选之进行变换，元素(3,1)被消去。此时第 1 列只剩下第 2 行一个非零元素，该列旋转过程结束。将第 2 行元素与第 1 行元素位置互换，所得结果如式(20)所示。

$$A_2=\begin{array}{c}\text{①}\\\text{②}\\\text{③}\\\text{④}\end{array}\begin{bmatrix} & & \times\\ \times & \otimes & \times\\ & \times & \times\\ & \times & \times\end{bmatrix}\xrightarrow[\text{第 2 行元素互换}]{\text{第 1 行元素与}}\begin{array}{c}\text{②}\\\text{①}\\\text{③}\\\text{④}\end{array}\begin{bmatrix}\times & \otimes & \times\\ & & \times\\ & \times & \times\\ & \times & \times\end{bmatrix}\tag{20}$$

步骤 3：第 2 列还有 2 个非零元素，组成唯一可供选择的旋转对[$\boldsymbol{R}_3,\boldsymbol{R}_4$]，选之进行变换，元素(4,1)被消去。此时第 2 列只剩下第 3 行一个非零元素，该列旋转过程结束。将第 3 行元素与第 2 行元素(如备注所示为原第 1 行)位置互换，所得结果如式(21)所示。

$$A_3=\begin{array}{c}\text{②}\\\text{①}\\\text{③}\\\text{④}\end{array}\begin{bmatrix}\times & \otimes & \times\\ & & \times\\ & \times & \times\\ & & \times\end{bmatrix}\xrightarrow[\text{第 1 行元素互换}]{\text{第 3 行元素与原}}\begin{array}{c}\text{②}\\\text{③}\\\text{①}\\\text{④}\end{array}\begin{bmatrix}\times & \otimes & \times\\ & \times & \times\\ & & \times\\ & & \times\end{bmatrix}\tag{21}$$

步骤 4：对第 3 列唯一旋转对[$\boldsymbol{R}_3,\boldsymbol{R}_4$](如备注所示为原[$\boldsymbol{R}_1,\boldsymbol{R}_4$])进行变换，形成上三角矩阵 $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{A}_4)$。

$$A_4=\begin{array}{c}\text{②}\\\text{③}\\\text{①}\\\text{④}\end{array}\begin{bmatrix}\times & \otimes & \times\\ & \times & \times\\ & & \times\\ & & 0\end{bmatrix}\tag{22}$$

通过演示可以发现对于 4×3 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 而言，VPAIR 策略需要进行 6 次旋转操作；改进策略进行了 4 次旋转操作和 2 次矩阵行位置互换操作。由第 3 节 Givens 旋转公式可知，每一次的旋转操作是复杂的，运行时间也远远大于位置互换操作的时间。因此，利用改进策略的 Givens 变换可以在很大程度

上减少计算时间，提高计算效率。

由式(22)的结果不难发现，改进策略在得到最后上三角矩阵的同时，也给出了雅可比矩阵所在行(即量测量)的新排序。这种排序是在利用 VPAIR 策略进行 Givens 变换的过程中得到的更加优化的排序。该排序可以有效地规避旋转过程中处理对角元元素为 0 的情况，很大程度上提高了计算效率。

4.3　策略比较与分析

与一般加权最小二乘法处理对称矩阵 $\boldsymbol{H}_w^T\boldsymbol{H}_w$ 不同，在正交变换法状态估计中，Givens 旋转由于需要直接对加权雅可比矩阵进行处理，所以存在量测排序的优化问题。量测排序的合理与否，对旋转过程中产生注入元的数量会产生重要的影响。

VPAIR 策略在选择最少注入元所在的行对进行变换的过程中，本质上也对量测排序进行了一定程度的优化。但是在逐列消元的过程中，该列最后一次 Givens 旋转的旋转轴所在行号与列号一致，是已经固定的。所以这种量测排序的优化只是半动态的优化策略，部分量测量顺序没有得到优化。

而改进策略在逐列消元过程中，避免了固定最后旋转轴所在行号的弊端，同时将最后的旋转轴所在行与和该列列号一致的行号进行在线动态的互换，调整了量测排序。这种量测排序的优化手段是一种动态的优化策略，因此具有更高的计算效率。

5　算例验证

为了验证所提改进策略的计算效率，并与 VPAIR 策略进行比较，2 种策略均采用按照最小度原则的列排序，保证矩阵 $\boldsymbol{R}$ 稀疏性的同时，便于策略之间的比较。在 IEEE 39、57、118 节点系统和实际某区域 23 节点、区域 433 节点上分别进行了测试。选用主频为 3.4 GHz、内存为 8 G 的台式机运行程序。测试算例的配置信息如表 1 所示。

表 1　测试系统的配置信息

Table 1　Configuration information of test systems

测试算例系统	节点数	支路数	电压量测数	支路功率量测数	注入功率量测数	总量测数
区域 23 节点	23	26	6	28	44	78
IEEE 39 节点	39	46	17	92	78	187
IEEE 57 节点	57	80	26	160	114	300
IEEE 118 节点	118	186	30	744	236	1010
区域 433 节点	433	580	110	1260	856	2226

将原策略和改进策略分别在上述系统中进行运行和验证，计算结果如表 2 所示。其中旋转次数为状态估计中对加权雅可比矩阵 $\boldsymbol{H}_w$ 完成一次完整的正交变换，形成最终上三角矩阵 $\boldsymbol{R}$ 所进行的 Givens 旋转总次数，而 CPU 时间为完成上述正交变换的计算时间。

表 2　VPAIR 策略与改进策略测试结果比较

Table 2　Comparison of testing result between VPAIR strategy and improved strategy

测试算例系统	迭代次数	VPAIR 策略		改进策略	
		旋转次数	CPU 时间/ms	旋转次数	CPU 时间/ms
区域 23 节点	4	1357	3.1	689	1.1
IEEE 39 节点	4	3776	8.1	1187	3.1
IEEE 57 节点	3	9070	20.2	2727	6.3
IEEE 118 节点	4	22618	67.3	9346	15.3
区域 433 节点	5	52041	202.4	14011	37.9

由表 2 可知，改进策略在 Givens 旋转总次数和计算时间上都有 50% 以上大幅度的减少。因此，改进策略的计算效率得到很大的提高。

6　结论

在电力系统状态估计中，针对正交变换法在变换过程中出现大量非零注入元的情况，本文在 VPAIR 变转轴逐列消元策略的基础上，提出消元过程中动态调整量测排序的改进策略。将所提改进策略与 VPAIR 策略在不同规模仿真系统运行比较，表明改进策略具有更高的计算效率，满足在线状态估计的要求。

本文提出的改进策略结合了量测排序的动态优化，简单有效，切实可行，能够有效提高计算效率。

参考文献：

[1] 林伟芳，汤涌，孙华东，等. 巴西“2·4”大停电事故及对电网安全稳定运行的启示[J]. 电力系统自动化，2011，35(9)：1-5.

LIN Weifang，TANG Yong，SUN Huadong，et al. Blackout in Brazil power grid on February 4，2011 and inspirations for stable operation of power grid[J]. Automation of Electric Power Systems，2011，35(9)：1-5.

[2] 钟庆，张哲，许中，等. 广州配电网故障停电事故的自组织临界特征[J]. 电力自动化设备，2017，37(4)：109-113.

ZHONG Qing，ZHANG Zhe，XU Zhong，et al. SOC characteristics of power-supply failure of Guangzhou distribution network[J]. Electric Power Automation Equipment，2017，37(4)：109-113.

[3] 倪小平，张步涵. 一种带有等式约束的状态估计新算法[J]. 电力系统自动化，2001，25(21)：42-44.

NI Xiaoping，ZHANG Buhan. New state estimation algorithm with equality constraints[J]. Automation of Electric Power Systems，2001，25(21)：42-44.

[4] KORRES G N. A robust algorithm for power system state estimation with equality constraints[J]. IEEE Transactions on Power Systems，2010，25(3)：1531-1541.

[5] 郭烨，张伯明，吴文传，等. 直角坐标下含零注入约束的电力系统状态估计修正牛顿法[J]. 中国电机工程学报，2012，32(19)：96-100.

GUO Ye，ZHANG Boming，WU Wenchuan，et al. Power system state estimation solution with zero injection constraints using modified Newton method[J]. Proceedings of the CSEE，2012，32

(19):96-100.

[6] 郭烨,张伯明,吴文传,等. 极坐标下含零注入约束的电力系统状态估计的修正牛顿法与快速解耦估计[J]. 中国电机工程学报,2012,32(19):113-117.
GUO Ye,ZHANG Boming,WU Wenchuan,et al. Power system state estimation solution with zero injection constraints using modified Newton method and fast decoupled method in polar coordinate[J]. Proceedings of the CSEE,2012,32(19):113-117.

[7] 常鲜戎,樊瑞. 计及零注入节点约束的混合量测分区状态估计方法[J]. 电网技术,2015,39(8):2254-2257.
CHANG Xianrong,FAN Rui. A mixed measurement partition state estimation method taking zero injection node constraint into account[J]. Power System Technology,2015,39(8):2254-2257.

[8] 刘广一,胡锡龙,于尔铿,等. 快速正交变换阻尼最小二乘法在电力系统状态估计中的应用[J]. 中国电机工程学报,1991,11(6):34-40.
LIU Guangyi,HU Xilong,YU Erkeng,et al. Application of fast orthogonal transformation with damping factor to power system state estimation[J]. Proceedings of the CSEE,1991,11(6):34-40.

[9] VEMPATI N,SLUTSKER I W,TINNEY W F. Orthogonal sparse vector methods[J]. IEEE Transactions on Power Systems,1992,7(2):926-932.

[10] DUFF I S. Pivot selection and row ordering in Givens reduction on sparse matrices[J]. Computing,1974,13(3-4):239-248.

[11] GENTLEMAN W M. Row elimination for solving sparse linear systems and least squares problems[J]. Springer Berlin Heidelberg,1976,506:122-133.

[12] ROBEY T H,SULSKY D L. Row ordering for a sparse QR decomposition[J]. SIAM Journal of Matrix Analysis and Applications,1994,15(4):1208-1225.

[13] PANDIAN A,PARTHASARATHY K,SOMAN S A. Towards fast givens rotations based power system state estimator[J]. IEEE Transactions on Power Systems,1999,14(3):837-843.

[14] 杜正春,牛振勇,方万良. 基于分块QR分解的一种状态估计算法[J]. 中国电机工程学报,2003,23(8):50-55.
DU Zhengchun,NIU Zhenyong,FANG Wanliang. A block QR based power system state estimation algorithm[J]. Proceedings of the CSEE,2003,23(8):50-55.

[15] 郭瑞鹏,邵学俭,韩祯祥. 基于分块吉文斯旋转的电力系统状态估计[J]. 中国电机工程学报,2006,26(12):26-31.
GUO Ruipeng,SHAO Xuejian,HAN Zhenxiang. A blocked givens rotations based algorithm for power system state estimation[J]. Proceedings of the CSEE,2006,26(12):26-31.

[16] WANG G,ALI K,XU J. An efficient engine for orthogonal SE[C]//Proceedings of the Third International Conference on Control Automation & Systems Engineering. [S.l.]:CASE,2013:13-17.

作者简介:

刘 颖

刘 颖(1972—),男,江苏南京人,高级工程师,硕士,主要研究方向为电力系统自动化;

童伟林(1994—),男,浙江杭州人,硕士研究生,主要研究方向为电力系统安全稳定分析与控制(**E-mail**:weilin_tong@zju.edu.cn);

邹 宇(1975—),男,江苏南京人,工程师,硕士,主要研究方向为电力系统安全稳定控制。

Improved strategy of Givens orthogonal transformation method in state estimation based on VPAIR elimination

LIU Ying[1],TONG Weilin[2],ZOU Yu[1],WANG Jianquan[2],XIA Yanhui[1],XIAO Tannan[2]

(1. Nanjing SAC Power Grid Automation Co.,Ltd.,Nanjing 211153,China;
2. College of Electrical Engineering,Zhejiang University,Hangzhou 310027,China)

Abstract: Givens orthogonal transformation method is an effective way to improve the numerical stability of power system state estimation,while its computational efficiency is affected by a large number of non-zero fill-in elements in the transformation progress. The quantity of fill-in elements can be reduced effectively by minimum degree algorithm-based column ordering and VPAIR column oriented variable pivot strategy. Based on the above elimination strategy,an improved strategy is proposed to adjust measurement ranking dynamically in the elimination process. The proposed strategy dynamically optimizes the measurement order in the process of selecting appropriate pair for rotation,which further reduces the fill-in elements. Simulative results of the improved strategy and VPAIR strategy in different scale simulation systems are compared, verifying that the improved strategy has higher computational efficiency and can better meet the requirements of online state estimation.

Key words: state estimation; orthogonal transformation; Givens rotation; elimination strategy; dynamic measurement ranking