

# 电网谐波条件下基于复矢量的单相 V2G 系统直接功率控制

刘斌<sup>1</sup>, 宋绍剑<sup>1</sup>, 贺德强<sup>2</sup>, 林小峰<sup>1</sup>

(1. 广西大学 电气工程学院, 广西 南宁 530004; 2. 广西大学 机械工程学院, 广西 南宁 530004)

**摘要:** 为实现在单相电网电压畸变条件下车网互联(V2G)系统的灵活直接功率控制, 首先将复矢量引入电网谐波条件下的单相瞬时功率计算, 分析了电网电压畸变时的单相有功功率与无功功率的成分。在建立单相 V2G 系统复矢量信号模型的基础上, 设计复数控制器实现了功率稳定与并网电流谐波抑制 2 个独立目标的控制, 并采取功率前馈控制改善了系统动态性能。最后, 搭建了 3.5 kV·A 单相 V2G 系统的 MATLAB/Simulink 仿真模型与实验系统, 仿真与实验结果验证了理论分析的正确性以及所提控制方案的有效性。

**关键词:** 电动汽车; 单相 V2G 系统; 直接功率控制; 复矢量; 陷波器

**中图分类号:** U 469.72; TM 46

**文献标识码:** A

**DOI:** 10.16081/j.issn.1006-6047.2018.01.011

## 0 引言

电动汽车 EV(Electric Vehicles)被公认为是解决全球能源紧缺和环境污染问题的有效途径<sup>[1]</sup>, 且日益受到人们的关注, 各国也采取了积极的政策措施来鼓励电动汽车的发展<sup>[2]</sup>。现有研究主要针对电动汽车向电网提供辅助服务的车网互联 V2G(Vehicle to Grid)技术, 使得电动汽车对电网既可以起到移峰填谷、改善电力负荷曲线的作用, 又能降低电网备用发电容量需求<sup>[3-4]</sup>, 支撑电网并提高电网系统稳定性, 成为智能电网技术的重要组成部分。

V2G 系统需要电动汽车动力蓄电池系统与电网之间进行双向能量交互<sup>[5]</sup>。文献[6]针对三相系统方案, 提出一种基于 AC/DC 矩阵变换器的 V2G 系统。文献[7-10]提出三相三电平或新型集成型的 AC/DC 与 DC/DC 拓扑, 改善了 V2G 系统的拓扑结构, 提高了 V2G 系统的效率, 并降低了注入电网的电流谐波。而随着电动汽车的日益普及, 电动汽车走入千家万户, V2G 技术面向的对象更多为户用单相电网。从系统角度出发, 文献[11]研究表明车载 V2G 装置面向的家用单相电网处于城市电力系统的末端, 接入点电网较弱, 单相 V2G 系统可能会运行在谐波污染的非理想电网条件下。

为了使单相 V2G 系统能适应城市电网末端、单相电网电压畸变的弱电网环境, 并实现对单相电网的功率支撑与调节, 本文研究谐波背景下单相 V2G 系统的直接功率控制策略。V2G 系统对电网提供的辅助服务即瞬时有功支撑和动态无功补偿, 主要是

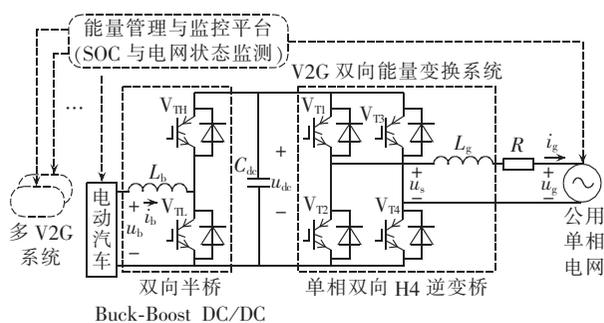
通过对其进行有功与无功的调节实现, 相比于间接功率控制, 直接功率控制策略具有实现简单、响应速度快等优点<sup>[12]</sup>, 更适用于 V2G 系统的功率调节控制。

本文首先针对单相系统引入功率复矢量的概念, 基于瞬时无功功率理论, 建立了单相 V2G 系统的复功率直接功率控制模型; 然后讨论了 2 个独立控制目标(即有功功率与无功功率的平稳输出与并网电流的谐波抑制)实现时的直接功率控制复数控制器的设计方法; 最后通过建立仿真模型与搭建的 3.5 kV·A 的功率样机实验平台, 利用仿真和实验手段对所提控制策略进行验证。

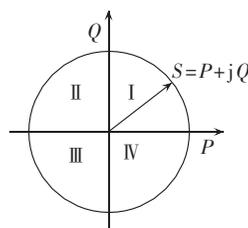
## 1 单相 V2G 系统模型

### 1.1 单相 V2G 系统工作原理

图 1(a)为单相双向能源系统框图。V2G 系统实



(a) 系统电路结构



(b) 系统复功率矢量圆

图 1 V2G 系统结构与复功率矢量圆

Fig.1 Diagram of V2G system and complex power vector

收稿日期: 2016-10-08; 修回日期: 2017-12-09

基金项目: 广西自然科学基金资助项目(2016GXNSFBA380241, 2016GXNSFAA380327); 广西教育厅中青年骨干教师提升计划资助项目(KY2016YB028)

Project supported by the Natural Science Foundation of Guangxi Province(2016GXNSFBA380241, 2016GXNSFAA380327) and Program of Youth Teacher Enhancement of Guangxi Provincial Education Department(KY2016YB028)

现分层管理与控制,能量管理与监控平台对电网状态与电动汽车蓄电池荷电状态 SOC(State Of Charge)进行检测并实现统一调度管理,即依据电动汽车充换电需求、电网状态、实时电价等因素对 V2G 换流系统进行实时调度与控制,实现单相公用电网内  $m$  个 V2G 系统的并联经济运行。按照能量管理与监控平台的统一有功与无功功率调度,各单相 V2G 子系统的有功功率指令值  $P_{\text{ref}i}$  与无功功率指令值  $Q_{\text{ref}i}$  可依据 SOC 按下式进行分配:

$$P_{\text{ref}i} = \frac{\text{SOC}_i \times \sum_{l=1}^m P_l}{\sum_{l=1}^m \text{SOC}_l}, \quad Q_{\text{ref}i} = \frac{\sqrt{S_a^2 - P_{\text{ref}i}^2} \times \sum_{l=1}^m Q_l}{\sum_{l=1}^m \sqrt{S_a^2 - P_{\text{ref}i}^2}} \quad (1)$$

其中,  $P_{\text{ref}i}$ 、 $Q_{\text{ref}i}$  分别为第  $i$  个 V2G 子系统有功与无功功率的指令值;  $P_l$ 、 $Q_l$  分别为有功与无功功率的反馈值;  $\text{SOC}_i$  为第  $i$  个 V2G 子系统蓄电池的 SOC 值;  $S_a$  为各 V2G 子系统输出的平均视在功率。

V2G 双向能量变换系统可运行于整流工况与 V2G 工况,实现与电网的灵活互动。整流工况下,单相电网向蓄电池充电时,由网侧滤波电感  $L_g$  与功率管  $V_{T1} - V_{T4}$  组成的 H4 逆变桥工作于 PWM 整流工况,将电网电压进行 AC/DC 变换,输出直流电压  $u_{dc}$ ,再经由充放电滤波电感  $L_b$  与功率管  $V_{T5} - V_{T8}$  组成的双向半桥 Buck-Boost DC/DC 电路降压变换为蓄电池充电,蓄电池电压为  $u_b$ ,此时  $i_b < 0$ 。V2G 工况下,放电电流为  $i_b > 0$ ,经过双向半桥 Buck-Boost DC/DC,将蓄电池电压升压到  $u_{dc}$ ,再经后级 H4 桥式 PWM 逆变桥逆变并网至公用单相电网。

图 1(b)所示为系统的复功率矢量圆,以有功分量为实轴、无功分量为虚轴时,系统复功率  $S = P + jQ$  在功率圆上。当双向系统工作于 V2G 工况时,按照图 1(a)所规定的电压、电流方向,复功率位于功率矢量圆的左半部分,即 II、III 象限。

### 1.2 谐波条件下单相 V2G 系统瞬时复功率

设户用单相电网电压为  $u_g$ , V2G 系统并网电流为  $i_g$ :

$$u_g(t) = U_m \sin(\omega t) \quad (2)$$

$$i_g(t) = I_m \sin(\omega t - \varphi) \quad (3)$$

其中,  $U_m$ 、 $I_m$  分别为并网电压与电流的幅值;  $\omega$  为电网角频率;  $\varphi$  为并网电流滞后于电网电压的相角,  $\varphi > 0$  时 V2G 系统向电网注入滞后的无功功率,  $\varphi < 0$  时 V2G 系统向电网注入超前的无功功率。当电网电压为理想电压源时,可根据瞬时功率理论得到  $\alpha\beta$  坐标系下的瞬时有功功率  $p$  和无功功率  $q$  为:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} u_\alpha & u_\beta \\ -u_\beta & u_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (4)$$

写成复功率形式为:

$$\begin{aligned} \tilde{s} &= \frac{1}{2} u_g i_g^* = \frac{1}{2} (u_\alpha + j u_\beta) (i_\alpha - j i_\beta) = \\ &= \frac{1}{2} (u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta) + j \frac{1}{2} (u_\beta i_\alpha - u_\alpha i_\beta) = p + j q \end{aligned} \quad (5)$$

其中:

$$u_\alpha = U_m \sin(\omega t), \quad u_\beta = -U_m \cos(\omega t) \quad (6)$$

$$i_\alpha = I_m \sin(\omega t - \varphi), \quad i_\beta = -I_m \cos(\omega t - \varphi) \quad (7)$$

由式(4)可推导得:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{2}{u_\alpha^2 + u_\beta^2} \begin{bmatrix} u_\alpha & -u_\beta \\ u_\beta & u_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p^* \\ q^* \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} p^* \\ q^* \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中,  $p^*$  和  $q^*$  分别为 V2G 系统输出有功和无功功率指令值;  $\mathbf{M}$  为功率矢量  $p + jq$  到电网电流矢量  $i_\alpha + j i_\beta$  的转换矩阵,它将功率矢量转换为电流矢量。

$$\mathbf{M} = \frac{2}{U_m} \begin{bmatrix} \sin(\omega t) & \cos(\omega t) \\ -\cos(\omega t) & \sin(\omega t) \end{bmatrix} \quad (9)$$

当单相电网为非理想电源时,考虑到 3、5、7、... 等奇数次谐波电压在电网中含量较大,本文研究含 3、5、7、... 等奇数次谐波电压下的 V2G 直接功率控制技术。含有典型的 3、5、7、... 次谐波时的电压表达式为:

$$\begin{cases} u_\alpha = U_m \sin(\omega t) + \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} u_{\alpha n} \\ u_\beta = -U_m \cos(\omega t) + \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} u_{\beta n} \end{cases} \quad (10)$$

有功与无功功率的指令值  $p^*$  和  $q^*$  为直流量,而  $u_\alpha^2 + u_\beta^2 = U_m^2$  也为直流量,由式(8)、(10)可知,谐波电压背景下, V2G 系统的输出电流也含有与电网电压相同次的谐波分量,可表示为:

$$\begin{cases} i_\alpha = I_m \sin(\omega t - \varphi_1) + \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} i_{\alpha n} \\ i_\beta = -I_m \cos(\omega t - \varphi_1) + \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} i_{\beta n} \end{cases} \quad (11)$$

其中,  $\varphi_1$  为基波电流滞后电压的相角。当单相电网电压与电流都含有谐波时,由式(5)可以计算得到瞬时有功与无功功率(见附录)。

由附录式(A3)与(A4)可推导得到,当电压、电流含  $n$  次谐波时,其功率除直流分量外还含  $n-1$  次谐波分量。当进行直接功率控制时,若需对功率进行无静差控制,则需要对功率谐波分量进行滤除。

### 1.3 正交信号生成与背景谐波下单相锁相环

对于单相 V2G 系统,如何基于单相输入的电压或电流矢量,得到与之正交的信号,构造  $\alpha\beta$  静止坐标系,是实现单相锁相环 PLL(Phase-Locked Loop)相位检测与单相瞬时功率计算并进行直接功率控制的基础。本文采用如图 2 所示的二阶广义积分(SOGI)实现正交信号生成,  $u_\alpha$ 、 $u_\beta$  相对于电网电压  $u_g$  的传递函数表达式为(调谐频率在此选择为电网角频率  $\omega$ ):

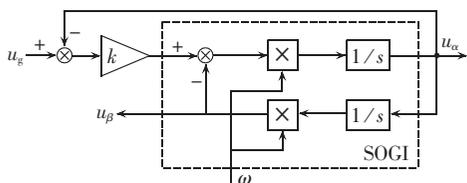


图 2 SOGI 正交信号生成器结构

Fig.2 Diagram of SOGI orthogonal signal generator

$$D(s) = \frac{u_\alpha(s)}{u_g(s)} = \frac{k\omega s}{s^2 + k\omega s + \omega^2} \quad (12)$$

$$Q(s) = \frac{u_\beta(s)}{u_g(s)} = \frac{k\omega^2}{s^2 + k\omega s + \omega^2} \quad (13)$$

其中,  $k$  为性能参数, 改变  $k$  值, 可改变带通滤波选择性及响应特性<sup>[13]</sup>。在 SOGI 数字化实现过程, 本文采取  $\delta$  算子进行离散化方法, 以避免数字化过程中量化误差和极限环振荡等数值不稳定问题和引入非最小相位零点使离散化后的系统稳定性变差的问题<sup>[13]</sup>。

为实现谐波电网电压下 V2G 系统对电网进行有效的主动配网控制策略, 首先必须对电网基波电压的频率和相位进行准确的跟踪与检测。本文采用文献[14]所述基于同步旋转坐标系的单相锁相环结构, 同时采用 2 次与 4 次陷波器以滤除电网电压中的主要的 3、5 次谐波分量, 实现对基频信号的精确检测<sup>[15-16]</sup>。图 3 为谐波电网电压下所采用的锁相环的原理框图。

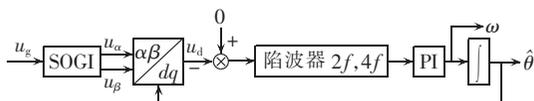


图 3 谐波电网电压下单相 PLL 原理图

Fig.3 Single-phase PLL scheme under harmonic grid voltage

## 2 基于复矢量的直接功率控制

### 2.1 单相 V2G 系统复矢量直接功率控制模型

学者 J. Holtz 于 1995 年首先提出用复矢量的

概念对电力电子系统进行建模<sup>[17]</sup>。由于复特征根能动态表示系统内部独立的瞬时能量, 因此在 V2G 系统直接功率控制中采用功率复矢量建模, 其物理意义更为直观, 并具有降阶特性。图 4 为假设电网电压为理想电压源时, 基于复矢量信号的单相 V2G 系统复功率控制信号流程图。图中,  $G(s)$  为功率复矢量控制器;  $G_{PR}(s)$  为单相电流矢量的比例谐振 PR (Proportional Resonant) 控制器;  $M(s)$  为式 (8) 所示矩阵,  $M^{-1}(s)$  为  $M(s)$  的逆矩阵;  $u_s$  为逆变桥输出电压;  $u_g$  与  $i_g$  分别为电网电压与电网电流。图中虚框部分为逆变桥输出电压与电网电压作用后经过入网滤波器得到并网电流的环节, 其对应的复矢量方程为:

$$\tau_s \frac{di_g}{dt} + i_g + j\omega \tau_s i_g = (u_g - u_s)/R \quad (14)$$

其中,  $\tau_s = L_g/R$  为交流侧时间常数。

### 2.2 控制器 $G(s)$ 设计

结合单相系统瞬时复功率理论与复矢量控制模型, 可推导得到图 5 所示的 V2G 系统直接功率复数控制结构图。图 5 中, 锁相环用于跟踪电网基波频率和相位, 其具体结构可参见文献[18]。由直流侧电压  $u_{dc}$  的 PI 调节输出  $p^*$  与无功补偿功率调节指令值  $q^*$  得到参考功率复矢量  $S^*$  与实际电网电压、电流计算的实时瞬态复功率  $S$  比较, 比较值经复数控制器  $G(s)$  后与转换矩阵  $M(s)$  相乘后得到  $i_\alpha^*$  (单相系统中舍弃  $i_\beta^*$ <sup>[19]</sup>),  $i_\alpha^*$  与电网电压前馈值相加最终得到并网电流的参考值  $i_g^*$ 。其中, 前馈量为电网电压信号乘以前馈系数  $k_{FF}$  所得。在网侧电流控制中, 采用如式 (15) 所示的 PR 控制器  $G_{PR}(s)$  实现电网电流在自然坐标系下的无静差控制, PR 控制器输出为逆变桥输出电压参考信号  $u_{ref}$ , 与三角波比较最后得到功率管  $V_{T1} - V_{T4}$  的驱动脉冲。

$$G_{PR}(s) = k_{PR} + \frac{2k_{IR}s}{s^2 + k_c\omega_c s + \omega_0^2} \quad (15)$$

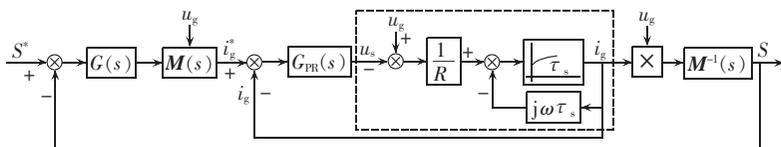


图 4 单相 V2G 系统复矢量信号流程图

Fig.4 Complex signal flow graph of single-phase V2G system

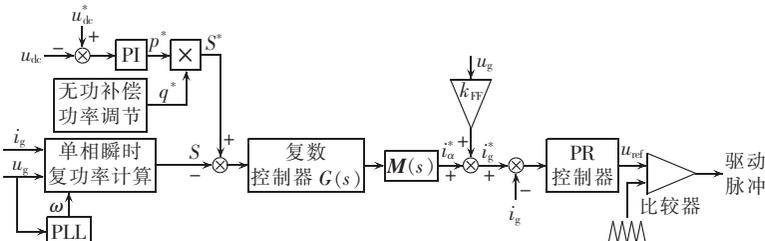


图 5 V2G 系统及直接功率复数控制结构

Fig.5 V2G system and diagram of direct power control based on complex controller

其中,  $k_{PR}$  为 PR 控制器的比例系数;  $k_{iR}$  为谐振系数;  $\omega_0$  为谐振频率;  $k_c \omega_c$  为准谐振的衰减项。

在基于复矢量的直接功率控制中,复数控制器  $G(s)$  成为实现系统目标的关键,  $G(s)$  也可根据不同的系统目标来具体设计。

### 2.2.1 功率稳定控制目标

图 4 所示并网电流复矢量模型与式(14)表明,电网电压背景谐波使得并网电流谐波增加。结合附录式(A3)与(A4)可知,伴随着电网电压与电网电流所含的谐波分量,功率谐波分量也进入控制系统,使得直接功率控制存在波动。因此,在  $G(s)$  设计中可以针对瞬时功率的主要特征次谐波分量(2次与4次)采用一阶复数陷波器  $F_1(s)$  与  $F_2(s)$  对复功率进行陷波处理。

$$F_1(s) = \frac{s - j\omega_2}{s + \omega_{2c}} \quad (16)$$

$$F_2(s) = \frac{s - j\omega_4}{s + \omega_{4c}} \quad (17)$$

其中,  $F_1(s)$  为一阶二次陷波器;  $F_2(s)$  为一阶四次陷波器;  $\omega_2$  与  $\omega_4$  为陷波器调谐频率,取  $\omega_2 = 2\omega, \omega_4 = 4\omega$ ;  $\omega_{2c}$  与  $\omega_{4c}$  为两陷波器的品质参数,其选择决定了陷波器的通阻带频率宽度与中心频率的衰减倍数等。瞬时功率矢量经陷波器后得到直流分量可由 PI 调节器进行调节。图 6 为直接功率无静差控制策略下控制器  $G(s)$  的控制框图。此时,有:

$$G(s) = \frac{s - j\omega_2}{s + \omega_{2c}} \frac{s - j\omega_4}{s + \omega_{4c}} \left( k_p + \frac{k_i}{s} \right) \quad (18)$$

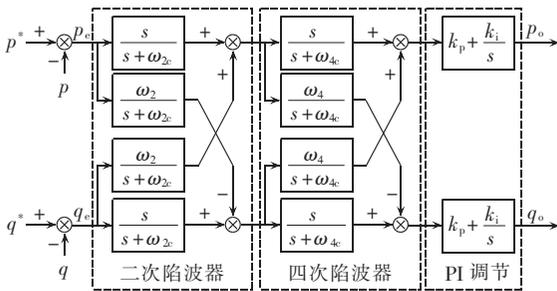


图 6 复数控制器  $G(s)$  结构

Fig.6 Diagram of direct power controller  $G(s)$

由附录式(A3)与(A4)可知,瞬时功率  $p$  与  $q$  存在关系  $p = jq$ , 因此,复数陷波器  $F_1(s)$ 、 $F_2(s)$  可利用复数实部与虚部交叉相乘的方式实现<sup>[20]</sup>, 其中,式(16)、(17)被分为 2 个部分,即:

$$F_1(s) = \frac{s - j\omega_2}{s + \omega_{2c}} = \frac{s}{s + \omega_{2c}} - \frac{j\omega_2}{s + \omega_{2c}} \quad (19)$$

$$F_2(s) = \frac{s - j\omega_4}{s + \omega_{4c}} = \frac{s}{s + \omega_{4c}} - \frac{j\omega_4}{s + \omega_{4c}} \quad (20)$$

如图 6 所示,控制器  $G(s)$  的输出为  $p_o$  与  $q_o$ 。与文献[12]引入特征次(三相系统为 2、6 次)矢量比例积分 VPI(Vector Proportional Integrator)谐振控制器

并联以抑制功率波动相比,式(18)为陷波器串联,具有更好的陷波特性,而需设计的参数量少,且降低了控制器的阶数,易于数字实现,避免了因为控制器的高阶化引起的系统不稳定。

### 2.2.2 并网电流谐波抑制控制目标

在 V2G 模式下,电动汽车参与电网的功率调节与控制的基本方式是向电网发送超前或滞后的无功功率,而功率与电网电压和并网电流有关。由于电网电压很难调节,此时必须对并网电流进行调节来达到控制功率的目的<sup>[22]</sup>, 因此,电流控制技术是逆变器并网运行的关键问题。

分析式(14)描述的并网电流控制模型,在电网电压  $u_g$  含有谐波分量条件下,当期望得到不含谐波的纯正弦并网电流时,控制输出量  $u_s$  需含有与电网电压  $u_g$  相同分量的谐波含量。本文采用抑制背景谐波的单相锁相环控制,得到背景谐波下“纯净”的电网电压基波相位信号与不含谐波分量的转换矩阵  $M$ , 如式(9)所示。当  $p^*$  与  $q^*$  含有谐波分量时,可得:

$$i_{\alpha}^* = \frac{2}{U_m} \left\{ \left[ P_{dc} + \sum_{n=2,4,8,\dots}^{\infty} P_n \cos(n\omega t + \theta_n) \right] \sin(\omega t) + \left[ Q_{dc} + \sum_{n=2,4,8,\dots}^{\infty} Q_n \sin(n\omega t + \theta_n) \right] \cos(\omega t) \right\} \quad (21)$$

此时,指令电流  $i_{\alpha}^*$  也含谐波分量。因此,电网电压谐波背景下为得到谐波含量较少的并网电流,提高并网电能质量,则  $p^*$  和  $q^*$  无需经陷波处理。此时,在并网电流谐波抑制控制目标下,控制器  $G(s)$  可简单设计为:

$$G(s) = k_p + k_i / s \quad (22)$$

其参数可按经典方法整定。

### 2.3 直接功率前馈补偿控制

选择合适的参数,可得  $F_1(s)$  与  $F_2(s)$  串联而成的复数陷波器  $F_1 F_2(s)$ , 对式(16)、(17)取参数  $\omega_2 = 2\omega = 200\pi, \omega_4 = 4\omega = 400\pi, \omega_{2c} = 200, \omega_{4c} = 400$  时,绘得 Bode 图如图 7 中  $k_{pF} = k_{qF} = 0$  (无前馈补偿情况) 曲线所示。由图 7 可知,采用复数陷波器可对叠加在瞬时有功功率  $p$  与瞬时无功功率  $q$  上的 2 次纹波与 4

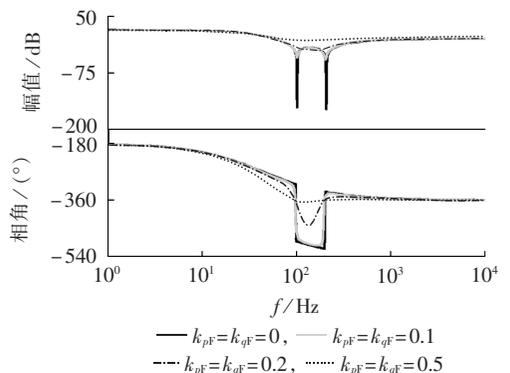


图 7 复数陷波器  $F_1 F_2(s)$  波特图

Fig.7 Bode of complex notch filter  $F_1 F_2(s)$

次纹波起到较好的抑制作用,但是陷波器会对信号产生较大的延迟,影响基于复矢量直接功率控制的动态性能。

本文采取直接功率前馈控制以改善动态性能,即将瞬时指令功率  $p^*$ 、 $q^*$  分别乘以功率前馈系数  $k_{pF}$ 、 $k_{qF}$ ,再和控制器  $G(s)$  的输出  $p_o$ 、 $q_o$  分别相加,如图 8 所示。图 7 还研究了前馈系数  $k_{pF}$  与  $k_{qF}$  取不同数值,即  $k_{pF}=k_{qF}$  分别取 0、0.1、0.2、0.5 时,对陷波效果及延时相角的影响。前馈系数  $k_{pF}$  与  $k_{qF}$  取值越大,对系统延时抵消作用越明显,但同时也削弱了系统对 2、4 次纹波的陷波效果。综合考虑,本文取前馈系数  $k_{pF}=k_{qF}=0.2$ ,既能满足系统对静态的性能要求,又能改善系统动态性能。

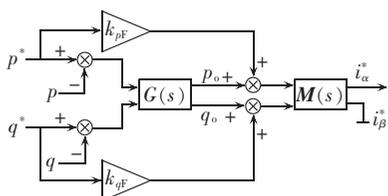


图 8 直接功率前馈控制框图

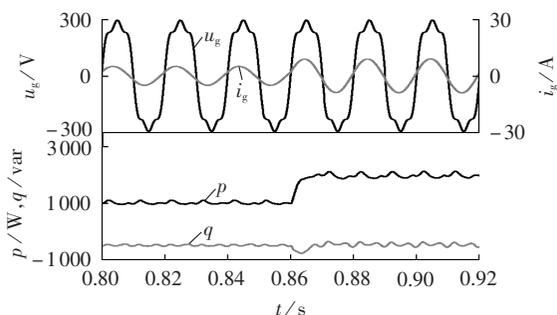
Fig.8 Diagram of direct power feed forward control

### 3 仿真与实验研究

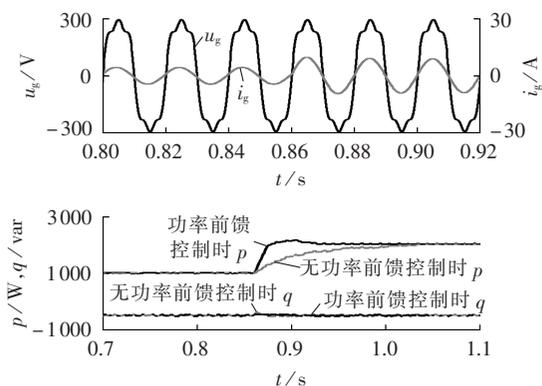
#### 3.1 仿真分析

在 MATLAB/Simulink 环境下对电网谐波背景下单相 V2G 系统基于复矢量的直接功率控制策略进行仿真,系统参数如下:开关频率  $f_s=10$  kHz,交流滤波电感  $L_g=2$  mH,直流支撑电容  $C_{dc}=3$  mF,额定容量  $S_c=3.5$  kV·A,输出频率为 50 Hz,额定电网电压为 220 V。

图 9 为 V2G 系统在谐波背景下,采用本文所提控制策略的仿真结果。单相电网电压畸变,含 15% 的 3 次谐波、10% 的 5 次谐波,总的电压畸变率  $THD_u=18\%$ 。仿真时,有功功率指令  $p^*$  的初始值为 1000 W,在  $t=0.86$  s 时刻,阶跃变化为 2000 W,无功功率指令  $q^*$  恒为 -500 var(并网电流相位超前于电网电压)。在图 9(a) 所示的并网电流谐波抑制目标下的仿真结果中,系统有功功率输出为 1000 W 时并网电流畸变率  $THD_i=1.78\%$ ,有功功率输出为 2000 W 时并网电流畸变率  $THD_i$  仅为 0.9%,具有良好的并网电能质量。但此时瞬时功率  $p$  与瞬时无功功率  $q$  均具有较大纹波,功率发生波动,其最大功率纹波峰值约为 250 W,即输出功率的 12.5%。功率稳定控制目标下仿真结果如图 9(b) 所示,此时功率能稳定输出,其功率输出纹波的峰峰值不超过 35 W,对功率指令值能稳定且少静差地精确跟踪。而此时并网电流畸变率比图 9(a) 中稍大,系统有功功率输出为 1000 W 时  $THD_i=2.23\%$ ,有功功率输出为 2000 W 时



(a) 谐波背景下并网电流谐波抑制目标下仿真波形



(b) 谐波背景下功率恒定控制目标下仿真波形

图 9 直接功率控制仿真结果

Fig.9 Simulative results of direct power control for V2G system

$THD_i=1.25\%$ 。从图 9(b) 所示功率响应曲线的对比可以看出,采用复数滤波器时会造成动态响应变慢,而采用本文所提的功率前馈控制后,能减少 3~4 个工频周期的功率阶跃响应的调节时间,明显改善其动态性能。

#### 3.2 实验结果分析

为了进一步验证本文所提的控制策略的有效性,本文研制了 3.5 kW 实验室样机并进行实验验证。实验样机的主要参数同 3.1 节,主功率管采用三菱公司的 IPM,型号为 PM75CL1A120,开关频率为 10 kHz。主控芯片采用 TI 公司 TMS320F28335 浮点型 DSP,最高工作主频为 150 MHz,控制系统外扩了 DA 芯片 AD5344BRU,以便将有功与无功功率值输出测量。

图 10 为单相 V2G 系统运行在实验室单相电网电压畸变条件下畸变率为 3.54% 时 2 种控制目标下的对比实验波形 ( $M$  为与基波幅值的百分比)。当采取并网谐波抑制目标控制时,  $p$ 、 $q$  波动较大,其并网电流的畸变率  $THD_i=3.65\%$ ,如图 10(b) 所示。当采取功率稳定控制时,  $p$ 、 $q$  波动减小,但并网电流的畸变率  $THD_i=4.73\%$ ,波形畸变增大,与仿真分析结论一致。

V2G 系统会对户用电网进行功率动态调节,在实验室电网电压畸变的谐波背景下,采用功率稳定控制目标对功率进行动态调节实验,结果如图 11 所示。图 11(a) 中,无功功率不变,即在单位功率下,将  $p$  从 3000 W 调节到 1500 W。图 11(b) 中,保持有功

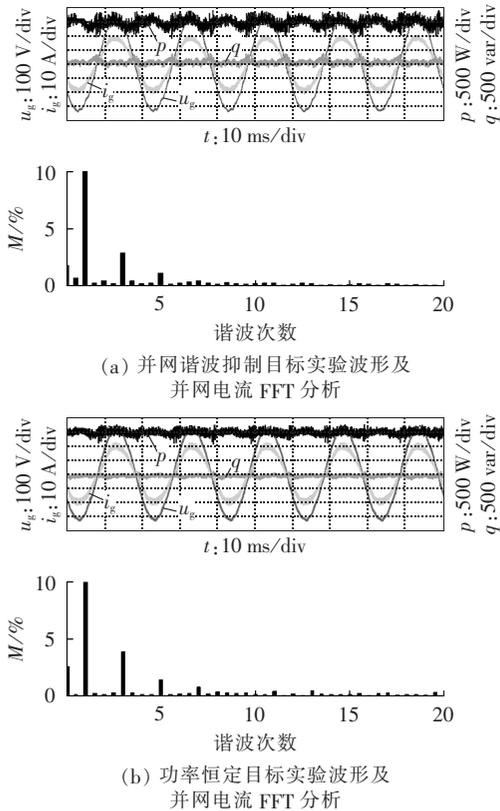


图 10 单位功率因数时直接功率控制实验波形

Fig.10 Experimental waveforms of direct power control when V2G system running in unity factor

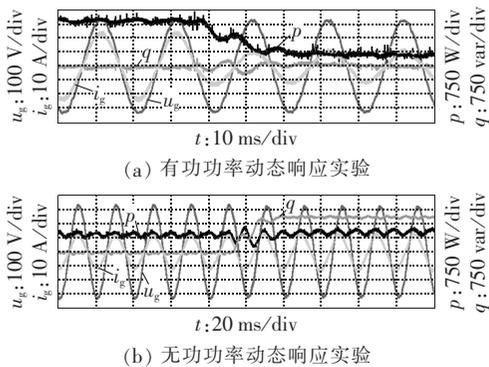


图 11 功率调节动态响应实验波形

Fig.11 Experimental waveforms of power conditioning dynamic response for V2G system

功率不变,而将无功功率的指令从 0 调节到 500 var,向电网输出超前的无功功率。从动态实验波形看出,尽管采用本文所提的复数滤波器会影响动态性能,但是在前馈功率控制的补偿下,动态响应仍能满足性能要求,无论是有功功率还是无功功率的动态调节,都能在 0.5 个工频周期内响应,具有良好的动态性能。

## 4 结论

基于瞬时无功功率理论,本文提出一种基于复矢量的单相直接功率控制策略,可用于电网电压畸变条件下的单相 V2G 系统,实现电动汽车对户用单

相电网的功率智能调节,分析得出以下结论。

**a.** 在单相系统中,引入复功率概念,可方便实现电网电压畸变条件下单相瞬时功率的计算与控制,物理概念清晰,易数字化实现。

**b.** 基于复矢量的直接功率控制,可实现功率稳定控制与并网谐波抑制控制 2 个独立目标。采取复数陷波控制可对瞬时功率进行直接的无静差跟踪控制,但会造成系统动态响应变慢,需采取直接功率前馈控制补偿延迟。

**c.** 本文所提的控制策略可实现有功与无功功率的灵活控制,下一步需研究基于功率复矢量的 V2G 系统低电压穿越技术。

附录见本刊网络版(<http://www.epae.cn>)。

## 参考文献:

- [1] 胡泽春,宋永华,徐智威,等. 电动汽车接入电网的影响与利用[J]. 中国电机工程学报,2012,32(4):1-10.  
HU Zechun,SONG Yonghua,XU Zhiwei,et al. Impacts and utilization of electric vehicles integration into power systems[J]. Proceedings of the CSEE,2012,32(4):1-10.
- [2] 李惠玲,白晓民. 电动汽车充电对配电网的影响及对策[J]. 电力系统自动化,2011,35(17):38-43.  
LI Huiling,BAI Xiaomin. Impacts of electric vehicles charging on distribution grid[J]. Automation of Electric Power Systems, 2011,35(17):38-43.
- [3] CVETKOVIC I,THACKER T,DONG D,et al. Future home uninterruptible renewable energy system with vehicle-to-grid technology[C]//Proceedings of the IEEE Energy Conversion Congress and Exposition. San Jose,California:IEEE,2009:2675-2681.
- [4] TANG LIXIN,SU GUIJIA. A low-cost,digitally-controlled charger for plug-in hybrid electric vehicles[C]//Proceedings of the IEEE Energy Conversion Congress and Exposition. San Jose,California: IEEE,2009:3923-3929.
- [5] GOLESTAN S,MONFARED M,FREIJEDO F D. Design-oriented study of advanced synchronous reference frame phase-locked loops[J]. IEEE Transactions on Power Electronics,2013,28(2): 765-778.
- [6] 王辉,粟梅,孙尧,等. 应用于 V2G 的 AC/DC 矩阵变换器[J]. 中国电机工程学报,2013,33(9):34-41.  
WANG Hui,SU Mei,SUN Yao,et al. AC/DC matrix converters for V2G applications[J]. Proceedings of the CSEE,2013,33(9): 34-41.
- [7] YOUNG J L,KHALIGH A,EMADI A. Advanced integrated bidirectional AC/DC and DC/DC converter for plug-in hybrid electric vehicles[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2009,58(8):3970-3980.
- [8] ZHOU Xiaohu,WANG Gangyao,LUKIC S,et al. Multi-function bi-directional battery charger for plug-in hybrid electric vehicle application[C]//Energy Conversion Congress and Exposition. Pittsburgh,USA:ECCE,2009:3930-3936.
- [9] DU Yu,ZHOU Xiaohu,BAI Sanzhong,et al. Review of non-isolated bi-directional DC-DC converters for plug-in hybrid electric vehicle charge station application at municipal parking decks[C]// Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC).

- Anaheim, USA: IEEE, 2010: 1145-1151.
- [10] JAGANATHAN S, GAO WENZHONG. Battery charging power electronics converter and control for plug-in hybrid electric vehicle [C] // IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference. Dearborn, USA: IEEE, 2009: 440-447.
- [11] 樊英, 张丽, 薛钟兵, 等. 基于V2G的无功功率补偿技术[J]. 电网技术, 2013, 37(2): 307-311.  
FAN Ying, ZHANG Li, XUE Zhongbing, et al. Reactive compensation technology based on vehicle to grid [J]. Power System Technology, 2013, 37(2): 307-311.
- [12] 年珩, 沈永波, 宋亦鹏. 不平衡及谐波电网电压下并网逆变器的直接功率控制策略[J]. 电网技术, 2014, 38(6): 1452-1458.  
NIAN Heng, SHEN Yongbo, SONG Yipeng. Direct power control strategy of grid connected inverter under unbalanced and harmonic grid voltage [J]. Power System Technology, 2014, 38(6): 1452-1458.
- [13] 刘斌, 贺建军, 栗梅, 等.  $\delta$ 算子离散化的二阶广义积分实现单相光伏逆变器并网控制[J]. 太阳能学报, 2015, 36(8): 1876-1883.  
LIU Bin, HE Jianjun, SU Mei, et al. Control for single-phase photovoltaic grid connected inverter based on second order generalized integrator using delta operator [J]. Acta Energetica Sinica, 2015, 36(8): 1876-1883.
- [14] 刘斌, 贺建军, 栗梅, 等. 基于穿越频次变步长的离散全程滑模锁相环控制[J]. 电网技术, 2014, 38(12): 3347-3353.  
LIU Bin, HE Jianjun, SU Mei, et al. A frequency crossing switching surface based variable-step digital global sliding mode phase-locked loop control strategy [J]. Power System Technology, 2014, 38(12): 3347-3353.
- [15] GUO X, WU W, CHEN Z. Multiple complex coefficient filter based phase locked loop and synchronization technique for three-phase grid interfaced converters in distributed utility networks [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2011, 58(4): 1194-1204.
- [16] 王鹿军, 张冲, 吕征宇. 电网谐波背景下单相并网逆变器的锁相方法[J]. 电力系统自动化, 2013, 37(14): 107-112.  
WANG Lujun, ZHANG Chong, LÜ Zhengyu. Phase-locked loop for single phase grid-connected inverters in a harmonic distorted grid [J]. Automation of Electric Power Systems, 2013, 37(14): 107-112.
- [17] HOLTZ J. The representation of AC machine dynamics by complex signal flow graphs [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 1995, 42(3): 263-271.
- [18] 王宝归, 李泽泉, 林勇, 等. 并网型电力电子装置数字锁相环研究[J]. 大功率变流技术, 2012, 32(4): 39-42.  
WANG Baogui, LI Zequan, LIN Yong, et al. Study on digital phase-locked loop for grid-connected power electronic device [J]. High Power Converter Technology, 2012, 32(4): 39-42.
- [19] 杨勇, 李世华, 朱彬彬, 等. 基于双阶广义积分的单相光伏并网逆变器灵活功率控制[J]. 电网技术, 2014, 38(4): 952-958.  
YANG Yong, LI Shihua, ZHU Binbin, et al. A second order generalized integrator based flexible power control for single-phase photovoltaic grid-connected inverter [J]. Power System Technology, 2014, 38(4): 952-958.
- [20] MARTIN K W. Complex signal processing is not complex [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 2004, 51(9): 1823-1836.
- [21] SUNG K, LEE S, DEHBONEI H, et al. Application of voltage and current-controlled voltage source inverters for distributed generation systems [J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2006, 21(3): 782-792.
- [22] CIOBOTARU M, TEODORESCU R, BLAABJERG F. Control of single-stage single-phase PV inverter [C] // 11th IEEE European Conference on Power Electronics Applications. Dresden, Germany: [s.n.], 2005: 1-10.

#### 作者简介:



刘斌

刘斌(1982—),男,湖南会同人,讲师,博士,研究方向为电力电子与变流技术 (E-mail: bing.liu@csu.edu.cn);

宋绍剑(1970—),男,广西象州人,教授,研究方向为研究领域为复杂系统建模与优化、智能优化控制、新能源转化与控制;

贺德强(1973—),男,湖南桃江人,教授,博士研究生导师,研究方向为轨道交通信息

控制与故障诊断。

## Direct power control strategy for single-phase V2G system based on complex vector under harmonic grid voltage conditions

LIU Bin<sup>1</sup>, SONG Shaojian<sup>1</sup>, HE Deqiang<sup>2</sup>, LIN Xiaofeng<sup>1</sup>

(1. College of Electrical Engineering, Guangxi University, Nanning 530004, China;

2. College of Mechanical Engineering, Guangxi University, Nanning 530004, China)

**Abstract:** In order to achieve flexible and direct power control for V2G (Vehicle to Grid) system under the condition of voltage distortion in single-phase power grid, complex vector is introduced into the calculation of single-phase instantaneous power. The components of instantaneous active power and reactive power are analyzed, in the condition of grid voltage distorted. Based on the construction of complex vector signal model for single-phase V2G system, the complex vector controller is designed to realize two selective control targets: constant active and reactive power, sinusoidal grid current. What's more, the power feed forward control is adopted to improve the dynamic response for V2G system. Finally, MATLAB/Simulink simulation model and experiment platform for 3.5 kV·A single-phase V2G system are developed to validate the availability of the proposed control strategy.

**Key words:** electric vehicles; single-phase V2G system; direct power control; complex vector; notch filter

## 附录

将式(8)展开前三项:

$$\begin{aligned} u_\alpha &= U_1 \sin(\omega t) + U_3 \sin(3\omega t) + U_5 \sin(5\omega t) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{an} \\ u_\beta &= -U_1 \cos(\omega t) - U_3 \cos(3\omega t) - U_5 \cos(5\omega t) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\beta n} \end{aligned} \quad (\text{A1})$$

将式(9)展开前三项:

$$\begin{aligned} i_\alpha &= I_1 \sin(\omega t - \varphi_1) + I_3 \sin(3\omega t - \varphi_3) + I_5 \sin(5\omega t - \varphi_5) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{an} \\ i_\beta &= -I_1 \cos(\omega t - \varphi_1) - I_3 \cos(3\omega t - \varphi_3) - I_5 \cos(5\omega t - \varphi_5) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\beta n} \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

功率计算为:

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{2}(u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta) = \\ &= \frac{1}{2} \left[ \left( U_1 \sin(\omega t) + U_3 \sin(3\omega t) + U_5 \sin(5\omega t) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{an} \right) \left( I_1 \sin(\omega t - \varphi_1) + I_3 \sin(3\omega t - \varphi_3) + I_5 \sin(5\omega t - \varphi_5) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{an} \right) \right] + \\ &= \frac{1}{2} \left[ \left( -U_1 \cos(\omega t) - U_3 \cos(3\omega t) - U_5 \cos(5\omega t) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\beta n} \right) \left( -I_1 \cos(\omega t - \varphi_1) - I_3 \cos(3\omega t - \varphi_3) - I_5 \cos(5\omega t - \varphi_5) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\beta n} \right) \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[ U_1 I_1 \sin(\omega t - \varphi_1) \sin(\omega t) + U_1 I_3 \sin(3\omega t - \varphi_3) \sin(\omega t) + U_1 I_5 \sin(5\omega t - \varphi_5) \sin(\omega t) + U_1 \sin(\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{an} \right] + \\ &= \frac{1}{2} \left[ U_3 I_1 \sin(\omega t - \varphi_1) \sin(3\omega t) + U_3 I_3 \sin(3\omega t - \varphi_3) \sin(3\omega t) + U_3 I_5 \sin(5\omega t - \varphi_5) \sin(3\omega t) + U_3 \sin(3\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{an} \right] + \\ &= \frac{1}{2} \left[ U_5 I_1 \sin(\omega t - \varphi_1) \sin(5\omega t) + U_5 I_3 \sin(3\omega t - \varphi_3) \sin(5\omega t) + U_5 I_5 \sin(5\omega t - \varphi_5) \sin(5\omega t) + U_5 \sin(5\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{an} \right] + \\ &= \frac{1}{2} \left[ \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{an} I_1 \sin(\omega t - \varphi_1) \sin(5\omega t) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{an} I_3 \sin(3\omega t - \varphi_3) \sin(5\omega t) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{an} I_5 \sin(5\omega t - \varphi_5) \sin(5\omega t) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{an} \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{an} \right] + \\ &= \frac{1}{2} \left[ U_1 I_1 \cos(\omega t - \varphi_1) \cos(\omega t) + U_1 I_3 \cos(3\omega t - \varphi_3) \cos(\omega t) + U_1 I_5 \cos(5\omega t - \varphi_5) \cos(\omega t) + U_1 \cos(\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\beta n} \right] + \\ &= \frac{1}{2} \left[ U_3 I_1 \cos(\omega t - \varphi_1) \cos(3\omega t) + U_3 I_3 \cos(3\omega t - \varphi_3) \cos(3\omega t) + U_3 I_5 \cos(5\omega t - \varphi_5) \cos(3\omega t) + U_3 \cos(3\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\beta n} \right] + \\ &= \frac{1}{2} \left[ U_5 I_1 \cos(\omega t - \varphi_1) \cos(5\omega t) + U_5 I_3 \cos(3\omega t - \varphi_3) \cos(5\omega t) + U_5 I_5 \cos(5\omega t - \varphi_5) \cos(5\omega t) + U_5 \cos(5\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\beta n} \right] + \\ &= \frac{1}{2} \left[ \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\beta n} I_1 \cos(\omega t - \varphi_1) \cos(5\omega t) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\beta n} I_3 \cos(3\omega t - \varphi_3) \cos(5\omega t) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\beta n} I_5 \cos(5\omega t - \varphi_5) \cos(5\omega t) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\beta n} \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\beta n} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[ U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_1 I_3 \cos(2\omega t + \varphi_3) + U_1 I_5 \cos(4\omega t + \varphi_5) + U_1 \sin(\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{an} + U_1 \cos(\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\beta n} \right] + \\ &= \frac{1}{2} \left[ U_3 I_1 \cos(2\omega t + \varphi_3) + U_3 I_3 \cos \varphi_3 + U_3 I_5 \cos(2\omega t + \varphi_5) + U_3 \sin(3\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{an} + U_3 \cos(3\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\beta n} \right] + \\ &= \frac{1}{2} \left[ U_5 I_1 \cos(4\omega t + \varphi_5) + U_5 I_3 \cos(2\omega t + \varphi_3) + U_5 I_5 \cos \varphi_5 + U_5 \sin(5\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{an} + U_5 \cos(5\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\beta n} \right] + \\ &= \frac{1}{2} \left[ \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{an} I_1 \sin(\omega t - \varphi_1) \sin(5\omega t) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{an} I_3 \sin(3\omega t - \varphi_3) \sin(5\omega t) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{an} I_5 \sin(5\omega t - \varphi_5) \sin(5\omega t) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{an} \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{an} \right] + \\ &= \frac{1}{2} \left[ \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\beta n} I_1 \cos(\omega t - \varphi_1) \cos(5\omega t) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\beta n} I_3 \cos(3\omega t - \varphi_3) \cos(5\omega t) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\beta n} I_5 \cos(5\omega t - \varphi_5) \cos(5\omega t) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\beta n} \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\beta n} \right] = \\ P_{dc} &+ \sum_{n=2,4,8,\dots}^{\infty} P_n \cos(n\omega t + \theta_n) \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

其中,  $P_{dc}$ 为瞬时有功功率的直流分量;  $P_n$ 为瞬时有功功率谐波分量的幅值;  $\theta_n$ 为谐波分量的相角。

$$\begin{aligned}
q &= \frac{1}{2}(u_{\beta}i_{\alpha} - u_{\alpha}i_{\beta}) = \\
& \frac{1}{2} \left[ \left( -U_1 \cos(\omega t) - U_3 \cos(3\omega t) - U_5 \cos(5\omega t) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\beta n} \right) \left( I_1 \sin(\omega t - \varphi_1) + I_3 \sin(3\omega t - \varphi_3) + I_5 \sin(5\omega t - \varphi_5) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\alpha n} \right) \right] - \\
& \frac{1}{2} \left[ \left( U_1 \sin(\omega t) + U_3 \sin(3\omega t) + U_5 \sin(5\omega t) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\alpha n} \right) \left( -I_1 \cos(\omega t - \varphi_1) - I_3 \cos(3\omega t - \varphi_3) - I_5 \cos(5\omega t - \varphi_5) + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\beta n} \right) \right] = - \\
& \frac{1}{2} \left[ U_1 I_1 \sin(\omega t - \varphi_1) \cos(\omega t) + U_1 I_3 \sin(3\omega t - \varphi_3) \cos(\omega t) + U_1 I_5 \sin(5\omega t - \varphi_5) \cos(\omega t) + U_1 \cos(\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\alpha n} \right] - \\
& \frac{1}{2} \left[ U_3 I_1 \sin(\omega t - \varphi_1) \cos(3\omega t) + U_3 I_3 \sin(3\omega t - \varphi_3) \cos(3\omega t) + U_3 I_5 \sin(5\omega t - \varphi_5) \cos(3\omega t) + U_3 \cos(3\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\alpha n} \right] - \\
& \frac{1}{2} \left[ U_5 I_1 \sin(\omega t - \varphi_1) \cos(5\omega t) + U_5 I_3 \sin(3\omega t - \varphi_3) \cos(5\omega t) + U_5 I_5 \sin(5\omega t - \varphi_5) \cos(5\omega t) + U_5 \cos(5\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\alpha n} \right] + \\
& \frac{1}{2} \left[ I_1 \sin(\omega t - \varphi_1) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\beta n} + I_3 \sin(3\omega t - \varphi_3) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\beta n} + I_5 \sin(5\omega t - \varphi_5) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\beta n} + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\beta n} \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\alpha n} \right] + \\
& \frac{1}{2} \left[ U_1 I_1 \cos(\omega t - \varphi_1) \sin(\omega t) + U_1 I_3 \cos(3\omega t - \varphi_3) \sin(\omega t) + U_1 I_5 \cos(5\omega t - \varphi_5) \sin(\omega t) - U_1 \sin(\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\beta n} \right] + \\
& \frac{1}{2} \left[ U_3 I_1 \cos(\omega t - \varphi_1) \sin(3\omega t) + U_3 I_3 \cos(3\omega t - \varphi_3) \sin(3\omega t) + U_3 I_5 \cos(5\omega t - \varphi_5) \sin(3\omega t) - U_3 \sin(3\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\beta n} \right] + \\
& \frac{1}{2} \left[ U_5 I_1 \cos(\omega t - \varphi_1) \sin(5\omega t) + U_5 I_3 \cos(3\omega t - \varphi_3) \sin(5\omega t) + U_5 I_5 \cos(5\omega t - \varphi_5) \sin(5\omega t) - U_5 \sin(5\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\beta n} \right] + \\
& \frac{1}{2} \left[ I_1 \cos(\omega t - \varphi_1) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\alpha n} + I_3 \cos(3\omega t - \varphi_3) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\alpha n} + I_5 \cos(5\omega t - \varphi_5) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\alpha n} - \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\alpha n} \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\beta n} \right] = \\
& \frac{1}{2} \left[ U_1 I_1 \sin \varphi_1 - U_1 I_3 \sin(2\omega t - \varphi_3) - U_1 I_5 \sin(4\omega t - \varphi_5) - U_1 \sin(\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\beta n} - U_1 \cos(\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\alpha n} \right] + \\
& \frac{1}{2} \left[ U_3 I_1 \sin(2\omega t + \varphi_1) + U_3 I_3 \sin \varphi_3 - U_3 I_5 \sin(2\omega t - \varphi_5) - U_3 \sin(3\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\beta n} - U_3 \cos(3\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\alpha n} \right] + \\
& \frac{1}{2} \left[ U_5 I_1 \sin(4\omega t + \varphi_1) + U_5 I_3 \sin(2\omega t + \varphi_3) + U_5 I_5 \sin \varphi_5 - U_5 \sin(5\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\beta n} - U_5 \cos(5\omega t) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\alpha n} \right] + \\
& \frac{1}{2} \left[ I_1 \sin(\omega t - \varphi_1) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\beta n} + I_3 \sin(3\omega t - \varphi_3) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\beta n} + I_5 \sin(5\omega t - \varphi_5) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\beta n} + \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\beta n} \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\alpha n} \right] + \\
& \frac{1}{2} \left[ I_1 \cos(\omega t - \varphi_1) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\alpha n} + I_3 \cos(3\omega t - \varphi_3) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\alpha n} + I_5 \cos(5\omega t - \varphi_5) \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\alpha n} - \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} u_{\alpha n} \sum_{n=7,9,11,\dots}^{\infty} i_{\beta n} \right] = \\
& Q_{\text{dc}} + \sum_{n=2,4,8,\dots}^{\infty} Q_n \sin(n\omega t + \theta_n)
\end{aligned}$$

(A4)

其中， $Q_{\text{dc}}$ 为瞬时无功功率的直流分量； $Q_n$ 为瞬时无功功率谐波分量的幅值； $\theta_n$ 为谐波分量的相角。