

基于随机过程平均功率的量化误差影响分析

王学伟¹, 王艳君¹, 王磊², 彭小娟¹

(1. 北京化工大学 信息科学与技术学院, 北京 100029; 2. 中国计量科学研究院, 北京 100013)

摘要:针对数字化变电站电能计量系统中量化误差对功率测量误差的影响,从系统分析的角度出发,建立了数字化电能计量系统结构化模型和功率测量单元结构化模型,详细地揭示了数字化电能计量系统内部构成要素间的误差传递关系;给出了量化误差的随机过程表述,提出了基于随机过程平均功率的量化误差对功率测量误差的影响分析方法,推导了量化误差影响的功率测量误差数学模型,给出了功率测量相对误差数学解析式;通过对比分析理论推导极限值与蒙特卡罗仿真极限值,二者均在同一个数量级,且理论推导极限值大于仿真极限值,验证了所提方法的有效性。与传统的分析方法相比,所提出的分析方法具有普适性,对功率测量误差的估计具有理论指导意义。

关键词:数字化电能表;结构化模型;量化误差;随机过程;功率测量误差

中图分类号: TM 933

文献标识码: A

DOI: 10.16081/j.issn.1006-6047.2018.07.025

0 引言

随着智能电网的建设,基于 IEC61850 的数字化变电站发展迅速^[1-6]。由于互感器的不同,数字化电能计量系统包括:电子式互感器+合并单元 ETMU (Electronic Transformers & Merging Unit) 模式和电磁式互感器+模拟量输入式合并单元 TMU (Transformers & Merging Unit) 模式^[2]。目前,ETMU 模式是数字化变电站电能计量的发展趋势,而 TMU 模式仍广泛应用于部分改造变电站和新建变电站中^[3-5]。在上述 2 种模式下,A/D 转换和 IEC61850-9-2(LE) 协议组帧解析均对功率测量引入量化误差,量化误差是功率测量过程中不可忽视的因素。

功率测量误差可以划分为算法误差和量化误差分别考虑。算法误差是系统误差,近二十年来,国内外学者对功率测量算法误差进行了大量的研究。

a. 在时域测量方面,针对正弦和非正弦周期信号的测量,分析了同步采样测量 SSM (Synchronous Sampling Measurement) 算法的截断误差^[7]、非同步采样测量 ASM (Asynchronous Sampling Measurement) 算法的同步误差^[8]和准同步采样测量 QSM (Quasi-synchronous Sampling Measurement) 算法的泄漏误差^[9];研究得出 SSM 与 ASM 算法的误差表达式^[10-11]和 QSM 算法的误差表达式^[12];解决了被测基波信号和谐波信号的算法误差的评价问题。

b. 在频域测量方面,针对非正弦周期信号,推导给出了不同的快速傅里叶变换 (FFT) 加窗插值测

量算法的误差频域表达式^[13-14];解决了谐波信号算法误差的估计问题。

上述已经提出的时域和频域功率测量的算法误差分析方法,解决了算法的原理误差,是一种系统误差的解决方法,但是不包含随机量化误差对功率测量的误差影响分析。

采样数据的量化误差(含 A/D 量化误差和协议量化误差)是随机误差,长期以来,国内外学者针对量化误差对功率测量的误差影响给予了重视,并进行了相应的研究,包括以下 2 个方面。

a. 研究了 A/D 量化误差的数学模型,针对 SSM、ASM 和 QSM 测量方法,采用建立计算机仿真模型的方法,在典型情况下仿真分析了功率测量的量化误差影响^[15];仿真分析了量化误差对电网信号频率测量误差的影响^[16];通过基于蒙特卡罗统计模拟的仿真实验法,计算分析了 IEC61850-9-2(LE) 协议影响下的数字化电能表综合误差^[17]。采用上述仿真方法估计量化误差对功率测量误差影响,需要考虑所有的影响因素,仿真周期普遍较长,效率相对较低,难以穷尽所有的状态。

b. 将量化误差作为具有理想均匀分布概率密度函数的随机变量,分析量化误差对电能测量误差的影响^[18-19],该方法未能考虑电能计量系统内部构成要素,包括电磁式互感器、模拟量输入式合并单元、离散电压电流值、功率测量单元的乘法器、功率测量低通滤波器和离散有功功率等,以及各要素彼此之间的误差传递关系对功率测量的误差影响。因此,数字化电能计量系统中,如何找到一种分析量化误差对功率测量误差影响的新方法,是电能计量领域长期探索且亟待解决的科学问题。

针对上述问题,本文首先从系统分析和建模的角度出发,分析了系统的主要构成要素,在此基础上建立了数字化电能计量系统的结构化模型,然后详

收稿日期:2017-04-25;修回日期:2018-06-26

基金项目:国家高技术研究发展计划(863 计划)资助项目(2015AA050404);国家自然科学基金资助项目(51577006)

Project supported by the National High Technology Research and Development Program of China(863 Program)(2015AA050404) and the National Natural Science Foundation of China(51577006)

细分析系统中要素之间的信号传递关系;进而,基于随机过程理论分析量化误差,并建立功率测量单元结构化模型,分析要素间的误差传递关系;其次,采用基于随机过程平均功率的分析方法,推导量化误差影响电能表功率测量误差数学模型,揭示功率测量相对误差的影响因素;最后,采用蒙特卡罗法仿真验证本文所提方法的有效性。本文针对当前应用较多的 TMU 模式^[6]分析量化误差的影响,得出的结论同样适用于分析 ETMU 模式下的量化误差影响。

1 结构化模型

1.1 数字化电能计量系统结构化模型

在 TMU 模式下,数字化电能计量系统由电磁式互感器子系统、模拟量输入式合并单元子系统和数字化电能表子系统 3 个主要要素构成,根据 3 个子系统的工作原理和要素之间的连接关系,建立其结构化模型如图 1 所示。

在图 1 所示的结构化模型中,各个要素之间信号的传递关系为:电磁式互感器子系统包括电磁式电压互感器和电磁式电流互感器,分别将被测参量按比例关系变换成二次侧电压值 $u(t)$ 、电流值 $i(t)$ 送至模拟量输入式合并单元;在模拟量输入式合并单元中,首先通过 A/D 转换器转换得到瞬时离散电压、电流采样值,然后通过协议组帧产生符合 IEC61850-9-2(LE)协议的采样报文并发送;数字化电能表接收经过光纤传输的报文并解析瞬时离散电压值 $\hat{u}(n)$ 和电流值 $\hat{i}(n)$,然后送至功率测量单元 PME (Power Measurement Element) 的乘法器进行 $\hat{u}(n) \times \hat{i}(n)$ 运算,得到离散瞬时输入功率 $\hat{p}_i(n)$;通过功率测量低通滤波器滤除 $\hat{p}_i(n)$ 中的高频部分,输出得到离散有功功率 $\hat{p}_o(n)$ (值得注意的是,功率测量低通滤波器是功率测量算法,如点积和算法等的具体实现); $\hat{p}_o(n)$ 经过电能累计单元计算得到电能量值 E 并进行电能显示。

上述系统结构化模型中,A/D 转换器的最小量化单位对应可分辨的最小模拟量^[20];而 IEC61850-9-2(LE)协议的每帧数据构成同样具有最小量化单位,同样也对应着 1 个可分辨最小模拟量^[17]。即:A/D 转换与 IEC61850-9-2(LE)协议的每帧数据产生的量化误差均是由最小量化单位引起。上述 2 种来源的量化误差均需要输入数字化电能表子系统,

对功率测量值产生影响。因此,A/D 量化误差与 IEC61850-9-2(LE)协议量化误差对功率测量相对误差的影响机理相同。

考虑到 ASM 算法会产生较大的同步测量误差(该误差在 $2 \times 10^{-3} \sim 1 \times 10^{-2}$ 范围内),该误差会掩盖 A/D 量化误差对功率测量误差的影响^[15],因此,为了不受同步测量误差的影响,本文针对 SSM 算法,研究 A/D 量化误差对功率测量误差的影响,该方法可以扩展到 ASM 算法的分析中。

1.2 量化误差的随机过程表述

图 1 所示的模拟量输入式合并单元子系统中,在 A/D 转换器的作用下,对模拟量电流信号 $i(t)$ 进行数据采集。由于模拟量电流信号 $i(t)$ 的幅度和频率均会随着时间随机变化,在任意一次($\lambda=r$)数据采集过程的任意一个时刻($n=k$),电流量化误差 $\hat{e}_{ir}(k)$ 都是随机的。任意一次数据采集过程导致的电流量化误差就是一个样本函数 $\hat{e}_{ir}(n)$ 。在任意一个固定的时刻,不同样本的取值就是一个随机变量 $\hat{e}_{ia}(k)$ 。随着时间的变化,随机变量在时间进程中不同时刻的集合 $\{\hat{e}_{ia}(1), \hat{e}_{ia}(2), \dots, \hat{e}_{ia}(n)\}$ 就构成一个随机过程,即电流量化误差 $\hat{e}_i(n)$ 的随机过程表述。同理可知电压量化误差 $\hat{e}_u(n)$ 也是一个随机过程。

根据图 1 所示的结构化模型,数字化电能表通过报文接收和解析得到的瞬时离散电压值 $\hat{u}(n)$ 与随机过程电压量化误差 $\hat{e}_u(n)$ 、瞬时离散电流值 $\hat{i}(n)$ 与随机过程电流量化误差 $\hat{e}_i(n)$ 的关系分别为:

$$\hat{u}(n) = u(n) + \hat{e}_u(n) = \sqrt{2} U_1 \sin\left(\frac{2\pi f_0 n}{f_s} + \phi_1\right) + \hat{e}_u(n) \quad (1)$$

$$\hat{i}(n) = i(n) + \hat{e}_i(n) = \sqrt{2} I_1 \sin\left(\frac{2\pi f_0 n}{f_s} + \phi_1\right) + \hat{e}_i(n) \quad (2)$$

其中, $n=0,1,2,\dots$; $u(n)$ 、 $i(n)$ 分别为数字化变电站中基波电压、电流理想瞬时采样值; U_1 、 I_1 分别为基波电压、电流有效值; ϕ_1 、 ϕ_1 分别为基波电压、电流初相角; f_0 为被测信号频率(取 50 Hz); $f_s = Nf_0$ 为采样频率, N 为每周期采样点数,根据 IEC61850-9-2(LE)协议, N 取 256 或 80。

通过上述分析,可将量化误差对功率测量误差的影响问题转化为量化误差随机过程通过功率测量低通滤波器系统,估计系统输出随机过程平均功率

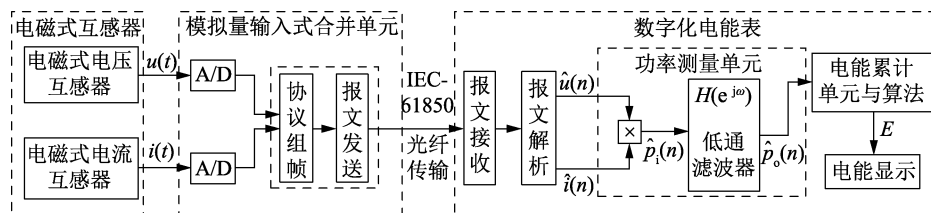


图 1 数字化电能计量系统结构化模型

Fig.1 Structural model of digital energy metering system

的问题。下文将通过建立基于随机过程的 PME 结构化模型,分析要素间的误差传递关系,来分析推导该问题。

1.3 PME 结构化模型及量化误差随机过程的影响分析

根据 1.1 节中所介绍的 PME 功能,考虑量化误差随机过程对有功功率计算过程的影响,建立基于随机过程的 PME 结构化模型如图 2 所示。

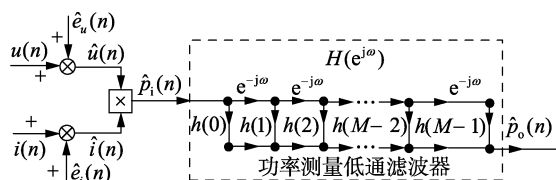


图2 PME 结构化模型

Fig.2 Structural model of PME

图2中, $H(e^{j\omega})$ 为有限长单位冲激响应(FIR)滤波器的频率响应,与其相对应的单位冲激响应为 $h(n)$, $h(n)$ 的长度为 M (一般情况下, M 与每周期采样点数有关), $h(n)$ 由采样加窗平均算法和数值积分法给出,根据 FIR 滤波器的横截型信号流图结构, $H(e^{j\omega})$ 可表示为:

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{M-1} h(n) e^{-j\omega n} \quad (3)$$

PME 结构化模型给出了 PME 输入 $u(n)$ 、 $i(n)$ 、 $\hat{e}_u(n)$ 、 $\hat{e}_i(n)$ 、 $\hat{u}(n)$ 、 $\hat{i}(n)$ 与功率测量低通滤波器(以下简称低通滤波器)共 7 个要素和 PME 输出 $\hat{p}_o(n)$ 之间的相互关系。图2中,瞬时输入功率 $\hat{p}_i(n)$ 与 $u(n)$ 、 $i(n)$ 、 $\hat{e}_u(n)$ 和 $\hat{e}_i(n)$ 4 个要素之间的关系为:

$$\begin{aligned} \hat{p}_i(n) &= \hat{u}(n) \hat{i}(n) = (u(n) + \hat{e}_u(n)) (i(n) + \hat{e}_i(n)) = \\ &= p_i(n) + u(n) \hat{e}_i(n) + i(n) \hat{e}_u(n) + \hat{e}_u(n) \hat{e}_i(n) \approx \\ &= p_i(n) + u(n) \hat{e}_i(n) + i(n) \hat{e}_u(n) \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $n=0, 1, 2, \dots$; $\hat{e}_u(n) \hat{e}_i(n)$ 为高阶无穷小,因此可以忽略不计。

由式(3)、(4)建立功率测量低通滤波器输入与输出的关系:

$$\begin{aligned} \hat{p}_o(n) &= \sum_{k=0}^{M-1} h(k) \hat{p}_i(n-k) = \sum_{k=0}^{M-1} h(k) p_i(n-k) + \\ &+ \sum_{k=0}^{M-1} h(k) (u(n-k) \hat{e}_i(n-k)) + \\ &+ \sum_{k=0}^{M-1} h(k) (i(n-k) \hat{e}_u(n-k)) = \\ &= p_o(n) + \hat{e}_u^u(n) + \hat{e}_i^i(n) \end{aligned} \quad (5)$$

由式(5)可以看出,输出离散有功功率 $\hat{p}_o(n)$ 由 $\hat{e}_u^u(n)$ 、 $\hat{e}_i^i(n)$ 和 $p_o(n)$ 3 个部分构成。为了更好地分析量化误差对功率测量误差的影响,将 PME 结构化模型表示成并联形式,如图3所示。

图3反映了量化误差随机过程 $\hat{e}_u(n)$ 与 $\hat{e}_i(n)$ 在

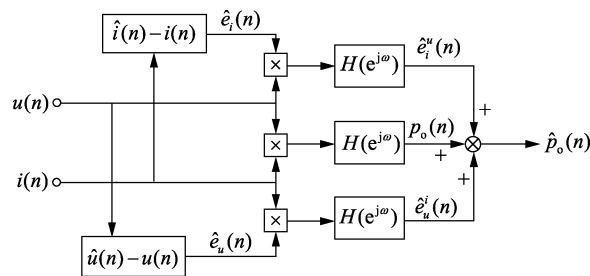


图3 PME 结构化模型的并联形式

Fig.3 Parallel structural model of PME

各要素之间的传递关系。图中, $\hat{e}_i^u(n)$ 为随机过程 $\hat{e}_i(n)$ 受确定信号 $u(n)$ 调制之后通过线性低通滤波器(线性系统)的输出,依然是随机过程,表示电流量化误差导致的 PME 输出误差; $\hat{e}_u^i(n)$ 为随机过程 $\hat{e}_u(n)$ 受确定信号 $i(n)$ 调制后通过线性低通滤波器的输出,依然是随机过程,表示电压量化误差导致的 PME 输出误差; $p_o(n)$ 为无量化误差影响时的输出离散有功功率。因此,求解功率测量误差的关键在于求解随机过程 $\hat{e}_i^u(n)$ 与 $\hat{e}_u^i(n)$ 的平均功率。

在数字化电能表实验室测试中,随机过程 $\hat{e}_i^u(n)$ 与 $\hat{e}_u^i(n)$ 的任一样本均是确定的功率型信号,其频谱特性可以由功率谱密度来表述,对功率谱密度积分即可得平均功率。根据该研究思路,建立基于随机过程平均功率的量化误差影响的功率测量误差数学模型。

2 基于随机过程平均功率的量化误差影响的功率测量误差数学模型

2.1 $\hat{e}_i^u(n)$ 和 $\hat{e}_u^i(n)$ 功率谱密度

通过对随机过程 $\hat{e}_i^u(n)$ 与 $\hat{e}_u^i(n)$ 进行离散时间傅里叶变换,再对每一可能实现的功率谱求统计平均,获得随机过程的功率谱密度。设 $\hat{E}_i^u(e^{j\omega})$ 与 $\hat{E}_i^i(e^{j\omega})$ 分别表示随机过程 $\hat{e}_i^u(n)$ 和 $\hat{e}_i(n)$ 的频谱,对随机过程 $\hat{e}_i^u(n)$ 求离散时间傅里叶变换得:

$$\begin{aligned} \hat{E}_i^u(e^{j\omega}) &= \text{DTFT}[\hat{e}_i^u(n)] = \\ &= \text{DTFT}\left[\sum_{k=0}^{M-1} h(k) u(n-k) \hat{e}_i(n-k)\right] = \\ &= H(e^{j\omega}) \text{DTFT}[u(n-k) \hat{e}_i(n-k)] = \\ &= H(e^{j\omega}) \frac{1}{2\pi} [U(e^{j\omega}) \otimes \hat{E}_i(e^{j\omega})] e^{-j\omega k} = \\ &= H(e^{j\omega}) \left\{ \frac{\sqrt{2} U_1}{2} e^{-j\frac{\pi}{2}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} [e^{j\phi_1} \delta(\omega - \omega_0 - 2\pi m) - \right. \\ &\quad \left. e^{-j\phi_1} \delta(\omega + \omega_0 - 2\pi m)] \otimes \hat{E}_i(e^{j\omega}) \right\} e^{-j\omega k} = \\ &= \frac{\sqrt{2} U_1}{2} e^{-j\frac{\pi}{2}} H(e^{j\omega}) \sum_{m=-\infty}^{\infty} [e^{j\phi_1} \hat{E}_i(\omega - \omega_0 - 2\pi m) - \\ &\quad e^{-j\phi_1} \hat{E}_i(\omega + \omega_0 - 2\pi m)] e^{-j\omega k} \end{aligned} \quad (6)$$

其中, ω 为数字角频率; $\omega_0 = 2\pi f_0/f_s$ 。按照上述思

路,得到随机过程 $\hat{e}_i^u(n)$ 的功率谱密度为:

$$\begin{aligned} \hat{P}_i^u(\omega) &= E[|\hat{E}_i^u(e^{j\omega})|^2] = \\ &E\left\{\frac{U_1^2}{2}|H(e^{j\omega})|^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} [|\hat{E}_i(\omega - \omega_0 - 2\pi m)|^2 + \right. \\ &\quad \left. |\hat{E}_i(\omega + \omega_0 - 2\pi m)|^2]\right\} = \\ &\frac{U_1^2}{2}|H(\omega)|^2 E\left\{\sum_{m=-\infty}^{\infty} [|\hat{E}_i(\omega - \omega_0 - 2\pi m)|^2 + \right. \\ &\quad \left. |\hat{E}_i(\omega + \omega_0 - 2\pi m)|^2]\right\} = \\ &\frac{U_1^2}{2}|H(\omega)|^2 [\hat{P}_i(\omega - \omega_0) + \hat{P}_i(\omega + \omega_0)] \quad (7) \end{aligned}$$

其中, $\hat{E}_i(\omega - \omega_0 - 2\pi m)$ 和 $\hat{E}_i(\omega + \omega_0 - 2\pi m)$ 均为 $\hat{E}_i(e^{j\omega})$ 在频域的平移,在低通滤波器的作用下,只保留 $m=0$ 时的频谱。显然,求得 $\hat{P}_i^u(\omega)$ 的前提是要确定量化误差 $\hat{e}_i(n)$ 的功率谱密度 $\hat{P}_i(\omega)$ 和滤波器频率响应幅度谱的平方 $|H(\omega)|^2$ 。

2.1.1 量化误差 $\hat{e}_i(n)$ 的功率谱

量化误差 $\hat{e}_i(n)$ 的功率谱在 $[0, \pi]$ 的带宽之内均匀分布^[21],如图4所示。 $\hat{e}_i(n)$ 的平均功率 $\sigma_i^2 = R_i(n, 0)$, $R_i(n, 0)$ 表示电流量化误差时间起点为 n 、时间间隔为 0 的自相关函数,可由仿真分析得到。根据随机过程的平均功率与功率谱密度的关系 $\sigma_i^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \hat{P}_i(\omega) d\omega$, 计算得 $\hat{e}_i(n)$ 单边功率谱密度为:

$$\hat{P}_i(\omega) = 2\sigma_i^2 \quad (8)$$

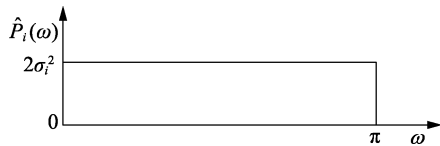


图4 $\hat{e}_i(n)$ 功率谱密度分布

Fig.4 Distribution of $\hat{e}_i(n)$ power spectral density

2.1.2 滤波器频率响应

滤波器频率响应 $H(e^{j\omega})$ 取决于功率测量算法的选取。根据数值积分方法的不同,功率测量算法以复化矩形(即点积和算法)、复化梯形和准同步算法最为典型。基于复化矩形算法构造滤波器时, $M=N$, 单位冲激响应 $h(n)$ 满足:

$$h(n) = \frac{1}{N} \quad n=0, 1, \dots, N-1 \quad (9)$$

基于复化梯形算法构造滤波器时, $M=N+1$, 单位冲激响应 $h(n)$ 满足:

$$h(n) = \begin{cases} \frac{1}{N} & n=1, 2, \dots, N-1 \\ \frac{1}{2N} & n=0, N \end{cases} \quad (10)$$

基于三次迭代矩形准同步算法构造滤波器时,

$M=3N+1$, 单位冲激响应 $h(n)$ 满足:

$$h(n) = \begin{cases} \frac{(n+1)(n+2)}{2(N+1)^3} & n=0, 1, \dots, N \\ \frac{1}{(N+1)^3} \left[\frac{(N+1)(N+2)}{2} + (n-N)(2N-n) \right] & n=N+1, N+2, \dots, 2N-1 \\ \frac{(3N-n+2)(3N-n+3)}{2(N+1)^3} & n=2N, 2N+1, \dots, 3N \end{cases} \quad (11)$$

2.2 基于随机过程平均功率的功率测量误差估计

下面以基于矩形算法构造的滤波器为例,推导基于随机过程平均功率的量化误差影响的功率测量误差数学模型。 $\hat{e}_i^u(n)$ 的平均功率由式(7)所示的功率谱密度积分得到:

$$\begin{aligned} \hat{P}_i^u &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{P}_i^u(\omega) d\omega = \\ &\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{U_1^2}{2} |H_R(\omega)|^2 [\hat{P}_i(\omega - \omega_0) + \\ &\quad \hat{P}_i(\omega + \omega_0)] d\omega \end{aligned} \quad (12)$$

将式(8)代入式(12)得:

$$\hat{P}_i^u = U_1^2 \sigma_i^2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_\alpha}^{\omega_\alpha} |H_R(\omega)|^2 d\omega = U_1^2 \sigma_i^2 \tilde{E}_R(N) \quad (13)$$

其中, $\omega_\alpha = \pi$ 为 $H_R(\omega)$ 的截止数字角频率; $\tilde{E}_R(N) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_\alpha}^{\omega_\alpha} |H_R(\omega)|^2 d\omega$ 为基于复化矩形算法构造的滤波器频率响应的平方在频域的积分,即滤波器频率响应的总能量。根据帕斯瓦尔定理,信号在频域的总能量等于信号在时域的总能量,因此,由式(9)可求得式(13)中的 $\tilde{E}_R(N)$ 为:

$$\tilde{E}_R(N) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |H_R(\omega)|^2 d\omega = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)|^2 = \frac{1}{N} \quad (14)$$

将式(14)代入式(13)得到 $\hat{e}_i^u(n)$ 的平均功率:

$$\hat{P}_i^u = \frac{U_1^2 \sigma_i^2}{N} \quad (15)$$

同理可计算 $\hat{e}_u^i(n)$ 的平均功率:

$$\hat{P}_u^i = \frac{I_1^2 \sigma_u^2}{N} \quad (16)$$

根据式(5)所示的 $\hat{e}_i^u(n)$ 、 $\hat{e}_u^i(n)$ 和 $\hat{p}_o(n)$ 的关系,由式(15)、(16)可得量化误差对功率测量误差影响的表达式为:

$$\begin{aligned} \hat{P} &= \sqrt{\hat{P}_i^u + \hat{P}_u^i + 2 \text{cov}(\hat{e}_i^u(n), \hat{e}_u^i(n))} = \\ &\sqrt{\frac{2U_1^2 \sigma_i^2}{N} + \frac{2I_1^2 \sigma_u^2}{N}} = \sqrt{(2U_1^2 \sigma_i^2 + 2I_1^2 \sigma_u^2) \tilde{E}_R(N)} \quad (17) \end{aligned}$$

采用式(14)中 $\tilde{E}_R(N)$ 的求解方法,由式(10)、

(11) 可求得基于复化梯形算法构造的滤波器频率响应的总能量 $\tilde{E}_T(N)$ 和基于三次迭代矩形准同步算法构造的滤波器频率响应的总能量 $\tilde{E}_Q(N)$ 分别为:

$$\tilde{E}_T(N) = \frac{2N-1}{2N^2} \quad (18)$$

$$\tilde{E}_Q(N) = \frac{33N^5 + 152N^4 + 335N^3 + 333N^2 + 242N + 120}{60(N+1)^6} \quad (19)$$

为了便于分析采用不同滤波器时, 量化误差对电能表功率测量误差的影响, 本文用 $\tilde{E}(N)$ 统一表示滤波器频率响应的总能量。则根据式 (17), 基于随机过程平均功率的量化误差影响下数字化电能表功率测量误差的数学模型可表示为:

$$\hat{P} = \sqrt{(2U_1^2\sigma_i^2 + 2I_1^2\sigma_u^2)\tilde{E}(N)} \quad (20)$$

2.3 功率测量相对误差

数字化电能表 PME 理想输出平均功率为:

$$P = U_1 I_1 \cos(\phi_1 - \varphi_1) \quad (21)$$

根据式 (20) 与 (21) 可推导功率测量相对误差的表达式为:

$$\gamma = \frac{\hat{P}}{P} = \frac{\sqrt{(2U_1^2\sigma_i^2 + 2I_1^2\sigma_u^2)\tilde{E}(N)}}{U_1 I_1 \cos(\phi_1 - \varphi_1)} = \frac{1}{\cos(\phi_1 - \varphi_1)} \sqrt{2\tilde{E}(N) \left(\frac{\sigma_i^2}{I_1^2} + \frac{\sigma_u^2}{U_1^2} \right)} \quad (22)$$

通过分析不同测量算法下 $\tilde{E}(N)$ 的表达式 (14)、(18)、(19) 发现, $\tilde{E}(N)$ 随着滤波器长度的增大而减小。因此, 式 (22) 表明 γ 随着电压和电流有效值、功率因数、滤波器长度等因素的增大而减小, 随着量化误差平均功率的增大而增大。

3 仿真验证

在 OIML R46-1/-2 国际建议中, 最大允许误差值用误差极限值描述。因此, 本文采用比较功率测量相对误差理论极限值与仿真极限值的方法, 验证本文提出的基于随机过程平均功率的量化误差对功率测量误差影响的分析方法的有效性。

本文采用蒙特卡罗统计模拟法, 进行 30 000 次的重复仿真实验。首先, 在电压和电流有效值的 $\pm 1/1\,000$ 范围内, 产生 30 000 个均匀分布的值, 分别作为被测信号 (即图 1 中的二次侧电压值 $u(t)$ 、电流值 $i(t)$) 的 30 000 个样本的有效值^[17], 使每次功率测试的电压和电流模拟信号的样本值各不相同, 然后经过 16 bit 的 ADC 量化, 得到含有量化误差的电压、电流采样值, 由功率测量算法计算功率值, 并求出相对误差。仿真分析条件如下: 被测信号频率为 50 Hz; 16 bit ADC 的基准电压 $V_{\text{ref}} = 1.415\,6$

V; 被测电压有效值 U_1 为 1 V, 被测电流有效值 I_1 分为 1 A 和 0.1 A 2 种情况; 每周周期采样点数 N 分为 256 点和 80 点 2 种情况, 对被测电压与电流进行 3 个整周期采样和 16 bit ADC 的量化; 功率测量算法选择复化矩形算法和三次迭代矩形准同步算法; 信号采样起始点均从零相位开始。

基于上述仿真条件, 仿真得到电压、电流量化误差平均功率最大值 $\sigma_{u\max}^2$ 、 $\sigma_{i\max}^2$, 如表 1 所示。

表 1 量化误差平均功率最大值
Table 1 Average power maximum value of quantization errors

N	$\sigma_{u\max}/W$		$\sigma_{i\max}/W$	
	$I_1 = 1\text{ A}$	$I_1 = 0.1\text{ A}$	$I_1 = 1\text{ A}$	$I_1 = 0.1\text{ A}$
256	4.63×10^{-10}	4.63×10^{-10}	4.63×10^{-10}	4.55×10^{-10}
80	4.55×10^{-10}	4.58×10^{-10}	4.55×10^{-10}	4.48×10^{-10}

将表 1 中的数据 and 仿真条件中的参数代入式 (22), 以 $\pm 1.96\gamma$ 作为相对误差带宽, 得到 95% 置信概率内功率测量相对误差理论极限值为 γ_t 。为了得到该置信区间内功率测量相对误差的仿真极限值 γ_s , 首先对误差进行分布特征研究, 本文采用 Kolmogorov-Smirnov 检验方法进行分析。如果误差服从正态分布, 记录置信因子 1.96, 即 95% 置信概率内误差的范围; 否则, 采用频数分布直方图, 计算总次数 95% 分布的误差范围。

Kolmogorov-Smirnov 检验结果表明, 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 的情况下, 当 $I_1 = 1\text{ A}$ 时, 功率测量相对误差服从正态分布; 当 $I_1 = 0.1\text{ A}$ 时, 功率测量相对误差不服从正态分布。图 5 给出在 $U_1 = 1\text{ V}$ 、 $I_1 = 0.1\text{ A}$ 、 $N = 256$ 的情况下, 采用复化矩形算法条件下的功率测量相对误差的频数分布直方图。

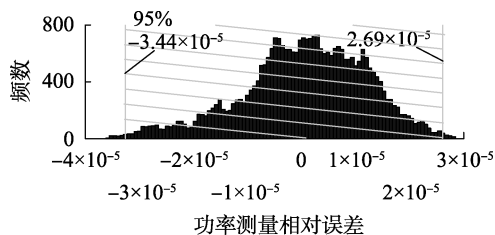


图 5 $I_1 = 0.1\text{ A}$ 时采用复化矩形算法时功率测量相对误差的频数分布直方图

Fig.5 Frequency distribution histogram of power measurement relative error with complex rectangle algorithm ($I_1 = 0.1\text{ A}$)

根据上述方法, 得到 γ_t 与 γ_s 如表 2 所示。

表 2 功率测量相对误差理论极限值 γ_t 与仿真极限值 γ_s
Table 2 Theoretical extreme values γ_t and simulation extreme values γ_s of power measurement relative error

测量算法	N	γ_t		γ_s	
		$I_1 = 1\text{ A}$	$I_1 = 0.1\text{ A}$	$I_1 = 1\text{ A}$	$I_1 = 0.1\text{ A}$
复化矩形	256	5.27×10^{-6}	3.726×10^{-5}	3.42×10^{-6}	3.444×10^{-5}
	80	9.35×10^{-6}	6.592×10^{-5}	7.16×10^{-6}	6.390×10^{-5}
三次迭代矩形准同步	256	3.87×10^{-6}	2.732×10^{-5}	3.47×10^{-6}	2.31×10^{-5}
	80	6.90×10^{-6}	4.862×10^{-5}	5.30×10^{-6}	4.680×10^{-5}

通过对比功率测量相对误差理论极限值与仿真极限值发现, γ_t 与 γ_s 均在同一个数量级, 且 $\gamma_t > \gamma_s$, 这表明本文推导得出的理论极限值包含了仿真极限值, 即覆盖了更全面的影响因素随机变化情况, 验证了本文所提出的基于随机过程平均功率的量化误差影响的数字化电能表功率测量误差分析方法的有效性。

4 结论

a. 本文从系统分析的角度出发, 建立了数字化电能计量系统结构化模型与功率测量单元结构化模型, 详细地揭示了数字化电能计量系统内部构成要素与要素间误差传递的关系。

b. 提出了基于随机过程平均功率的量化误差影响的数字化电能表功率测量误差分析方法, 推导了量化误差影响的功率测量误差数学模型; 揭示了功率测量相对误差随着电压和电流有效值、功率因数、滤波器长度等影响因素的增大而减小, 随着量化误差平均功率的增大而增大。

c. 仿真分析了在 95% 置信概率内量化误差对功率测量误差的影响极限值。对比推导得出的功率测量相对误差理论极限值 γ_t 与仿真极限值 γ_s , 结果表明: 在 $I_1 = 1 \text{ A}$ 的情况下, γ_t 与 γ_s 均在 10^{-6} 数量级; 在 $I_1 = 0.1 \text{ A}$ 的情况下, γ_t 与 γ_s 均在 10^{-5} 数量级; 在所有参数设置条件下, γ_t 均大于 γ_s , 验证了本文所提分析方法的有效性。

d. 本文所提出的基于随机过程平均功率的量化误差影响分析方法具有普适性。鉴于篇幅有限, 未来将进一步研究在非同步采样的情况下, 在同步误差影响下, 量化误差对功率测量误差的影响。

参考文献:

- [1] 张强, 张伯明, 李鹏. 智能电网调度控制架构和概念发展述评[J]. 电力自动化设备, 2010, 30(12): 1-6, 35.
ZHANG Qiang, ZHANG Bomeng, LI Peng. Review of structure and concept evolution of dispatch and control system for smart grid[J]. Electric Power Automation Equipment, 2010, 30(12): 1-6, 35.
- [2] 白静芬, 林繁涛, 徐英辉, 等. 新一代智能变电站数字化计量系统[J]. 电测与仪表, 2017, 54(17): 40-45.
BAI Jingfen, LIN Fantao, XU Yinghui, et al. Digital metering system of new generation smart substation in China[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2017, 54(17): 40-45.
- [3] 王红星, 张国庆, 郭志忠, 等. 电子式互感器及其在数字化变电站中应用[J]. 电力自动化设备, 2009, 29(9): 115-120.
WANG Hongxing, ZHANG Guoqing, GUO Zhizhong, et al. Electronic transformer and its application in digital substations[J]. Electric Power Automation Equipment, 2009, 29(9): 115-120.
- [4] 葛遗莉, 葛慧, 鲁大勇. 数字化变电站设计、运行中面临的问题[J]. 电力自动化设备, 2010, 30(12): 113-117.
GE Yili, GE Hui, LU Dayong. Problems in design and operation of digital substation[J]. Electric Power Automation Equipment, 2010, 30(12): 113-117.
- [5] 刘益青, 高伟聪, 高厚磊, 等. 适用于智能变电站混合数据源接入的保护同步采样方法[J]. 电力自动化设备, 2015, 35(11): 158-164.
LIU Yiqing, GAO Weicong, GAO Houlei, et al. Synchronous data acquisition from hybrid sources for smart substation protections[J]. Electric Power Automation Equipment, 2015, 35(11): 158-164.
- [6] 电力规划设计总院. 电流互感器和电压互感器选择及计算规程: DL/T 866—2015[S]. 北京: 中国计划出版社, 2015.
- [7] DIX C H. Calculated performance of a digital sampling wattmeter using systematic sampling[J]. Science Measurement & Technology IEE Proceedings A, 1982, 129(3): 172-175.
- [8] 潘文. 准同步采样补偿方法及其误差估计[J]. 仪器仪表学报, 1990, 11(2): 192-199.
PAN Wen. Compensations for quasi-synchronous sampling and error estimates in the frequency domain and in the time domain[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 1990, 11(2): 192-199.
- [9] DAI X Z, GRETSCH R. Quasi-synchronous sampling algorithm and its applications[J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 1994, 43(2): 204-209.
- [10] LU Z L. An error estimate for quasi-integer-period sampling and an approach for improving its accuracy[J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 1988, 37(2): 219-222.
- [11] 淦君载, 张寅. 一种提高采样-计算式仪表准确度的新方法[J]. 计量学报, 1989, 10(3): 217-220.
GAN Junzai, ZHANG Yin. A new approach to improve the accuracy of sample-computation instrument[J]. Acta Metrologica Sinica, 1989, 10(3): 217-220.
- [12] 戴先中. 准同步采样及其在非正弦功率测量中的应用[J]. 仪器仪表学报, 1984, 5(4): 55-61.
DAI Xianzhong. The quasisynchronous sampling and its application in the measurement of nonsinusoidal power[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 1984, 5(4): 55-61.
- [13] ZHANG F S, GENG Z X, YUAN W. The algorithm of interpolating windowed FFT for harmonic analysis of electric power system[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2001, 16(2): 160-164.
- [14] 吴静, 赵伟. 一种用于分析电网谐波的多谱线插值算法[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(8): 55-60.
WU Jing, ZHAO Wei. An algorithm of MICA for analyzing harmonics in power system[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(8): 55-60.
- [15] 王学伟. 模拟、数字及混合采样功率测量的理论与误差研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨理工大学, 2002.
WANG Xuewei. Research on theory and error of analog digital and mixed sampling power measurement[D]. Harbin: Harbin University of Science and Technology, 2002.
- [16] BORKOWSKI J, KANIA D, MROCZKA J. Influence of A/D quantization in an interpolated DFT based system of power control with a small delay[J]. Metrology & Measurement Systems, 2014, 21(3): 423-432.
- [17] 彭小娟, 王磊, 贾正森, 等. 基于蒙特卡罗法的数字化电能表计量误差评估[J]. 电测与仪表, 2017, 54(16): 100-105.
PENG Xiaojuan, WANG Lei, JIA Zhengsen, et al. Measurement error evaluation of digital energy meter based on Monte Carlo method[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2017, 54(16): 100-105.
- [18] 朱海卫, 肖涛, 叶丹, 等. 智能变电站计量中的量化误差分析[J]. 浙江电力, 2015(3): 20-22.
ZHU Haiwei, XIAO Tao, YE Dan, et al. Analysis on quantization errors of metering in smart substations[J]. Zhejiang Electric Power, 2015(3): 20-22.

- [19] 王彬吉. IEC61850-9-1/2 的量化误差对数字电能计量的影响[J]. 电测与仪表, 2016, 53(4): 69-73.
WANG Binji. The quantization error of IEC61850-9-1/2 in digital energy metering [J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2016, 53(4): 69-73.
- [20] FATEMI-BEHBAHANI E, FARSHIDI E, ANSARI-ASL K. A new digital background calibration for redundant radix-4 pipelined ADCs by modeling of adaptive filter for linear and nonlinear errors [J]. Measurement, 2016, 83: 123-134.
- [21] BENNETT W R. Spectra of quantized signals [J]. Bell Labs Technical Journal, 1948, 27(3): 446-472.

作者简介:



王学伟

王学伟 (1958—), 男, 黑龙江哈尔滨人, 教授, 博士研究生导师, 主要研究方向为小波变换信号处理、压缩感知信号处理、电参量与功率电能测量理论、电能质量分析理论 (E-mail: wangxw@mail.buct.edu.cn);

王艳君 (1993—), 女, 山东聊城人, 硕士研究生, 主要研究方向为电参量与功率电能测量误差分析 (E-mail: wangyj@buct@163.com)。

Effect analysis of quantization errors based on stochastic process considering average power

WANG Xuewei¹, WANG Yanjun¹, WANG Lei², PENG Xiaojuan¹

(1. College of Information Science and Technology, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China; 2. National Institute of Metrology, Beijing 100013, China)

Abstract: Aiming at the influence of quantization errors on power measurement error in digital substation energy metering system, the structural models of digital energy metering system and power measurement element are established from the perspective of system analysis, which reveals the error propagation relationship among the internal components of the digital energy metering system in detail. A stochastic process representation of the quantization errors is given and the analysis method based on the stochastic process considering average power is proposed. The mathematical model of power measurement error under the influence of quantization errors is deduced. Furthermore, the mathematical analytic formula of power measurement relative error is derived. By comparing the theoretical extreme value with the Monte Carlo simulation extreme value of power measurement relative error, in which both of them are in the same orders of magnitude and theoretical extreme values are greater than simulation extreme values, it is concluded that the proposed method is valid. Compared with the traditional quantitative error analysis method, the proposed method is universally applicable and can serve as theoretical basis for power measurement error estimation.

Key words: digital energy meter; structural model; quantization error; stochastic process; power measurement error

(上接第 181 页 continued from page 181)

Optimal energy-saving dispatching model for thermal power considering carbon trading and its coping mode

TAN Qinliang^{1,2}, DING Yihong¹

(1. School of Economics and Management, North China Electric Power University, Beijing 102206, China; 2. Research Center for Beijing Energy Development, Beijing 102206, China)

Abstract: Since the environmental problems brought by the development of power industry is becoming increasingly serious, the carbon trading is introduced in the dispatching objective to develop the low-carbon electricity. The ideal energy-saving dispatching model with the minimum energy consumption cost and carbon emission cost as its objective and the contract power energy-saving dispatching model with the minimum coal-fired cost of power generation and carbon emission cost as its objective are built, and the impact of two energy-saving dispatching modes on the thermal power under carbon trading is analyzed to build the collaborative dispatching model of biomass and thermal power as the mode for dealing with the double constraints of carbon trading and energy-saving dispatching. The evaluation index system of dispatching effect is constructed from three aspects, i.e. energy-saving and emission reduction, power generation benefit, and unit operation. Case study shows that the power generation share of the units with high emission and energy consumption is further reduced, the ideal mode has more energy saving and emission reduction and generating benefit but worse operation stability of the units compared with the contract power mode, the coping mode is better than the other two modes in the three aspects, and its rationality is verified by analyzing the influence of carbon trading on the collaborative dispatching.

Key words: energy-saving generation dispatching; emission permit trade of carbon; optimal model; collaborative dispatching; thermal power