

## 考虑配电网安全性的虚拟电厂优化调度博弈模型

孙国强<sup>1</sup>, 钱苇航<sup>1</sup>, 黄文进<sup>2</sup>, 胥 峥<sup>2</sup>, 卫志农<sup>1</sup>, 臧海祥<sup>1</sup>, 周亦洲<sup>1</sup>

(1. 河海大学 能源与电气学院, 江苏 南京 211100; 2. 国网江苏省电力有限公司盐城供电分公司, 江苏 盐城 224002)

**摘要:**以往的虚拟电厂(VPP)优化调度模型仅考虑 VPP 的经济性, 所得最优调度方案往往无法满足配电网的安全需求, 会造成线路过负荷、节点电压越限等问题, 影响电力系统的安全稳定运行。为了权衡 VPP 的经济性与配电网的安全性, 建立了基于非合作博弈理论的 VPP 优化调度博弈模型, 并且采用随机规划法处理风/光可再生能源以及电价的不确定性。以某市城北变八引线配电网为算例, 对 VPP 优化调度模型、配电网安全性模型以及非合作博弈模型三者的优化结果进行了比较, 结果表明: 当 VPP 与配电网以非合作方式进行博弈时, 会采取相对保守的调度策略, 削减各聚合单元的发电量, 使 VPP 在获得较大利润的同时, 配电网也能够保持较高的安全性, 验证了所提非合作博弈模型的有效性和合理性。

**关键词:**虚拟电厂; 非合作博弈; 随机规划法; 配电网; 安全性; 优化调度; 模型

**中图分类号:** TM 734

**文献标识码:** A

**DOI:** 10.16081/j.issn.1006-6047.2019.05.002

### 0 引言

近年来, 由于传统化石能源紧缺以及环境污染等问题日益加剧, 可再生能源和分布式发电技术得到了迅速的发展。但是可再生能源存在着地理位置分散、出力具有随机性和间歇性等特点, 可能对电力系统的安全稳定运行造成显著的影响<sup>[1]</sup>。虚拟电厂 VPP (Virtual Power Plant) 技术提供了一种解决该问题的思路<sup>[2-3]</sup>。VPP 聚合分布式电源、储能系统、可控负荷以及电动汽车等分布式能源, 通过能量管理系统进行协调优化控制, 可缓解风/光等可再生能源出力的波动性, 实现资源的优化配置<sup>[4-5]</sup>。

可再生能源出力以及电价的不确定性给 VPP 的运行策略制定带来了影响<sup>[6-7]</sup>。文献[8-9]采用基于场景的随机规划模型处理风/光出力以及电价的不确定性, 所得优化结果能够应对所有可再生能源出力以及电价波动的情况。针对电价预测精度高、风电出力预测精度低的特点, 文献[10]建立了鲁棒随机竞标模型, 分别采用随机规划法和鲁棒优化法处理电价和风电出力的不确定性。该方法虽然提高了系统的可靠性, 但是由于其较为保守的策略, 导致 VPP 的利润有所降低。

上述研究中的 VPP 优化调度模型并没有考虑配电网的安全约束, 只考虑了 VPP 的经济性最优解。但是 VPP 的经济调度结果很可能导致线路过载、节点电压越限等问题, 对电力系统的安全稳定运行造成危害。因此, 文献[11]在建立 VPP 上层经济

调度模型的基础上, 进一步考虑了配电网的安全约束。但是文献[11]实际上仍然是以 VPP 的经济性为主问题, 然后只是在此基础上进行了配电网的安全性校验。

配电网安全性与 VPP 经济性可采用传统的多目标优化算法进行协调处理, 可得到 Pareto 意义上的非劣解, 但是权重系数的选取却不可避免地受到主观性的影响, 而引入博弈论可以较好地解决该问题。与多目标优化算法相比, 博弈论并不需要对全系统进行统一优化, 而是每个参与者独立优化各自的目标<sup>[12-14]</sup>。文献[12]提出了基于博弈论的风-光-储电力系统规划模型, 分析了可能存在的联盟组合, 分别用非合作和合作博弈理论求解系统的 Nash 均衡解; 文献[15]建立了 VPP 与供电公司联合调度的模型, 采用 Shapley 值法分析了 VPP 与供电公司基于合作博弈的利润分配问题; 文献[16]建立了多 VPP 之间的博弈模型, 每座 VPP 均调整投标策略直至达到均衡; 文献[17]提出了主从博弈模型以实现电动汽车和 VPP 的均衡共赢; 文献[18]基于电量竞标和电价竞标的主从递阶关系建立了主从博弈模型; 文献[19]采用非合作博弈分析了用户侧需求响应 DR (Demand Response) 与 VPP 发电侧的互动关系; 文献[20]基于合作博弈向 VPP 中各分布式能源分配利润。上述文献中, 博弈论在 VPP 中的应用大多集中在经济性方面, 同时考虑配电网安全性与 VPP 经济性的文献较少, 因此本文采用非合作博弈方法协调处理配电网安全性与 VPP 经济性。

本文以 VPP 经济性和配电网安全性为博弈目标, 提出了考虑 VPP 经济性和配电网安全性的非合作博弈模型, 该模型通过循环迭代求解 VPP 优化调度模型和配电网安全性模型, 使双方达到 Nash 均衡。最后, 通过与 VPP 优化调度模型和配电网安全性模型进行对比, 结果表明本文所提非合作博弈模

收稿日期: 2018-06-21; 修回日期: 2019-03-06

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (51277052); 国网江苏省电力有限公司科技项目 (J2017129)

Project supported by the National Natural Science Foundation of China (51277052) and the Science and Technology Project of State Grid Jiangsu Electric Power Co., Ltd. (J2017129)

能够兼顾 VPP 经济性和配电网安全性。

## 1 配电网安全性模型

随着分布式电源接入电网的比例不断提高,其出力的随机性和间歇性会引起配电网的电能质量降低等问题。电能质量可由供电电压允许偏差、三相电压不平衡度、电压波动和闪变、电力系统频率允许偏差、公用电网谐波等指标来衡量。本文采用电压允许偏差作为衡量配电网安全性的指标。

### 1.1 目标函数

配电网安全性模型的优化目标是使安全性指标最大,其目标函数为配电网一天内各节点的电压偏差平方和最小<sup>[21]</sup>,即:

$$\max \sum_{t=1}^T \left[ - \sum_{i=1}^{N_B} \sum_{w=1}^{n_w} \pi(w) \sum_{s=1}^{n_s} \pi(s) (V_i^{ws}(t) - V_{ref,i})^2 \right] \quad (1)$$

其中,  $T$  为一天的总时段数;  $N_B$  为配电网的节点数;  $n_w$ 、 $n_s$  分别为风电出力、光伏出力的场景数;  $\pi(w)$ 、 $\pi(s)$  分别为第  $w$  组风电出力、第  $s$  组光伏出力场景的概率;  $V_i^{ws}(t)$  为时段  $t$  第  $w$  组风电出力、第  $s$  组光伏出力场景下节点  $i$  的实际电压;  $V_{ref,i}$  为节点  $i$  的额定电压。

### 1.2 约束条件

#### a. 潮流方程约束。

$$\begin{aligned} & g_{wi}^w(t) + g_{si}^s(t) + g_{disch,ei}^{isp}(t) + P_{disch,dei}(t) + \\ & g_{gas,gi}^{isp}(t) + P_0(t) - V_i^{ws}(t) \times \\ & \sum_{j=1}^{N_B} [V_j^{ws}(t) (G_{ij} \cos \theta_{ij}^{ws}(t) + B_{ij} \sin \theta_{ij}^{ws}(t))] = \\ & P_{L,i}(t) + g_{charge,ei}^{isp}(t) + P_{charge,dei}(t) - L_{curt,ci}^{isp}(t) \quad (2) \\ & Q_{wi}^w(t) + Q_{si}^s(t) + Q_{inv,si}(t) + Q_{gas,gi}^{isp}(t) + \\ & Q_0(t) - Q_{L,i}(t) = V_i^{ws}(t) \times \\ & \sum_{j=1}^{N_B} [V_j^{ws}(t) (G_{ij} \sin \theta_{ij}^{ws}(t) - B_{ij} \cos \theta_{ij}^{ws}(t))] \quad (3) \end{aligned}$$

$$P_0(t) = P_{MT}(t) - G^{isp}(t) \quad (4)$$

$$P_{L,i}(t) = G_{d,i}^{isp}(t) + P_{d,i}(t) \quad (5)$$

其中,  $g_{wi}^w(t)$ 、 $g_{si}^s(t)$  分别为时段  $t$  第  $w$  组风电场景下节点  $w_i$  处的风电出力、第  $s$  组光伏出力场景下节点  $s_i$  处的光伏出力;  $g_{charge,ei}^{isp}(t)$ 、 $g_{disch,ei}^{isp}(t)$  分别为时段  $t$  第  $w$  组风电出力、第  $s$  组光伏出力场景下节点  $e_i$  处 VPP 中电储能系统的充电、放电功率;  $P_{charge,dei}(t)$ 、 $P_{disch,dei}(t)$  分别为时段  $t$  配电网中节点  $de_i$  处电储能系统的充电、放电功率;  $g_{gas,gi}^{isp}(t)$ 、 $Q_{gas,gi}^{isp}(t)$  分别为时段  $t$  第  $w$  组风电出力、第  $s$  组光伏出力场景下节点  $g_i$  处燃气轮机的有功、无功出力;  $P_0(t)$  为配电网关口电量;  $G_{ij}$ 、 $B_{ij}$  分别为导纳矩阵的实部、虚部;  $\theta_{ij}^{ws}(t)$  为时段  $t$  第  $w$  组风电出力、第  $s$  组光伏出力场景下节点

$i$ 、 $j$  的电压相角差;  $P_{L,i}(t)$ 、 $Q_{L,i}(t)$  分别为时段  $t$  节点  $i$  的有功、无功负荷;  $L_{curt,ci}^{isp}(t)$  为时段  $t$  第  $w$  组风电出力、第  $s$  组光伏出力场景下节点  $c_i$  的负荷中断量;  $Q_{wi}^w(t)$ 、 $Q_{si}^s(t)$  分别为时段  $t$  第  $w$  组风电出力场景下节点  $w_i$  处风电场的无功出力、第  $s$  组光伏出力场景下节点  $s_i$  处光伏电站的无功出力;  $Q_{inv,si}(t)$  为时段  $t$  逆变器的无功调节量,取值为正时表示向系统注入无功;  $Q_0(t)$  为时段  $t$  上级电网注入配电网的无功功率;  $G^{isp}(t)$  为时段  $t$  VPP 在电力市场中的交易量;  $P_{MT}(t)$  为时段  $t$  配电网从电力市场的购电量;  $G_{d,i}^{isp}(t)$  和  $P_{d,i}(t)$  分别为时段  $t$  VPP 和配电网供给负荷的电量。

#### b. 配电网电储能系统约束。

$$S_{DESS}(t) = S_{DESS}(t-1) + \eta_c P_{charge}(t) - \frac{P_{disch}(t)}{\eta_d} \quad (6)$$

$$S_{DESS}^{\min} \leq S_{DESS}(t) \leq S_{DESS}^{\max} \quad (7)$$

$$0 \leq P_{disch}(t) \leq P_{disch}^{\max} \mu_{esd}(t) \quad (8)$$

$$0 \leq P_{charge}(t) \leq P_{charge}^{\max} \mu_{esc}(t) \quad (9)$$

$$\mu_{esd}(t) + \mu_{esc}(t) \leq 1 \quad (10)$$

其中,  $S_{DESS}(t)$  为时段  $t$  配电网中电储能系统的蓄电量;  $\eta_c$ 、 $\eta_d$  分别为电储能系统的充电、放电效率;  $S_{DESS}^{\max}$ 、 $S_{DESS}^{\min}$  分别为配电网中电储能系统蓄电量的上限、下限;  $P_{charge}^{\max}$  和  $P_{disch}^{\max}$  分别为配电网中电储能系统的最大充电和放电功率;  $\mu_{esc}(t)$  和  $\mu_{esd}(t)$  为布尔变量,分别表示时段  $t$  配电网中电储能系统是否充电和放电,充电/放电时取值为 1,不充电/不放电时取值为 0。

#### c. 逆变器约束。

考虑光伏电站中装设有逆变器,通过调节逆变器的无功注入或吸收量实现对电压的改善,提高配电网的安全性能,逆变器约束条件可以表示为:

$$-Q_{inv}^{\max} \leq Q_{inv}(t) \leq Q_{inv}^{\max} \quad (11)$$

$$Q_{inv}^{\max} = \sqrt{S_{inv}^2 - (g_{max}^s)^2} \quad (12)$$

其中,  $Q_{inv}^{\max}$  为逆变器的最大无功调节量;  $S_{inv}$  为逆变器的容量;  $g_{max}^s$  为光伏电站的最大有功出力。

#### d. 电压和传输约束。

$$V_{imin} \leq V_i^{ws}(t) \leq V_{imax} \quad (13)$$

$$P_{1,xmin} \leq P_{1,x}^{ws}(t) \leq P_{1,xmax} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} P_{1,x}^{ws}(t) = & V_i^{ws}(t) V_j^{ws}(t) (G_{ij} \cos \theta_{ij}^{ws}(t) + \\ & B_{ij} \sin \theta_{ij}^{ws}(t)) - (V_i^{ws}(t))^2 G_{ij} \quad (15) \end{aligned}$$

$$0 \leq P_{MT}(t) \leq P_{MTmax} \quad (16)$$

其中,  $V_{imax}$ 、 $V_{imin}$  分别为节点  $i$  电压的上、下限;  $P_{1,x}^{ws}(t)$  为时段  $t$  第  $w$  组风电出力、第  $s$  组光伏出力场景下支路  $x$  的有功潮流;  $P_{1,xmax}$ 、 $P_{1,xmin}$  分别为支路  $x$  传输功

率的上、下限; $P_{MTmax}$ 为配电网在电力市场中的最大购电量。

## 2 VPP 优化调度模型

本文假设 VPP 模型由风电场、光伏电站、燃气轮机以及电储能系统组成,并且计及需求响应,考虑 VPP 参与日前市场,作为受价者参与电力市场的交易,并向配电网中负荷售电的情况。采用基于场景的随机规划模型处理可再生能源的不确定性,利用该方法随机生成不确定量可能的场景,并基于这些场景进行优化决策,提高了决策结果的适应性,所得优化结果能够应对所有可再生能源出力以及电价波动的情况。

### 2.1 目标函数

VPP 所有者的优化目标是整体利润最大,包括参与日前电力市场所得收入和向负荷售电所得收入、燃气轮机的运行和启停成本、电储能成本以及需求响应成本,其目标函数可表示为:

$$\max \sum_{t=1}^T \left[ \sum_{w=1}^{n_w} \pi(w) \sum_{s=1}^{n_s} \pi(s) \sum_{p=1}^{n_p} \pi(p) (P_{profit}^{wsp}(t) - C_{gas}^{wsp}(t) - \tau_{gas}^{wsp}(t) S_f - C_{ESS}^{wsp}(t) - C_{DR}^{wsp}(t)) \right] \quad (17)$$

其中, $n_p$ 为电价场景数; $\pi(p)$ 为第 $p$ 组电价场景的概率; $P_{profit}^{wsp}(t)$ 为时段 $t$ 第 $w$ 组风电出力、第 $s$ 组光伏出力、第 $p$ 组电价场景下 VPP 的收益,如式(18)所示; $C_{gas}^{wsp}(t)$ 为时段 $t$ 第 $w$ 组风电出力、第 $s$ 组光伏出力、第 $p$ 组电价场景下燃气轮机的运行成本,可用分段线性函数表示,如式(19)所示; $\tau_{gas}^{wsp}(t)$ 为布尔变量,表示燃气轮机在时段 $t$ 是否启动,若启动则取值为1,若停机则取值为0; $S_f$ 为燃气轮机的启动成本; $C_{ESS}^{wsp}(t)$ 、 $C_{DR}^{wsp}(t)$ 分别为时段 $t$ 第 $w$ 组风电出力、第 $s$ 组光伏出力、第 $p$ 组电价场景下的储能成本和需求响应成本,分别如式(20)、式(21)所示。

$$P_{profit}^{wsp}(t) = \lambda^p(t) G^{wsp}(t) + \lambda_d^p(t) C_d^{wsp}(t) \quad (18)$$

其中, $\lambda^p(t)$ 为时段 $t$ 第 $p$ 组电价场景下电力市场的电价; $G^{wsp}(t)$ 为时段 $t$ 第 $w$ 组风电出力、第 $s$ 组光伏出力、第 $p$ 组电价场景下 VPP 的电力市场交易量,其值为正表示 VPP 向电力市场售电,其值为负表示 VPP 从电力市场购电; $\lambda_d^p(t)$ 为时段 $t$ 第 $p$ 组电价场景下的负荷电价; $C_d^{wsp}(t)$ 为时段 $t$ 第 $w$ 组风电出力、第 $s$ 组光伏出力、第 $p$ 组电价场景下 VPP 向负荷售电量。

$$C_{gas}^{wsp}(t) = u \omega_{gas}^{wsp}(t) + \sum_{j=1}^M k_j g_{gas,j}^{wsp}(t) \quad (19)$$

其中, $u$ 为燃气轮机的固定成本; $\omega_{gas}^{wsp}(t)$ 为布尔变量,表示燃气轮机是否工作,工作时 $\omega_{gas}^{wsp}(t) = 1$ ,不工

作时 $\omega_{gas}^{wsp}(t) = 0$ ; $M$ 为分段线性函数的分段数; $k_j$ 为燃气轮机在第 $j$ 段的发电成本斜率; $g_{gas,j}^{wsp}(t)$ 为时段 $t$ 第 $w$ 组风电出力、第 $s$ 组光伏出力、第 $p$ 组电价场景下燃气轮机在第 $j$ 段的出力。

电储能系统的充放电过程均会对储能设备造成损耗,因此其成本函数可以表示为:

$$C_{ESS}^{wsp}(t) = a_{ESS} [(g_{disch}^{wsp}(t))^2 + (g_{charge}^{wsp}(t))^2] + b_{ESS} (g_{disch}^{wsp}(t) + g_{charge}^{wsp}(t)) + c_{ESS} \quad (20)$$

其中, $a_{ESS}$ 、 $b_{ESS}$ 、 $c_{ESS}$ 为储能设备的耗量特性参数。

需求响应成本为 VPP 向用户支付的中断负荷补偿费用,由于不同的中断负荷量对用户的影响程度不同,因此根据中断负荷的等级对用户进行补偿。需求响应成本可以表示为:

$$C_{DR}^{wsp}(t) = \sum_{m=1}^{n_m} \lambda_{curt}^m L_{m,curt}^{wsp}(t) \quad (21)$$

其中, $n_m$ 为负荷等级数; $\lambda_{curt}^m$ 为第 $m$ 级负荷的中断补偿价格; $L_{m,curt}^{wsp}(t)$ 为时段 $t$ 第 $w$ 组风电出力、第 $s$ 组光伏出力以及第 $p$ 组电价场景下第 $m$ 级负荷的中断量。

### 2.2 约束条件

#### a. VPP 燃气轮机约束。

$$g_{gas}^{wsp}(t) = \sum_{j=1}^M g_{gas,j}^{wsp}(t) \quad (22)$$

$$-r_d \leq g_{gas}^{wsp}(t) - g_{gas}^{wsp}(t-1) \leq r_u \quad (23)$$

$$g_{gas,j}^{wsp}(t) \leq g_{gas,j}^{max} \omega_{gas}^{wsp}(t) \quad (24)$$

$$g_{gas}^{min} \omega_{gas}^{wsp}(t) \leq g_{gas}^{wsp}(t) \leq g_{gas}^{max} \omega_{gas}^{wsp}(t) \quad (25)$$

$$\omega_{gas}^{wsp}(t) - \omega_{gas}^{wsp}(t-1) \leq \tau_{gas}^{wsp}(t) \quad (26)$$

其中, $r_d$ 、 $r_u$ 分别为燃气轮机的向下和向上爬坡率; $g_{gas,j}^{max}$ 为燃气轮机在第 $j$ 段的出力上限; $g_{gas}^{max}$ 、 $g_{gas}^{min}$ 分别为燃气轮机的出力上、下限。

#### b. VPP 电储能系统约束。

$$S_{ESS}^{wsp}(t) = S_{ESS}^{wsp}(t-1) + \eta_c g_{charge}^{wsp}(t) - \frac{g_{disch}^{wsp}(t)}{\eta_d} \quad (27)$$

$$S_{ESS}^{min} \leq S_{ESS}^{wsp}(t) \leq S_{ESS}^{max} \quad (28)$$

$$0 \leq g_{disch}^{wsp}(t) \leq g_{disch}^{max} \mu_{esd}^{wsp}(t) \quad (29)$$

$$0 \leq g_{charge}^{wsp}(t) \leq g_{charge}^{max} \mu_{esc}^{wsp}(t) \quad (30)$$

$$\mu_{esd}^{wsp}(t) + \mu_{esc}^{wsp}(t) \leq 1 \quad (31)$$

其中, $S_{ESS}^{wsp}(t)$ 为时段 $t$ 第 $w$ 组风电出力、第 $s$ 组光伏出力、第 $p$ 组电价场景下 VPP 中电储能系统的蓄电量; $S_{ESS}^{max}$ 、 $S_{ESS}^{min}$ 分别为 VPP 中电储能系统蓄电量的上、下限; $g_{charge}^{max}$ 、 $g_{disch}^{max}$ 分别为 VPP 中电储能系统的最大充电、放电功率。

#### c. 需求响应约束。

$$0 \leq L_{m,curt}^{wsp}(t) \leq L_{m,curt}^{max} \quad (32)$$

$$L_{\text{curt}}^{\text{usp}}(t) = \sum_{m=1}^{n_m} L_{m,\text{curt}}^{\text{usp}}(t) \quad (33)$$

$$L_{\text{curt}}^{\text{usp}}(t-1) + L_{\text{curt}}^{\text{usp}}(t) \leq L^{\text{max}} \quad (34)$$

其中,  $L_{m,\text{curt}}^{\text{max}}$  为第  $m$  级负荷的最大中断量;  $L^{\text{max}}$  为连续时间内的最大负荷中断量。式(34)保证了用户满意度在允许范围之内。

#### d. 购/售电约束。

$$0 \leq G^{\text{usp}}(t) \leq G^{\text{max}} \quad (35)$$

$$0 \leq G_{\text{d}}^{\text{usp}}(t) \leq G_{\text{d}}^{\text{max}} \quad (36)$$

其中,  $G^{\text{max}}$  为 VPP 参与电力市场的最大交易量;  $G_{\text{d}}^{\text{max}}$  为 VPP 供给负荷的最大电量。

#### e. 配电网安全约束。

考虑到 VPP 外的电储能系统由配电网进行调度管理, 并且计及配电网潮流对 VPP 的影响, 则 VPP 优化调度模型应满足配电网安全约束式(2)—(5)、(13)—(15)。

### 3 非合作博弈模型

VPP 优化调度模型以 VPP 的利益为主体, 并没有考虑 VPP 利润最大时的调度方案很可能对配电网的安全性造成风险, 影响电力系统的安全稳定运行。配电网安全性模型也仅仅考虑了配电网的安全性指标, 忽略了 VPP 的利益。而本文基于非合作博弈理论建立的 VPP 经济性与配电网安全性博弈模型, 能够同时兼顾配电网的安全性以及 VPP 的经济性。

#### 3.1 博弈要素分析

##### a. 博弈参与者。

博弈模型是由 VPP 所有者和配电网作为参与者组成的两方博弈, 用  $\{V, D\}$  表示。

##### b. 参与者策略。

当 VPP 进行经济调度时, 以 VPP 中燃气轮机的出力  $g_{\text{gas}}^{\text{usp}}(t)$ 、电储能系统的充电功率  $g_{\text{charge}}^{\text{usp}}(t)$ /放电功率  $g_{\text{disch}}^{\text{usp}}(t)$ 、VPP 参与电力市场的交易量  $G^{\text{usp}}(t)$ 、VPP 供给负荷电量  $G_{\text{d}}^{\text{usp}}(t)$ 、负荷中断量  $L_{\text{curt}}^{\text{usp}}(t)$  为策略, 所以其策略空间可以表示为:

$$S_V = \{S_{\text{gas}}, S_{\text{disch}}, S_{\text{charge}}, S_{\text{market}}, S_{\text{d}}, S_{\text{curt}}\} \quad (37)$$

其中, VPP 的各个策略空间应满足相应变量的约束条件式(2)—(5)、(13)—(15)、(22)—(36)。

当配电网以安全性最优为目标进行优化调度时, 以配电网在电力市场的购电量  $P_{\text{MT}}(t)$ 、配电网中储能系统的充电功率  $P_{\text{charge}}(t)$  和放电功率  $P_{\text{disch}}(t)$  以及逆变器的无功调节量  $Q_{\text{inv}}(t)$  为策略, 其策略空间可以表示为:

$$S_D = \{S_{\text{MT}}, S_{\text{charge}}^{\text{DESS}}, S_{\text{disch}}^{\text{DESS}}, S_{\text{inv}}\} \quad (38)$$

其中, 配电网的各个策略空间也应满足相应变量的

约束条件式(2)—(16)。

#### c. 参与者收益。

VPP 的收益为其所获得的整体利润, 配电网的收益可视为配电网安全性能的提升, 分别用  $I_V$ 、 $I_D$  表示, 可分别采用 VPP 优化调度模型的目标函数式(17)和配电网安全性模型的目标函数式(1)计算求得。

#### d. 均衡策略。

采用非合作博弈理论处理 VPP 经济性与配电网安全性, 得到同时满足经济性与安全性的最优解, 即为该博弈模型的 Nash 均衡点  $(P_V^*, P_D^*)$ , 记  $P_V^* = \{g_{\text{gas}}^{\text{usp}*}(t), g_{\text{charge}}^{\text{usp}*}(t), g_{\text{disch}}^{\text{usp}*}(t), L_{\text{curt}}^{\text{usp}*}(t), G^{\text{usp}*}(t)\}$ 、 $P_D^* = \{P_{\text{MT}}^*(t), P_{\text{charge}}^*(t), P_{\text{disch}}^*(t)\}$  为博弈模型的交互参数, 根据 Nash 均衡的定义, 有<sup>[22]</sup>:

$$P_V^* = \operatorname{argmax}_{P_V} I_V(P_V, P_D^*) \quad (39)$$

$$P_D^* = \operatorname{argmax}_{P_D} I_D(P_V^*, P_D) \quad (40)$$

其中,  $P_V^*$  为当配电网采取安全性最优策略时 VPP 的经济调度最优策略;  $P_D^*$  为当 VPP 采取经济调度最优策略时配电网的安全性最优策略。

#### 3.2 模型求解

采用通用代数建模系统 GAMS(General Algebraic Modeling System)对 VPP 优化调度模型与配电网安全性模型进行迭代求解, 直到达到稳定的最优策略  $(P_V^*, P_D^*)$ , 该最优策略即为博弈模型的 Nash 均衡解。VPP 和配电网在此策略组合下都能达到 Nash 均衡意义上的经济性最优和安全性最优, 具体求解流程如下。

a. 输入原始数据和参数, 包括 VPP 各聚合单元参数、配电网参数等。

b. 采用蒙特卡洛法生成风、光出力以及电价场景, 并进行场景削减。

c. 设定均衡点初值, 在各变量的策略空间内随机选取均衡点初值  $(P_{V,0}, P_{D,0})$ 。

d. 各博弈参与者依次进行独立优化决策, 迭代公式如下:

$$P_{V,j} = \operatorname{argmax}_{P_V} I_V(P_V, P_{D,j-1}) \quad (41)$$

$$P_{D,j} = \operatorname{argmax}_{P_D} I_D(P_{V,j-1}, P_D) \quad (42)$$

e. 判断系统是否找到 Nash 均衡点, 若各博弈参与者在相邻 2 次得到的最优解相同, 即  $(P_{V,j}, P_{D,j}) = (P_{V,j-1}, P_{D,j-1}) = (P_V^*, P_D^*)$ , 则表明在该策略组合下博弈达到了 Nash 均衡点。若找到 Nash 均衡点, 则进入步骤 f, 输出结果; 否则返回步骤 d。

f. 输出系统的 Nash 均衡点  $(P_V^*, P_D^*)$ 。

上述求解流程是在博弈模型存在纯策略 Nash 均衡解的前提下执行的, 考虑到初值对均衡点求解

的影响,若算法不收敛,可以在步骤 c 重新选择初值进行迭代搜索<sup>[12]</sup>。关于该博弈模型的 Nash 均衡解存在且唯一的证明详见附录 A<sup>[23]</sup>。

## 4 算例分析

### 4.1 模型参数

本文选取江苏盐城的城北变八引线配电网作为测试系统,将风电场、光伏电站、燃气轮机、VPP 电储能系统(ESS)、配电网电储能系统(DESS)分别接于节点 30、20、7、17、33,系统拓扑结构如附录 B 中的图 B1 所示。

VPP 的调度周期设置为 1 d,将其分为 24 个时段。系统包含 17 台燃气轮机,均采用 TAU5670 型号<sup>[24]</sup>,额定容量为 5.67 MW,爬坡率为 3 MW/h。VPP 电储能系统 ESS 和配电网电储能系统 DESS 的最大充、放电功率均为 17 MW,充电、放电效率均为 90%,其中 DESS 由配电网进行控制管理。可中断负荷占总负荷的 10%,分为 3 级,每级中断负荷的补偿价格分别为 65 \$/(MW·h)、70 \$/(MW·h)、75 \$/(MW·h)。

风、光出力的历史数据均取自文献[8],分别在风、光出力以及电价预测值波动范围内采用蒙特卡洛法随机生成 2 000 组场景,采用基于概率距离的快速前代进行场景削减,削减后分别得到 5 组典型场景,场景削减结果及其概率见附录 B 中的图 B2—B4 和表 B1。电力市场电价与负荷电价的期望值如附录 B 中的表 B2 所示。

### 4.2 优化结果分析

#### 4.2.1 与 VPP 优化调度模型对比结果

采用 GAMS 分别对 VPP 优化调度模型与非合作博弈模型进行求解,得到 2 种模型下 VPP 各聚合单元的调度方案,结果如图 1 所示。

由图 1 可知,与 VPP 优化调度模型相比,非合作博弈模型下 VPP 参与电力市场的交易量有所降低,这是因为 VPP 优化调度模型的优化策略只要求满足配电网安全约束即可,而非合作博弈模型策略则是在 VPP 优化调度模型策略的基础上与配电网安全性优化策略进行博弈所得的结果,相当于在目标函数中考虑了配电网安全性,因此其安全性要求更高,使得 VPP 采取较为保守的调度方案,以满足配电网的安全需求,从而保证电力系统的安全稳定运行。

在 VPP 优化调度模型中,当市场电价高于负荷电价时(06:00—21:00),VPP 优先将电量出售给电力市场;相反地,在 01:00—04:00 和 22:00—24:00,负荷电价高于市场电价,VPP 从电力市场购电并出售给配电网负荷。而在非合作博弈模型中,VPP 在 14:00—15:00 从电力市场购电,这是因为一方面配

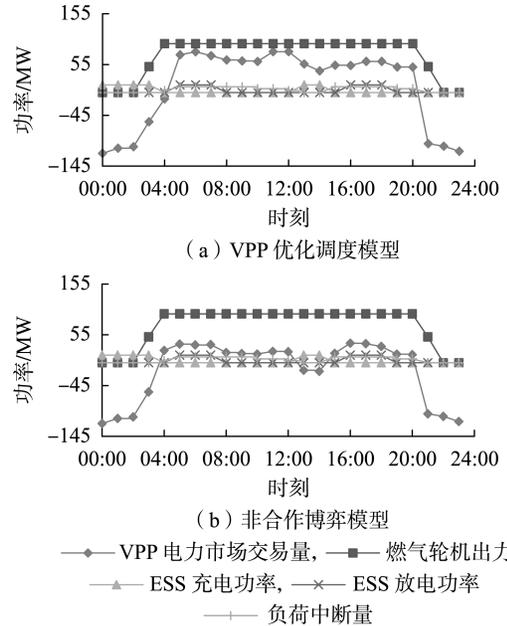


图 1 VPP 优化调度模型与非合作博弈模型的调度方案

Fig.1 Dispatch schemes of VPP optimal dispatch model and non-cooperative game model

电网的安全约束使得 VPP 的电力市场交易量有所削减,另一方面由于此时电价较低,VPP 购电用于电储能系统充电以实现削峰填谷的作用。

此外,在保证用户满意度的前提下,VPP 在高电价时段中断部分可中断负荷,增加向电力市场的售电量,以获取更多利润。

VPP 优化调度模型与非合作博弈模型的结果比较如图 2 所示。

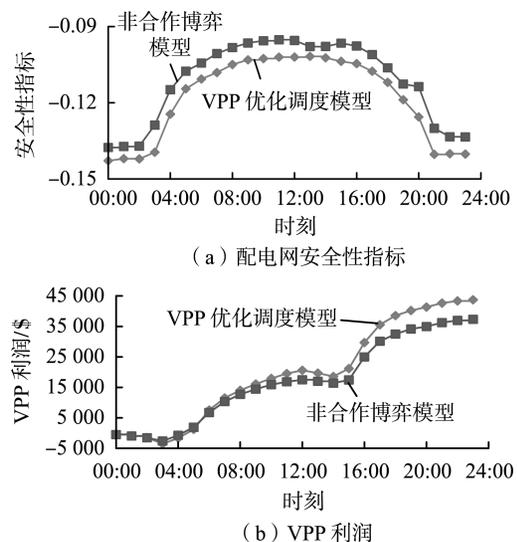


图 2 VPP 优化调度模型与非合作博弈模型的结果比较

Fig.2 Comparison of results between VPP optimal dispatch model and non-cooperative game model

由图 2 可知,与 VPP 优化调度模型相比,非合作博弈模型中 VPP 所获得的总利润略有降低,但是配电网的安全性指标得到了提高,从而保证非合作博弈模型的 VPP 调度方案能够满足配电网的安全

需求,并使配电网保持一定的安全裕度。

由图 2(a)可看出,在 01:00—04:00 和 22:00—24:00,配电网的安全性指标较低,这是因为该时段内负荷电价高于市场电价,VPP 从电力市场购买电量,降低了配电网的安全性。

#### 4.2.2 与配电网安全性模型对比结果

采用 GAMS 对配电网安全性模型以及非合作博弈模型进行求解,得到 2 种模型下配电网的有功、无功调度方案如图 3 所示。

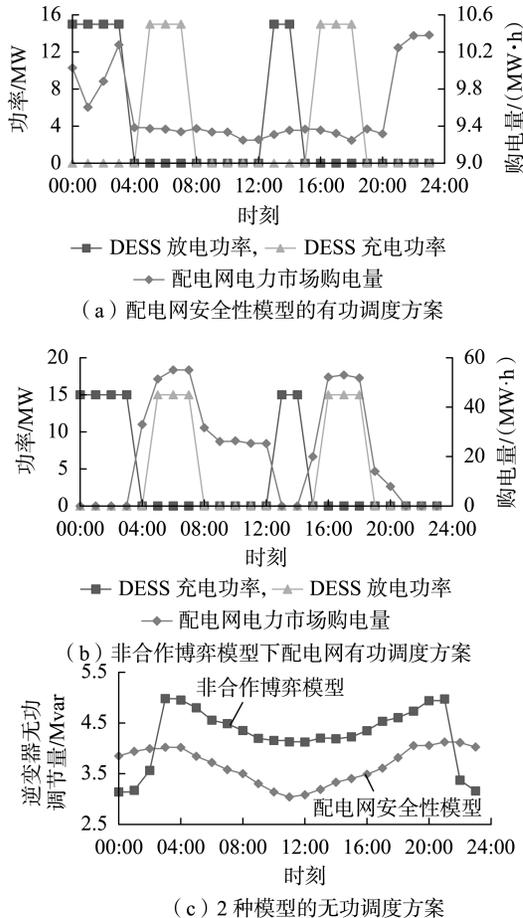


图 3 配电网安全性模型与非合作博弈模型的调度方案

Fig.3 Dispatch schemes of distribution network security model and non-cooperative game model

由图 3 可知,与配电网安全性模型相比,非合作博弈模型下配电网的电力市场购电量有所增加,这是因为为了获取较高的 VPP 利润,非合作博弈模型中的安全性要求与配电网安全性模型相比有所降低。同时,为了满足配电网的安全需求,非合作博弈模型中的逆变器无功调节量与配电网安全性模型相比有所增加。

由图 3(b)可知,在 05:00—13:00 以及 16:00—21:00,市场电价高于负荷电价,VPP 为了获取较高的利润,参与电力市场交易,并售电给负荷。此时 VPP 的售电量不足以满足配电网的负荷需求,需要由电网公司进行统一调度,由电网公司从电力市场

购电或调度配电网储能系统发电来满足负荷需求。相反地,当负荷电价高于市场电价时,VPP 优先将电量出售给负荷,满足配电网的负荷需求。

配电网安全性模型与非合作博弈模型的结果比较如图 4 所示。

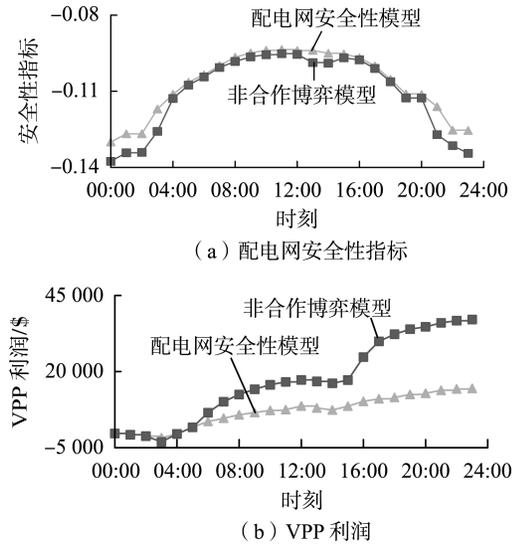


图 4 配电网安全性模型与非合作博弈模型的结果比较

Fig.4 Comparison of results between distribution network security model and non-cooperative game model

由图 4 可知,与配电网安全性模型相比,非合作博弈模型的安全性指标虽然略有降低,但是 VPP 的经济性却得到显著的提高。此外,非合作博弈模型中 VPP 在 01:00—04:00 以及 14:00—15:00 所获得的利润减少,这是因为此时市场电价较低,VPP 从电力市场购电用于电储能系统充电;相反地,在高电价时段由于电储能系统放电,VPP 的利润迅速增加。

## 5 结论

本文建立了考虑 VPP 经济性与配电网安全性的非合作博弈模型。通过算例分析比较了 VPP 优化调度模型、配电网安全性模型以及非合作博弈模型的优化结果,所得结论如下:

a. 与 VPP 优化调度模型相比,当采用非合作博弈模型时,由于配电网的安全性要求更高,VPP 会采取较为保守的调度策略,以满足配电网的安全需求,保证电力系统的安全稳定运行;

b. 与配电网安全性模型相比,当采用非合作博弈模型时,为了提高 VPP 的利润,配电网的安全性有所降低,这是由配电网在电力市场的购电量增加所致;

c. 非合作博弈模型同时考虑了 VPP 利润最优与配电网安全性最优,使 VPP 能够获得较大利润的同时,配电网也能够保持较高的安全性。

附录见本刊网络版(<http://www.epae.cn>)。

## 参考文献:

- [1] 徐成,梁睿,程真何,等. 面向能源互联网的智能配电网安全态势感知[J]. 电力自动化设备,2016,36(6):13-18.  
XU Cheng, LIANG Rui, CHENG Zhenhe, et al. Security situation awareness of smart distribution grid for future energy internet[J]. Electric Power Automation Equipment, 2016, 36(6):13-18.
- [2] 陈炜. 含电动汽车储能与分布式风力发电的虚拟发电厂优化运行[J]. 电力自动化设备,2016,36(10):45-59.  
CHEN Wei. Optimal operation of virtual power plant with electric vehicles and distributed wind farms[J]. Electric Power Automation Equipment, 2016, 36(10):45-59.
- [3] DING Huajie, HU Zechun, SONG Yonghua. Stochastic optimization of the daily operation of wind farm and pumped-hydro-storage plant[J]. Renewable Energy, 2012(48):571-578.
- [4] 夏榆杭,刘俊勇. 基于分布式发电的虚拟发电厂研究综述[J]. 电力自动化设备,2016,36(4):100-106,115.  
XIA Yuhang, LIU Junyong. Review of virtual power plant based on distributed generation[J]. Electric Power Automation Equipment, 2016, 36(4):100-106,115.
- [5] 苏粟,马涛,王玮,等. 基于虚拟电厂的车-网负荷平衡策略[J]. 电力自动化设备,2017,37(8):256-263.  
SU Su, MA Tao, WANG Wei, et al. Strategy based on virtual power plant for load balancing between EVs and distribution network[J]. Electric Power Automation Equipment, 2017, 37(8):256-263.
- [6] 孙国强,周亦洲,卫志农,等. 基于混合随机规划/信息间隙决策理论的虚拟电厂调度优化模型[J]. 电力自动化设备,2017,37(10):112-118.  
SUN Guoqiang, ZHOU Yizhou, WEI Zhinong, et al. Dispatch optimization model of virtual power plant based on hybrid stochastic programming and information gap decision theory[J]. Electric Power Automation Equipment, 2017, 37(10):112-118.
- [7] 孙国强,袁智,许晓慧,等. 碳排放约束下虚拟电厂鲁棒优化竞标模型[J]. 电力自动化设备,2017,37(8):97-103.  
SUN Guoqiang, YUAN Zhi, XU Xiaohui, et al. Bidding model based on robust optimization for virtual power plant under carbon emission constraint[J]. Electric Power Automation Equipment, 2017, 37(8):97-103.
- [8] PANDŽIĆ H, KUZLE I, CAPUDER T. Virtual power plant mid-term dispatch optimization[J]. Applied Energy, 2013, 101:134-141.
- [9] PANDŽIĆ H, MORALES J M, CONEJO A J, et al. Offering model for a virtual power plant based on stochastic programming[J]. Applied Energy, 2013, 105:283-292.
- [10] 余爽,卫志农,孙国强,等. 考虑不确定性因素的虚拟电厂竞标模型[J]. 电力系统自动化,2014,38(22):43-49.  
YU Shuang, WEI Zhinong, SUN Guoqiang, et al. A bidding model for a virtual power plant considering uncertainties[J]. Automation of Electric Power Systems, 2014, 38(22):43-49.
- [11] 臧海洋,余爽,卫志农,等. 计及安全约束的虚拟电厂两层优化调度[J]. 电力自动化设备,2016,36(8):96-102.  
ZANG Haixiang, YU Shuang, WEI Zhinong, et al. Safety-constrained two-layer optimal dispatch of virtual power plant[J]. Electric Power Automation Equipment, 2016, 36(8):96-102.
- [12] 梅生伟,王莹莹,刘锋. 风-光-储混合电力系统的博弈论规划模型与分析[J]. 电力系统自动化,2011,35(20):13-19.  
MEI Shengwei, WANG Yingying, LIU Feng. A game theory based planning model and analysis for hybrid power system with wind generator-photovoltaic panels-storage batteries[J]. Automation of Electric Power Systems, 2011, 35(20):13-19.
- [13] 陈彬. 计及户用分布式电源的合作博弈智能用电技术[J]. 电力工程技术,2017,36(5):29-34.  
CHEN Bin. Cooperative game-based energy consumption technology considering household distributed generators[J]. Electric Power Engineering Technology, 2017, 36(5):29-34.
- [14] 王敏,许建,潘永春,等. 电动汽车参与配电网电力市场竞价博弈的研究[J]. 广东电力,2017,30(2):1-7.  
WANG Min, XU Jian, PAN Yongchun, et al. Research on electric vehicles participating in bidding game in distribution side power market[J]. Guangdong Electric Power, 2017, 30(2):1-7.
- [15] 董文略,王群,杨莉. 含风光水的虚拟电厂与供电公司协调调度模型[J]. 电力系统自动化,2015,39(9):75-81,207.  
DONG Wenlue, WANG Qun, YANG Li. A coordinated dispatching model for a distribution utility and virtual power plants with wind/photovoltaic/hydro generators[J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(9):75-81,207.
- [16] WANG Yao, AI Xin, TAN Zhongfu. Interactive dispatch modes and bidding strategy of multiple virtual power plants based on demand response and game theory[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2016, 7(1):510-519.
- [17] 张高,王旭,蒋传文. 基于主从博弈的含电动汽车虚拟电厂协调调度[J]. 电力系统自动化,2018,42(11):48-55.  
ZHANG Gao, WANG Xu, JIANG Chuanwen. Stackelberg game based coordinated dispatch of virtual power plant considering electric vehicle management[J]. Automation of Electric Power Systems, 2018, 42(11):48-55.
- [18] 方燕琼,甘霖,艾芊,等. 基于主从博弈的虚拟电厂双层竞标策略[J]. 电力系统自动化,2017,41(14):61-69.  
FANG Yanqiong, GAN Lin, AI Qian, et al. Stackelberg game based bi-level bidding strategy for virtual power plant[J]. Automation of Electric Power Systems, 2017, 41(14):61-69.
- [19] 路尧,刘继春,许立雄. 非合作博弈下考虑用户满意度的虚拟电厂经济优化运行[J]. 分布式能源,2017,2(1):23-29.  
LU Yao, LIU Jichun, XU Lixiong. Economic optimization operation of virtual power plant considering the users' satisfaction based on non-cooperative game theory[J]. Distributed Energy, 2017, 2(1):23-29.
- [20] DABBAGH S R, SHEKH-EL-ESLAMI M K. Risk-based profit allocation to DERs integrated with a virtual power plant using cooperative game theory[J]. Electric Power Systems Research, 2015, 121:368-378.
- [21] 栗然,马慧卓,祝晋尧,等. 分布式电源接入配电网多目标优化规划[J]. 电力自动化设备,2014,34(1):6-13.  
LI Ran, MA Huizhuo, ZHU Jinyao, et al. Multi-objective optimization for DG integration into distribution system[J]. Electric Power Automation Equipment, 2014, 34(1):6-13.
- [22] 梅生伟,刘锋,魏韡. 工程博弈论基础及电力系统应用[M]. 北京:科学出版社,2016:65-67.
- [23] ROSEN J B. Existence and uniqueness of equilibrium points for concave  $N$ -person games[J]. Econometrica, 1965, 33(3):520-534.
- [24] Solar turbines[EB/OL]. (2016-08-01)[2018-06-21]. <http://mysolar.Cat.com/cda/layout?m=41079&x=7>.

## 作者简介:



孙国强

孙国强(1978—),男,江苏江阴人,副教授,博士,研究方向为电力系统分析与控制(E-mail:hhusunguoqiang@163.com);

钱苇航(1995—),男,江苏南通人,硕士研究生,主要研究方向为虚拟电厂优化(E-mail:hhuqianwei@163.com);

黄文进(1977—),男,江苏盐城人,高级工程师,硕士,主要研究方向为电力系统调度自动化技术(E-mail:13851064100@126.com)。

## Optimal dispatch game model for virtual power plant considering security of distribution network

SUN Guoqiang<sup>1</sup>, QIAN Weihang<sup>1</sup>, HUANG Wenjin<sup>2</sup>, XU Zheng<sup>2</sup>, WEI Zhinong<sup>1</sup>, ZANG Haixiang<sup>1</sup>, ZHOU Yizhou<sup>1</sup>

(1. College of Energy and Electrical Engineering, Hohai University, Nanjing 211100, China;

2. Yancheng Power Supply Company of State Grid Jiangsu Electric Power Co., Ltd., Yancheng 224002, China)

**Abstract:** The previous optimal dispatch models of VPP (Virtual Power Plant) only consider the economy of VPP and the obtained optimal dispatch schemes often fail to meet the security requirements of the distribution network, which may cause the problems of line over-load, node voltage over-limit and so on and affect the safe and stable operation of the power system. In order to balance the economy of VPP and the security of distribution network, an optimal dispatch game model of VPP based on non-cooperative game theory is established and the stochastic programming method is applied to deal with the uncertainties of electricity price and renewable energy sources, such as wind power and photovoltaic power. The optimal results of optimal dispatch model of VPP, security model of distribution network and non-cooperative game model are compared based on the case of an eight-lead distribution network in the north of a city. The results show that, when VPP and distribution network play game in a non-cooperative way, the VPP will take a relatively conservative dispatch scheme by reducing the power generation of each aggregation unit, which will increase the profits of VPP and maintain high security of distribution network, verifying the validity and rationality of the proposed non-cooperative game model.

**Key words:** virtual power plant; non-cooperative game; stochastic programming method; distribution network; security; optimal dispatch; models

.....  
(上接第 6 页 continued from page 6)

## Adaptive power flow optimization of multi-terminal flexible distribution network considering voltage operation risk difference

LIU Wenxia<sup>1</sup>, WANG Lingfei<sup>1</sup>, XU Yiming<sup>1</sup>, CHENG Rui<sup>1</sup>, WANG Zhiqiang<sup>1</sup>, WANG Chaoliang<sup>2</sup>, XU Feng<sup>2</sup>

(1. School of Electrical and Electronic Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China;

2. State Grid Zhejiang Electric Power Research Institute, Hangzhou 310014, China)

**Abstract:** In order to balance the security and economy in optimal operation of distribution network better, an adaptive power flow optimization method is proposed for multi-terminal flexible distribution network, which considers over-limit difference of node voltage. A transmission loss model of SOP (Soft Open Point) is built based on its structure. The sum of power loss and weighted node voltage deviation is taken as the objective function, the self-adaptive weight model of power loss and voltage deviation in the objective function is built with the consideration of initial voltage deviation and real-time penetration of DG (Distributed Generator), and the weighting strategy of voltage deviation at each node is proposed with the consideration of electrical distance, DG position and output correlation between source and load, thus an optimal operation model of distribution network is built. Three improved IEEE 33-bus feeder groups are taken as examples, the models are converted to convex optimization models and solved by interior point method, and results show that the proposed model is effective, the proposed strategy can improve voltage, reduce power loss, and improve the applicability of the model to distribution network under different penetrations.

**Key words:** operation optimization; multi-terminal SOP; flexible distribution network; self-adaption

## 附录 A

参照文献“Existence and uniqueness of equilibrium points for concave  $n$ -person games”中 Rosen 提出的关于  $n$  人参与博弈 Nash 均衡解存在且唯一的条件，有如下定理。

定理：若对于  $\mathbf{r} = \bar{\mathbf{r}} > 0$ ， $\sigma(\mathbf{x}, \mathbf{r})$  为对角严格凹函数，则存在唯一的 Nash 均衡点  $\mathbf{x}^0$ ，满足  $\varphi_i(\mathbf{x}^0) = \max_{y_i} \{\varphi_i(x_1^0, \dots, y_i, \dots, x_n^0) \mid (x_1^0, \dots, y_i, \dots, x_n^0) \in \mathbf{R}\}$  ( $i=1, 2, \dots, n$ )，即在该 Nash 均衡点  $\mathbf{x}^0$  处任何参与方都不能通过单方面地改变策略来提高收益。

对于博弈策略  $\{n, (S_i), (\varphi_i)\}$ ，若对于所有的  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ ，假设策略集满足  $S_i = \{x_i \in \mathbf{R} \mid h_i(x_i) \geq 0\}$  ( $i=1, 2, \dots, n$ )，引入向量  $\mathbf{r}$  用来整合各参与者的效用函数，则各效用函数的组合可以表示为：

$$\sigma(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = \sum_{i=1}^n r_i \varphi_i(\mathbf{x}) \quad r_i \geq 0$$

对于每一个确定的  $\mathbf{r}$  都存在一个相关的映射定义为  $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{r})$ ，用梯度  $\nabla_i \varphi_i(\mathbf{x})$  表示为：

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = \begin{bmatrix} r_1 \nabla_1 \varphi_1(\mathbf{x}) \\ r_2 \nabla_2 \varphi_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ r_n \nabla_n \varphi_n(\mathbf{x}) \end{bmatrix}$$

若对于任意  $\mathbf{x} \in S$  以及确定的  $\mathbf{r} \geq 0$ ，效用函数  $(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n)$  满足：

$$(\mathbf{x}' - \mathbf{x}^0)^\top \mathbf{g}(\mathbf{x}^0, \mathbf{r}) + (\mathbf{x}' - \mathbf{x}^0)^\top \mathbf{g}(\mathbf{x}', \mathbf{r}) > 0$$

则称函数  $\sigma(\mathbf{x}, \mathbf{r})$  为对角严格凹函数。而  $\sigma(\mathbf{x}, \mathbf{r})$  为对角严格凹函数的充分条件为对称矩阵  $\mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{r}) + \mathbf{G}^\top(\mathbf{x}, \mathbf{r})$  在  $\mathbf{x} \in S$  上为负定矩阵，其中  $\mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{r})$  为关于  $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{r})$  的雅可比矩阵。

下面只要证明  $\mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{r}) + \mathbf{G}^\top(\mathbf{x}, \mathbf{r})$  在  $\mathbf{x} \in S$  上为负定矩阵即可。

先求关于效用函数的一阶 Pseudo-Gradient 向量：

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = \begin{bmatrix} r_1 \nabla_1 \varphi_1(\mathbf{x}) \\ r_2 \nabla_2 \varphi_2(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 (-2a_{\text{ESS}} g_{\text{disch}} e_1 - b_{\text{ESS}} e_1 - 2a_{\text{ESS}} g_{\text{charge}} e_2 - b_{\text{ESS}} e_2 + \lambda^p e_3 + \lambda_d^p e_4 - k e_5 - \lambda_{\text{curr}} e_6) \\ -2r_2 (V_i - V_{\text{ref}}) \end{bmatrix}$$

对  $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{r})$  进行 Jacobian 化，得到  $\mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = \begin{bmatrix} r_1 (-2a_{\text{ESS}} e_1 - 2a_{\text{ESS}} e_2) & \\ & -2r_2 \end{bmatrix}$ ，则  $\mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{r}) + \mathbf{G}^\top(\mathbf{x}, \mathbf{r}) =$

$\begin{bmatrix} r_1 (-4a_{\text{ESS}} e_1 - 4a_{\text{ESS}} e_2) & \\ & -4r_2 \end{bmatrix}$ ，对角元素均为负，所以  $\mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{r}) + \mathbf{G}^\top(\mathbf{x}, \mathbf{r})$  为负定矩阵，则函数  $\sigma(\mathbf{x}, \mathbf{r})$  为对角严格凹函数，满足  $(\mathbf{x}' - \mathbf{x}^0)^\top \mathbf{g}(\mathbf{x}^0, \mathbf{r}) + (\mathbf{x}' - \mathbf{x}^0)^\top \mathbf{g}(\mathbf{x}', \mathbf{r}) > 0$ 。

综上，由定理可知，本文所提非合作博弈模型的 Nash 均衡点存在且唯一。

## 附录 B

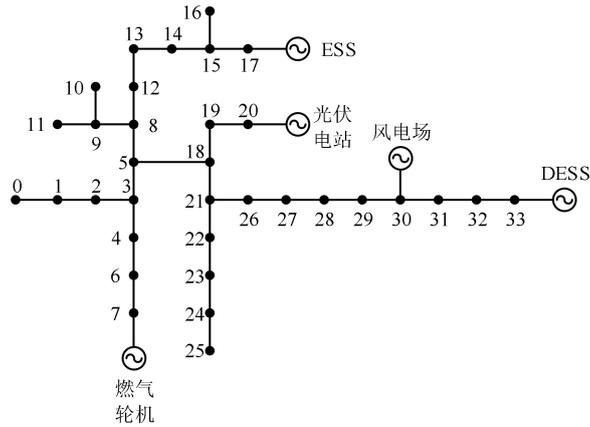


图 B1 改进后的江苏盐城城北变八引线配电网

Fig.B1 Modified eight-lead distribution network of north of Yancheng, Jiangsu

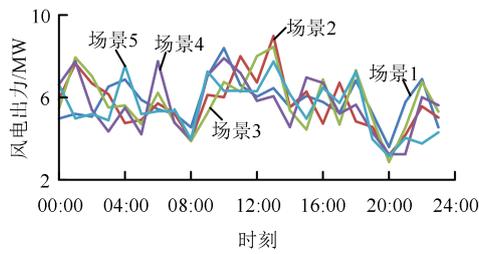


图 B2 风电出力场景

Fig.B2 Scenarios of wind power outputs

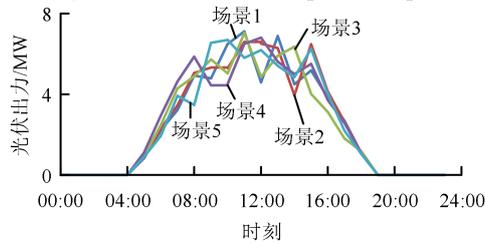
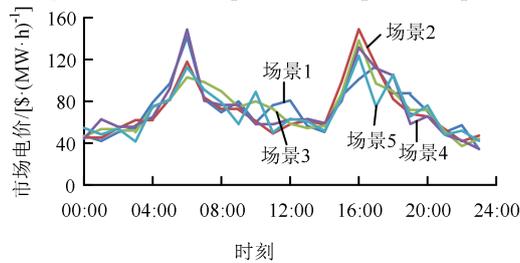
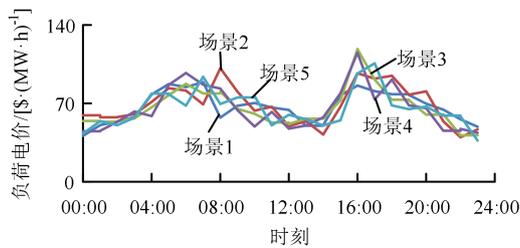


图 B3 光伏出力场景

Fig.B3 Scenarios of photovoltaic power outputs



(a) 市场电价



(b) 负荷电价

图 B4 电价场景

Fig.B4 Scenarios of electricity electricity price

表 B1 风/光出力以及电价场景概率

Table B1 Probabilities of wind/photovoltaic power output and electricity price scenarios

对象	场景概率				
	场景 1	场景 2	场景 3	场景 4	场景 5
风电出力	0.079	0.4785	0.0250	0.3230	0.0945
光伏出力	0.3485	0.1515	0.2780	0.0515	0.1705
电价	0.2855	0.0995	0.5505	0.0320	0.0325

表 B2 电力市场电价与负荷电价

Table B2 Electricity market price and load price

时段	市场电价/[\$·(MW·h) <sup>-1</sup> ]	负荷电价/[\$·(MW·h) <sup>-1</sup> ]	时段	市场电价/[\$·(MW·h) <sup>-1</sup> ]	负荷电价/[\$·(MW·h) <sup>-1</sup> ]
1	47	50	13	65	55
2	50	53	14	56	54
3	52	54	15	55	53
4	53	57	16	87	73
5	74	70	17	128	106
6	87	81	18	103	88
7	117	86	19	89	77
8	91	81	20	75	74
9	81	76	21	71	65
10	75	68	22	51	60
11	72	64	23	44	46
12	70	58	24	41	43