

基于改进矩不确定分布鲁棒优化算法的多机调频比例决策

周任军¹,任青青¹,闵雄帮²,郑权国³,吴献祥¹,王仰之¹

(1. 长沙理工大学 湖南省清洁能源与智能电网协同创新中心,湖南 长沙 410004;

2. 国网湖南省电力有限公司水电分公司,湖南 长沙 410000;

3. 国网常德供电公司,湖南 常德 415000)

摘要:针对单一平衡节点承担全网不平衡功率容易导致超出其调节范围的问题,考虑多台自动发电控制(AGC)机组参与调频,并将调频比例作为决策变量,建立调频比例决策模型。考虑到风电短期出力分布的矩具有不确定性的特点,将该模型变换为矩不确定分布鲁棒优化模型,并采用对偶原理将其转化为一个确定半定规划模型。对偶转换后模型中的半定约束矩阵的元素含有调频比例的二次方,常规半定规划算法无法对其进行求解。因此引入 Benders 方法对原问题进行分解,引入矩阵最小特征值方程对原半定约束进行松弛。仿真结果表明,基于改进广义 Benders 分解方法的半定规划模型具有良好的收敛性;发电调频总成本随着不确定集半径参数的增大而增大;与给定参与比例相比,将调频比例作为决策变量可获得更好的经济性和安全性。

关键词:调频比例;自动发电控制;分布鲁棒优化;半定规划;广义 Benders 分解;矩阵最小特征值方程

中图分类号:TM 73

文献标志码:A

DOI:10.16081/j.issn.1006-6047.2019.06.019

0 引言

风电出力的随机性会影响调度计划的有功平衡,产生与调度计划有偏差的偏差功率^[1]。常用的潮流约束解析表达是建立在平衡节点承担全网偏差功率的基础之上^[2],由单一平衡机组承担全网的不平衡功率。当不平衡功率较大时,就会超出平衡节点的调节范围^[3],导致模型与实际情况不符。因此,应考虑多台机组参与调频。考虑到偏差功率通常是由自动发电控制(AGC)机组承担,故参照 AGC 机组的调频比例分配原理,选取恰当的比例,将不平衡功率合理地分配给各台机组,建立相应的不确定潮流约束方程。目前,常用的调频比例确定原则有 2 种。一种是直接选用 AGC 参与因子作为调频比例^[4],由等耗量微增率推导得到。这种确定原则采用了局部线性化,当功率偏差较小时,可以得到一个较优的调频比例参数,但是不能保证其在整个可调频区间范围内最优。另一种则是按爬坡率确定调频比例,其在优化调度中被使用广泛^[1,5]。但以爬坡率为原则确定调频比例的方法有可能会造成机组容量小而爬坡率较大的机组拥有较大的调频比例,导致调整范围太小,从而影响调频的经济性。因此,应将机组的调频比例作为决策变量,从而可建立一个调频比例决策的系统调度随机优化模型。

随机优化方法包括随机规划和鲁棒优化方法。常用的随机规划方法有机会约束和条件风险方法。这 2 种方法均是假设风电出力或风电出力预测误差

服从某一特定类型的分布,其分布或是刻画风速长期分布特性的 Weibull 分布^[6],或是刻画风功率预测误差的正态分布/ β 分布^[7],基于此建立满足一定概率水平约束的随机规划模型。这种基于概率分布建立的随机规划模型或是函数非凸^[8],需采用智能算法进行求解^[9];或是需采用蒙特卡洛抽样进行线性近似^[10],产生大量的离散样本点,求解计算的难度大,且需得知随机变量的完整分布统计特性。在实际过程中,考虑到风电长期统计所得概率分布与风电短期分布相似却有不同,其矩是变化的。上述方法均不能有效地处理随机变量的矩变化问题。

鲁棒优化以集合的形式刻画随机变量的不确定性,无需获知其先验概率分布,因而常被用于描述电力系统中风电出力的随机性。考虑到风电出力短期分布长期拟合的概率统计信息不同,为非平稳序列^[11],其矩参数是变化的,因此矩不确定分布鲁棒优化 DRO-MU (Distributional Robust Optimization under Moment Uncertainty) 方法^[12]因其考虑随机变量长期拟合的概率统计信息与短期分布相似但不同的特性,更加适用于问题的求解。该方法假设期望、协方差属于一个不确定集,通过鲁棒优化的思想构建 min-max 模型,并采用对偶原理将其转换为可求解的半定规划模型。将其应用于含风电电力系统调度^[13]为解决电力系统随机优化问题提供了良好的方法。

但在为大型风电场提供旋转备用的优化求解中,当将多机组调频比例决策的优化模型转化为半定规划模型时,与文献[13]模型相比,其半定约束矩阵的元素存在决策变量的非线性表达。而目前求解半定规划广泛采用的原始对偶内点算法不能够有

收稿日期:2018-12-21;修回日期:2019-04-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51277016,71331001)

Project supported by the National Natural Science Foundation of China(51277016,71331001)

效地求解该问题。因此,本文采用广义 Benders 分解^[14-15]将该问题分解为 AGC 调频比例决策主问题、经济调度子问题和半定约束子问题。在半定约束子问题中引入矩阵最小特征值方程对此半定约束进行松弛,以便于求解计算。

1 考虑机组调频任务分配的随机规划模型

1.1 目标函数

当有多台 AGC 机组参与调频时,机组除了计划出力之外,还应该留有平抑风电出力波动的调频裕量,故成本函数为:

$$f_0 = (\mathbf{P}_g - \lambda \mathbf{e}^T \boldsymbol{\xi}_w)^T \mathbf{A} (\mathbf{P}_g - \lambda \mathbf{e}^T \boldsymbol{\xi}_w) + \mathbf{B}^T (\mathbf{P}_g - \lambda \mathbf{e}^T \boldsymbol{\xi}_w) + \mathbf{e}^T \mathbf{C} + \mathbf{C}_w^T (\bar{\mathbf{P}}_w + \boldsymbol{\xi}_w) \quad (1)$$

其中, \mathbf{P}_g 为常规机组的计划出力向量; \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{C} 为常规机组的发电成本系数矩阵; $\bar{\mathbf{P}}_w$ 为风电出力预测向量; $\boldsymbol{\xi}_w$ 为风电预测误差向量; \mathbf{C}_w 为风电成本系数矩阵; λ 为常规机组功率调整比例, \mathbf{e} 为所有元素均为 1 的列向量, 满足 $\mathbf{e}^T \lambda = 1$ 。

令 $\mathbf{X}_0 = \mathbf{e} \lambda^T \mathbf{A} \lambda \mathbf{e}^T$, $\mathbf{Y}_0 = (-2\mathbf{P}_g^T \mathbf{A} \lambda \mathbf{e}^T - \mathbf{B}^T \lambda \mathbf{e}^T + \mathbf{C}_w^T)^T$, $\mathbf{Z}_0 = \mathbf{P}_g^T \mathbf{A} \mathbf{P}_g + \mathbf{B}^T \mathbf{P}_g + \mathbf{e}^T \mathbf{C} + \mathbf{C}_w^T \bar{\mathbf{P}}_w$, 则式(1)可以简化表达为:

$$f_0 = \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{X}_0 \boldsymbol{\xi} + \mathbf{Y}_0^T \boldsymbol{\xi} + \mathbf{Z}_0 \quad (2)$$

式(2)含有随机变量,故需要将其转化成随机规划模型的目标函数,通常直接取其期望,即:

$$f = E(f_0(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})) = E(f_0) \quad (3)$$

其中, \mathbf{x} 为决策变量,即式(1)中的 \mathbf{P}_g 和 λ ; $\boldsymbol{\xi}$ 为随机变量。在后文中式(3)均简化表达为 $f = E(f_0)$ 。

1.2 不等式约束的条件期望约束

1.2.1 不等式约束的条件期望约束刻画

在电力经济调度中常用电气元件的运行状态及其上极限值与下极限值间的最小差值表示元件的安全裕度,即:

$$\Delta = \min \{ y - y^{\min}, y^{\max} - y \} \quad (4)$$

对于确定性模型 $y = y(\mathbf{x})$, 可以直接采用式(4)将其转化为相应的不等式约束,即:

$$\Delta \geq 0 \quad (5)$$

对于不确定性模型 $y = h(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$, 因其含有不确定变量,不能直接采用安全裕度构建不等式约束,需采用随机规划类方法将式(4)构建为一个不等式。

鉴于 DRO-MU 方法只能处理期望形式的函数,直接采用期望处理式(4)会造成不等式成立的概率水平约束、不等式越界的分位点及越界后的均值均不明确,不能有效地反映含随机变量的不等式约束成立的条件。而采用条件期望预处理不等式函数,能有效地刻画不等式小于分位点的概率约束及越界后的超额平均值,即条件期望。式(4)的条件期望

可表示为:

$$\bar{y}_\alpha = E(y | y \leq y_\alpha) \quad (6)$$

其中, y_α 为分位数; α 为置信水平,其具体表达条件期望不等式成立的概率水平。式(6)是指函数 y 在以不小于概率水平 α 下其值不大于 y_α 的期望值,即条件期望。

式(6)难以解析,故引入一个等价凸函数^[16-17],如式(7)所示。

$$Q_\alpha = z + \frac{1}{1-\alpha} E([\ h(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) - z, 0 \]^-) = E\left(\left[\frac{1}{1-\alpha} h(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) - \frac{\alpha z}{1-\alpha}, z\right]^- \right) \quad (7)$$

其中, $[a, b]^-$ 表示 $\min\{a, b\}$; z 为引入的辅助变量。

故条件期望函数下的不等式约束条件为:

$$Q_\alpha \geq R \quad (8)$$

其中, R 为条件期望约束参数。

1.2.2 系统旋转备用条件期望约束

当有多台机组参与调频时,每台机组都需要预留一定的备用裕度。其中,第 j 台机组的上旋转备用裕度为:

$$S_{UPj} = \frac{P_j^{\max} - (P_j - \lambda_j \mathbf{e}^T \boldsymbol{\xi}_w)}{P_j^{\max} - P_j^{\min}} \quad (9)$$

第 j 台机组的下旋转备用裕度为:

$$S_{LPj} = \frac{(P_j - \lambda_j \mathbf{e}^T \boldsymbol{\xi}_w) - P_j^{\min}}{P_j^{\max} - P_j^{\min}} \quad (10)$$

其中, P_j 为第 j 台机组出力; λ_j 为第 j 台机组的功率调整比例; P_j^{\max} 为第 j 台机组的最大出力; P_j^{\min} 为第 j 台机组的最小出力。

系统的旋转备用裕度可以用系统中所参与调频的机组的最小旋转备用安全域度表示,即系统的旋转备用裕度为:

$$h(\mathbf{P}_g, \boldsymbol{\xi}_w) = \min_{j=1,2,\dots,n} \{ S_{UPj}, S_{LPj} \} \quad (11)$$

其中, n 为发电机组数量。

上式包含风电出力随机变量,需要将系统的旋转备用裕度转化为系统备用条件期望约束,如式(12)所示。

$$E\left(\min\left\{z_1, \frac{1}{1-\alpha_1} h(\mathbf{P}_g, \boldsymbol{\xi}_w) - \frac{\alpha_1 z_1}{1-\alpha_1}\right\}\right) \geq R_1 \quad (12)$$

其中, z_1 为引入的辅助变量; α_1 为给定的置信水平; R_1 为条件期望设定值。

1.2.3 系统线路条件期望约束

系统的线路安全裕度可表示为^[13]:

$$H(\lambda, \mathbf{P}_g, \mathbf{P}_w) = \min_{l=1,2,\dots,L} \frac{P_l^{\max} - |H_l(\mathbf{P}_g - \lambda \mathbf{e}^T \boldsymbol{\xi}_w + \bar{\mathbf{P}}_w + \boldsymbol{\xi}_w - \mathbf{P}_d)|}{P_l^{\max}} \quad (13)$$

其中, \mathbf{H}_l 为第 l 条线路节点灵敏度系数行向量, 由直流潮流求得; \mathbf{P}_d 为节点负荷; \mathbf{P}_l^{\max} 为第 l 条线路的最大传输功率; L 为系统支路数。

同理将系统的线路安全裕度转换为系统线路条件期望约束, 如式 (14) 所示。

$$E\left(\min\left\{z_2, \frac{1}{1-\alpha_2}H(\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{P}_g, \mathbf{P}_w) - \frac{\alpha_2 z_2}{1-\alpha_2}\right\}\right) \geq R_2 \quad (14)$$

其中, z_2, α_2, R_2 分别对应式 (12) 中的 z_1, α_1, R_1 。

1.2.4 功率平衡约束

$$\mathbf{e}^T \mathbf{P}_g + \mathbf{e}^T \bar{\mathbf{P}}_w = \mathbf{e}^T \mathbf{P}_d \quad (15)$$

1.2.5 机组出力约束

$$\mathbf{P}_g^{\min} \leq \mathbf{P}_g \leq \mathbf{P}_g^{\max} \quad (16)$$

2 DRO-MU 模型及其对偶转化

2.1 DRO-MU 方法

2.1.1 矩的不确定集

本文采用期望及协方差矩阵作为不确定参数, 如式 (17) 所示。其中, 期望属于椭球不确定集, 协方差矩阵属于矩阵不等式限定的半定锥不确定集。

$$D = \left\{ \begin{array}{l} P(\boldsymbol{\xi} \in \mathbf{S}) = 1 \\ E((\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\mu}_0)^T \boldsymbol{\Sigma}_0^{-1} (\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\mu}_0)) \leq \gamma_1 \\ E((\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\mu}_0)(\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\mu}_0)^T) \leq \gamma_2 \boldsymbol{\Sigma}_0 \end{array} \right\} \quad (17)$$

其中, $\boldsymbol{\mu}_0$ 为随机变量的预估期望; $\boldsymbol{\Sigma}_0$ 为随机变量的协方差矩阵; $\gamma_1 \geq 0$, 为期望的椭球不确定集半径参数; $\gamma_2 \geq 1$, 为协方差矩阵的半定锥不确定集范围参数; 随机变量 $\boldsymbol{\xi}$ 的所有样本所在空间集合用 \mathbf{S} 表示, 且 $\mathbf{S} \subset \mathbf{R}^n$, 故 $P(\boldsymbol{\xi} \in \mathbf{S}) = 1$ 的具体含义为 $\boldsymbol{\xi} \in \mathbf{S}$ 这个事件发生的概率为 1; \leq 为半定矩阵符号。

2.1.2 DRO-MU 模型及对偶转换

DRO-MU 方法是一种随机规划与鲁棒优化相结合的方法。其假设随机变量的矩具有不确定性, 并通过鲁棒优化的思想将随机规划模型转化为 1 个特定不确定集下的 min-max 模型, 如式 (18) 所示, 具体表达的是在不确定集内最坏情况下的最优决策。

$$\min_x \max_{F \in D} E(f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})) \quad (18)$$

其中, F 为随机变量的分布, 即随机变量的矩 (期望、协方差), 属于不确定集合 D 。

上述模型不是直接的解析表达式, 不能直接求解。故本文通过对偶原理将上述模型的内层优化转化为 min 模型, 即:

$$\min_{r, t, \mathbf{Q}, \mathbf{q}} r + t \quad (19)$$

$$r \geq f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) - \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{Q} \boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{q} \quad \forall \boldsymbol{\xi} \in \mathbf{S} \quad (20)$$

$$t \geq (\gamma_2 \boldsymbol{\Sigma}_0 + \boldsymbol{\mu}_0 \boldsymbol{\mu}_0^T) \cdot \mathbf{Q} + \boldsymbol{\mu}_0^T \mathbf{q} + \sqrt{\gamma_1} \|\boldsymbol{\Sigma}_0^{1/2}(\mathbf{q} + 2\mathbf{Q}\boldsymbol{\mu}_0)\| \quad (21)$$

$$\mathbf{Q} \geq 0 \quad (22)$$

其中, \cdot 表示 Frobenius 积; $\mathbf{Q}, \mathbf{q}, r, t$ 为对偶变量; \geq 表示矩阵半定。进行对偶后的内层问题与外层优化问题可直接构成 1 个解析表达的 min 问题。

2.2 目标函数鲁棒模型及其对偶转化

上述模型是已知随机变量确定分布下的随机规划模型。但风电的具体分布往往难以确定, 仍具有一定的不确定性。故本文采用矩不确定鲁棒优化方法建立相应的考虑分布不确定的优化调度模型。矩不确定鲁棒优化方法的目标函数模型为:

$$f = \min_{\mathbf{P}_g, \boldsymbol{\lambda}} \max_{F \in D} E(f_0) \quad (23)$$

对式 (23) 采用拉格朗日对偶优化, 可以转化为:

$$\min_{\mathbf{Q}_0, \mathbf{q}_0, t_0, r_0, \mathbf{P}_g, \boldsymbol{\lambda}} t_0 + r_0 \quad (24)$$

$$r_0 \geq f_0 - \boldsymbol{\xi}_w^T \mathbf{Q}_0 \boldsymbol{\xi}_w - \boldsymbol{\xi}_w^T \mathbf{q}_0 \quad \forall \boldsymbol{\xi}_w \in \mathbf{S} \quad (25)$$

$$t_0 \geq (\gamma_2 \boldsymbol{\Sigma}_0 + \bar{\boldsymbol{\xi}}_w^T \bar{\boldsymbol{\xi}}_w) \cdot \mathbf{Q}_0 + \bar{\boldsymbol{\xi}}_w^T \mathbf{q}_0 + \sqrt{\gamma_1} \|\boldsymbol{\Sigma}_0^{1/2}(\mathbf{q}_0 + 2\mathbf{Q}_0 \bar{\boldsymbol{\xi}}_w)\| \quad (26)$$

$$\mathbf{Q}_0 \geq 0 \quad (27)$$

其中, $\bar{\boldsymbol{\xi}}_w$ 为风电预测误差的平均值。

式 (25) 可以转化为如下半定矩阵:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_0 - X_0 & 0.5(\mathbf{q}_0 - Y_0) \\ 0.5(\mathbf{q}_0 - Y_0)^T & r_0 - Z_0 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (28)$$

2.3 最小条件期望约束模型及其对偶

2.3.1 最小条件期望约束及其对偶模型

在不确定分布条件下, 因 1.2 节中的不等式约束统一采用“ \geq ”的形式, 故本文采用最小条件期望约束对其进行刻画, 即当随机变量在给定集合中变化时, 条件期望的最小值都可满足约束。式 (8) 是在确定分布条件下随机模型的条件期望不等式约束, 将其化为 DRO-MU 模型下的条件期望约束不等式形式, 如式 (29) 所示。

$$\min_{F \in D} Q_\alpha(\mathbf{x}, z) \geq R \quad (29)$$

同样对式 (29) 采用对偶优化原理进行松弛, 可得^[12]:

$$t + r \leq -R \quad (30)$$

$$r \geq \max\left\{-\frac{1}{1-\alpha}h(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) + \frac{\alpha z}{1-\alpha}, -z\right\} - \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{Q} \boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{q} \quad \forall \boldsymbol{\xi} \in \mathbf{S} \quad (31)$$

$$t \geq (\gamma_2 \boldsymbol{\Sigma}_0 + \bar{\boldsymbol{\xi}}^T \bar{\boldsymbol{\xi}}) \cdot \mathbf{Q} + \bar{\boldsymbol{\xi}}^T \mathbf{q} + \sqrt{\gamma_1} \|\boldsymbol{\Sigma}_0^{1/2}(\mathbf{q} + 2\mathbf{Q}\bar{\boldsymbol{\xi}})\| \quad (32)$$

$$\mathbf{Q} \geq 0 \quad (33)$$

2.3.2 旋转备用最小条件期望及其对偶模型

系统的旋转备用最小条件期望约束为:

$$\min_{F \in D} E \left(\min \left\{ z_1, \frac{1}{1-\alpha_1} h(\mathbf{P}_g, \xi_w) - \frac{\alpha_1 z_1}{1-\alpha_1} \right\} \right) \geq R_1 \quad (34)$$

将式(34)代入式(29)–(33)可得:

$$t_1 + r_1 \leq -R_1 \quad (35)$$

$$r_1 \geq \max \left\{ -\frac{1}{1-\alpha_1} h(\mathbf{P}_g, \xi_w) + \frac{\alpha_1 z_1}{1-\alpha_1}, -z_1 \right\} - \xi_w^T \mathbf{Q}_1 \xi_w - \xi_w^T \mathbf{q}_1 \quad \forall \xi_w \in S \quad (36)$$

$$t_1 \geq (\gamma_1 \Sigma_0 + \bar{\xi}_w^T \bar{\xi}_w) \cdot \mathbf{Q}_1 + \bar{\xi}_w^T \mathbf{q}_1 + \sqrt{\gamma_1} \|\Sigma_0^{1/2}(\mathbf{q}_1 + 2\mathbf{Q}_1 \bar{\xi}_w)\| \quad (37)$$

$$\mathbf{Q}_1 \geq 0 \quad (38)$$

式(36)可以转化为:

$$r_1 \geq -z_1 - \xi_w^T \mathbf{Q}_1 \xi_w - \xi_w^T \mathbf{q}_1 \quad \forall \xi_w \in S \quad (39)$$

$$r_1 \geq -\frac{1}{1-\alpha_1} h(\mathbf{P}_g, \mathbf{P}_w) + \frac{\alpha_1 z_1}{1-\alpha_1} - \xi_w^T \mathbf{Q}_1 \xi_w - \xi_w^T \mathbf{q}_1 \quad \forall \xi_w \in S \quad (40)$$

则式(39)可以等价于如下半定矩阵约束:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 & 0.5\mathbf{q}_1 \\ 0.5\mathbf{q}_1^T & r_1 + z_1 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (41)$$

令:

$$\mathbf{Y}_{1j} = -\frac{\lambda_j \mathbf{e}}{(1-\alpha_1)(P_j^{\max} - P_j^{\min})}$$

$$\mathbf{Z}_{1j} = \frac{P_j - P_j^{\max}}{(1-\alpha_1)(P_j^{\max} - P_j^{\min})} + \frac{\alpha_1 z_1}{1-\alpha_1}$$

$$\mathbf{Y}_{2j} = \frac{\lambda_j \mathbf{e}}{(1-\alpha_1)(P_j^{\max} - P_j^{\min})}$$

$$\mathbf{Z}_{2j} = \frac{P_j^{\min} - P_j}{(1-\alpha_1)(P_j^{\max} - P_j^{\min})} + \frac{\alpha_1 z_1}{1-\alpha_1}$$

则可将式(40)转化为以下半定矩阵:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 & 0.5(\mathbf{q}_1 - \mathbf{Y}_{ij}) \\ 0.5(\mathbf{q}_1 - \mathbf{Y}_{ij})^T & r_1 - \mathbf{Z}_{ij} \end{bmatrix} \geq 0 \quad i=1,2 \quad (42)$$

2.3.3 系统线路安全最小条件期望约束及对偶模型

约束条件中仅有线路潮流约束含有随机变量,故只需对线路潮流约束采用 DRO-MU 模型建模,其他约束条件不变。线路潮流约束的 DRO-MU 模型为:

$$\min_{F \in D} E \left(\min \left\{ z_2, \frac{1}{1-\alpha_2} H(\mathbf{P}_g, \xi_w) - \frac{\alpha_2 z_2}{1-\alpha_2} \right\} \right) \geq R_2 \quad (43)$$

同样对式(43)采用拉格朗日优化对偶原理,化简过程与 2.3.2 节相同。令:

$$\mathbf{M}_{1l} = \frac{\mathbf{H}_l^T - \mathbf{H}_l \boldsymbol{\lambda} \mathbf{e}}{(1-\alpha_2) P_l^{\max}}$$

$$N_{1l} = \frac{1}{1-\alpha_2} \left[\frac{\mathbf{H}_l(\mathbf{P}_g + \mathbf{P}_w - \mathbf{P}_d)}{P_l^{\max}} + \alpha_2 z_2 - 1 \right]$$

$$\mathbf{M}_{2l} = \frac{\mathbf{H}_l \boldsymbol{\lambda} \mathbf{e} - \mathbf{H}_l^T}{(1-\alpha_2) P_l^{\max}}$$

$$N_{2l} = \frac{1}{1-\alpha_2} \left[\frac{\mathbf{H}_l(\mathbf{P}_d - \mathbf{P}_g - \mathbf{P}_w)}{P_l^{\max}} + \alpha_2 z_2 - 1 \right]$$

则可以将式(43)转化为如下方程:

$$t_2 + r_2 \leq -R_2 \quad (44)$$

$$t_2 \geq (\gamma_2 \Sigma_0 + \bar{\xi}_w^T \bar{\xi}_w) \cdot \mathbf{Q}_2 + \bar{\xi}_w^T \mathbf{q}_2 + \sqrt{\gamma_2} \|\Sigma_0^{1/2}(\mathbf{q}_2 + 2\mathbf{Q}_2 \bar{\xi}_w)\| \quad (45)$$

$$\mathbf{Q}_2 \geq 0 \quad (46)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_2 & 0.5\mathbf{q}_2 \\ 0.5\mathbf{q}_2^T & r_2 + z_2 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (47)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_2 & 0.5(\mathbf{q}_2 - \mathbf{M}_{kl}) \\ 0.5(\mathbf{q}_2 - \mathbf{M}_{kl})^T & r_2 - N_{kl} \end{bmatrix} \geq 0 \quad k=1,2 \quad (48)$$

故问题的总模型包括式(24)、(26)–(28)、(35)、(37)、(38)、(41)、(42)、(44)、(46)–(48)。其中,发电机出力 \mathbf{P}_g 、调频比例 $\boldsymbol{\lambda}$ 为决策变量, r_0 、 r_1 、 r_2 、 t_0 、 t_1 、 t_2 、 \mathbf{Q}_1 、 \mathbf{Q}_2 、 \mathbf{q}_1 、 \mathbf{q}_2 、 z_1 、 z_2 为对偶过程中的对偶变量。

3 改进 DRO-MU 求解算法

3.1 广义 Benders 算法

3.1.1 复杂半定规划原问题

广义 Benders 算法^[18]是求解具有可分解特点的非线性规划的一种方法。算法的核心思想是根据变量的特点通过主、子问题将模型中的连续变量及整型变量相分离,构建一系列具有单一特点且方便求解的主、子问题进行交替迭代求解,一般用于非线性整数混合规划的求解,在电力系统中广泛应用于机组组合问题的求解。

针对本文所建模型的半定约束中矩阵元素含高次方的问题,结合广义 Benders 算法的可分解特点,采用矩阵最小特征值优化方程改进广义 Benders 算法的松弛子问题,将广义 Benders 算法用于解决含半定约束的数学规划问题。

$$\min_{\mathbf{x} \in \Phi_x, \mathbf{y} \in \Phi_y} f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (49)$$

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \geq 0 \quad (50)$$

其中, \mathbf{x} 为决策变量,如模型中传统发电机组的出力 \mathbf{P}_g ; \mathbf{y} 为半定规划模型中的复杂变量,如调频比例 $\boldsymbol{\lambda}$; Φ_x 、 Φ_y 分别为 \mathbf{x} 、 \mathbf{y} 的约束集合。

在给定变量 \mathbf{y} 初值的条件下, $G(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 中的元素是关于决策变量 \mathbf{x} 的线性函数,并能够转化为一个

常规线性半定矩阵约束模型。此时的模型是一个具有变量可分解特点的半定规划模型,可以采用改进 Benders 算法进行求解。

3.1.2 半定规划子问题

广义 Benders 算法子问题的构建是在给定复杂变量 \mathbf{y} 初值的条件下关于 \mathbf{x} 的优化决策。参照此思想,构建如下子问题:

$$\min_{\mathbf{x} \in \Phi_{\mathbf{x}}} f(\mathbf{x}, \mathbf{y}') \quad (51)$$

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{y}') \geq 0 \quad (52)$$

3.1.3 最小特征方程松弛子问题

在给定 \mathbf{y} 初值的条件下,上述子问题可能约束过于严格而无解。而实际问题中 \mathbf{y} 在一定范围内是可变的,故式(52)有一定的松弛裕度。半定约束往往与最大或最小特征值有关,故本文引入半定约束最大或最小特征值优化方程^[19]作为松弛子问题,改进广义 Benders 算法,如下所示:

$$\min_{\mathbf{x} \in \Phi_{\mathbf{x}}} u \quad (53)$$

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{y}') + u\mathbf{I} \geq 0 \quad (54)$$

其中, \mathbf{I} 为单位矩阵; u 为松弛变量。

3.1.4 主问题

通过求解子问题返回 Benders 割,建立如下松弛主问题模型:

$$\min_{\mathbf{y} \in \Phi_{\mathbf{y}}} \eta \quad (55)$$

$$\eta \geq f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - v \cdot G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (56)$$

$$0 \geq -v \cdot G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (57)$$

其中, η 为主问题的松弛变量; v 为拉格朗日乘子^[14]。式(56)、(57)为主子问题的牵连约束。

3.2 半定规划原问题的广义 Benders 算法

3.2.1 经济调度子问题

总模型在给定 λ 初值的条件下是一个经济调度问题,且是一个可有效求解的半定规划问题。故经济调度子问题模型为总模型在给定 λ 初值条件下的经济调度子问题。其中式(28)、(42)、(48)为主问题与子问题之间的牵连约束。

3.2.2 半定约束最小特征值松弛子问题

在上述子问题的迭代过程中,将主问题迭代求解的 λ 代入经济调度子问题中可能因为约束过于严格而造成无解。故需要构建如下松弛子问题:

$$\min u \quad (58)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_0 - \mathbf{X}_0 & 0.5(\mathbf{q}_0 - \mathbf{Y}_0) \\ 0.5(\mathbf{q}_0 - \mathbf{Y}_0)^T & r_0 - Z_0 \end{bmatrix} + u\mathbf{I} \geq 0 \quad (59)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 & 0.5(\mathbf{q}_1 - \mathbf{Y}_{ij}) \\ 0.5(\mathbf{q}_1 - \mathbf{Y}_{ij})^T & r_1 - Z_{ij} \end{bmatrix} + u\mathbf{I} \geq 0 \quad (60)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_2 & 0.5(\mathbf{q}_2 - \mathbf{M}_{kl}) \\ 0.5(\mathbf{q}_2 - \mathbf{M}_{kl})^T & r_2 - N_{kl} \end{bmatrix} + u\mathbf{I} \geq 0 \quad (61)$$

3.2.3 不平衡量分配主问题

$$\min \eta \quad (62)$$

$$\eta \geq t_0^p + r_0^p -$$

$$v_0^p \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_0^p - \mathbf{X}_0^p & 0.5(\mathbf{q}_0^p - \mathbf{Y}_0^p) \\ 0.5(\mathbf{q}_0^p - \mathbf{Y}_0^p)^T & r_0^p - Z_0^p \end{bmatrix} -$$

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^n v_{1ij}^p \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_2^p & 0.5(\mathbf{q}_2^p - \mathbf{Y}_{ij}^p) \\ 0.5(\mathbf{q}_2^p - \mathbf{Y}_{ij}^p)^T & r_3^p - Z_{ij}^p \end{bmatrix} -$$

$$\sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^L v_{2kl}^p \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_3^p & 0.5(\mathbf{q}_3^p - \mathbf{M}_{kl}^p) \\ 0.5(\mathbf{q}_3^p - \mathbf{M}_{kl}^p)^T & r_3^p - N_{kl}^p \end{bmatrix}$$

$$(63)$$

$$0 \geq -v_0^p \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_0^p - \mathbf{X}_0^p & 0.5(\mathbf{q}_0^p - \mathbf{Y}_0^p) \\ 0.5(\mathbf{q}_0^p - \mathbf{Y}_0^p)^T & r_0^p - Z_0^p \end{bmatrix} -$$

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^n v_{1ij}^p \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_2^p & 0.5(\mathbf{q}_2^p - \mathbf{Y}_{ij}^p) \\ 0.5(\mathbf{q}_2^p - \mathbf{Y}_{ij}^p)^T & r_3^p - Z_{ij}^p \end{bmatrix} -$$

$$\sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^L v_{2kl}^p \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_3^p & 0.5(\mathbf{q}_3^p - \mathbf{M}_{kl}^p) \\ 0.5(\mathbf{q}_3^p - \mathbf{M}_{kl}^p)^T & r_3^p - N_{kl}^p \end{bmatrix}$$

$$(64)$$

其中,上标 p 表示之前迭代过程中子问题求解可行的次数; $v_0^p, v_{1ij}^p, v_{2kl}^p$ 为 Benders 算法子问题中的拉格朗日乘子。

可以看出,主问题为常规的优化问题,可直接利用基于 MATLAB 语言的 YALMIP 求解器进行求解。

广义 Benders 算法的一般计算流程如图 1 所示。图中的初始化包括给定调频比例 λ_0 、收敛判断标志 $\varepsilon \leq 1$ 、最大迭代次数及初始上下界。收敛要求为:以

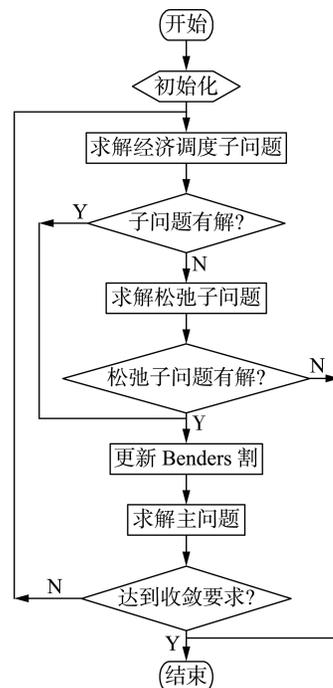


图 1 广义 Benders 算法的流程图

Fig.1 Flowchart of generalized Benders algorithm

式(24)所得结果为上界,以不平衡量分配主问题目标值,即式(62)为下界,当上、下界之差小于等于收敛判断标志时,停止计算。

4 算例分析

4.1 仿真系统

本文采用 IEEE 30 节点 6 机组系统进行仿真,功率基准值为 100 MV·A,发电机的成本系数及机组出力上下限参考文献[20]。节点 1 为平衡节点,在节点 22、25 处接入风电场。其中节点 22 处风机的预测出力为 0.1 p.u.,波动方差取为 0.02;节点 25 处风机的预测出力为 0.15 p.u.,波动方差取为 0.03。系统总负荷为 2.834 p.u.。系统各个条件风险约束中的风险值采用线性加权法求得,本文不做讨论,直接取 0。其他基准设定值为: $\gamma_1=0.1, \gamma_2=1.1, \alpha_1=0.9, \alpha_2=0.9, \rho=0$ 。系统的数值仿真实验均是在基准设定值上逐个改变相应的参数进行仿真讨论。

4.2 仿真结果分析

(1)改进广义 Benders 算法收敛性测试。

对改进广义 Benders 算法进行收敛性测试,检验算法是否具有收敛性。其模型测试函数选用本文算例的实际模型函数;测试参数选用仿真系统的基准要求,并假设所有常规机组均参与调频任务的分配;算法的收敛标志为上、下界差值不大于 1,约为总成本的 1/10 000,达到实际需求)。算法的收敛性结果如图 2 所示。

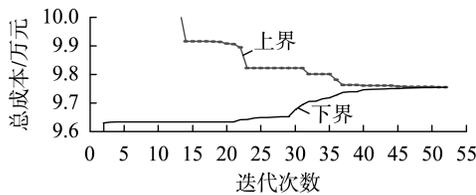


图 2 算法的收敛性结果

Fig.2 Convergence result of algorithm

由图 2 可以看出,上界随着迭代次数的增加而单调不增,下界随着迭代次数的增加而单调不减,且上、下界的差值随着迭代次数的增加而逐渐减小。

说明改进广义 Benders 算法具有收敛性,可以解决本文所建模型的半定约束中含有决策变量高次方的问题,具有一定的实用性。

(2)与给定参与因子方案比较。

a. 经济性对比。

同样采用机组 1—3 作为 AGC 调频机组。其中,方案 1 为本文所提方法,方案 2 为给定参与因子按爬坡率分配的方式。2 种方案的仿真结果如表 1 所示(表中机组出力为标么值,后同)。

由表 1 可以看出,方案 2 的成本比本文所提方法的成本高,这是因为方案 2 未将 AGC 机组的参与因子作为决策变量参与优化,不能得到合理的调频比例,因而成本较高。

b. 安全性比较。

采用在给定调频机组的条件下比较系统能承受风电波动的最大概率水平来验证系统的安全性。参与因子的变化主要影响机组的旋转备用安全水平,故仅考虑 2 种方案下满足备用风险条件期望约束的最大概率水平。仿真结果如表 2 所示。

由表 2 可以看出,方案 1 的总成本及安全性都比方案 2 好,这是因为方案 1 将参与因子作为决策变量,可以根据系统的运行要求得出安全、经济性更好的决策方案。

(3)不确定集设定值 γ_1, γ_2 对系统成本的影响。

γ_1 为期望波动范围不确定集的大小, γ_2 为协方差波动范围不确定集的大小。在基准要求下,假设机组 1—3 参与调频,仿真 γ_1, γ_2 对系统成本的影响,结果分别如图 3、图 4 所示。

从图 3、4 可以看出,随着不确定集范围参数 γ_1, γ_2 的增大,总成本也在增大。这是因为 γ_1, γ_2 是对风电出力期望及协方差矩阵不确定范围的评估值, γ_1, γ_2 越大,表明风电出力预测准确性越差,这会导导致系统调度员采用更加保守的运行方式来满足系统安全可靠运行的要求。这种保守的运行方式是通过牺牲一定的总成本最优性来实现的。仿真结果曲线的趋势与文献[13]的结果大致相同,这也验证了本文所提方法的正确性。

表 1 2 种方案的经济性仿真结果

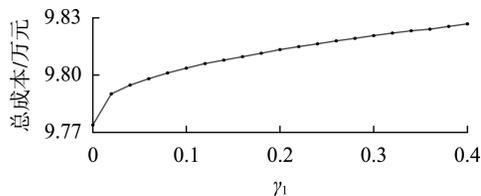
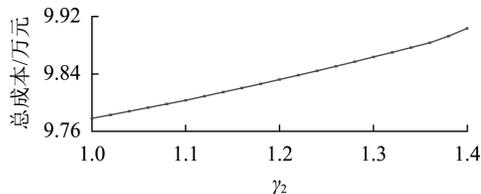
Table 1 Economic simulative results of two schemes

方案	出力						调频比例/%						总成本/元
	机组 1	机组 2	机组 3	机组 4	机组 5	机组 6	机组 1	机组 2	机组 3	机组 4	机组 5	机组 6	
1	1.357	0.507	0.262	0.147	0.138	0.173	0.625	0.279	0.097	—	—	—	98 035.5
2	1.353	0.465	0.319	0.144	0.135	0.169	0.606	0.242	0.152	—	—	—	98 610.1

表 2 2 种方案的安全性仿真结果

Table 2 Security simulative results of two schemes

方案	出力						调频比例/%						总成本/元	安全性指标
	机组 1	机组 2	机组 3	机组 4	机组 5	机组 6	机组 1	机组 2	机组 3	机组 4	机组 5	机组 6		
1	1.267	0.506	0.324	0.157	0.146	0.184	0.616	0.247	0.137	—	—	—	99 168.9	0.925 5
2	1.270	0.485	0.329	0.162	0.149	0.189	0.606	0.242	0.152	—	—	—	99 287.8	0.917 0

图 3 γ_1 与系统总成本的关系Fig.3 Relationship between γ_1 and total system cost图 4 γ_2 与系统总成本的关系Fig.4 Relationship between γ_2 and total system cost

5 结论

在含多台 AGC 机组参与调频的过程中,本文将 AGC 机组的参与因子纳入决策变量,考虑风电期望及协方差的矩不确定性并采用矩不确定集合进行刻画,解决了风电长期统计所得分布特性与短期分布不一致的问题;建立基于 DRO-MU 的 AGC 机组参与因子决策模型。所得结论如下:

(1) AGC 机组调频比例的合理决策保障了系统调度中 AGC 机组备用能力的充裕利用,提供了更安全、经济的调度方案,是对含风电系统优化调度模型的一种拓展;

(2) 改进 Benders 算法解决了模型中半定约束中含有决策变量高次方的问题,具有较好的收敛性和实用性;

(3) 采用 DRO-MU 动态经济调度模型对含多时段、多整数变量的动态优化调度模型进行求解时,对偶转化有一定的困难,其求解算法尚有待突破。

参考文献:

[1] 戴蕾思,叶承晋,傅旭华,等. 考虑概率分布约束的含高渗透率风电电力系统储能鲁棒优化方法[J]. 电网技术,2017,41(3):769-774.
DAI Leisi, YE Chengjin, FU Xuhua, et al. Distributional robust joint chance constrained optimal capacity installment of energy storage in power system with high penetration of wind power [J]. Power System Technology, 2017, 41(3): 769-774.

[2] 刘德伟,郭剑波,黄越辉,等. 基于风电功率概率预测和运行风险约束的含风电场电力系统动态经济调度[J]. 中国电机工程学报,2013,33(16):9-15.
LIU Dewei, GUO Jianbo, HUANG Yuehui, et al. Dynamic economic dispatch of wind integrated power system based on wind power probabilistic forecasting and operation risk constraints [J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(16): 9-15.

[3] 赵万宗,李滨,韦化,等. 互联网 CPS 标准下计及一次调频的最优 AGC 控制模型[J]. 中国电机工程学报,2016,36(10):

2656-2664.

ZHAO Wanzong, LI Bin, WEI Hua, et al. The optimal AGC control strategy considering the primary frequency regulation under the control performance standard for the interconnected power grid [J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(10): 2656-2664.

- [4] 陈珩. 电力系统稳态分析[M]. 北京:中国电力出版社,2007:201-218.
- [5] 林涛,叶婧,陈汝斯,等. 考虑稳态频率约束的含大规模风电电力系统机组组合研究[J]. 电力科学与技术学报,2014,29(4):18-24.
LIN Tao, YE Jing, CHEN Rusi, et al. Study on unit commitment with steady-state frequency constraints of power system including large-scale wind turbine [J]. Journal of Electric Power Science and Technology, 2014, 29(4): 18-24.
- [6] MOHAMMADI K, ALAVI O, MOSTAFAEIPOUR A, et al. Assessing different parameters estimation methods of Weibull distribution to compute wind power density [J]. Energy Conversion and Management, 2016, 108: 322-335.
- [7] 杨宏,苑津莎,张铁峰,等. 一种基于 Beta 分布的风电功率预测误差最小概率区间的模型和算法[J]. 中国电机工程学报,2015,35(9):2135-2142.
YANG Hong, YUAN Jinsha, ZHANG Tiefeng, et al. A model and algorithm for minimum probability interval of wind power forecast errors based on Beta distribution [J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(9): 2135-2142.
- [8] 孙国强,周亦洲,卫志农,等. 基于混合随机规划/信息间隙决策理论的虚拟电厂调度优化模型[J]. 电力自动化设备,2017,37(10):112-118.
SUN Guoqiang, ZHOU Yizhou, WEI Zhinong, et al. Dispatch optimization model of virtual power plant based on hybrid stochastic programming and information gap decision theory [J]. Electric Power Automation Equipment, 2017, 37(10): 112-118.
- [9] WANG J J, ZHANG W, LI Y N, et al. Forecasting wind speed using empirical mode decomposition and Elman neural network [J]. Applied Soft Computing, 2014, 23: 452-459.
- [10] KEYVANSHOKOEH E, RYAN S M, KABIR E. Hybrid robust and stochastic optimization for closed-loop supply chain network design using accelerated Benders decomposition [J]. European Journal of Operational Research, 2016, 249(1): 76-92.
- [11] 谢俊,王璐,傅旭华,等. 考虑风电功率概率分布不确定性的含风电配电网无功规划方法[J]. 电力自动化设备,2016,36(6):40-47.
XIE Jun, WANG Lu, FU Xuhua, et al. Reactive power planning with consideration of wind power probability distribution uncertainty for distribution network [J]. Electric Power Automation Equipment, 2016, 36(6): 40-47.
- [12] DELAGE E, YE Y Y. Distributionally robust optimization under moment uncertainty with application to data-driven problems [J]. Operations Research, 2010, 58(3): 595-612.
- [13] 周任军,闵雄帮,童小娇,等. 电力环保经济调度矩不确定分布鲁棒优化方法[J]. 中国电机工程学报,2015,35(13):3248-3256.
ZHOU Renjun, MIN Xiongbang, TONG Xiaojiao, et al. Distributional robust optimization under moment uncertainty of environmental and economic dispatch for power system [J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(13): 3248-3256.
- [14] PAREDES-PAREDES M C, ESCUDERO-GARZAS J J, FERNANDEZ-GETINO GARCIA M J. PAPR reduction via constellation extension in OFDM systems using generalized benders decomposition

- and branch-and-bound techniques [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2016, 65(7): 5133-5145.
- [15] LI Z G, WU W C, ZHANG B M, et al. Decentralized multi-area dynamic economic dispatch using modified generalized benders decomposition [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(1): 526-538.
- [16] ROCKAFELLAR R T, URYASEV S. Conditional value-at-risk for general loss distributions [J]. Journal of Banking & Finance, 2002, 26(7): 1443-1471.
- [17] URYASEV S. Conditional value-at-risk; optimization algorithms and applications [C] // Proceedings of the IEEE/IAFE/INFORMS 2000 Conference on Computational Intelligence for Financial Engineering. New York, USA: IEEE, 2000: 49-57.
- [18] 汪超群, 韦化, 吴思缘. 计及潮流约束的水火电力系统机组组合问题的分解-协调算法 [J]. 中国电机工程学报, 2017, 37(11): 3148-3161, 3370.
WANG Chaoqun, WEI Hua, WU Siyuan. A decomposition-coordination algorithm applied to hydro-thermal unit commitment problems with power flow constraints [J]. Proceedings of the CSEE, 2017, 37(11): 3148-3161, 3370.
- [19] SIVARAMAKRISHNAN K K. Linear programming approaches to semidefinite programming problems [D]. [S.l.]: Rensselaer Polytechnic Institute, 2002.
- [20] PANIGRAHI B K, PANDI V R, DAS S, et al. Multiobjective fuzzy dominance based bacterial foraging algorithm to solve economic emission dispatch problem [J]. Energy, 2010, 35(12): 4761-4770.

作者简介:



周任军

周任军 (1964—), 女, 山西太原人, 教授, 博士, 主要研究方向为电力系统优化、电网规划与运行、新能源接入系统、风险及条件风险、分布式电源规划 (E-mail: zrj0731@163.co);

任青青 (1994—), 女, 湖南岳阳人, 硕士研究生, 主要研究方向为电力系统运行

与规划 (E-mail: 905505189@qq.com);

闵雄帮 (1989—), 男, 湖南衡阳人, 硕士, 主要研究方向为电力系统运行与规划 (E-mail: 974559014@qq.com)。

Frequency regulation ratio decision-making of multi-generator based on modified distributional robust optimization under moment uncertainty

ZHOU Renjun¹, REN Qingqing¹, MIN Xiongbang², ZHENG Quanguo³, WU Xianxiang¹, WANG Yangzhi¹

(1. Hunan Province Collaborative Innovation Center of Clean Energy and Smart Grid, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410004, China;

2. Hydropower branch of Hunan Electric Power Co., Ltd., Changsha 410000, China;

3. State Grid Changde Power Supply Company, Changde 415000, China)

Abstract: When a single slack bus undertakes the unbalanced power of the whole network, it is easy to exceed its regulating range. Aiming at this problem, multiple AGC (Automatic Generation Control) units are considered to participate in the frequency regulation, and the decision-making model of frequency regulation ratio for each AGC unit is established, and the frequency regulation ratio is taken as a decision variable. Considering the uncertainty of the moment of short-term wind power output distribution, the proposed model is transformed into a distributional robust optimization model under moment uncertainty, which is further transformed into a determined semi-definite programming model based on the duality principle. After dual transformation, the element of semi-definite constraint matrix in the model contains the quadratic of frequency modulation ratio, which cannot be solved by the conventional semi-definite programming algorithm. Thus, Benders method is introduced to decompose the original problem by introducing the matrix minimum eigenvalue equation to slack the original semi-definite constraints. Simulative results show that the semi-definite programming model based on modified generalized Benders decomposition method has good convergence, the general frequency regulation costs increases with the increase of the radius parameter of uncertainty set, and compared with the case of fixed participation ratio, better economy and safety can be obtained by using frequency modulation ratio as the decision-making variable.

Key words: frequency regulation ratio; AGC; distributional robust optimization; semi-definite programming; generalized Benders decomposition; matrix minimum eigenvalue equation