

基于GMM及多点线性半不变量法的电-热互联 综合能源系统概率潮流分析

廖星星¹, 吴奕², 卫志农¹, 胡伟², 杨梓俊², 孙国强¹, 臧海祥¹

(1. 河海大学 能源与电气学院, 江苏 南京 211100; 2. 国网江苏省电力有限公司, 江苏 南京 210024)

摘要:提出了一种计及相关性的基于高斯混合模型(GMM)的多点线性半不变量法电-热互联综合能源系统概率潮流(PPF)计算方法。构建了电-热互联综合能源系统潮流模型,采用GMM建立电-热互联综合能源系统源荷不确定模型,针对其输出变量的不确定性提出了基于半不变量法的电-热互联综合能源系统PPF计算方法,定量计算出相关输出状态变量的概率密度函数。由于电-热互联综合能源系统中存在非线性问题导致线性化误差增大,采用多点线性的方法来克服这一难题。并且所提PPF方法进一步考虑了电-热负荷之间的相关性。最后,采用Cornish-Fisher级数展开拟合状态变量概率分布,在改进的巴厘岛电-热互联综合能源系统算例中验证了所提方法的快速性、准确性和实用性。

关键词:电-热互联综合能源系统;高斯混合模型;概率潮流;半不变量法;多点线性;相关性

中图分类号:TM 73

文献标志码:A

DOI:10.16081/j.epae.201908004

0 引言

随着社会能源结构不断变更,近年来将电、热、气、交通网等不同能源进行互联的综合能源系统被广泛提出^[1],这打破了传统能源之间的隔阂,使得不同能源之间可以互相转化,有效提高了能源之间的互通和互补,促进了多学科、多领域的交融^[2-3]。由于热电联产机组在欧美等许多地区得到逐步推广,这使得电-热互联综合能源系统发展迅速。值得注意的是,电-热互联综合能源系统中存在着诸多不确定因素,包括电-热负荷以及分布式电源波动的不确定性,使得系统中出现电压越限、热网管道反向等一系列安全问题^[4],这给电网的安全稳定运行带来了新的挑战。基于此,对电-热互联综合能源系统的概率潮流PPF(Probabilistic Power Flow)进行分析计算具有重要的现实意义。

PPF计算方法于1974年由Borkowska等人提出^[5],目前PPF计算方法主要分为模拟法、解析法、近似法这3类方法。模拟法即蒙特卡洛模拟MCS(Monte Carlo Simulation)法^[6],该方法虽然准确度较高,但是计算量较大。近似法主要包括点估计法

PEM(Point Estimation Method)^[7],其计算速度快,但是随着阶数的增加误差也越来越大。解析法包括卷积法^[8]和半不变量法CM(Cumulant Method)^[9-10],半不变量法由于计算速度快而受到广泛关注,但该方法需要将模型线性化,这会带来一定的误差。

目前研究大多基于电-热互联综合能源系统的确定性模型^[11-12],或者侧重于电-热互联综合能源系统PPF研究,即针对不确定性的电-热互联综合能源系统PPF研究并不充分。文献[13]从热网模型出发采用解析法对热网进行PPF计算,但只能求得输出变量的期望和标准差。文献[14]采用基于拉丁超立方采样的MCS法对电-热互联综合能源系统进行PPF计算,其本质上为模拟法,效率低于解析法。文献[15]采用区间潮流方法得到各状态变量的上下限,该方法能够快速计算出状态变量的区间范围,但是却不能得到状态变量的概率分布函数,并且难以计及变量之间的相关性。文献[16]采用基于三点估计法的PPF计算方法对电-气-热概率最优潮流进行研究,但此方法高阶矩误差较大。基于此,亟需寻求一种快速、准确的并且能够计及源荷之间相关性的电-热互联综合能源系统PPF计算方法。

基于以上分析,本文在已有研究的基础上,提出了基于半不变量法的电-热互联综合能源系统PPF计算模型,定量地得到了输出变量的概率密度函数。由于电-热互联综合能源系统中存在着诸如指数函数的强非线性模块,导致采用线性化计算带来很大误差的难题,本文采用多点线性的方法代替原来的单点线性,提出了一种基于多点线性半不变量法MPLCM(Multi-Point Linear Cumulant Method)的电-热互联综合能源系统PPF计算方法,并且在此基础上

收稿日期:2019-03-13;修回日期:2019-05-25

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51877071);国网江苏省电力有限公司科技项目(区域综合能源系统协同运行与优化调控关键技术研究及系统研发)(J2019024)

Project supported by the National Natural Science Foundation of China(51877071) and the Science and Technology Project of State Grid Jiangsu Electric Power Co., Ltd.(Research and Development of Key Technologies for Coordinated Operation and Optimal Regulation of Regional Integrated Energy Systems)(J2019024)

上考虑了负荷之间的相关性,分析了电-热负荷波动对各自的影响。以MCS法的计算结果为参照,基于巴厘岛算例验证了本文所提方法的有效性和快速性。

1 电-热互联综合能源系统稳态模型

1.1 热力系统稳态模型

热力系统主要由热源、热网、热负荷3个部分组成,承担着热力系统生产、传输和交换的功能。热网一般由输送和回收管道构成,管道中充以热水或热水蒸汽,将热量从热源侧输送到终端热负荷。

1.1.1 水力模型

热力系统水力模型与传统的电力系统有着很多的相似之处,其具体的建模包括以下方程:

$$A\dot{m} = \dot{m}_q \quad (1)$$

$$Bh_f = 0 \quad (2)$$

$$h_f = K\dot{m}|\dot{m}| \quad (3)$$

其中, A 为网络关联矩阵; $\dot{m}$ 为热网管道流量; $\dot{m}_q$ 为节点流入负荷流量; B 为回路关联矩阵; h_f 为由摩擦损失引起的管道压降; K 为管道阻力系数。

1.1.2 热力模型

热力模型的约束方程包含热负荷功率方程、管道温降方程和节点功率守恒方程,其分别如式(4)~(6)所示。

$$\Phi = C_p \dot{m}_q (T_s - T_o) \quad (4)$$

$$T_{end} = (T_{start} - T_a) e^{-\lambda L / (C_p \dot{m})} + T_a \quad (5)$$

$$\left(\sum \dot{m}_{out} \right) T_{out} = \sum \dot{m}_{in} T_{in} \quad (6)$$

其中, Φ 为热负荷; T_s 为节点供水温度; T_o 为节点回水温度; T_{start} 为管道首端温度; T_{end} 为管道末端温度; T_a 为环境温度; L 为管道长度; λ 为传热系数; C_p 为水比热容; $\dot{m}_{in}$ 为流入节点的管道流量; $\dot{m}_{out}$ 为流出节点的管道流量; T_{in} 为输入管道末端的温度; T_{out} 为节点混合温度。

1.2 电-热耦合元件模型

热力和电力网络的耦合元件包括热电联产机组、热泵、电锅炉和循环泵。热电联产机组利用天然气燃烧时的高品位热能做功驱动微燃机发电,所排出的高温余热烟气经溴冷机后用于取暖及供应生活热水。热电联产机组同时产热产电,可作为电力系统和热力系统两者共同的源。循环泵消耗电能可在热力系统中循环水,这些耦合组件增加了电力和热力之间互联的灵活性。

根据热电联产机组热电比是否变化,可分为定热电比和变热电比2种。定热电比和变热电比的产电和产热分别为:

$$C_m = \Phi_{CHP} / P_{CHP} \quad (7)$$

$$C_z = \Phi_{CHP} / (\eta_e F_{in} - P_{CHP}) \quad (8)$$

其中, Φ_{CHP} 为热电联产机组热出力; P_{CHP} 为热电联产机组电出力; η_e 为热电联产机组冷凝效率; F_{in} 为燃料输入速率。可见 C_m 为一恒定值, C_z 可调整变化。

1.3 电-热互联综合能源系统稳态潮流分析

电-热互联综合能源系统稳态潮流的分析求解主要包括电力系统潮流方程、水力模型方程(1)~(3)和热力模型方程(4)~(6)。上述方程组的求解为非线性方程组的求解问题,本文采用最常用的牛顿-拉夫逊法进行求解,其修正方程为^[14]:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta \Phi \\ \Delta T \end{bmatrix}}_{\Delta F} = J \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \\ \Delta m \\ \Delta T \end{bmatrix}}_{\Delta X} \quad (9)$$

$$J = \begin{bmatrix} J_e & J_{eh} \\ J_{he} & J_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta P}{\partial V} & \frac{\partial \Delta P}{\partial m} & \frac{\partial \Delta P}{\partial T} \\ \frac{\partial \Delta Q}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial V} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial m} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial T} \\ \frac{\partial \Delta \Phi}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta \Phi}{\partial V} & \frac{\partial \Delta \Phi}{\partial m} & \frac{\partial \Delta \Phi}{\partial T} \\ \frac{\partial \Delta T}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta T}{\partial V} & \frac{\partial \Delta T}{\partial m} & \frac{\partial \Delta T}{\partial T} \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中, P 和 Q 分别为电力系统节点的有功和无功; θ 和 V 分别为电力系统节点电压相角和幅值; ΔF 为输入变量的修正量; ΔX 为状态变量修正量; J 为雅可比矩阵,由电力子阵 J_e 、电-热子阵 J_{eh} 、热-电子阵 J_{he} 和热力子阵 J_h 四部分组成。

通过式(9)和式(10)所示的牛顿-拉夫逊法可对式(1)~(6)进行迭代求解,从而得到确定性能量流,每次求解的迭代次数为10次左右。

2 基于GMM的统一概率模型

电-热互联综合能源系统的不确定性主要来源于电力系统、热力系统和耦合系统。本文考虑分布式电源(光伏)、电负荷、热负荷这3类注入量的不确定性。随着电-热互联综合能源系统中的耦合不断增大,随机性不断增强,采用传统的正态分布函数很难精确对其概率分布函数进行拟合,而在PPF计算过程中,概率分布函数的准确性对于其计算精度至关重要。本文采用GMM对电-热负荷以及分布式电源概率模型进行统一拟合,从而能够保证输入随机变量的准确性。

GMM是由多个高斯分布线性组合而成,理论上,GMM能够平滑任意的概率分布,其概率分布函数为:

$$f_\Phi(\Phi) = \sum_{j=1}^{N_i} \omega_j f_N(\mu_j, \sigma_j^2)(x) \quad (11)$$

其中, $f_N(\mu_j, \sigma_j^2)(x)$ 为第 j 个部分的概率分布; ω_j 为高斯混合函数第 j 个成分的权重; μ_j 和 σ_j 分别为第 j 个成分的期望和标准差; N_i 为拟合分量的个数。其中, 权重满足如下约束:

$$0 < \omega_j \leq 1, \sum_{j=1}^{N_i} \omega_j = 1 \quad (12)$$

采用GMM方法的关键之处在于确定其中的参数 $N_i, \omega_j, \mu_j, \sigma_j$, 目前最常用的方法是利用测量数据以及期望最大化方法, 其具体计算方法可见文献[17]。实际热负荷功率GMM拟合曲线如图1所示。图中热负荷功率为标么值。类似地, 可以拟合其他负荷功率。

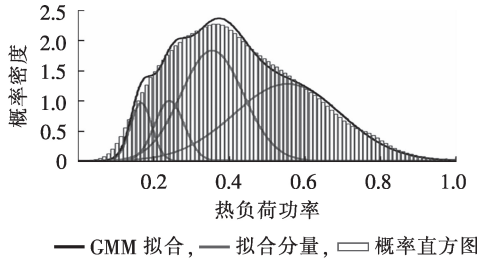


图1 实际热负荷功率GMM拟合曲线

Fig.1 GMM approximation curve of actual heat power output

3 基于多点线性化的半不变量电-热互联综合能源系统PPF计算

基于半不变量法的电-热互联综合能源系统PPF计算方法, 本质上为解析法, 可以保证计算的快速性, 而采用分段线性的方法可以提高计算精度。

3.1 半不变量简介

半不变量也被称为“累积量”, 是随机数字的特征量之一。按照半不变量原始定义进行求解一般比较困难, 在实际运用中, 一般通过其和随机变量的各阶原点矩和中心矩的关系进行求解。

假设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)$, 分布函数为 $F(x)$, 则其 ν 阶原点矩为:

$$\alpha_\nu = E(X^\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} x^\nu f(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} x^\nu dF(x) \quad (13)$$

若随机样本为离散变量, 则其原点矩也可以直接表示为:

$$\alpha_\nu = E(X^\nu) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i^\nu p_i \quad (14)$$

求出随机变量的各阶原点矩后, 则可以利用式(15)求出各阶半不变量^[10]:

$$\begin{cases} \kappa_1 = \alpha_1 \\ \kappa_{\nu+1} = \alpha_{\nu+1} - \sum_{i=1}^{\nu} C_{\nu}^i \alpha_i \kappa_{\nu-i+1} \\ \alpha_{\nu+1} = \kappa_{\nu+1} - \sum_{i=1}^{\nu} C_{\nu}^i \alpha_i \kappa_{\nu-i+1} \end{cases} \quad (15)$$

其中, $\alpha_{\nu+1}$ 为 $\nu+1$ 阶原点矩; $\kappa_{\nu+1}$ 为 $\nu+1$ 阶半不变量。

从式(15)可以看出, 半不变量和原点矩之间可以很容易进行转换, 因此通过半不变量的计算即可轻易得到随机变量的概率特征分布。

3.2 基于半不变量法的电-热互联综合能源系统PPF计算模型

由式(9)和式(10)可以得到线性化后的热网潮流计算方程, 将式(9)进行变换可得:

$$\Delta X = \begin{bmatrix} J_e & J_{ch} \\ J_{he} & J_h \end{bmatrix}^{-1} \Delta F = S \Delta F = \begin{bmatrix} S_e & S_{ch} \\ S_{he} & S_h \end{bmatrix} \Delta F \quad (16)$$

其中, S 为灵敏度矩阵, S_e, S_{ch}, S_{he}, S_h 为各子阵对应的灵敏度矩阵。

通过式(9)和式(16)则可以建立起半不变量模型进而对输出随机变量进行求解, 具体如下:

$$\begin{bmatrix} \kappa_{\Delta\theta^\nu} \\ \kappa_{\Delta V^\nu} \\ \kappa_{\Delta m^\nu} \\ \kappa_{\Delta T^\nu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_e^\nu & S_{ch}^\nu \\ S_{he}^\nu & S_h^\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_{\Delta P^\nu} \\ \kappa_{\Delta Q^\nu} \\ \kappa_{\Delta\Phi^\nu} \\ \kappa_{\Delta T^\nu} \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中, $\kappa_{\Delta\theta^\nu}, \kappa_{\Delta V^\nu}, \kappa_{\Delta m^\nu}, \kappa_{\Delta T^\nu}$ 分别为输出误差变量中节点电压相角、电压幅值、管道流量、节点温度的各阶半不变量; $\kappa_{\Delta P^\nu}, \kappa_{\Delta Q^\nu}, \kappa_{\Delta\Phi^\nu}, \kappa_{\Delta T^\nu}$ 分别为输入误差变量中节点有功、节点无功、热负荷、节点温度的各阶半不变量。

式(17)中, 在输入输出变量两侧都存在节点温度变化量 ΔT , 因此应首先对其进行求解, 求解方法可根据等式两侧关系求得。由式(17)可得:

$$\kappa_{\Delta T^\nu} = S_1^\nu \kappa_{\Delta P^\nu} + S_2^\nu \kappa_{\Delta Q^\nu} + S_3^\nu \kappa_{\Delta\Phi^\nu} + S_4^\nu \kappa_{\Delta T^\nu} \quad (18)$$

其中, S_1-S_4 为确定性潮流下灵敏度矩阵 S 中与 ΔT 对应的部分。

通过式(18)可得 ΔT 的各阶半不变量为:

$$\kappa_{\Delta T^\nu} = (E - S_4^\nu)^{-1} (S_1^\nu \kappa_{\Delta P^\nu} + S_2^\nu \kappa_{\Delta Q^\nu} + S_3^\nu \kappa_{\Delta\Phi^\nu}) \quad (19)$$

为统一分析其他输出变量, 可以将其写成下列统一格式:

$$X = X_0 + \Delta X \quad (20)$$

其中, X 为状态变量; X_0 为基准值; ΔX 为误差变量。

根据半不变量的可加性并结合式(13)~(15)则可以得到输出变量的各阶半不变量, 并可以表示为一个分段函数, 具体公式如下:

$$\kappa_{X^\nu} = \begin{cases} \kappa_{\Delta X^\nu} + X_0 & \nu = 1 \\ \kappa_{\Delta X^\nu} & \nu > 1 \end{cases} \quad (21)$$

得到输出状态变量的各阶半不变量后即可通过Cornish-Fisher级数展开^[18]得到其概率密度函数或者概率分布函数, 从而对各变量进行分析, 具体公式见附录A。

3.3 基于分段线性的半不变量法PPF计算

由式(1)–(6)分析可知,电-热互联综合能源系统模型方程中存在指数函数以及绝对值函数等强非线性模块,当采用单基准点对热网方程进行一阶泰勒展开时,其线性化误差较大,故以 e^x 的泰勒展开为例进行分析,其利用单点线性化和多点线性化的泰勒展开如图2所示。

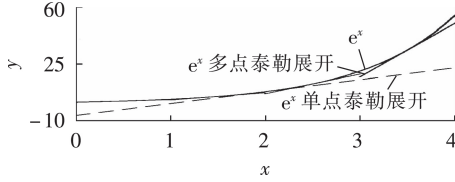


图2 单点线性化和多点线性化下的泰勒展开

Fig.2 Taylor expansion using single-point and multi-point linearization

可见当只选单基准点 $x=2$ 展开时,在 $x=2$ 附近泰勒展开线性化的误差较小,而当 x 远离基准展开点时,其误差将变得很大。当采用多点泰勒展开来拟合函数时,其误差将大幅降低,因此本文将采用多点线性化泰勒展开对随机变量的各阶半不变量进行求解。

借鉴上述思想,可以将综合能源系统中的电负荷和热负荷进行分段线性,然后通过多点线性化来进行半不变量法的PPF计算^[19]。

假设系统负荷节点编号为 $[1, 2, \dots, i, \dots, k]$,当将负荷节点 i 进行分段线性化时,先将其注入功率 Φ_i 分为 n 段: $\Phi_{i0} \sim \Phi_{i1}, \Phi_{i1} \sim \Phi_{i2}, \dots, \Phi_{i,n-1} \sim \Phi_{in}$ 。取每一段的期望值分别为 $E_{i1}, E_{i2}, \dots, E_{in}$ 。当取某点注入功率进行分段线性化时,其余点的注入功率取期望值,则可得到确定潮流下各负荷的注入功率(节点 i 的第 j 段)为:

$$A_{ij} = [E_1, E_2, \dots, E_{ij}, \dots, E_k] \quad (22)$$

将 A_{ij} 代入到热网潮流方程进行计算,此时可以得到确定性潮流的雅可比矩阵 J_{ij} ,对其求逆则可得灵敏度矩阵 S_{ij} 。状态量的半不变量求解按照定义可通过其中心矩或原点矩间接求得,本文以中心矩为例,结合式(16)可得其中心矩具体计算公式^[19]:

$$\beta^v = \sum_{m=0}^{N_i} \int_{\Delta F_m}^{\Delta F_{m+1}} (S_m \Delta F_m)^v f(\Delta F_m) d\Delta F_m \quad (23)$$

其中, β^v 为输出变量的各阶中心矩; N_i+1 为分段的次数; ΔF_m 为在区域 (F_m, F_{m+1}) 内各负荷值减去整体期望值; S_m 为该段确定性潮流计算时所对应的灵敏度矩阵; $f(\Delta F_m)$ 为 ΔF_m 概率密度函数。

进一步地,可以将式(23)离散化得到:

$$\beta^v = \sum_{m=0}^{N_i} \sum_{k^*=1}^{N_j} (S_m \Delta F_{m,k^*})^v \frac{1}{N_{ij}} \quad (24)$$

其中, N_j 为区域 (F_m, F_{m+1}) 的样本个数; $\Delta F_{m,k^*}$ 为第 m 段的第 k^* 个样本; N_{ij} 为离散样本的总个数。

通过上述的计算再结合式(15)所示的半不变量和中心矩、原点矩的关系即可求得其各阶半不变量。本文方法最大的难点在于不同段求解半不变量时其灵敏度矩阵不同,因此打破了半不变量法计算的齐次性。文献[17, 19-20]通过半不变量的原始定义对其进行了重新推导,从而解决了这一难题,本文在此基础上对公式进行了离散化处理,使得实际操作计算更为方便。

3.4 相关性样本的获取

在含有光伏的电-热互联综合能源系统中,电负荷与电负荷之间、热负荷与热负荷之间、电负荷与热负荷之间都存在着很大的相关性,因此对于相关性的考虑尤为重要。在求得具有相关性的样本之后,则可以根据3.3节求得其半不变量。具体的采样过程可见文献[10],基本步骤如下。

(1)设 n_1 维随机变量 $X = (x_1, x_2, \dots, x_{n_1})$,其相关系数矩阵为 ρ ,生成独立标准正态分布样本 V_{n1} 。

(2)对相关系数矩阵 ρ 进行转换得到 ρ_1 ,将新得到的相关系数矩阵进行Cholesky分解,得到下三角矩阵 G_1 满足:

$$\rho_1 = G_1^T G_1 \quad (25)$$

(3)得到相关系数矩阵为 ρ_1 的标准正态分布样本 W_{n1} :

$$W_{n1} = G_1 V_{n1} \quad (26)$$

(4)通过Nataf变换得到服从相关系数矩阵为 ρ 的注入变量样本 X_{n1} :

$$X_{n1} = F^{-1}(\Phi_{\text{norm}}(W_{n1})) \quad (27)$$

其中, F 为随机变量 X 的累积分布函数; Φ_{norm} 为标准正态分布的累积分布函数。

得到相关性样本后可根据相应公式对输入样本进行独立性转换,并修正灵敏度矩阵,从而对输出半不变量进行求解,具体计算公式可见文献[10]。

4 算法流程

本文建立了电-热互联综合能源系统的稳态潮流模型,考虑到电-热互联综合能源系统中源荷存在的不确定性,提出了基于半不变量法的PPF计算模型,并且对多个点采用一阶泰勒展开以达到分段线性化的目的,从而减小半不变量线性化计算所带来的误差,具体计算流程图见附录B中图B1。

5 算例分析

5.1 算例说明

本文测试算例采用修改的巴厘岛电-热互联综

合能源系统^[21],其拓扑结构见附录C中图C1,具体网络参数见附录C。9节点电网的总有功负荷为1.6 MW,电网节点4和6分别接入光伏发电机组,每台机组功率为0.5 MW,功率因数取0.96;32节点热网的总有功热负荷为2.54 MW;电-热互联通过3台热电联产机组进行耦合,选取电网节点9为电网平衡节点,节点7、8为PV节点,其余为PQ节点,热网节点1为平衡节点。设置分段线性化的分段次数 $n=10$ 。采用的测试平台为MATLAB 2012Ra。

假设电、热负荷以及光伏出力预测值为其期望值,标准差为期望的5%~20%,在此基础上生成相应分布数据再通过GMM进行拟合,并且由于负荷之间波动必然存在较大的相关性,因此本文考虑其各部分的相关性如下:热负荷与热负荷和电负荷之间的相关系数分别为0.6、0.5,电负荷与热负荷和电负荷之间的相关系数分别为0.5、0.4。

5.2 有效性验证

采用10000次的MCS法模拟结果作为基准值,将采用本文方法所得结果与其进行对比,求出相对误差指标和方差和的根均值(ARMS)指标。

(1)相对误差指标。

$$\varepsilon_{\eta}^x = \left| \frac{\eta_{\text{MPL}}^x - \eta_{\text{MC}}^x}{\eta_{\text{MC}}^x} \right| \quad (28)$$

其中, ε_{η}^x 为相对误差指标; η_{MPL}^x 为采用MPLCM法所得结果; η_{MC}^x 为采用MCS法所得基准值; x 为输出变量(本文主要考虑电网电压和热网流量); η 为随机数字特征(本文主要考虑期望和标准差)。

(2)ARMS指标。

$$\xi^{\gamma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (C_{\text{MPLi}}^{\gamma} - C_{\text{MCI}}^{\gamma})^2}{N}} \quad (29)$$

其中, ξ^{γ} 为ARMS指标; C_{MPLi}^{γ} 和 C_{MCI}^{γ} 分别为采用多点线性法和MCS法所得输出变量上第 i 个点的值; N 为概率分布函数上的取点数。

表1给出了电网电压 V 和热网流量 m 均值和标准差的相对误差 $\varepsilon_{\mu,\text{mean}}^x$ 、 $\varepsilon_{\sigma,\text{mean}}^x$ 和最大误差 $\varepsilon_{\mu,\text{max}}^x$ 、 $\varepsilon_{\sigma,\text{max}}^x$,将采用单点线性半不变量法SPLCM(Single-Point Linear Cumulant Method)和MPLCM所得结果的误差进行对比。其结果表明使用MPLCM大幅地提高了计算结果的精度,特别是对于标准差的计算,采用MPLCM时的最大误差为5.78%,而采用SPLCM时计

表1 输出变量的相对误差指标

输出变量	$\varepsilon_{\mu,\text{mean}}^x$		$\varepsilon_{\sigma,\text{mean}}^x$		$\varepsilon_{\mu,\text{max}}^x$		$\varepsilon_{\sigma,\text{max}}^x$	
	SPL-CM	MPL-CM	SPL-CM	MPL-CM	SPL-CM	MPL-CM	SPL-CM	MPL-CM
V	0.148	0.063	0.376	0.166	10.1	3.56	14.8	5.78
m	7.490	1.350	19.900	4.290	18.7	1.80	36.7	5.53

算最大误差达到了36.7%,可见所提方法极大地提高了输出变量统计数字特征的精度。

表2给出了不同输出变量ARMS指标的平均值 $\xi_{\text{mean}}^{\gamma}$ 和最大值 $\xi_{\text{max}}^{\gamma}$,样本数的取点 $N=100$ 。可见采用MPLCM时的ARMS值最大值为0.860%,而采用SPLCM时的ARMS值最大值为2.792%,表明所提方法极大地提高了输出变量概率分布的精度。

表2 输出变量的ARMS指标

Table 2 ARMS indexes of output variables

输出变量	$\xi_{\text{mean}}^{\gamma}$		$\xi_{\text{max}}^{\gamma}$	
	SPLCM	MPLCM	SPLCM	MPLCM
V	1.386	0.521	2.792	0.860
m	0.613	0.075	1.178	0.184

分析表1和表2的数据可知,当采用MPLCM计算时,其计算结果精度明显高于SPLCM,充分体现了本文所提方法在电-热互联综合能源系统的PPF计算中能准确反映其概率分布特性。选取节点3和管道13-14(测试误差最大),得到其节点电压和管道流量的概率密度函数和分布函数分别如图3、4所示。图中电压为标么值,后同。从图中也可以清晰地看到采用MPLCM时计算的准确性。在计算时间方面,采用MPLCM时的计算时间为7.56 s,而采用MCS法时的计算时间为365.66 s,这保证了PPF计算的快速性。同时,附录D中表D1和表D2给出了部分节点电压和管道流量的前七阶半不变量采用SPLCM和MPLCM时的计算结果及其与MCS法的误差对比。

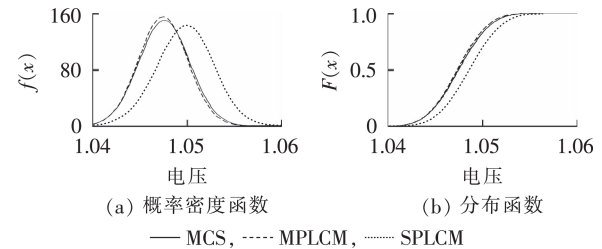


图3 节点3的电压概率分布

Fig.3 Voltage probability distribution of Bus 3

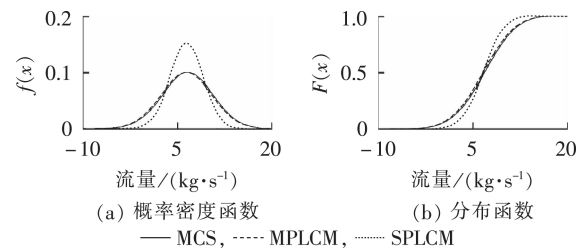


图4 管道13-14的流量概率分布

Fig.4 Flow probability distribution of Pipeline 13-14

5.3 电负荷波动对热网的影响

不断增大电负荷的波动,得到此时热网状态变量的概率密度曲线和概率分布曲线。其部分管道流

量的标准差可见附录D中图D1。由概率分布的性质可知标准差越大则波动越大,从图中可知当电负荷波动不断增大时,热网管道流量的标准差越大即波动也越大。

图5具体给出了部分管道流量概率密度曲线。可见当给定管道波动流量的波动范围时,通过其概率密度函数可以得到流量的越限概率,为电-热互联综合能源系统的安全稳定运行以及相关风险评估工作奠定基础。

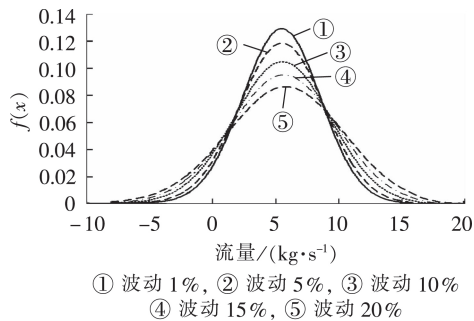


图5 管道13-14的流量概率分布

Fig.5 Flow probability distribution of Pipeline 13-14

5.4 热负荷波动对电网的影响

先假设电负荷不波动,逐步增大热负荷的波动,得到此时电网状态变量的概率密度曲线。附录D中图D2给出了除PV节点和平衡节点外所有电网节点电压的标准差。从图中可知,当热负荷不断增大时,电压的波动也在不断增大,同时电压波动的标准差与热负荷波动近似呈现线性关系。

图6具体给出了不同热负荷波动时节点3电压概率密度曲线。可见当热负荷波动增大时,其电压的期望值基本保持不变,而电压的波动范围在不断扩大。若假设此时电压波动正常范围为 $(1 \pm 5\%)$ p.u.,则从图6还可以得到随着热负荷的不断增大,其越限概率也在不断增大,这也将为电-热互联综合能源系统的电网风险评估问题奠定基础,其具体越限概率可见附录D中表D3。

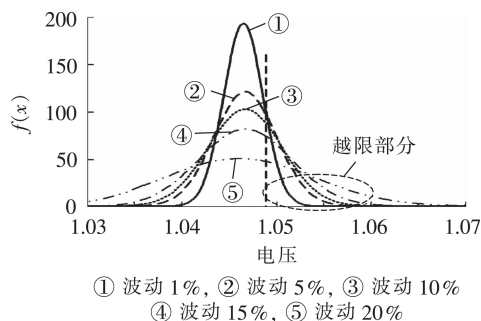


图6 节点3的电压概率密度分布

Fig.6 Voltage probability distribution of Bus 3

5.5 电-热负荷的相关性对综合能源系统的影响

随着电-热互联综合能源系统的进一步发展,其耦合程度也越来越大,电负荷与电负荷之间、热负荷与热负荷之间以及电-热负荷之间的相关性也越来越不可忽视,在此研究背景下,本文假设以下4个场景:场景1, $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = 0$; 场景2, $\rho_1 = \rho_2 = 0.5, \rho_3 = 0.3$; 场景3, $\rho_1 = \rho_2 = 0.7, \rho_3 = 0.5$; 场景4, $\rho_1 = \rho_2 = 0.8, \rho_3 = 0.7$ 。其中, ρ_1 为电负荷之间的相关性; ρ_2 为热负荷之间的相关性; ρ_3 为电负荷与热负荷之间的相关性。

图7和图8分别为在不同场景下的电压和流量标准差。图7中的纵坐标为标么值。由图可知,电-热负荷之间的相关性越强时,电压波动越剧烈,热网流量波动也越剧烈。这表明当电-热负荷相关性很强时,即电负荷处于高峰,热负荷也处于高峰,此时将造成电压和管道流量的波动增大,大幅增加了越限风险,这将给电-热互联综合能源系统造成重大影响,因此,在电网安全运行方面需足够重视此类场景。

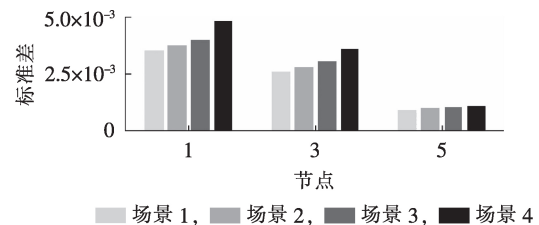


图7 不同场景下的电压标准差

Fig.7 Voltage standard deviation under different scenes

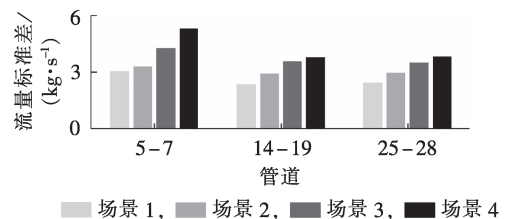


图8 不同场景下的管道流量标准差

Fig.8 Pipeline flow standard deviation under different scenes

6 结论

本文提出了电-热互联综合能源系统各状态变量PPF的半不变量计算模型,在此基础上运用多点线性的方法提高了半不变量法计算的精度,同时计及电-热负荷之间的相关性,得到了如下结论:

(1)所提的基于MPLCM计算电-热互联综合能源系统PPF具有有效、准确、快速的特点;

(2)考虑电-热系统之间互相的影响,当电负荷波动不断增大时,热网支路流量波动也将不断增大,当热负荷波动不断增大时,电网电压波动也不断

增大;

(3)考虑电-热负荷之间的相关性,当其相关性不断增加时,热网支路流量以及电网电压波动也将不断增大;

(4)所提方法可快速有效地计算出电-热互联综合能源系统中相关变量的概率密度函数,这可以为电-热互联综合能源系统的风险评估、优化调度提供依据。

附录见本刊网络版(<http://www.epae.cn>)。

参考文献:

- [1] 孙宏斌,郭庆来,潘昭光,等. 能源互联网:驱动力、评述与展望[J]. 电网技术,2015,39(11):3005-3013.
SUN Hongbin, GUO Qinglai, PAN Zhaoguang, et al. Energy internet: driving force, review and outlook [J]. Power System Technology, 2015, 39(11): 3005-3013.
- [2] 邓建玲. 能源互联网的概念及发展模式[J]. 电力自动化设备,2016,36(3):1-5.
DENG Jianling. Concept and development model of energy internet[J]. Electric Power Automation Equipment, 2016, 36(3): 1-5.
- [3] 付学谦,孙宏斌,郭庆来,等. 能源互联网供能质量综合评估[J]. 电力自动化设备,2016,36(10):1-7.
FU Xueqian, SUN Hongbin, GUO Qinglai, et al. Comprehensive evaluation of energy supply quality of energy internet[J]. Electric Power Automation Equipment, 2016, 36(10): 1-7.
- [4] 舒印彪,张智刚,郭剑波,等. 新能源消纳关键因素分析及解决措施研究[J]. 中国电机工程学报,2017,37(1):4-12.
SHU Yinbiao, ZHANG Zhigang, GUO Jianbo, et al. Analysis of key factors in new energy consumption and research on solutions [J]. Proceedings of the CSEE, 2017, 37(1): 4-12.
- [5] BORKOWSKA B. Probabilistic load flow [J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1974, 93(3): 752-759.
- [6] YU H, CHUNG C Y, WONG K P, et al. Probabilistic load flow evaluation with hybrid Latin hypercube sampling and Cholesky decomposition[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2009, 24(2): 661-667.
- [7] MORALES J M, PEREZ-RUIZ J. Point estimate schemes to solve the probabilistic power flow [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2007, 22(4): 1594-1601.
- [8] VILLANUEVA D, JOSÉ L P, ANDRÉS F. Probabilistic load flow including wind power generation[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2011, 26(3): 1659-1667.
- [9] 卫志农,柳志航,孙国强,等. 计及参数模糊性的含风电场电力系统概率潮流计算方法[J]. 电网技术,2017,41(7): 2308-2318.
WEI Zhinong, LIU Zhihang, SUN Guoqiang, et al. A probabilistic power flow calculation method for wind farm power systems with fuzzy parameters [J]. Power System Technology, 2017, 41(7): 2308-2318.
- [10] 石东源,蔡德福,陈金富,等. 计及输入变量相关性的半不变量法概率潮流计算[J]. 中国电机工程学报,2012,32(28): 104-113.
SHI Dongyuan, CAI Defu, CHEN Jinfu, et al. Semi-invariant method probabilistic power flow calculation considering the correlation of input variables[J]. Proceedings of the CSEE, 2012, 32(28): 104-113.
- [11] 夏天,陈瑜玮,郭庆来,等. 基于PSASP的电热耦合能源系统潮流计算[J]. 电力自动化设备,2017,37(6):55-61.
XIA Tian, CHEN Yuwei, GUO Qinglai, et al. Power flow calculation of electro-thermal coupling energy system based on PSASP [J]. Electric Power Automation Equipment, 2017, 37(6): 55-61.
- [12] 刘洪,陈星屹,李吉峰,等. 基于改进CPSO算法的区域电热综合能源系统经济调度[J]. 电力自动化设备,2017,37(6): 193-200.
LIU Hong, CHEN Xingyi, LI Jifeng, et al. Economic scheduling of regional electrothermal integrated energy system based on improved CPSO algorithm [J]. Electric Power Automation Equipment, 2017, 37(6): 193-200.
- [13] SUN Guoqiang, WANG Wenxue, WU Yi, et al. A nonlinear analytical algorithm for predicting the probabilistic mass flow of a radial district heating network[J]. Energies, 2019, 12(7): 1215-1234.
- [14] 孙娟,卫志农,孙国强,等. 计及P2H的电-热互联综合能源系统概率能量流分析[J]. 电力自动化设备,2017,37(6):62-68.
SUN Juan, WEI Zhinong, SUN Guoqiang, et al. Probabilistic energy flow analysis of electric-thermal interconnected integrated energy system considering P2H[J]. Electric Power Automation Equipment, 2017, 37(6): 62-68.
- [15] 王文学,胡伟,孙国强,等. 电-热互联综合能源系统区间潮流计算方法[J]. 电网技术,2019,43(1):83-90.
WANG Wenxue, HU Wei, SUN Guoqiang, et al. Inter-flow calculation method for electric-thermal interconnected integrated energy system [J]. Power System Technology, 2019, 43(1): 83-90.
- [16] 韩估,苗世洪,李超,等. 计及相关性的电-气-热综合能源系统概率最优能量流[J]. 电工技术学报,2019,34(5):1055-1067.
JI Han, MIAO Shihong, LI Chao, et al. Probabilistic optimal energy flow in a combined electric-gas-thermal energy system with correlation [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2019, 34(5): 1055-1067.
- [17] 徐青山,黄煜,刘建坤,等. 采用混合高斯模型及边缘变换技术的蒙特卡洛随机潮流方法[J]. 电力系统自动化,2016,40(16):23-30.
XU Qingshan, HUANG Yu, LIU Jiankun, et al. Monte carlo stochastic power flow method using mixed Gaussian model and edge transform technique [J]. Automation of Electric Power Systems, 2016, 40(16): 23-30.
- [18] 周建华,袁越. 含风电场电力系统的Cornish-Fisher级数概率潮流计算[J]. 电力自动化设备,2011,31(12):68-71.
ZHOU Jianhua, YUAN Yue. Cornish-Fisher series probabilistic power flow calculation for wind farm power system [J]. Electric Power Automation Equipment, 2011, 31(12): 68-71.
- [19] 朱星阳,刘文霞,张建华. 考虑大规模风电并网的电力系统随机潮流[J]. 中国电机工程学报,2013,33(7):77-85.
ZHU Xingyang, LIU Wenxia, ZHANG Jianhua. Consider the random power flow of large-scale wind power grid-connected power system [J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(7): 77-85.
- [20] 李逸驰,孙国强,钱晓瑞,等. 计及离散分布输入变量的电力系统概率潮流计算方法[J]. 电网技术,2015,39(11):3254-3259.
LI Yichi, SUN Guoqiang, QIAN Xiaorui, et al. Power system probabilistic power flow calculation method taking into account dis-

crete distributed input variables [J]. Power System Technology, 2015, 39(11): 3254-3259.

[21] LIU X, JENKINS N, WU J, et al. Combined analysis of electricity and heat networks[D]. Cardiff, UK: Cardiff University, 2014.

作者简介:

廖星星(1998—),男,江西吉安人,硕士研究生,主要研究方向为综合能源系统概率潮流计算分析(E-mail: 1816469802@qq.com);



廖星星

吴奕(1968—),男,重庆人,高级工程师,主要研究方向为电力系统生产、运行、调度管理及技术研究(E-mail: wu_yi1968@sohu.com.cn);

卫志农(1962—),男,江苏江阴人,教授,博士研究生导师,博士,通信作者,主要研究方向为综合能源系统、电力系统运行分析与控制(E-mail: wzn_nj@263.net)。

Probabilistic power flow analysis of integrated electricity-heat energy system based on GMM and multi-point linear cumulant method

LIAO Xingxing¹, WU Yi², WEI Zhinong¹, HU Wei², YANG Zijun², SUN Guoqiang¹, ZANG Haixiang¹

(1. College of Energy and Electrical Engineering, Hohai University, Nanjing 211100, China;

2. State Grid Jiangsu Electric Power Co., Ltd., Nanjing 210024, China)

Abstract: A multi-point linear cumulant method based on GMM (Gaussian Mixture Model) considering correlation is put forward to calculate the integrated electricity-heat energy system PPF (Probabilistic Power Flow). The power flow model of integrated electricity-heat energy system is constructed, and the source-load uncertainty model of the system is proposed using GMM. In view of the uncertain output variables, the calculation method of integrated electricity-heat energy system PPF based on cumulant method is proposed, thus the probability density functions of related output state variables are calculated quantitatively. The multi-point linear method is adopted to overcome the large linearization error owing to the nonlinear problem of integrated electricity-heat energy system. Moreover, the proposed PPF method further considers the correlation between electric and thermal loads. Finally, the Cornish-Fisher series expansion is used to fit the probability distribution of state variables. The proposed method is proved to be fast, accurate and practical in the modified Bali integrated electricity-heat energy system case.

Key words: integrated electricity-heat energy system; Gaussian mixture model; probabilistic power flow; cumulant method; multi-point linear; correlation

附录

附录 A

假设随机变量 x 的均值和标准差分别为 μ 和 σ ，则 $\delta=(x-\mu)/\sigma$ 。则其标准化后的概率密度函数为：

$$f(\delta) = \varphi(\delta) + \frac{1}{6}[\varphi^2(\delta) - 1]\gamma_3 + \frac{1}{24}[\varphi^3(\delta) - 3\varphi(\delta)]\gamma_4 - \frac{1}{36}[2\varphi^3(\delta) - 5\varphi(\delta)]\gamma_3^2 + \frac{1}{120}[\varphi^4(\delta) - 6\varphi^2(\delta) + 3]\gamma_5 + \dots$$

其中， $\varphi(\delta)$ 为标准正态分布的概率密度函数； γ 为 δ 的各阶半不变量。求得概率密度函数后，即可用

$$F(\delta) = \int_{-\infty}^{\delta} f(\xi) d\xi$$
 求得分布函数。

附录 B

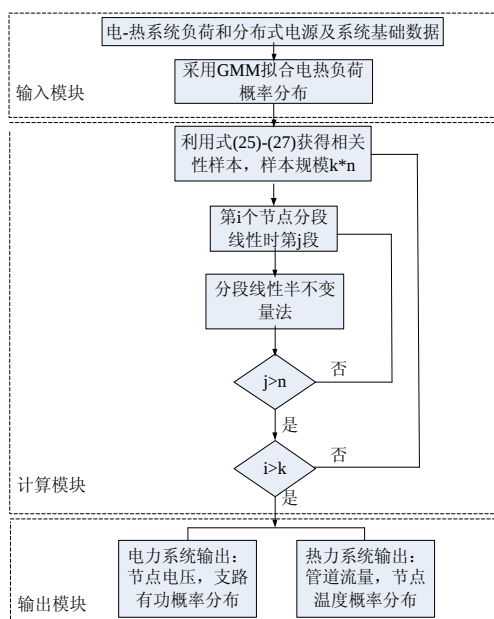


图 B1 概率能量流计算流程图

Fig.B1 Flowchart of probabilistic energy flow

附录 C

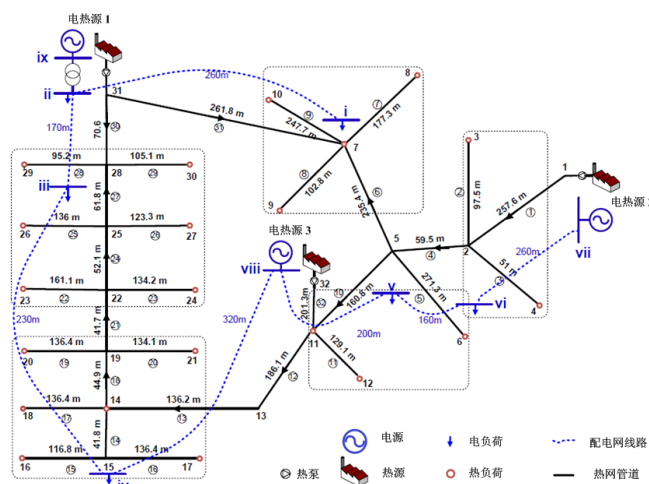


图 C1 巴厘岛电-热互联综合能源系统图

Fig.C1 Bali electric interconnected integrated energy system

电网中，基准功率为 1 MW，基准电压为 6 kV，电网参数见表 C1、表 C2。热网中，热源供水温度为 70℃，负荷回水温度为 30 ℃。水的运动粘度 $\mu=0.294\times10^{-6}$ m/s，水密度 $\rho=958.4$ kg/m³。热网参数见表 C3、表 C4。

表 C1 电力网络线路参数
Table C1 Power network line parameters

线路 编号	线路 起点	线路 终点	电阻/pu	电抗/pu
1	1	2	0.0003524	0.0001719
2	2	3	0.0002304	0.0001124
3	3	4	0.0003117	0.0001521
4	4	8	0.0004337	0.0002116
5	8	5	0.0002711	0.0001322
6	5	6	0.0002169	0.0001058
7	6	7	0.0003524	0.0001719

表 C2 确定性潮流时电负荷功率
Table C2 Definitive current load power

节点编号	负荷/MW	节点编号	负荷/MW
1	0.2	5	0.2
2	0	6	0.2
3	0.5	7	0
4	0.5	8	0

表 C3 确定性潮流时热负荷功率
Table C3 Definitive current heat load power

节点编号	负荷/MW	节点编号	负荷/MW
1	0	17	0.0805
2	0	18	0.0805
3	0.107	19	0
4	0.145	20	0.0805
5	0	21	0.0805
6	0.107	22	0
7	0.107	23	0.107
8	0.107	24	0.107
9	0.107	25	0
10	0.107	26	0.107
11	0.145	27	0.107
12	0.107	28	0
13	0	29	0.107
14	0.0805	30	0.107
15	0	31	0
16	0.0805	32	0.3797

表 C4 热力网络线路参数

Table C4 Thermal network line parameters

管道	管道 起点	管道 终点	长度 /m	直径/ m	传热系数 /(W • mK ⁻¹)	粗糙 度/cm
1	1	2	257.6	0.125	0.321	0.4
2	2	3	97.5	0.040	0.210	0.4
3	2	4	51.0	0.040	0.210	0.4
4	2	5	59.5	0.100	0.327	0.4
5	5	6	271.3	0.032	0.189	0.4
6	5	7	235.4	0.065	0.236	0.4
7	7	8	177.3	0.040	0.210	0.4
8	7	9	102.8	0.040	0.210	0.4
9	7	10	247.7	0.040	0.210	0.4
10	5	11	160.8	0.100	0.327	0.4
11	11	12	129.1	0.040	0.210	0.4
12	11	13	186.1	0.100	0.327	0.4
13	13	14	136.2	0.080	0.278	0.4
14	14	15	41.8	0.050	0.219	0.4
15	15	16	116.8	0.032	0.189	0.4
16	15	17	136.4	0.032	0.189	0.4
17	14	18	136.4	0.032	0.189	0.4
18	14	19	44.9	0.080	0.278	0.4
19	19	20	136.4	0.032	0.189	0.4
20	19	21	134.1	0.032	0.189	0.4
21	19	22	41.7	0.065	0.236	0.4
22	22	23	161.1	0.032	0.189	0.4
23	22	24	134.2	0.032	0.189	0.4
24	22	25	52.1	0.065	0.236	0.4
25	25	26	136.0	0.032	0.189	0.4
26	25	27	123.3	0.032	0.189	0.4
27	25	28	61.8	0.040	0.210	0.4
28	28	29	95.2	0.032	0.189	0.4
29	28	30	105.1	0.032	0.189	0.4
30	31	28	70.6	0.125	0.321	0.4
31	31	7	261.8	0.125	0.321	0.4
32	32	11	201.3	0.125	0.321	0.4

附录 D

表 D1 部分节点电压前七阶半不变量

Table D1 The first seven CM of Partial nodal voltage						
节点		MCS	SPLCM	误差/%	MPLCM	误差/%
节点 2	一阶	1.0228	1.0248	0.195	1.0238	0.097
	二阶	2.38E-05	2.76E-05	16.10	2.41E-05	1.330
	三阶	-9.11E-08	-9.51E-08	4.394	-9.21E-08	1.097
	四阶	-1.01E-10	-1.25E-10	24.12	-1.10E-10	8.940
	五阶	6.91E-12	6.51E-12	5.791	6.92E-12	0.144
	六阶	-8.47E-13	-8.57E-13	1.183	-8.51E-13	0.471
	七阶	-1.04E-15	-1.37E-15	31.72	-1.27E-15	22.11
节点 4	一阶	1.0408	1.0458	0.480	1.0418	0.096
	二阶	4.49E-05	4.88E-05	8.652	4.59E-05	2.228
	三阶	-1.01E-07	-1.10E-07	8.934	-1.02E-07	1.086
	四阶	-8.31E-10	-8.91E-10	7.217	-8.41E-10	1.202
	五阶	2.66E-11	2.96E-11	11.29	2.57E-11	3.280
	六阶	-3.02E-12	-3.92E-12	29.79	-3.12E-12	3.310
	七阶	-9.80E-15	-9.08E-15	7.358	-9.90E-15	1.020
节点 6	一阶	1.0519	1.0596	0.734	1.0521	0.021
	二阶	1.83E-05	1.93E-05	5.460	1.85E-05	1.092
	三阶	6.63E-08	6.00E-08	9.465	6.75E-08	1.809
	四阶	-7.22E-11	-6.92E-11	4.155	-7.19E-11	0.434
	五阶	-4.44E-12	-4.94E-12	11.26	-4.58E-12	3.110
	六阶	-5.03E-13	-5.31E-13	5.565	-5.13E-13	1.987
	七阶	5.07E-16	5.74E-16	13.35	5.27E-16	3.946

表 D2 部分管道流量前七阶半不变量

Table D2 The first seven CM of Pipe flow						
节点		MCS	SPLCM	误差/%	MPLCM	误差/%
管道 7 8	一阶	0.6200	0.6201	0.014	0.6200	0.001
	二阶	0.0171	0.0192	12.27	0.0170	0.586
	三阶	-2.17E-05	-2.29E-05	5.538	-2.19E-05	0.923
	四阶	-4.00E-05	-4.60E-05	14.99	-4.10E-05	2.498
	五阶	-4.48E-07	-5.48E-07	22.33	-4.39E-07	1.965
	六阶	-4.31E-08	-4.51E-08	4.639	-4.41E-08	2.319
	七阶	-7.36E-08	-9.96E-09	86.46	-7.96E-08	8.146

管道11 13	一阶	6.9462	6.8626	1.203	6.9562	0.143
	二阶	1.0608	1.2608	18.85	1.0708	0.942
	三阶	0.2530	0.2830	11.85	0.2630	3.952
	四阶	0.0166	0.0196	18.06	0.0156	6.022
	五阶	-4.37E-05	-4.57E-05	4.577	-4.47E-05	2.288
	六阶	-8.97E-07	-8.70E-07	3.010	-8.60E-07	4.125
	七阶	-7.32E-09	-8.12E-09	10.92	-7.42E-09	1.365
管道22 24	一阶	0.6115	0.6258	2.329	0.6194	1.291
	二阶	0.0167	0.0177	5.885	0.0168	0.603
	三阶	-3.58E-05	-4.58E-05	27.94	-3.66E-05	2.217
	四阶	1.42E-05	1.32E-05	7.017	1.47E-05	3.508
	五阶	5.16E-06	5.52E-06	6.859	5.26E-06	1.937
	六阶	-4.15E-06	-4.52E-06	8.735	-4.95E-06	19.26
	七阶	-1.65E-07	-1.75E-07	6.066	-1.65E-07	0.153

注：MCS 代表蒙特卡洛模拟的结果，SPLCM 代表单点线性化结果，MPLCM 代表多点线性化结果，其误差公式可见正文式(28)。

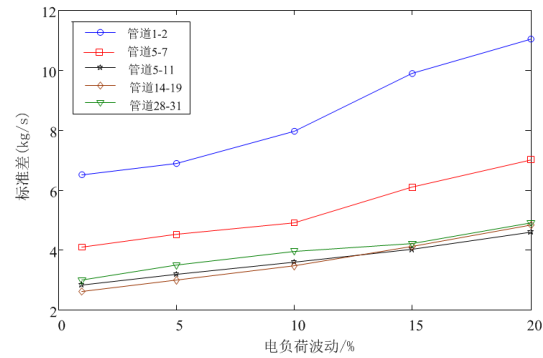


图 D1 电负荷波动对热网流量标准差的影响

Fig.D1 Influence of power load fluctuation on the standard deviation of heat network flow

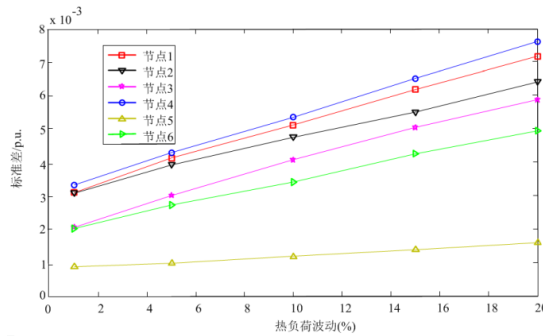


图 D2 热负荷波动对电压标准差的影响

Fig.D2 Influence of heat load fluctuation on the standard deviation of voltage

表 D3 节点 3 电压越限概率

Table D3 Voltage crossover probability of bus3

热负荷波动	±1%	±5%	±10%	±15%	±20%
越限概率/%	4.87	16.37	20.23	25.40	31.12