

# 考虑用户切换行为的电力零售市场博弈模型

赵琛,张少华

(上海大学自动化系,上海 200444)

**摘要:**为了定量研究电力零售市场中用户在零售商间的切换行为对零售商竞价策略的影响,基于Bertrand竞争模型建立电力零售商参与零售市场竞价交易的博弈模型,其中引入市场份额函数反映用户切换行为;从理论上证明该模型纳什均衡解的存在性和唯一性,并采用非线性互补方法求得均衡解。算例仿真验证了所提模型的有效性,且用户的切换行为有助于缓解零售商在零售竞价交易中报高价的市场力滥用行为,进而提高电力零售市场的效率。

**关键词:**电力零售市场;零售商;Bertrand模型;切换行为;博弈分析

**中图分类号:**TM 73

**文献标志码:**A

**DOI:**10.16081/j.epae.202001017

## 0 引言

建立多主体竞争的电力零售市场,放开用户对电力零售商的自由选择权是国内外电力市场化改革的重要内容<sup>[1]</sup>。挪威、英国、美国和澳大利亚等国家起步较早,相继将竞争引入零售环节,并且分阶段放开用户选择权<sup>[2]</sup>。我国于2015年3月颁布的中发[2015]9号文件,正式拉开了新一轮电力体制改革的大幕。9号文件及后续配套改革措施的颁布,为我国逐步建立竞争的电力零售市场奠定了基础。

目前,国内外区域电力零售市场中参与竞争的零售商数量有限,会形成寡头竞争<sup>[3-4]</sup>,利用寡头博弈均衡模型研究零售商的策略性报价行为及其产生的影响具有现实意义。已有较多文献采用Cournot和供应函数等均衡模型研究批发市场<sup>[5-6]</sup>或需求响应交易市场<sup>[7-8]</sup>中各竞争主体的策略性竞价行为和市场力问题,并求得统一的出清电价。在零售市场中,国内外相关文献大多关注单一零售商的购电决策问题<sup>[9]</sup>,较少关注多个零售商参与竞争的电力零售市场博弈均衡问题。随着零售市场的放开,零售电价将从以往的一统一定价模式向差别定价模式转变<sup>[10]</sup>。不同类型的零售商由于在声誉、购电成本、风险偏好等方面的差别,零售报价策略会不同。用户可以根据零售商提供的报价调整用电需求和切换零售商<sup>[11]</sup>。文献[3]通过分析英国和挪威电力零售市场的实际运营情况,说明零售商在零售市场中的竞争类似Bertrand价格竞争。目前,少有文献采用Bertrand竞争模型研究零售市场中零售商的报价策略问题。

考虑到在竞争的零售市场环境下,用户会根据零售报价切换零售商,这种切换行为势必会对零售市场的竞争结果产生重要影响<sup>[12]</sup>,因此,研究零售市场博弈问题需要进一步考虑用户切换行为的影响。

文献[13]采用分段线性的价格-份额曲线PQC(Price-Quota Curve)来描述用户的切换行为。但文献[14]指出PQC较难确定,且在多零售商竞争的市场环境中不能对零售商之间的竞争关系建模。文献[11]和[15]采用市场份额函数MSF(Market Share Function)描述用户的切换行为,但其MSF并未考虑竞争对手零售报价的变化对零售商市场份额的影响。文献[16]通过建立零售商电力需求函数来描述用户的切换行为,但该函数是通过求解用户效用最大化问题得到的,并未考虑用户在批发市场的购电成本。本文在上述研究的基础上,考虑用户的购电成本,通过求解用户收益(payoff)最大化问题,得到能够描述用户切换行为的零售商份额函数。

作为批发市场和零售市场的中间商,零售商一方面通过竞价交易进行售电,类似于发电商;另一方面,需要在电力批发市场中购电,且长期看来,零售市场的竞争结果会影响批发市场<sup>[17]</sup>,需要进一步考虑零售市场竞争结果对批发电价的影响。目前,有关零售商报价决策的相关文献中大多假设零售商的购电价格即批发电价为外生变量。

基于以上背景,本文首先采用Bertrand寡头竞争模型,建立零售商参与零售市场竞价交易的博弈模型,其中引入MSF反映不同零售商可售出的电力与其自身和竞争对手零售报价的关系,以及用户在零售商间的切换行为,模型中批发电价为内生变量,即考虑零售商在零售市场中的策略行为对批发电价的影响;然后,从理论上证明了本文博弈问题纯策略纳什均衡解的存在性和唯一性,并采用非线性互补方法对模型进行求解;最后,通过算例分析验证了模型的有效性。

## 1 电力零售市场竞价交易博弈模型

### 1.1 模型假设

考虑某小时时段,某区域有多个零售商参与电

力零售市场竞价交易,用  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  表示零售商的集合。不同类型的零售商向用户提供的零售报价不同,并通过零售电价影响用户的购电需求,零售商之间的竞争为价格竞争。因此,可采用 Bertrand 博弈模型对零售市场中零售商的竞价问题进行建模。本文假设各零售商之间没有正式或非正式的合作。

图 1 给出了零售商的购售电交易框架。在零售市场竞价交易中,零售商  $i(i \in N)$  通过选择自身零售报价  $\lambda_i$  来追求自身利润最大化,零售商  $i$  的竞价交易电力  $x_i$  与其自身和对手的零售报价有关,所有零售商的零售电力均购于电力批发市场,且批发市场价格  $p^w$  随零售电力的变化而变化。需要说明的是,本文模型暂不涉及用户需求不确定性造成的零售商购售电力偏差问题。

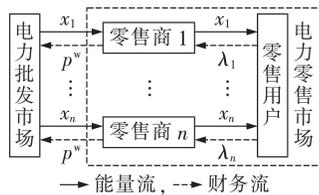


图 1 零售商购售电交易框架  
Fig.1 Retailers' trading framework

一般认为,零售商在零售市场中总零售电力的增加,会使其在批发市场中的购电需求相应增加,导致批发电价升高<sup>[17]</sup>。因此,可将批发电价随零售电力变化的关系表示为如下线性函数形式:

$$p^w = A + \xi \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

其中,  $\sum_{i=1}^n x_i$  为所有零售商在零售市场中的零售电力;  $A$  和  $\xi$  为大于 0 的系数。

为反映不同零售商零售电力与其自身和竞争对手零售报价之间的关系以及用户的切换行为,采用如下方法构造零售商的 MSF。

### 1.2 MSF

假设电力零售市场中只存在一个代表全部用户的虚拟用户<sup>[18]</sup>,该代表性用户从零售商  $i(i \in N)$  购电  $x_i$  获得的效用为  $u_i(x_i) = a_i x_i - b_i x_i^2 / 2$ <sup>[17]</sup>。其中,参数  $a_i$  和  $b_i$  均为大于 0 的系数,  $a_i$  表示代表性用户从零售商  $i$  购电量为 0 时的边际效用,  $b_i$  为边际效用的变化率,这 2 个参数除了反映代表性用户的用电性质、用电效率等因素外,还随着零售商的不同而不同,并在一定程度上反映了零售商的供电质量和服务态度等,当用户购电需求相同时,其选择的零售商不同,获得的满意度也不同。考虑到一个零售商无法供应该区域的所有电力需求,且对于同质电力而言,零售商之间存在替代关系。根据文献[19-20],将代表性用户

从各零售商购电获得的满意度用如下效用函数表示:

$$U(x) = \sum_{i=1}^n a_i x_i - \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^n b_i x_i^2 + \sum_{i,j=1, j \neq i}^n b_{i,j} x_i x_j \right) \quad (2)$$

其中,  $x = \{x_i\}_{i \in N}$  为  $n$  个零售商零售电力的集合;  $b_{i,j}$  为大于 0 的系数,表示代表性用户从零售商  $i$  购电时,获得的边际效用随其从零售商  $j(j \neq i)$  购电量增加的减小率,且  $b_{i,j} = b_{j,i}$ 。该效用函数是二次且严格凹的。需要说明的是,下文中保证了用户边际效用函数大于 0,即  $\partial U(x) / \partial x_i \geq 0 (i \in N)$ ,所以该效用函数具有非减特性。

用户的收益为其用电效用与其在零售市场中购电成本之差。用户在确定其对零售商的购电需求时,将追求自身收益最大化,因此其决策问题可表示为:

$$\max_{x_i > 0} U(x) - \sum_{i=1}^n x_i \lambda_i \quad (3)$$

用  $\lambda = \{\lambda_i\}_{i \in N}$  表示  $n$  个零售商零售报价的集合。由用户收益最大化问题的一阶最优条件可知,零售商  $i(i \in N)$  的零售报价  $\lambda_i (\lambda_i \in \lambda)$  和用户对其购电需求之间的关系,可表示为如下线性逆需求函数:

$$\lambda_i = a_i - b_i x_i - \sum_{j=1, j \neq i}^n b_{i,j} x_j \quad (4)$$

进而,可将  $n$  个零售商零售报价与其零售电力间的关系表示为如下矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_1 & b_{1,2} & \cdots & b_{1,n} \\ b_{2,1} & b_2 & \cdots & b_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n,1} & b_{n,2} & \cdots & b_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

将其记为:

$$\lambda = a - b x \quad (6)$$

其中,  $b$  为对称矩阵。因为矩阵  $b$  主对角线元素均不为 0,所以可逆,于是由式(6)可知:

$$x = b^{-1}(a - \lambda) \quad (7)$$

令式(7)中  $b^{-1} = \beta$ ,可知  $\beta$  也为对称矩阵,即  $\beta_{i,j} = \beta_{j,i} (j \neq i)$ 。将对角线元素  $\beta_{i,i}$  简记为  $\beta_i$ ,式(7)可展开为:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_{1,2} & \cdots & \beta_{1,n} \\ \beta_{2,1} & \beta_2 & \cdots & \beta_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{n,1} & \beta_{n,2} & \cdots & \beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 - \lambda_1 \\ a_2 - \lambda_2 \\ \vdots \\ a_n - \lambda_n \end{bmatrix} \quad (8)$$

由式(8)可得,当零售商  $i(i \in N)$  自身报价为  $\lambda_i$ ,对手报价为  $\lambda_{-i} = \{\lambda_j\}_{j \in N \setminus \{i\}}$  时,用户选择零售商  $i$  的购电需求,即零售商  $i$  的零售电力为:

$$x_i(\lambda_i, \lambda_{-i}) = \sum_{j=1}^n \beta_{i,j} a_j - \beta_i \lambda_i - \sum_{j=1, j \neq i}^n \beta_{i,j} \lambda_j \quad (9)$$

式(9)称为零售商*i*的MSF,该函数中的参数需满足以下特性。

(1)  $\beta_i > 0$ ,  $\beta_i$ 表示用户对零售商*i*报价的敏感度,当零售商*i*报价增加时,用户选择零售商*i*的购电需求会减少。

(2)  $\beta_{i,j} \leq 0 (j \neq i)$ ,称为切换系数,也反映了零售商*i*和*j*的替代关系<sup>[20]</sup>。当 $\beta_{i,j} = 0$ 时,表示用户在零售商*i*和*j*之间没有切换行为;当 $\beta_{i,j} < 0$ 时,表示用户在零售商*i*和*j*之间有切换行为,当对手零售商*j*报价增加时,用户会将部分购电需求从零售商*j*切换至零售商*i*,用户对零售商*i*的购电需求会增加,  $|\beta_{i,j}|$ 越大表示用户切换程度越大。

(3) 式(9)中等号右边第一项  $\sum_{j=1}^n \beta_{i,j} a_j > 0$ ,展开即为  $\beta_i a_i + \sum_{j=1, j \neq i}^n \beta_{i,j} a_j > 0$ ,称为零售商*i*的潜在市场份额<sup>[20]</sup>,表示当所有零售商报价为0时,用户对零售商*i*的购电需求应大于0。

(4)  $\beta_i > \sum_{j=1, j \neq i}^n -\beta_{i,j}$ ,即 $\beta$ 是行对角占优矩阵,这表明当式(9)中其他参数不变时,所有零售商均增加一单位报价,用户对零售商*i*的购电需求不会增加;所有零售商均减少一单位报价,用户对零售商*i*的购电需求不会减少。因为 $\beta$ 为对称矩阵,所以  $\beta_i > \sum_{j=1, j \neq i}^n -\beta_{i,j}$ 亦成立,即 $\beta$ 也是列对角占优矩阵。

此外,当不考虑用户的切换行为,即 $\beta_{i,j} = 0$ 时,式(9)可简化为:

$$x_i = \beta_i a_i - \beta_i \lambda_i \quad (10)$$

参数 $a_i$ 和 $\beta_i$ 可用于表征不同零售商之间的差异。对于自身声誉和用户基础等方面较好的零售商而言,其MSF中用户对其报价的敏感度 $\beta_i$ 相对较小, $a_i \beta_i$ 相对较大;对于自身声誉和用户基础等方面较差的零售商而言,其MSF中的 $\beta_i$ 相对较大, $a_i \beta_i$ 相对较小。

### 1.3 均衡模型的建立

当忽略电网输配电价和阻塞等相关费用时,零售商*i*( $i \in N$ )的利润函数为其在零售市场的售电收入与在批发市场的购电成本之差,表示为:

$$R_i = I_i^r - C_i^w \quad i \in N \quad (11)$$

$$I_i^r = \lambda_i x_i \quad (12)$$

$$C_i^w = x_i p^w = x_i \left( A + \xi \sum_{i=1}^n x_i \right) \quad (13)$$

其中, $R_i$ 为零售商*i*的利润; $I_i^r$ 和 $C_i^w$ 分别为零售商*i*参

与零售市场竞争交易的售电收入和在批发市场中的购电成本。

零售商*i*( $i \in N$ )通过选择自身零售报价追求自身利润最大化,决策问题可表示为如下形式:

$$\begin{cases} \max_{\lambda_i} R_i(\lambda) = x_i \lambda_i - x_i \left( A + \xi \sum_{i=1}^n x_i \right) \\ \text{s.t. } x_i(\lambda_i, \lambda_{-i}) = \sum_{j=1}^n \beta_{i,j} a_j - \beta_i \lambda_i - \sum_{j=1, j \neq i}^n \beta_{i,j} \lambda_j \\ \lambda_i^{\min} \leq \lambda_i \leq \lambda_i^{\max} \end{cases} \quad (14)$$

式(14)中第三个公式表示零售商*i*零售报价的上下限约束。

$n$ 个如式(14)所示的零售商优化模型组成本文考虑的零售市场竞争均衡模型。

## 2 均衡解的存在性和唯一性证明及求解

### 2.1 存在性和唯一性证明

定理1:本文博弈问题至少存在一个纯策略纳什均衡解。证明如下。

根据文献[21],要证明本文博弈问题纳什均衡解的存在,应满足以下条件:①对每个零售商而言,其策略空间是非空的、闭合的、有界的凸集;②每个零售商的利润函数是连续且拟凹的。

定义所有零售商报价下限和上限集合分别为  $\lambda^{\min} = \{\lambda_i^{\min}\}_{i \in N}$ 、 $\lambda^{\max} = \{\lambda_i^{\max}\}_{i \in N}$ ,根据式(14)中第三个公式所示约束条件可知,所有零售商的策略空间满足  $H = \{\lambda \mid \lambda_i^{\min} \leq \lambda_i \leq \lambda_i^{\max}\}$ 是非空的、闭合的、有界的凸集,因此满足条件①。

零售商*i*( $i \in N$ )的利润函数 $R_i(\lambda)$ 对其自身零售报价 $\lambda_i$ 的一阶和二阶偏导分别为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_i(\lambda)}{\partial \lambda_i} &= \left( 1 + \xi \beta_i + \xi \sum_{j=1, j \neq i}^n \beta_{j,i} \right) \times \\ &\quad \left[ \beta_i (a_i - \lambda_i) + \sum_{j=1, j \neq i}^n \beta_{i,j} (a_j - \lambda_j) \right] + \\ &\quad \xi \beta_i \sum_{i=1}^n \left[ \beta_i (a_i - \lambda_i) + \sum_{j=1, j \neq i}^n \beta_{i,j} (a_j - \lambda_j) \right] + \\ &\quad A \beta_i - \beta_i \lambda_i \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 R_i(\lambda)}{\partial \lambda_i^2} &= -2\beta_i - 2\xi \beta_i \left( \beta_i + \sum_{j=1, j \neq i}^n \beta_{j,i} \right) = \\ &\quad -2\beta_i - 2\xi \beta_i \sum_{j=1}^n \beta_{j,i} \end{aligned} \quad (16)$$

由式(15)可知,零售商*i*的利润函数是连续的。根据零售商MSF满足的特性可知 $\beta_i > 0$ ,又因为 $\beta$ 是对角占优矩阵,因此可知式(16)中  $\sum_{j=1}^n \beta_{j,i} = \beta_i + \sum_{j=1, j \neq i}^n \beta_{j,i} > 0$ ,因此  $\partial^2 R_i(\lambda) / \partial \lambda_i^2 < 0$ ,即零售商*i*的利润

函数是凹函数,进而也是拟凹函数,满足条件②。

综上,定理 1 得证,本文博弈问题至少存在一个纯策略纳什均衡解。

定理 2: 本文博弈问题存在唯一的纯策略纳什均衡解。证明如下。

根据文献[21],要证明本文博弈问题纳什均衡解唯一,应满足以下条件:对每个零售商而言,其最优反应函数是一个压缩映射。

对零售商  $i(i \in N)$  而言,给定其他零售商的零售报价策略  $\lambda_{-i}$  时,零售商  $i$  的最优反应函数  $\lambda_i(\lambda_{-i})$  可表示为:

$$\lambda_i(\lambda_{-i}) = \arg \max_{\lambda_i} R_i(\lambda_i, \lambda_{-i}) \quad (17)$$

其中,  $\arg \max_{\lambda_i} R_i(\lambda_i, \lambda_{-i})$  表示使函数  $R_i(\lambda_i, \lambda_{-i})$  取得最大值所对应的变量  $\lambda_i$ 。

根据隐函数定理可得零售商  $i$  的最优反应函数对其对手零售商  $k$  报价策略  $\lambda_k$  的一阶偏导为:

$$\frac{\partial \lambda_i(\lambda_{-i})}{\partial \lambda_k} = - \frac{\partial^2 R_i(\lambda)}{\partial \lambda_i \partial \lambda_k} / \frac{\partial^2 R_i(\lambda)}{\partial \lambda_i^2} \quad k \in N, k \neq i \quad (18)$$

将式(15)对零售商  $k$  的零售报价  $\lambda_k$  求偏导得:

$$\frac{\partial^2 R_i(\lambda)}{\partial \lambda_i \partial \lambda_k} = -\beta_{i,k} - \xi \beta_{i,k} \sum_{j=1}^n \beta_{j,i} - \xi \beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right) \quad j, k \in N, k \neq i \quad (19)$$

式(19)详细推导过程见附录中式(A1)~(A3)。由于矩阵  $\beta$  对角线元素均大于 0,非对角线元素均小于等于 0,且  $\beta$  为对角占优矩阵,因此可知式(19)中等号右边第一项  $-\beta_{i,k}$  和第二项  $-\xi \beta_{i,k} \sum_{j=1}^n \beta_{j,i}$  均大于等于 0,第三项  $-\xi \beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right)$  小于 0。

将式(16)和式(19)代入式(18)可得:

$$\frac{\partial \lambda_i(\lambda_{-i})}{\partial \lambda_k} = \frac{-\beta_{i,k} - \xi \beta_{i,k} \sum_{j=1}^n \beta_{j,i} - \xi \beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right)}{2\beta_i + 2\xi \beta_i \sum_{j=1}^n \beta_{j,i}} \quad j, k \in N, k \neq i \quad (20)$$

为了证明零售商  $i$  的最优反应函数是一个压缩映射,根据压缩映射的定义<sup>[21]</sup>,只需要证明  $|\partial \lambda_i(\lambda_{-i})/\partial \lambda_k| < 1$ 。由式(16)已知  $\partial^2 R_i(\lambda)/\partial \lambda_i^2 < 0$ ,以下分  $\frac{\partial^2 R_i(\lambda)}{\partial \lambda_i \partial \lambda_k} \geq 0$  和  $\frac{\partial^2 R_i(\lambda)}{\partial \lambda_i \partial \lambda_k} < 0$  这 2 种情况进行证明。

情况 1: 当  $\frac{\partial^2 R_i(\lambda)}{\partial \lambda_i \partial \lambda_k} \geq 0$  时,  $\frac{\partial \lambda_i(\lambda_{-i})}{\partial \lambda_k} \geq 0$ 。因此,在该情况下只需证明  $\partial \lambda_i(\lambda_{-i})/\partial \lambda_k < 1$  即可。

由于  $-\xi \beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right) < 0$ ,由式(20)可得:

$$\frac{\partial \lambda_i(\lambda_{-i})}{\partial \lambda_k} < \frac{-\beta_{i,k} - \xi \beta_{i,k} \sum_{j=1}^n \beta_{j,i}}{2\beta_i + 2\xi \beta_i \sum_{j=1}^n \beta_{j,i}} = \frac{-\beta_{i,k}}{2\beta_i} \quad (21)$$

又因为  $0 \leq -\beta_{i,k} < \beta_i$ ,所以  $\partial \lambda_i(\lambda_{-i})/\partial \lambda_k < 1/2$ 。

综上知  $0 \leq \partial \lambda_i(\lambda_{-i})/\partial \lambda_k < 1/2$ ,即  $|\partial \lambda_i(\lambda_{-i})/\partial \lambda_k| < 1$  成立。

情况 2: 当  $\frac{\partial^2 R_i(\lambda)}{\partial \lambda_i \partial \lambda_k} < 0$  时,  $\frac{\partial \lambda_i(\lambda_{-i})}{\partial \lambda_k} < 0$ 。因此,在该情况下只需证明  $\partial \lambda_i(\lambda_{-i})/\partial \lambda_k > -1$  即可。

由式(20)可得:

$$\frac{\partial \lambda_i(\lambda_{-i})}{\partial \lambda_k} = \frac{\beta_{i,k} + \xi \beta_{i,k} \sum_{j=1}^n \beta_{j,i} + \xi \beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right)}{2\beta_i + 2\xi \beta_i \sum_{j=1}^n \beta_{j,i}} \quad (22)$$

式(22)是大于 0 的,将其等号右边表达式的分子分母同时加上  $m$  倍的  $\xi \beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right)$  ( $m$  为正整数),经过数学推导可得:

$$\frac{\beta_{i,k} + \xi \beta_{i,k} \sum_{j=1}^n \beta_{j,i} + \xi \beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right)}{2\beta_i + 2\xi \beta_i \sum_{j=1}^n \beta_{j,i}} < \frac{m+1}{m+1} \frac{-3\beta_{i,k} - 3\xi \beta_{i,k} \sum_{j=1}^n \beta_{j,i}}{m + \frac{\xi \beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right)}{\xi \beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right)}} \quad (23)$$

式(23)详细推导过程见附录中式(A4)~(A8)。

在该情况下,由  $\frac{\partial^2 R_i(\lambda)}{\partial \lambda_i \partial \lambda_k} < 0$  可得:

$$0 \leq -\beta_{i,k} - \xi \beta_{i,k} \sum_{j=1}^n \beta_{j,i} < \xi \beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right) \quad (24)$$

所以可得不等式(23)小于号右边表达式中分母的范围为:

$$m \leq m + \frac{-3\beta_{i,k} - 3\xi \beta_{i,k} \sum_{j=1}^n \beta_{j,i}}{\xi \beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right)} < m + 3 \quad (25)$$

进而可得式(23)小于号右边表达式的范围为:

$$\frac{m+1}{m+3} < \frac{m+1}{m+3} \frac{m+1}{-3\beta_{i,k} - 3\xi \beta_{i,k} \sum_{j=1}^n \beta_{j,i}} \leq \frac{m+1}{m} \quad (26)$$

当  $m \rightarrow +\infty$  时,由式(26)可以得到式(23)小

于号右边表达式的取值范围为 $(1/3, 1]$ 。进而,联立式(22)和式(23)可以知道 $0 < -\partial\lambda_i(\lambda_{-i})/\partial\lambda_k < 1$ ,即 $-1 < \partial\lambda_i(\lambda_{-i})/\partial\lambda_k < 0$ 。

综上所述,  $|\partial\lambda_i(\lambda_{-i})/\partial\lambda_k| < 1$  成立,即对每个零售商而言,其最优反应函数都是一个压缩映射,因此定理2得证,本文博弈问题存在唯一纯策略纳什均衡解。

## 2.2 求解方法

为求解上述均衡模型,首先根据式(14)获得零售商*i*决策问题的一阶最优条件,即KKT(Karush-Kuhn-Tucker)条件:

$(\lambda_i, \forall i)$ :

$$\left(1 + \xi\beta_i + \xi \sum_{j=1, j \neq i}^n \beta_{j,i}\right) \left[\beta_i(a_i - \lambda_i) + \sum_{j=1, j \neq i}^n \beta_{i,j}(a_j - \lambda_j)\right] + \xi\beta_i \sum_{i=1}^n \left[\beta_i(a_i - \lambda_i) + \sum_{j=1, j \neq i}^n \beta_{i,j}(a_j - \lambda_j)\right] + A\beta_i - \beta_i\lambda_i + \mu_{1i} - \mu_{2i} = 0 \quad (27)$$

$$(\mu_{1i}, \forall i): \mu_{1i} \geq 0, \lambda_i - \lambda_i^{\min} \geq 0, \mu_{1i}(\lambda_i - \lambda_i^{\min}) = 0 \quad (28)$$

$$(\mu_{2i}, \forall i): \mu_{2i} \geq 0, \lambda_i^{\max} - \lambda_i \geq 0, \mu_{2i}(\lambda_i^{\max} - \lambda_i) = 0 \quad (29)$$

其中,  $\mu_{1i}$  和  $\mu_{2i}$  分别为对应零售商报价下限和上限约束的拉格朗日乘子。

然后,引入非线性互补函数<sup>[22]</sup>,将非线性互补条件式(28)和式(29)转化为如下等式约束条件:

$$(\mu_{1i}, \forall i): \mu_{1i} + \lambda_i - \lambda_i^{\min} - \sqrt{\mu_{1i}^2 + (\lambda_i - \lambda_i^{\min})^2} = 0 \quad (30)$$

$$(\mu_{2i}, \forall i): \mu_{2i} + \lambda_i^{\max} - \lambda_i - \sqrt{\mu_{2i}^2 + (\lambda_i^{\max} - \lambda_i)^2} = 0 \quad (31)$$

最后,联立所有零售商优化模型的KKT条件式(27)、(30)、(31),获得一组非线性方程组。在MATLAB软件中采用Levenberg-Marquardt算法求解该非线性方程组,获得各零售商的均衡报价、均衡零售电力和均衡利润等纳什均衡解。

## 3 算例分析

考虑某区域零售市场中有3个不同类型的零售商参与竞价交易,表1给出了零售商MSF中的参数<sup>[20]</sup>。可以看出,不考虑用户切换行为时,  $a_1\beta_1 < a_2\beta_2 < a_3\beta_3$  且  $\beta_1 > \beta_2 > \beta_3$ , 即零售商3潜在市场份额相对较大,且用户对零售商3报价的敏感度相对较低,说明较零售商2和1而言,零售商3在自身声誉和用户基础等方面更好。假设式(1)中的参数  $A = 50 \text{ \$}/(\text{MW}\cdot\text{h})$ ,  $\xi = 0.003 \text{ \$}/(\text{MW}^2\cdot\text{h})$ 。

表1 MSF中的参数

Table 1 Parameters in MSF

零售商	$a_i / [\$ \cdot (\text{MW} \cdot \text{h})^{-1}]$	$\beta_i / (\text{MW}^2 \cdot \text{h} \cdot \$^{-1})$
1	80	20
2	90	18
3	105	16

## 3.1 不同零售商参与竞价交易的零售市场均衡

假设表1所示的3个不同类型的零售商参与零售市场竞价交易,表2给出了不考虑用户切换行为和考虑用户切换行为2种情况下的电力市场均衡结果。考虑电力用户的切换行为时,3个零售商MSF中的切换系数均为 $-3 \text{ MW}^2 \cdot \text{h} / \$$ 。

表2 电力市场均衡结果

Table 2 Equilibrium results in electricity market

是否考虑用户切换行为	零售商	$\lambda_i / [\$ \cdot (\text{MW} \cdot \text{h})^{-1}]$	$x_i / \text{MW}$	$R_i / (\$ \cdot \text{h}^{-1})$	$p^* / [\$ \cdot (\text{MW} \cdot \text{h})^{-1}]$
否	1	66.88	262.33	3647	
	2	71.98	324.42	6163	52.98
	3	79.60	406.41	10819	
是	1	62.51	193.38	1948	
	2	67.55	262.59	3969	52.43
	3	75.31	355.28	8126	

从表2可以看出,当不考虑用户切换行为时,零售商1—3分别以高于批发电价26.2%、35.9%和50.2%的零售电价售电,且其零售电力在总需求中所占份额分别为26.4%、32.7%和40.9%。这说明各零售商均有抬高报价的行为,其中零售商3因其自身声誉和用户基础等方面较好,竞争优势较大,可以通过相对较高的报价占据较高的市场份额,并获得较高的利润。而考虑用户切换行为后,用户购电灵活性增加,零售商1—3的零售报价均降低,且其零售报价高于批发电价的程度也降低,分别为19.2%、28.8%和43.6%,这说明用户切换行为有缓解零售商市场力行为的作用。

## 3.2 用户切换行为对市场均衡结果的影响

假设表1所示的3个零售商参与零售市场竞价交易,用户在零售商1和2之间、零售商1和3之间没有切换行为,即 $\beta_{1,2} = \beta_{2,1} = 0$ ,  $\beta_{1,3} = \beta_{3,1} = 0$ 。图2和图3给出了用户在零售商2和3之间切换系数 $|\beta_{2,3}|$  (  $|\beta_{2,3}| = |\beta_{3,2}|$  ) 的变化对市场均衡结果的影响。

从图2可以看出,随着用户在零售商2和3之间切换程度的增加,零售商2和3的均衡零售报价均降低,这是因为 $|\beta_{2,3}|$ 的增加意味着选择零售商2和3购电的用户愈加灵活,进而缓解了零售商2和3在零售市场中报高价的市场力滥用行为。同时,由于零售商2和3的市场力行为逐渐被抑制,其购售电价差不断减小,如图4所示,这样会导致零售商2和3在零售市场中的售电动力减弱,零售电力下降。受零售报价下降和售电动力减弱的影响,零售商2和3的利润会下降。

另外,由于选择零售商1购电的用户没有切换行为,随着 $|\beta_{2,3}|$ 增加,受零售商2和3零售报价降低的影响,零售商1的报价略微下降。原来选择零售

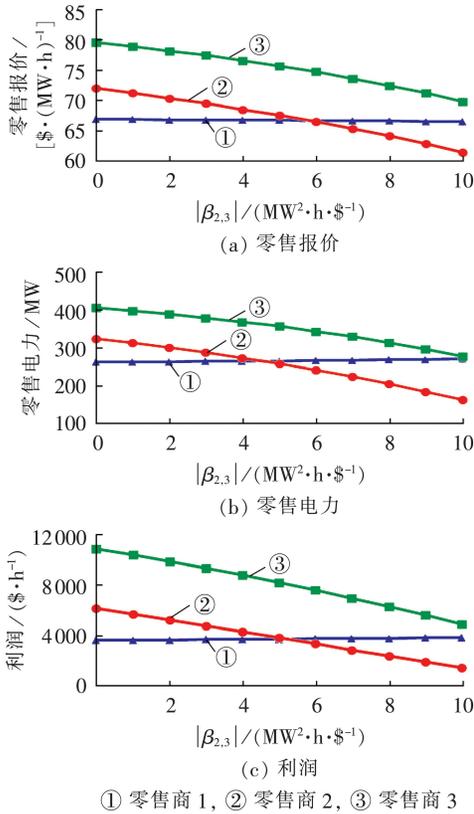


图2 用户切换程度对零售市场均衡结果的影响  
Fig.2 Impact of consumers' switching behaviour on equilibrium results in retail market

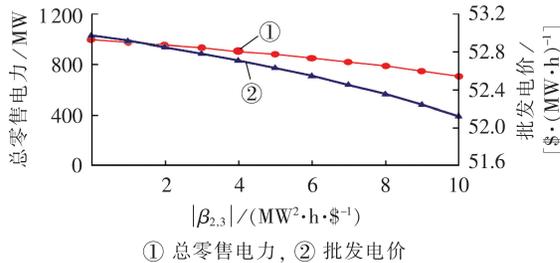


图3 用户切换程度对总零售电力和批发电价的影响  
Fig.3 Impact of consumers' switching behaviour on total retail load and wholesale price

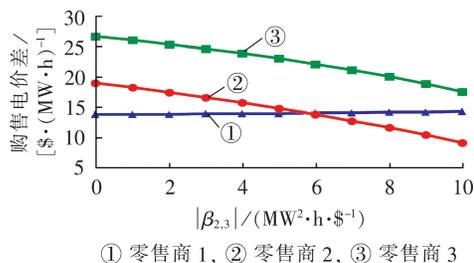


图4 用户切换程度对零售商购售电价差的影响  
Fig.4 Impact of consumers' switching behaviour on difference between retail price and wholesale price

商2和3购电的用户会将一部分购电需求切换至由零售商1提供,使得零售商1的零售电力增加,利润略微上升。随着用户在零售商2和3之间切换程度

的增加,零售商2和3零售电力的减少效应大于零售商1零售电力的增加效应,使得零售市场中总零售电力减少,批发电价降低,如图3所示。

## 4 结论

本文引入MSF来反映电力用户的切换行为,基于Bertrand竞争模型,建立零售商参与零售市场竞争交易的博弈均衡模型。在理论上证明了该模型纳什均衡解存在且唯一,并通过算例仿真分析了用户切换行为对零售商竞价策略及市场均衡结果的影响。

研究表明:自身声誉和用户基础等方面较好的零售商竞争优势相对较大,会通过相对较高的零售报价占据相对较高的市场份额,获得相对较高的利润;用户在电力零售商之间切换程度的增加,有助于缓解零售商在零售市场中报高价的市场力滥用行为,因此,逐步放开用户的自由选择权有利于电力零售市场的高效运营;由于用户切换程度的增加会导致零售商利润下降,因此通过差额获利的方式不足以支撑零售商长期运营,电力零售商需要探索和制定针对性较强的增值服务来进一步盈利和发展。

下一步研究将详细建模用户的动态切换行为,并考虑电力零售商间的合作博弈对零售市场竞争结果的影响。

附录见本刊网络版(<http://www.epae.cn>)。

## 参考文献:

- [ 1 ] 张晓萱,薛松,杨素,等. 售电侧市场放开国际经验及其启示[J]. 电力系统自动化,2016,40(9):1-8.  
ZHANG Xiaoxuan,XUE Song,YANG Su,et al. International experience and lessons in power sales side market liberalization[J]. Automation of Electric Power Systems,2016,40(9):1-8.
- [ 2 ] DEFEUILLEY C. Retail competition in electricity markets[J]. Energy Policy,2009,37(2):377-386.
- [ 3 ] BOROUMAND R H. Electricity markets and oligopolistic behaviors:the impact of a multimarket structure[J]. Research in International Business and Finance,2015,33:319-333.
- [ 4 ] 杨思渊,姜子卿,艾芊,等. 售电公司商业模式国际经验及启示[J]. 电力建设,2018,39(3):123-130.  
YANG Siyuan,JIANG Ziqing,AI Qian,et al. International experience and lessons in business models of electricity retailers[J]. Electric Power Construction,2018,39(3):123-130.
- [ 5 ] LI G,SHI J,QU X L. Modeling methods for GenCo bidding strategy optimization in the liberalized electricity spot market—a state-of-the-art review[J]. Energy,2011,36(8):4686-4700.
- [ 6 ] 付蓉,王蓓蓓,李扬,等. 输电网络约束下发电商的市场行为分析[J]. 电力自动化设备,2008,28(5):6-11.  
FU Rong,WANG Beibei,LI Yang,et al. Analysis of market power behavior of electricity suppliers under network constraints[J]. Electric Power Automation Equipment,2008,28(5):6-11.
- [ 7 ] KAMYAB F,AMINI M,SHEYKHHA S,et al. Demand response program in smart grid using supply function bidding mechanism[J]. IEEE Transactions on Smart Grid,2016,7(3):1277-1284.
- [ 8 ] 沈运帷,李扬,焦系泽,等. 新电改背景下需求响应成本效益分析

- 及其融资渠道[J]. 电力自动化设备,2017,37(9):124-130,138.  
SHEN Yunwei, LI Yang, JIAO Xize, et al. Cost-benefit analysis and financing channels for demand response under electric reform[J]. Electric Power Automation Equipment, 2017, 37(9): 124-130, 138.
- [9] YANG J J, ZHAO J H, LUO F J, et al. Decision-making for electricity retailers: a brief survey[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2018, 9(5): 4140-4153.
- [10] SIMSHAUSER P. Price discrimination and the modes of failure in deregulated retail electricity markets[J]. Energy Economics, 2018, 75: 54-70.
- [11] HATAMI A, SEIFI H, SHEIKH-EL-ESLAMI M K. A stochastic-based decision-making framework for an electricity retailer: time-of-use pricing and electricity portfolio optimization[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2011, 26(4): 1808-1816.
- [12] YANG Y K. Understanding household switching behavior in the retail electricity market[J]. Energy Policy, 2014, 69: 406-414.
- [13] KHARRATI S, KAZEMI M, EHSAN M. Equilibria in the competitive retail electricity market considering uncertainty and risk management[J]. Energy, 2016, 106: 315-328.
- [14] CARRION M, ARROYO J M, CONEJO A J. A bilevel stochastic programming approach for retailer futures market trading[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2009, 24(3): 1446-1456.
- [15] YANG J J, ZHAO J H, WEN F S, et al. A framework of customizing electricity retail prices[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(3): 2415-2428.
- [16] 代业明, 高岩. 基于智能电网需求侧管理的多零售商实时定价策略[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(25): 4244-4249.  
DAI Yeming, GAO Yan. Real-time pricing strategy with multi-retailers based on demand-side management for the smart grid [J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(25): 4244-4249.
- [17] SONG M, AMELIN M. Corrections to “price-maker bidding in day-ahead electricity market for a retailer with flexible demands”[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(3): 3217.
- [18] BISH E, LIU J, SUWANDECHOCHAI R. Optimal capacity, product substitution, linear demand models, and uncertainty[J]. The Engineering Economist, 2009, 54(2): 109-151.
- [19] MUKHERJEE A. Price and quantity competition under free entry[J]. Research in Economics, 2005, 59(4): 335-344.
- [20] LUS B, MURIEL A. Measuring the impact of increased product substitution on pricing and capacity decisions under linear demand models[J]. Production and Operations Management, 2009, 18(1): 95-113.
- [21] CACHON G P, NETESSINE S. Game theory in supply chain analysis[M] // International Series in Operations Research & Management Science. Boston, MA, USA: Springer US, 2004: 13-65.
- [22] XIAN W, YUZENG L, SHAOHUA Z. Oligopolistic equilibrium analysis for electricity markets: a nonlinear complementarity approach[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2004, 19(3): 1348-1355.

#### 作者简介:



赵琛

赵琛(1988—),女,河南焦作人,博士研究生,研究方向为电力市场均衡分析、风险管理与决策等(**E-mail**: zhaochenmail@163.com);

张少华(1966—),男,浙江平湖人,教授,博士研究生导师,博士,主要研究方向为电力市场风险管理、博弈分析等(**E-mail**: eeshzhan@126.com)。

(编辑 王锦秀)

## Game model of electricity retail market considering consumers' switching behaviors

ZHAO Chen, ZHANG Shaohua

(Department of Automation, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

**Abstract:** In order to quantitatively study the impact of consumers' switching behaviors among retailers on retailers' bidding strategies in the electricity retail market, a game model of electricity retailers participating in bidding transaction of retail market is built based on Bertrand competition model, in which, the market share function is introduced to reflect the consumers' switching behaviors. The existence and uniqueness of Nash equilibrium solution are theoretically proved, and the nonlinear complementary method is adopted to obtain the equilibrium solution. The effectiveness of the proposed model is verified by case simulation, and the consumers' switching behaviors can help to mitigate the market power abuse behavior of high quoted price of retailers in the retail bidding transaction, and further improve the efficiency of electricity retail market.

**Key words:** electricity retail market; retailers; Bertrand model; switching behavior; game analysis

附录:

式(21)的推导过程如下:

根据式(14)和式(15), 可求得零售商  $i$  ( $i \in N$ ) 利润函数  $R_i(\lambda)$  对其自身零售报价  $\lambda_i$  的一阶偏导为:

$$\frac{\partial R_i(\lambda)}{\partial \lambda_i} = \left(1 + \xi\beta_i + \xi \sum_{j=1, j \neq i}^n \beta_{j,i}\right) x_i + \xi\beta_i \sum_{i=1}^n x_i + A\beta_i - \beta_i \lambda_i \quad (\text{A1})$$

再将式(A1)对零售商  $k$  ( $k \in N, k \neq i$ ) 的零售报价  $\lambda_k$  求偏导得:

$$\frac{\partial^2 R_i(\lambda)}{\partial \lambda_i \partial \lambda_k} = \left(1 + \xi\beta_i + \xi \sum_{j=1, j \neq i}^n \beta_{j,i}\right) \frac{\partial x_i}{\partial \lambda_k} + \xi\beta_i \left( \frac{\partial x_k}{\partial \lambda_k} + \frac{\partial \sum_{i=1, i \neq k}^n x_i}{\partial \lambda_k} \right) \quad (\text{A2})$$

将零售商  $i$  的 MSF 分别对其自身零售报价  $\lambda_i$  和其竞争对手零售报价  $\lambda_k$  求偏导得到

$\frac{\partial x_i(\lambda)}{\partial \lambda_i} = -\beta_i$  和  $\frac{\partial x_i(\lambda)}{\partial \lambda_k} = -\beta_{i,k}$ , 进而可以将式(A2)表示为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 R_i(\lambda)}{\partial \lambda_i \partial \lambda_k} &= \left(1 + \xi\beta_i + \xi \sum_{j=1, j \neq i}^n \beta_{j,i}\right) (-\beta_{i,k}) + \xi\beta_i \left[ (-\beta_k) + \sum_{i=1, i \neq k}^n (-\beta_{i,k}) \right] = \\ &= -\beta_{i,k} - \xi\beta_{i,k} \sum_{j=1}^n \beta_{j,i} - \xi\beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right) \quad j, k \in N, k \neq i \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

式(25)的推导过程如下:

将式(24)等号右边表达式的分子分母同时加上  $m$  倍的  $\xi\beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right)$  ( $m$  为正整数),

可得:

$$\frac{\beta_{i,k} + \xi\beta_{i,k} \sum_{j=1}^n \beta_{j,i} + \xi\beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right)}{2\beta_i + 2\xi\beta_i \sum_{j=1}^n \beta_{j,i}} < \frac{\beta_{i,k} + \xi\beta_{i,k} \sum_{j=1}^n \beta_{j,i} + (m+1)\xi\beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right)}{2\beta_i + 2\xi\beta_i \sum_{j=1}^n \beta_{j,i} + m\xi\beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right)} \quad (\text{A4})$$

由于矩阵  $\beta$  中对角线元素均大于 0, 非对角线元素均小于等于 0, 且  $\beta$  为对角占优矩阵,

因此式(A4)小于号右边表达式的分子中  $\beta_{i,k} + \xi\beta_{i,k} \sum_{j=1}^n \beta_{j,i} \leq 0$ . 将式(A4) 小于号右边表达式分子

分母同时加上不小于 0 的项  $-\left( \beta_{i,k} + \xi\beta_{i,k} \sum_{j=1}^n \beta_{j,i} \right)$  可得:

$$\frac{\beta_{i,k} + \xi\beta_{i,k} \sum_{j=1}^n \beta_{j,i} + (m+1)\xi\beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right)}{2\beta_i + 2\xi\beta_i \sum_{j=1}^n \beta_{j,i} + m\xi\beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right)} \leq \frac{(m+1)\xi\beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right)}{m\xi\beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right) + 2\beta_i + 2\xi\beta_i \sum_{j=1}^n \beta_{j,i} - \beta_{i,k} - \xi\beta_{i,k} \sum_{j=1}^n \beta_{j,i}} \quad (\text{A5})$$

由于  $\beta_i > -\beta_{i,k} \geq 0$ , 因此式(A5)小于等于号右边表达式可变为:

$$\frac{(m+1)\xi\beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right)}{m\xi\beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right) + 2\beta_i + 2\xi\beta_i \sum_{j=1}^n \beta_{j,i} - \beta_{i,k} - \xi\beta_{i,k} \sum_{j=1}^n \beta_{j,i}} < \frac{(m+1)\xi\beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right)}{m\xi\beta_i \left( \beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k} \right) - 3\beta_{i,k} - 3\xi\beta_{i,k} \sum_{j=1}^n \beta_{j,i}} \quad (\text{A6})$$

将式(A6)小于号右边表达式中分子分母同除以大于0的项  $\xi\beta_i\left(\beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k}\right)$  可得:

$$\frac{(m+1)\xi\beta_i\left(\beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k}\right)}{m\xi\beta_i\left(\beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k}\right) - 3\beta_{i,k} - 3\xi\beta_{i,k} \sum_{j=1}^n \beta_{j,i}} = \frac{(m+1)}{m + \frac{-3\beta_{i,k} - 3\xi\beta_{i,k} \sum_{j=1}^n \beta_{j,i}}{\xi\beta_i\left(\beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k}\right)}} \quad (\text{A7})$$

联立式(A4)—(A7)可得:

$$\frac{\beta_{i,k} + \xi\beta_{i,k} \sum_{j=1}^n \beta_{j,i} + \xi\beta_i\left(\beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k}\right)}{2\beta_i + 2\xi\beta_i \sum_{j=1}^n \beta_{j,i}} < \frac{(m+1)}{m + \frac{-3\beta_{i,k} - 3\xi\beta_{i,k} \sum_{j=1}^n \beta_{j,i}}{\xi\beta_i\left(\beta_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n \beta_{i,k}\right)}} \quad (\text{A8})$$