

基于改进二阶锥松弛的多区域电-气综合能源系统 优化调度快速求解方法

张 勇¹, 李 晨², 贾 楠³, 刘 念³, 王 程³

(1. 国网河北省电力有限公司, 河北 石家庄 050011; 2. 国家电力调度控制中心, 北京 100032;

3. 华北电力大学 新能源电力系统国家重点实验室, 北京 102206)

摘要:针对多区域电-气综合能源系统(MIEGSs)优化调度策略求解过程中面临的区域子问题非凸的难点,提出一种能快速求解的改进二阶锥(SOC)松弛方法。构建MIEGSs的数学模型,将管道方程约束松弛为线性约束,通过求解松弛模型得到管道流量初值,由初值确定管道流向;根据管道流向采用SOC松弛方法,从而避免引入整数变量,并得到区域子问题的最优解;进而采用交替方向乘子法(ADMM)迭代求解各区域子问题,实现各区域间协同。所提方法无需引入整数变量,使得所求解问题均为凸优化问题,能够保证ADMM算法的收敛性,并具有较强的求解速度。最后,通过算例仿真验证了所提方法的有效性和快速性,并分析了算例参数对所提方法性能的影响。

关键词:多区域电-气综合能源系统;凸优化;分布式优化;改进二阶锥松弛方法;优化调度策略

中图分类号:TM 73;TK 01

文献标志码:A

DOI:10.16081/j.epae.202007015

0 引言

近年来,受天然气价格下降以及政策影响^[1-2],天然气发电比重持续增加^[3],使得电网与气网的耦合不断紧密。电-气综合能源系统(IEGS)能提高能源利用效率,提升能源系统的经济、环境效益^[4],其安全分析与优化控制成为当下研究热点^[5]。同时,在分布式发电大量接入、售电公司与终端用户积极参与的形势下,未来能源系统将呈现多主体格局,集中式优化方法不利于多主体间用能信息隐私的保护。此外,日内、实时市场交易机制对优化模型的求解速度提出了更高的要求。因此,采用分布式快速凸优化方法成为未来多区域电-气综合能源系统(MIEGSs)优化调度的迫切需要。

交替方向乘子法(ADMM)作为一种分布式优化方法^[6],在电力系统中应用广泛^[7]。ADMM要求所求解子问题均为凸优化问题,以保证收敛性与求解性能。在天然气系统中,管道方程的非凸非线性使得区域子问题为非凸优化问题,无法通过GUROBI等商用求解器进行有效求解,为分布式优化带来了巨大挑战。为解决该问题,大量研究开展了诸多有益的探索。文献[8]采用基于内点法的非线性求解器直接求解非线性规划问题。为了保证收敛性与最优性,文献[9-11]采用分段线性化方法处理管道方程,将非线性规划问题转化为混合整数线性规划问题。为避免分段精度与求解代价间的矛盾,文献

[12]在管道流向已知的前提下采用二阶锥(SOC)松弛,将非凸非线性规划转化为SOC规划。在此基础上,文献[13]采用连续二阶锥规划(S-SOCP)方法保证松弛的紧度。与之类似,文献[14]采用SOC松弛方法,并提出一种迭代算法提高松弛的紧度。然而,在非辐射状气网中,部分管道的流向无法预先判断。为此,文献[15]引入一组整数变量表示管道流向,将管道方程松弛为混合整数二阶锥(MISOC)约束。以此为基础,文献[16]采用S-SOCP保证松弛的紧度。针对S-SOCP仅能在凸优化问题中保证收敛性的问题^[17],文献[16]在S-SOCP迭代几次后整数变量不再变化时固定整数变量,将其转化为SOC规划问题。与之类似,文献[18]采用大M法将管道方程松弛为MISOC约束,并采用基于牛拉法的多平衡节点潮流计算修正松弛解。与SOC松弛类似,文献[19-20]采用一阶泰勒展开将SOC用若干直线包络,避免了锥约束的引入。文献[21]采用牛拉法将非线性方程转化为混合整数线性方程进行迭代求解。此外,文献[22]基于水能耦合模型提出一种近似凸包松弛方法,将非凸优化转化为凸优化。

上述研究成果为MIEGSs分布式优化方法奠定了坚实基础。基于此,文献[23-24]采用分段线性化方法,并直接应用ADMM分布式求解混合整数线性规划问题。文献[13]假设管道流向已知,采用SOC松弛将气网优化问题转化为凸优化问题,从而实现电网与气网的分布式优化,该方法能保证ADMM的收敛性,适用于管道流向已知的辐射状气网。文献[16, 25]对ADMM进行改进,以提升分布式算法在非凸优化问题中的求解性能,其核心在于迭代求解

收稿日期:2019-12-20;修回日期:2020-05-20

基金项目:国家电网公司科技项目(SGHE0000DKJS1900094)

Project supported by the Science and Technology Project of SGCC(SGHE0000DKJS1900094)

分布式优化与整数变量,保证ADMM仅求解凸优化问题。文献[26]采用一种线性近似的气网模型,利用ADMM实现电网与气网的分布式优化。

基于上述研究成果,本文旨在从另一视角出发为问题求解提供可行方案,即在考虑管道流向未知的情况下建立一种基于凸优化的MIEGSs模型。为此,本文提出一种改进SOC松弛方法,首先采用凸包松弛^[22]确定管道流向,然后采用SOC松弛与S-SOCP保证松弛的紧度,最后采用ADMM迭代求解各个区域。在整个求解过程中,ADMM与S-SOCP仅求解凸优化问题以保证收敛性。由于凸优化的求解效率优于非凸优化,所以所提方法能够实现MIEGSs优化调度策略的快速优化求解。

1 MIEGSs数学模型

本文研究的MIEGSs由多个区域子系统通过电力联络线、天然气联络管道相连,其示意图如附录A中图A1所示。各区域系统均具有独立的决策单元,并通过通信网络相连。在分布式优化框架下,各决策单元负责本区域系统优化调度策略的求解。各决策单元间通过交换边界信息实现区域间协同,以确定联络线电功率及联络管道气流量。

1.1 目标函数

MIEGSs的综合用能成本为各区域成本之和,表达式如式(1)所示。

$$\min \sum_{i \in \mathcal{A}} \left[\sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{g_c \in \mathcal{G}_c^i} (c_{g_c}^0 + c_{g_c}^1 p_{g_c,t} + c_{g_c}^2 p_{g_c,t}^2) + \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{w \in \mathcal{W}^i} c_w f_{wt} \right] \quad (1)$$

其中, $\mathcal{A}$ 、 $\mathcal{T}$ 分别为区域、时段集合; $\mathcal{G}_c^i$ 、 $\mathcal{W}^i$ 分别为常规机组、气井集合; $p_{g_c,t}$ 、 f_{wt} 分别为常规机组出力、气井产气量; $c_{g_c}^0$ — $c_{g_c}^2$ 分别为常规机组常数项、一次项、二次项成本系数; c_w 为气井产气成本系数。

1.2 电网约束

本文考虑电力系统中常规机组、燃气机组、电负荷、电力线路等元件,采用直流潮流模型^[16,18]进行建模。区域*i*中电网约束如下。

(1)常规机组与燃气机组出力约束。

$$P_{g_c}^{\min} \leq p_{g_c,t} \leq P_{g_c}^{\max} \quad \forall g_c \in \mathcal{G}_c^i; t \in \mathcal{T} \quad (2)$$

$$P_{g_g}^{\min} \leq p_{g_g,t} \leq P_{g_g}^{\max} \quad \forall g_g \in \mathcal{G}_g^i; t \in \mathcal{T} \quad (3)$$

其中, $\mathcal{G}_g^i$ 、 $p_{g_g,t}$ 分别为燃气机组集合、燃气机组出力; $P_{g_c}^{\max}$ 、 $P_{g_c}^{\min}$ 分别为常规机组出力上、下限; $P_{g_g}^{\max}$ 、 $P_{g_g}^{\min}$ 分别为燃气机组出力上、下限。

(2)常规机组与燃气机组爬坡约束。

$$-R_{g_c}^d \leq p_{g_c,t} - p_{g_c,t-1} \leq R_{g_c}^u \quad \forall g_c \in \mathcal{G}_c^i; t \in \mathcal{T} \quad (4)$$

$$-R_{g_g}^d \leq p_{g_g,t} - p_{g_g,t-1} \leq R_{g_g}^u \quad \forall g_g \in \mathcal{G}_g^i; t \in \mathcal{T} \quad (5)$$

其中, $R_{g_c}^u$ 、 $R_{g_c}^d$ 分别为常规机组的上、下坡率; $R_{g_g}^u$ 、 $R_{g_g}^d$

分别为燃气机组的上、下坡率。

(3)节点功率平衡约束。

$$\sum_{g_c \in \mathcal{G}_c^i(b)} p_{g_c,t} + \sum_{g_g \in \mathcal{G}_g^i(b)} p_{g_g,t} - \sum_{l \in \mathcal{L}_+^i(b)} p_{lt} + \sum_{l \in \mathcal{L}_-^i(b)} p_{lt} - \sum_{j \in \mathcal{A}_e^i(b)} p_{jt}^j = \sum_{d_e \in \mathcal{D}_e^i(b)} P_{d_e,t} \quad \forall b \in \mathcal{B}^i; t \in \mathcal{T} \quad (6)$$

其中, $\mathcal{B}^i$ 为母线集合; $\mathcal{G}_c^i(b)$ 、 $\mathcal{G}_g^i(b)$ 、 $\mathcal{D}_e^i(b)$ 分别为与母线*b*相连的常规机组、燃气机组、电负荷集合; $\mathcal{L}_+^i(b)$ 、 $\mathcal{L}_-^i(b)$ 分别为以母线*b*为首端、末端的线路集合; $\mathcal{A}_e^i(b)$ 为与区域*i*中母线*b*相连的区域集合; p_{lt} 为线路功率; p_{jt}^j 为区域*i*向区域*j*输送的功率; $P_{d_e,t}$ 为电负荷功率。

(4)线路功率约束。

$$|p_{lt}| = (\theta_{l,t} - \theta_{l',t}) / X_l \leq P_l^{\max} \quad \forall l \in \mathcal{L}^i; t \in \mathcal{T} \quad (7)$$

其中, $\mathcal{L}^i$ 为线路集合; $\theta_{l,t}$ 、 $\theta_{l',t}$ 分别为线路首、末端相角; X_l 、 $P_l^{\max}$ 分别为线路电抗、传输容量。

(5)相角上下限约束。

$$-\pi \leq \theta_{bt} \leq \pi \quad \forall b \in \mathcal{B}^i; t \in \mathcal{T} \quad (8)$$

其中, θ_{bt} 为母线相角。

1.3 气网约束

本文考虑气网中气井、燃气压缩机、管道、气负荷、燃气轮机等元件,采用不计动态过程的稳态模型^[16,18]进行建模。区域*i*中气网约束如下。

(1)气井产气量约束。

$$F_w^{\min} \leq f_{wt} \leq F_w^{\max} \quad \forall w \in \mathcal{W}^i; t \in \mathcal{T} \quad (9)$$

其中, $F_w^{\max}$ 、 $F_w^{\min}$ 分别为气井产气量上、下限。

(2)节点压强约束。

$$\tau_n^{\min} \leq \tau_{nt} \leq \tau_n^{\max} \quad \forall n \in \mathcal{N}^i; t \in \mathcal{T} \quad (10)$$

其中, $\mathcal{N}^i$ 为节点集合; τ_{nt} 为节点压强平方; $\tau_n^{\max}$ 、 $\tau_n^{\min}$ 分别为节点压强平方上、下限。

(3)管道稳态方程约束^[16,18]。

$$f_{pt} |f_{pt}| = \psi_p (\tau_{p^+,t} - \tau_{p^-,t}) \quad \forall p \in \mathcal{P}^i; t \in \mathcal{T} \quad (11)$$

其中, $\mathcal{P}^i$ 为管道集合; f_{pt} 为流过管道的流量,其不计管道内存气的影响; $\tau_{p^+,t}$ 、 $\tau_{p^-,t}$ 分别为管道首、末端节点压强平方; ψ_p 为管道常数。

(4)燃气压缩机约束^[16,18,25]。

$$\tau_{c^-,t} \leq Z_c^2 \tau_{c^+,t}, f_{ct}^+ \geq 0 \quad \forall c \in \mathcal{C}^i; t \in \mathcal{T} \quad (12)$$

$$f_{ct}^- = (1 - \lambda_c) f_{ct}^+ \quad \forall c \in \mathcal{C}^i; t \in \mathcal{T} \quad (13)$$

其中, $\mathcal{C}^i$ 为燃气压缩机集合; f_{ct}^+ 、 f_{ct}^- 分别为燃气压缩机流入、流出流量; $\tau_{c^+,t}$ 、 $\tau_{c^-,t}$ 分别为燃气压缩机入口、出口压强平方; Z_c 、 λ_c 分别为最大压缩比、耗气量系数。

(5)节点流量平衡约束。

$$\sum_{w \in \mathcal{W}^i(n)} f_{wt} - \sum_{p \in \mathcal{P}_+^i(n)} f_{pt} + \sum_{p \in \mathcal{P}_-^i(n)} f_{pt} - \sum_{c \in \mathcal{C}_+^i(n)} f_{ct}^+ + \sum_{c \in \mathcal{C}_-^i(n)} f_{ct}^- - \sum_{j \in \mathcal{A}_e^i(n)} f_{jt}^j - \sum_{d_g \in \mathcal{D}_g^i(n)} F_{d_g,t} - \sum_{g_g \in \mathcal{G}_g^i(n)} f_{g_g,t} = 0 \quad \forall n \in \mathcal{N}^i; t \in \mathcal{T} \quad (14)$$

其中, $\mathcal{W}^i(n)$ 、 $\mathcal{D}_g^i(n)$ 、 $\mathcal{G}_g^i(n)$ 分别为与节点 n 相连的气井、气负荷、燃气机组集合; $\mathcal{P}_+^i(n)$ 、 $\mathcal{P}_-^i(n)$ 分别为以节点 n 为首、末端节点的管道集合; $\mathcal{C}_+^i(n)$ 、 $\mathcal{C}_-^i(n)$ 分别为以节点 n 为入口、出口的燃气压缩机集合; $\mathcal{A}_g^i(n)$ 为与区域 i 中节点 n 相连的区域集合; f_i^j 为区域 i 向区域 j 输送的流量; F_{d_i} 、 f_{g_i} 分别为气负荷流量、燃气机组耗气量。

1.4 耦合约束

在 MIEGSs 模型中,耦合约束包含电-气耦合约束以及区域间耦合约束。

(1) 电-气耦合约束^[12,14,18,25]。

$$p_{g_i} = f_{g_i} \eta_{g_i} K \quad \forall g_i \in \mathcal{G}_g^i; t \in \mathcal{T} \quad (15)$$

其中, η_{g_i} 、 K 分别为燃气机组效率、天然气热值。

(2) 区域间耦合约束^[16]。

区域 i 中母线 h 与区域 j 中母线 b 通过联络线相连,两区域气网通过联络管道相连,区域 i 与区域 j 的耦合关系如式(16)~(18)所示。式(16)表示区域 i 与区域 j 中计算得到的联络线两端母线相角相同,式(17)表示联络线容量约束,式(18)表示区域 i 与区域 j 中计算得到的联络管道流量互为相反数。

$$\theta_{bt}^i = \theta_{bt}^j \theta_{ht}^i = \theta_{ht}^j \quad \forall i \in \mathcal{A}; t \in \mathcal{T}; j \in \mathcal{A}_e^i \quad (16)$$

$$|P_{ij}^j| = \left| \frac{\theta_{ht}^i - \theta_{bt}^i}{X_{ij}} \right| \leq P_{ij}^{\max} \quad \forall i \in \mathcal{A}; t \in \mathcal{T}; j \in \mathcal{A}_e^i \quad (17)$$

$$f_{ij}^j + f_{ij}^i = 0, |f_{ij}^j| \leq F_{ij}^{\max} \quad \forall i \in \mathcal{A}; t \in \mathcal{T}; j \in \mathcal{A}_g^i \quad (18)$$

其中, $\mathcal{A}_e^i$ 、 $\mathcal{A}_g^i$ 分别为与区域 i 通过电联络线、气联络管道相连的区域集合; θ_{bt}^i 、 θ_{ht}^i 分别为区域 i 中求解得到的联络线两端母线 b 、 h 的相角; θ_{bt}^j 、 θ_{ht}^j 分别为区域 j 中求解得到的联络线两端母线 b 、 h 的相角; p_{ij}^j 、 p_{ij}^i 分别为区域 i 、 j 中求解得到的联络管道流量; X_{ij} 、 $P_{ij}^{\max}$ 分别为区域间联络线的电抗、传输容量; $F_{ij}^{\max}$ 为区域间联络管道的传输容量。

2 求解方法

2.1 MIEGSs 优化调度策略快速求解流程

本文提出一种 MIEGSs 优化调度策略快速求解流程,如图 1 所示。考虑到气网模型非凸非线性的特点以及管道流向未知的情况,提出一种改进 SOC 松弛方法将非凸优化模型转化为凸优化模型,通过 S-SOCP、ADMM 分别实现松弛解的收紧与多区域间分布式优化。S-SOCP 与 ADMM 的详细步骤分别见附录 B 和附录 C。

2.2 改进 SOC 松弛方法

为建立一种考虑管道流向未知的 IEGS 凸优化模型,本文提出一种改进 SOC 松弛方法,包含凸包松弛和 SOC 松弛这 2 个步骤。

(1) 凸包松弛方法。

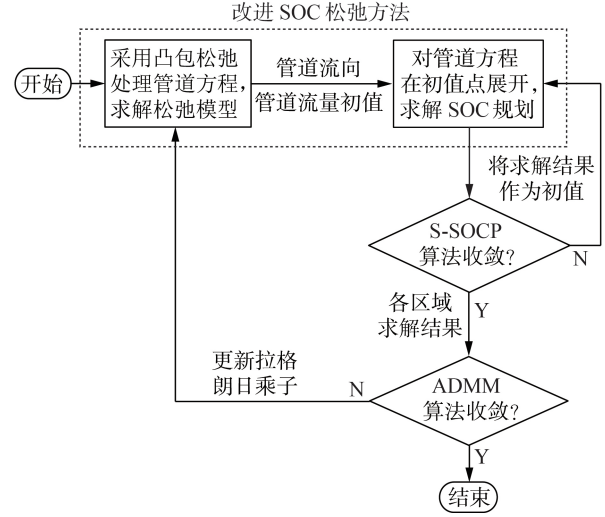


图 1 MIEGSs 优化调度快速求解方法流程图

Fig.1 Flowchart of fast solution method for optimal dispatching of MIEGSs

管道方程的凸包松弛方法见图 2。气网管道方程曲线如图 2 中黑色曲线所示,点 A 和点 C 为曲线的端点,端点坐标可由管道两端节点压强上下限求得。由此构造一种近似凸包^[22],即四边形区域 $ABCD$,其数学表达式如式(19)所示。

$$\begin{cases} \tau_{p^+t} - \tau_{p^-t} \leq (\sqrt{8}-2) \frac{F_p^{\max}}{\psi_p} f_{pt} + (3-\sqrt{8}) \frac{(F_p^{\max})^2}{\psi_p} \\ \tau_{p^+t} - \tau_{p^-t} \geq (2-\sqrt{8}) \frac{F_p^{\min}}{\psi_p} f_{pt} + (\sqrt{8}-3) \frac{(F_p^{\min})^2}{\psi_p} \\ \tau_{p^+t} - \tau_{p^-t} \geq 2F_p^{\max} f_{pt}/\psi_p - (F_p^{\max})^2/\psi_p \\ \tau_{p^+t} - \tau_{p^-t} \leq -2F_p^{\min} f_{pt}/\psi_p + (F_p^{\min})^2/\psi_p \end{cases} \quad (19)$$

$$F_p^{\max} = \sqrt{\frac{\tau_{p^+}^{\max} - \tau_{p^-}^{\min}}{\psi_p}}, F_p^{\min} = -\sqrt{\frac{\tau_{p^+}^{\max} - \tau_{p^-}^{\min}}{\psi_p}}$$

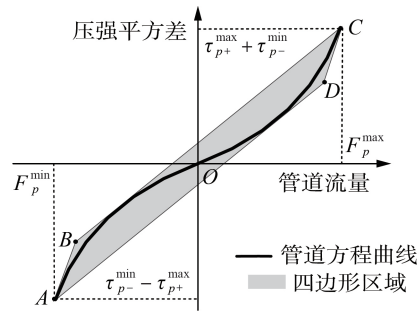


图 2 管道方程的凸包松弛方法

Fig.2 Convex hull relaxation method of pipeline equation

将式(19)作为式(11)的松弛形式,得到并求解松弛模型,根据求解得到的管道流量确定管道流向,无需引入整数变量。由于 IEGS 优化调度问题本质上属于非凸优化范畴,故无法在理论上实现全局寻优。目前大部分研究工作有的将原非凸优化问题直

接交由非线性优化求解器例如 OPTI-IPOPT 等求解,但其求解计算效率不稳定;有的采用凸松弛技术将原非凸优化问题转化为凸优化问题或者可由商业求解器直接求解的问题如混合整数规划,进而求得近似解。因此,本文所提方法无法从理论上保证松弛方法所求管道流向的正确性,但在仿真测试算例中效果良好,具有一定的工程应用价值。

(2) SOC 松弛方法。

根据凸包松弛得到的管道流向,式(11)可由式(20)、(21)等价表示,本文以管道流向是首端流向末端为例进行分析。式(20)为凸的 SOC 约束,而式(21)为非凸约束。本文采用 S-SOCP 对式(21)进行处理,将凸包松弛得到的管道流量作为 S-SOCP 的迭代初值。

$$\psi_p(\tau_{p^i,t} - \tau_{p^i,t}) - f_{p^i,t}^2 \geq 0 \quad \forall p \in \mathcal{P}^i; t \in \mathcal{T} \quad (20)$$

$$f_{p^i,t}^2 - \psi_p(\tau_{p^i,t} - \tau_{p^i,t}) \geq 0 \quad \forall p \in \mathcal{P}^i; t \in \mathcal{T} \quad (21)$$

3 算例分析

3.1 优化调度策略分析

本文以一个两区域 IEGS 为测试算例,其拓扑如附录 D 中图 D1 所示。取调度周期为 24 个时段,算例参数见文献[27]。其中,区域 1 为 5 节点电网与 7 节点气网构成的耦合系统,下文简称 E5G7;区域 2 为 6 节点电网与 6 节点气网构成的耦合系统,下文简称 E6G6。

通过优化求解能够得到两区域 IEGS 的优化调度策略,联络线功率与联络管道流量曲线如附录 D 中图 D2 所示,图中黑色方形曲线表示联络线功率,灰色圆形曲线表示联络管道流量,均取区域 1 流向区域 2 为正方向。从图 D2 中可知,区域 1 向区域 2 同时提供电力与天然气,且无功率及天然气反送情况。

分布式 ADMM 的原残差与对偶残差收敛过程如附录 D 中图 D3 所示,图中黑色方块、灰色圆点实线分别为原残差与对偶残差的迭代曲线,黑色、灰色虚线分别为原残差、对偶残差的收敛裕度。由图 D3 可知,原残差与对偶残差分别在第 5 次、第 7 次迭代时迅速降低并满足收敛裕度。为验证分布式算法的有效性,将分布式求解结果与集中式求解结果进行对比,两区域目标函数之和的迭代过程曲线如图 3 所示。由图 3 可见集中式求解结果为 $\$ 2.2962 \times 10^7$;

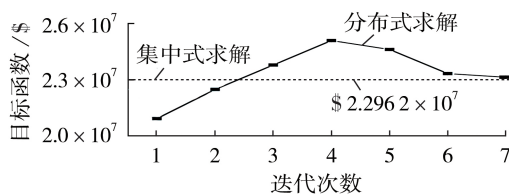


图3 目标函数的迭代过程

Fig.3 Iteration process of objective function

经过 7 次迭代,分布式求解结果收敛到 $\$ 2.3120 \times 10^7$,相对误差为 0.688%,说明采用 ADMM 能够快速收敛至最优解。

为验证分布式优化的求解结果满足区域间耦合约束,对区域间耦合约束的偏差量进行测试。各时段相角偏差量与流量偏差量最大值随迭代次数的变化曲线如附录 D 中图 D4 所示,图中黑色方形实线为相角偏差量最大值,灰色圆形实线为流量偏差量最大值。由图 D4 可知,相角偏差量随迭代次数增多逐渐减小,而流量偏差量在前 4 次迭代时基本不变,二者均在第 5 次迭代时迅速减小;当 ADMM 收敛时,相角偏差量与流量偏差量均足够小,说明 ADMM 能够快速收敛以实现区域间协同。

3.2 改进 SOC 松弛有效性测试

为便于测试改进 SOC 松弛方法的有效性,本文对区域 1 与区域 2 分别进行测试。单独测试区域 2 子系统时, S-SOCP 的迭代过程如附录 D 中图 D5 所示,图中所示松弛变量与目标函数差值均作为算法的收敛指标。由图 D5 可知,在区域 2 子系统下 S-SOCP 经过 3 次迭代即可收敛,迭代过程中松弛变量与目标函数差值不断减小,即管道方程式(11)的等号两边不平衡量不断减小,且目标函数趋于稳定。在区域 1 子系统下, S-SOCP 经过 1 次迭代即可收敛,相应结果不再重复展示。 S-SOCP 的快速收敛验证了采用改进 SOC 松弛方法能够得到正确的管道流向,并提供合适的初值使得 S-SOCP 经过较少次数的迭代即可收敛。

在得到管道流向后,所提方法退化为已知流向的 SOC 松弛法,与文献[13]的差异仅在于求解初值的方法,文献[13]采用未收紧的 SOC 模型求解初值,使得 S-SOCP 的迭代次数相比于以 0 为初值的方法大幅缩减。当 S-SOCP 收敛阈值相同时,采用改进 SOC 松弛与 SOC 松弛的迭代次数与求解时间如表 1 所示。可见 2 种方法在迭代次数及求解时间上无明显差异,验证了改进 SOC 松弛方法具有良好的收敛性能。

表1 改进 SOC 松弛与已知管道流向的 SOC 松弛对比

Table 1 Comparison between improved SOC relaxation and SOC relaxation with gas flow direction determined

测试系统	松弛方法	S-SOCP 求解 时间 / s	S-SOCP 迭代次数	初值求解 时间 / s
E5G7	改进 SOC	0.1220	1	0.1901
	SOC	0.2241	1	0.1464
E6G6	改进 SOC	0.4008	3	0.1102
	SOC	0.2488	1	0.1449
E39G20	改进 SOC	0.2850	1	0.1676
	SOC	0.4779	2	0.1671

3.3 改进 SOC 松弛方法的性能影响因素分析

由 3.2 节可知,区域 1 与区域 2 在相同算法的情

况下所需迭代次数不同,即算例参数对改进 SOC 松弛方法的求解性能有一定影响。S-SOCP 的迭代次数与初值解的质量有一定的关联性^[13],即本文所构造凸松弛方法在不同算例数据下求得初值解的质量存在一定差异。

在区域 2 测试系统下,管道流量初值解与终值解(收敛后的结果)的对比情况呈现如下规律:天然气负荷较高时,初值解与终值解存在差异,且负荷越高差异越大;天然气负荷较低时,初值解与终值解相同。2 种典型时段(重载时段与轻载时段)下的数据如表 2 所示。

表 2 区域 2 中管道流量初值解与终值解对比

Table 2 Comparison between initial and final solutions of pipeline gas flow in Area 2

管道	重载时段下的 管道流量 / (Mm ³ ·h ⁻¹)		轻载时段下的 管道流量 / (Mm ³ ·h ⁻¹)	
	初值解	终值解	初值解	终值解
p_1	2.6256	2.6256	1.8598	1.8598
p_2	1.0279	1.2182	1.0080	1.0080
p_3	1.6128	1.6128	1.1424	1.1424
p_4	2.4377	2.2474	1.4468	1.4468
p_5	4.0505	3.8602	2.5892	2.5892

为便于分析重载时段下管道流量初值解与终值解的差异,图 4 展示了重载时段下初值解与终值解对应的管道流量分布情况。由图 4 可知,初值解中气井 w_1 的产气量高于终值解。在区域 2 气网参数中,气井 w_1 的成本系数低于 w_2 。显然,气网约束(节点压强约束)限制了气井 w_1 的产气量,但求解管道流量初值解时使用的凸松弛方法松弛了管道方程约束,导致初值解中气井 w_1 的产气量过高。然而,初值解对应的优化调度策略并不可行,将会导致节点压强越限。终值解对应的重载时段的节点压强如表 3 所示。由表 3 可知,节点 n_1 、 n_6 的压强分别达到下限

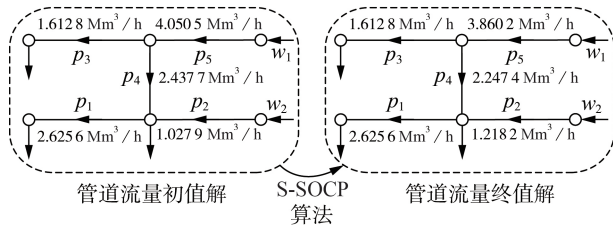


图 4 重载时段的管道流量初值解与终值解

Fig.4 Initial and final solutions of pipeline gas flow during heavy load period

表 3 重载时段的节点压强

Table 3 Nodal pressures during heavy load period

节点	终值解 / bar	上限 / bar	下限 / bar	节点	终值解 / bar	上限 / bar	下限 / bar
n_1	7.34	24.84	7.34	n_4	16.75	32.07	7.34
n_2	5.45	27.93	7.34	n_5	23.82	32.07	7.34
n_3	14.54	28.95	7.34	n_6	36.21	36.21	7.34

与上限,即部分管道传输流量达到上限时,终值解即为最优解。

在区域 1 子系统下,管道流量初值解与终值解相同,初值解与终值解的对比情况不再展示,此时 S-SOCP 仅需 1 次迭代即可收敛。

综上可知,改进 SOC 松弛方法的求解性能受气网负荷水平影响。值得注意的是,本节所提气网负荷水平(重载与轻载)划分仅为定性分析,并无定量划分标准。

3.4 方法求解性能对比测试

为验证所提方法的求解性能,本文首先以 4 个单一区域 IEGS (E6G6、E5G7、E39G20、E118G48) 为测试算例将所提算法与现有方法(包括方法 1 线性优化法、方法 2 分段线性化法、方法 3 考虑管道流向的 SOC 松弛法)进行对比,对比结果如表 4 所示。其中,时间项表示对应方法的整体求解时间;误差项表示管道方程两边的不平衡量百分数,如式(22)所示,该指标具有一定的随机性,方法 3 与本文所提方法的误差虽有差异,但 2 种方法采用相同的 S-SOCP 收敛精度。在现有方法中,非线性优化法通过非线性求解器 IPOPT 直接求解非线性模型;分段线性化法将非线性规划转化为混合整数线性规划^[9-11];考虑管道流向的 SOC 松弛法引入整数变量表示管道流向,将管道方程约束式(11)转化为 MISOC 约束^[16],并采用 S-SOCP 保证松弛的紧度。

表 4 单区域系统下 4 种求解方法的性能对比

Table 4 Comparison of performance among four solution methods under single area system

测试系统	求解方法	目标函数 / \$	误差 / %	时间 / s
E6G6	方法 1	1.9977×10^7	2.5314×10^{-8}	0.177
	方法 2	1.9977×10^7	0.76	0.596
	方法 3	1.9977×10^7	1.3834×10^{-4}	0.497
	本文方法	1.9977×10^7	4.6121×10^{-6}	0.401
E5G7	方法 1	4.6575×10^6	1.7996×10^{-6}	0.211
	方法 2	4.6575×10^6	5.0833×10^{-2}	2.305
	方法 3	4.6575×10^6	5.3236×10^{-4}	0.432
	本文方法	4.6575×10^6	1.3218×10^{-4}	0.195
E39G20	方法 1	5.8776×10^6	5.7732×10^{-13}	0.628
	方法 2	5.7636×10^6	1.67	19.742
	方法 3	5.8776×10^6	2.8092×10^{-3}	1.029
	本文方法	5.8776×10^6	9.0538×10^{-7}	0.244
E118G48	方法 1	1.9886×10^6	1.9943×10^{-8}	1.724
	方法 2	1.9883×10^6	1.60	63.258
	方法 3	1.9886×10^6	4.8516×10^{-3}	14.684
	本文方法	1.9886×10^6	2.2491×10^{-2}	0.693

$$G = \left| \frac{\psi_p(\tau_{p^*t} - \tau_{p^*t}) - f_{pt}^2}{f_{pt}^2} \right| \times 100\% \quad (22)$$

由表 4 可知,本文所提方法与现有方法在 4 个测试系统下的求解结果较为接近,而且本文所提方法在 E5G7、E39G20、E118G48 系统下的求解时间均优

于现有方法。在E6G6系统下,S-SOCP需要3次迭代方可收敛,从而导致总求解时间比方法1长。尽管本文所提方法的求解速度在部分算例条件下次于现有方法,但本文所提方法基于凸优化,具有求解性能稳定、求解时间不随系统规模扩大而大幅增加的优点。而用内点法求解的方法1有求解性能不稳定的缺陷,在后续的多区域系统测试中甚至出现不可解的情况。此外,本文所提方法在E39G20、E118G48系统下的求解时间较现有方法缩短了50%以上,验证了本文所提方法在大规模系统下的计算效率优势。

在单区域IEGS测试结果的基础上,本文采用如附录D中图D1所示MIEGSs测试算例,根据仿真时段数目定义3种场景,在3种场景下将所提方法与现有方法进行对比测试,并保证ADMM算法的参数一致,测试结果如表5所示。表中“—”表示算法求解失败,具体表现为方法1在经过几次ADMM迭代后出现不收敛或求解失败的现象。

表5 两区域系统下4种求解方法的性能对比

Table 5 Comparison of performance between four solution methods under two-area system

时段数	求解方法	目标函数 / \$	误差 / %	时间 / s
2	方法1	1.9850×10^6	9.9976×10^{-5}	2.099
	方法2	1.9850×10^6	0.622	13.594
	方法3	1.9850×10^6	1.9317×10^{-2}	4.886
	本文方法	1.9850×10^6	1.1484×10^{-4}	3.117
6	方法1	—	—	—
	方法2	6.4502×10^6	0.622	73.115
	方法3	6.4486×10^6	3.7997×10^{-2}	6.842
	本文方法	6.4492×10^6	1.1476×10^{-2}	4.107
24	方法1	—	—	—
	方法2	2.3772×10^7	0.622	753.690
	方法3	2.3770×10^7	1.2252×10^{-2}	24.132
	本文方法	2.3770×10^7	5.5747×10^{-3}	14.733

从表5中可知,除方法1外,其余方法在3种场景下均可以求出最优解;本文所提方法的求解时间仅在2个时段场景下高于方法1,在其余场景下均为最小值。尽管方法1在2个时段场景下求解时间优于所提方法,但其求解性能不稳定,容易出现不可解的情况。方法2、3的求解时间随着时段数增加而大幅增加,原因是2种方法均引入整数变量,整数变量随着时段数的增加而增多,使得求解复杂度大幅增加。相较于方法3,本文所提方法的求解时间缩短70%以上(如6个时段与24个时段算例),验证了本文所提方法的有效性。

在现有算例基础上,本文构造了一个三区域IEGS,拓扑结构与算例参数见文献[27],仿真时段数为24。经过仿真测试得到ADMM算法的迭代次数为20次,总的求解时间为314.156 s,验证了本文所提方法在大规模系统下的适用性。

4 结论

为实现分布式决策框架下的MIEGSs优化调度策略求解,本文提出一种基于改进SOC松弛的MIEGSs优化调度快速求解方法。首先通过凸松弛将管道方程约束转化为线性约束,进而得到管道流量初值解及管道流向;然后采用S-SOCP得到管道流量终值解;最后采用ADMM迭代求解各个区域以实现各区域间协同。在该方法下,所求解问题均为凸优化问题,S-SOCP与ADMM的收敛性及求解性能均能够得到保证。通过算例分析验证了改进SOC松弛方法的求解性能,并分析了算例参数对求解性能的影响,采用凸松弛得到的初值解经过较少次数S-SOCP迭代即可收敛。与现有方法的对比分析验证了所提方法在单区域、多区域算例系统下均具有明显的计算效率优势。另外,考虑气网动态^[28]及时间尺度差异问题^[29],也是未来研究的重点。

附录见本刊网络版(<http://www.epae.cn>)。

参考文献:

- [1] 董朝阳,赵俊华,文福拴,等. 从智能电网到能源互联网:基本概念与研究框架[J]. 电力系统自动化,2014,38(15):1-11.
DONG Zhaoyang, ZHAO Junhua, WEN Fushuan, et al. From smart grid to energy internet: basic concept and research framework[J]. Automation of Electric Power Systems, 2014, 38(15):1-11.
- [2] SHAHIDEHPOUR M, FU Y, WIEDMAN T. Impact of natural gas infrastructure on electric power systems[J]. Proceedings of the IEEE, 2005, 93(5):1042-1056.
- [3] SUN H, GUO Q, ZHANG B, et al. Integrated energy management system: concept, design, and demonstration in China[J]. IEEE Electrification Magazine, 2018, 6(2):42-50.
- [4] 彭克,张聪,徐丙垠,等. 多能协同综合能源系统示范工程现状与展望[J]. 电力自动化设备,2017,37(6):3-10.
PENG Ke, ZHANG Cong, XU Bingyin, et al. Status and prospect of pilot projects of integrated energy system with multi-energy collaboration[J]. Electric Power Automation Equipment, 2017, 37(6):3-10.
- [5] 陈胜,卫志农,孙国强,等. 电-气互联综合能源系统安全分析与优化控制研究综述[J]. 电力自动化设备,2019,39(8):3-11.
CHEN Sheng, WEI Zhinong, SUN Guoqiang, et al. Review on security analysis and optimal control of electricity-gas integrated energy system[J]. Electric Power Automation Equipment, 2019, 39(8):3-11.
- [6] BOYD S, PARIKH N, CHU E, et al. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers[J]. Foundations & Trends in Machine Learning, 2010, 3(1):1-122.
- [7] 翟俊义,周明,李庚银,等. 考虑可消纳风电区间的多区电力系统分散协调鲁棒调度方法[J]. 电网技术,2018,42(3):747-755.
ZHAI Junyi, ZHOU Ming, LI Gengyin, et al. A decentralized and robust dispatch approach for multi-area power system considering accommodated wind power interval[J]. Power System Technology, 2018, 42(3):747-755.

- [8] 张思德, 胡伟, 卫志农, 等. 基于机会约束规划的电-气互联综合能源系统随机最优潮流[J]. 电力自动化设备, 2018, 38(9): 121-128.
ZHANG Side, HU Wei, WEI Zhihong, et al. Stochastic optimal power flow of integrated power and gas energy system based on chance-constrained programming[J]. Electric Power Automation Equipment, 2018, 38(9): 121-128.
- [9] CORREA-POSADA C M, PEDRO S M. Gas network optimization: a comparison of piecewise linear models [EB/OL]. (2014-06-22)[2019-12-20]. <https://pdfs.semanticscholar.org/9226/1ed0f303642270fe6b23a71eef30adbcb43.pdf>.
- [10] 王珂, 王芑, 许苑, 等. 考虑风电消纳能力的电-气集成系统多目标运行优化[J]. 电力建设, 2018, 39(6): 105-116.
WANG Ke, WANG Peng, XU Yuan, et al. Multi-objective operation optimization for integrated electricity and gas system considering the accommodation capability of wind power[J]. Electric Power Construction, 2018, 39(6): 105-116.
- [11] CORREA-POSADA C M, PEDRO S M. Integrated power and natural gas model for energy adequacy in short-term operation [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2015, 30(6): 3347-3355.
- [12] HE Y, SHAHIDEHPOUR M, LI Z, et al. Robust constrained operation of integrated electricity-natural gas system considering distributed natural gas storage [J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2018, 9(3): 1061-1071.
- [13] WANG C, WEI W, WANG J, et al. Convex optimization based distributed optimal gas-power flow calculation [J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2018, 9(3): 1145-1156.
- [14] CHEN S, CONEJO A J, SIOSHANSI R, et al. Unit commitment with an enhanced natural gas-flow model [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(5): 3729-3738.
- [15] 周贤正, 郭创新, 陈玮, 等. 基于混合整数二阶锥的配电网联合规划[J]. 电力自动化设备, 2019, 39(6): 1-11.
ZHOU Xianzheng, GUO Chuangxin, CHEN Wei, et al. Joint planning of electricity-gas distribution network based on mixed integer second-order cone programming [J]. Electric Power Automation Equipment, 2019, 39(6): 1-11.
- [16] HE Y, YAN M, SHAHIDEHPOUR M, et al. Decentralized optimization of multi-area electricity-natural gas flows based on cone reformulation [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(4): 4531-4542.
- [17] LIPP T, BOYD S. Variations and extension of the convex-concave procedure [J]. Optimization and Engineering, 2016, 17(2): 263-287.
- [18] LIU F, BIE Z, WANG X. Day-ahead dispatch of integrated electricity and natural gas system considering reserve scheduling and renewable uncertainties [J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2018, 10(2): 646-658.
- [19] CUI H, LI F, HU Q, et al. Day-ahead coordinated operation of utility-scale electricity and natural gas networks considering demand response based virtual power plants [J]. Applied Energy, 2016, 176: 183-195.
- [20] HE C, WU L, LIU T, et al. Co-optimization scheduling of interdependent power and gas systems with electricity and gas uncertainties [J]. Energy, 2018, 159: 1003-1015.
- [21] QIU J, YANG H, ZHAO Y, et al. A linear programming approach to expansion co-planning in gas and electricity markets [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(5): 3594-3606.
- [22] LI Q, YU S, AL-SUMAITI A, et al. Micro water-energy nexus: optimal demand-side management and quasi-convex hull relaxation [J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems, 2018, 6(4): 1313-1322.
- [23] 瞿小斌, 文云峰, 叶希, 等. 基于串行和并行ADMM算法的电-气能量流分布式协同优化[J]. 电力系统自动化, 2017, 41(4): 12-19.
QU Xiaobin, WEN Yunfeng, YE Xi, et al. Distributed optimization of electric-gas integrated energy flow using serial and parallel iterative modes for alternating direction method of multipliers [J]. Automation of Electric Power Systems, 2017, 41(4): 12-19.
- [24] 魏震波, 黄宇涵. 计及需求侧管理的多电-气互联综合能源系统分散协调调度[J]. 电力自动化设备, 2019, 39(8): 277-285.
WEI Zhenbo, HUANG Yuhuan. Decentralized coordinated dispatch for multiple integrated electricity-gas energy systems considering demand side management [J]. Electric Power Automation Equipment, 2019, 39(8): 277-285.
- [25] HE C, WU L, LIU T, et al. Robust co-optimization scheduling of electricity and natural gas systems via ADMM [J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2017, 8(2): 658-670.
- [26] 赵波, 倪筹帷, 李志浩, 等. 基于自适应步长ADMM的电-气混联系统多时间尺度优化调度[J]. 电力自动化设备, 2019, 39(8): 294-299.
ZHAO Bo, NI Chouwei, LI Zhihao, et al. Multi-time scale optimal scheduling of electricity-gas hybrid system based on adaptive step size ADMM [J]. Electric Power Automation Equipment, 2019, 39(8): 294-299.
- [27] 贾楠. Data [DB/OL]. (2019-12-23)[2020-05-20]. https://www.researchgate.net/publication/338067032_Data_of_Test_Systems_for_A_Fast_Solution_Method_for_Optimal_Dispatch_of_MultiArea_Integrated_ElectricGas_System_Based_on_Improved_Second-order_Cone_Relaxation.
- [28] 杨秀, 杨云蔚, 张美霞, 等. 电网动态潮流下多能源网与能量枢纽的联合调度[J]. 电力自动化设备, 2020, 40(5): 16-25.
YANG Xiu, YANG Yunwei, ZHANG Meixia, et al. Coordinated dispatch of multi-energy network and energy hubs considering dynamic natural gas flow [J]. Electric Power Automation Equipment, 2020, 40(5): 16-25.
- [29] 顾伟, 陆帅, 姚帅, 等. 综合能源系统混合时间尺度运行优化[J]. 电力自动化设备, 2019, 39(8): 203-213.
GU Wei, LU Shuai, YAO Shuai, et al. Hybrid time-scale operation optimization of integrated energy system [J]. Electric Power Automation Equipment, 2019, 39(8): 203-213.

作者简介:



张勇

张勇(1976—),男,山东成武人,高级工程师,硕士,主要研究方向为电网调度运行控制管理(E-mail: zhangy@he.sgcc.com.cn);

李晨(1983—),男,河北保定人,高级工程师,硕士,主要研究方向为配电网运行控制管理(E-mail: li-chen1@sgcc.com.cn);

贾楠(1996—),男,山东菏泽人,硕士研究生,通信作者,主要研究方向为综合能源系统优化与控制(E-mail: jianan96dqgc@163.com)。

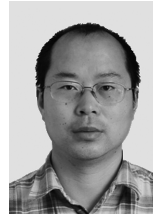
(编辑 李玮)

(下转第52页 continued on page 52)

ZHAO Yuan, YANG Xiaosong, XIE Kaigui. Parameter sensitivity and optimal allocation of UPFCs in bulk power systems reliability assessment[J]. Automation of Electric Power Systems, 2012, 36(1): 55-60.

作者简介:

李生虎(1974—),男,安徽合肥人,教授,博士研究生导师,博士,主要研究方向为电力系统规划与可靠性、风电系统分析与控制、柔性输电技术在电力系统中的应用(E-mail: shenghuli@hfut.edu.cn);



李生虎

齐涛(1995—),男,安徽铜陵人,硕士研究生,主要研究方向为柔性直流输电、风电系统分析与控制(E-mail: qitao@mail.hfut.edu.cn);

张楠(1996—),女,安徽淮南人,硕士研究生,主要研究方向为含特高压直流输电系统的可靠性分析(E-mail: 2018110352@mail.hfut.edu.cn)。

(编辑 李玮)

Optimal power flow and sensitivity analysis for power system with DFIG-wind farms integrated through AC / VSC-HVDC power transmission

LI Shenghu, QI Tao, ZHANG Nan, ZHAO Huijie, HU Tao

(School of Electrical Engineering and Automation, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: Considering wind speed fluctuation and switch of VSC (Voltage-Source Converter) control mode, the DCPFC (Direct-Current Power Flow Controller) is introduced to the power system with DFIG-wind farms integrated through AC / VSC-HVDC (AC / VSC-High Voltage Direct Current). An optimal power flow model that minimizes the power loss of AC / VSC-HVDC grid and the DC voltage deviation index is developed, which includes detailed configuration of DFIG, so as to optimize the control variables of DFIG and VSC-HVDC. The sensitivities of the objective function with respect to the constraints of DFIG and VSC-HVDC are derived based on Lagrange multipliers at the optimal solution. As a result, the power flow control capability of both DFIG and VSC-HVDC is evaluated. The effectiveness and potential applications of the proposed model and the sensitiveness analysis are validated by numerical results of IEEE 14-bus system.

Key words: doubly-fed induction generator; wind farms; VSC-HVDC power transmission; DCPFC; optimal power flow; sensitivity analysis

(上接第45页 continued from page 45)

Fast solution method for optimal dispatching of multi-area integrated electricity-gas systems based on improved second-order cone relaxation

ZHANG Yong¹, LI Chen², JIA Nan³, LIU Nian³, WANG Cheng³

(1. State Grid Hebei Electric Power Company, Shijiazhuang 050011, China;

2. National Electric Power Dispatching and Control Center, Beijing 100032, China;

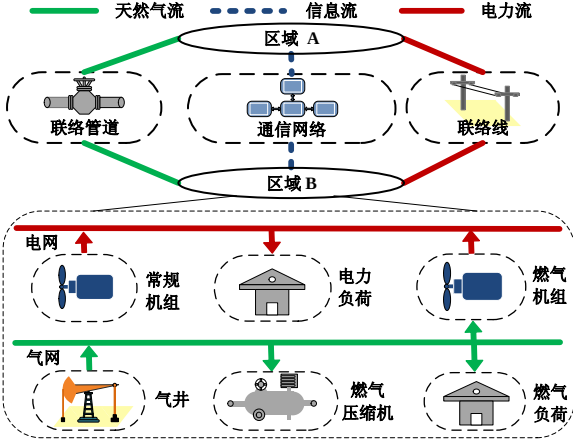
3. State Key Laboratory of Alternate Electrical Power System with Renewable Energy Sources, North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

Abstract: As for the difficulties of area sub-problem's non-convexity in the solution of optimal dispatch strategy for MIEGSs (Multi-area Integrated Electricity-Gas Systems), an improved SOC (Second-Order Cone) relaxation method that can achieve fast calculation is proposed. The mathematical model of MIEGSs is developed and the pipeline equation constraint is transformed into linear constraint by relaxation, the initial value of pipeline gas flow can be obtained by solving relaxation model, and the gas flow direction can be determined by the initial value. Based on this gas flow direction, SOC relaxation can be adopted without introducing integer variables, and the optimal solution of area sub-problem can be acquired. Then, ADMM (Alternating Direction Multipliers Method) is used to solve area sub-problems iteratively to achieve cooperation among areas. In total, the proposed method needs no integer variables introduced, guarantees the convergence of ADMM as only convex optimization problems are solved. In addition, the solution speed of proposed method is relatively high. Lastly, the effectiveness and rapidity of the proposed method are verified through simulation example, and the impact of system parameters on the performance of the proposed method is analyzed.

Key words: multi-area integrated electricity-gas systems; convex optimization; decentralized optimization; improved second-order cone relaxation method; optimal dispatching strategy

附录

附录 A



图A1 MIEGSs 示意图

Fig.A1 Diagram of MIEGSs

附录 B:S-SOCP 算法

根据管道流向，式(11)可由式(B1)、(B2)等表示。根据管道流量初值 f_{pt}^0 ，本文对式(B2)中的平方项在初值点作一阶泰勒展开，得到式(B3)，从而消除式(B2)中的非凸项。

$$\psi_p(\tau_{p^+t} - \tau_{p^-t}) - (f_{pt})^2 \geq 0 \quad \forall p \in \mathcal{P}^i; t \in \mathcal{T} \quad (B1)$$

$$(f_{pt})^2 - \psi_p(\tau_{p^+t} - \tau_{p^-t}) \geq 0 \quad \forall p \in \mathcal{P}^i; t \in \mathcal{T} \quad (B2)$$

$$(f_{pt})^2 \approx 2f_{pt}^0 f_{pt} - (f_{pt}^0)^2 \quad \forall p \in \mathcal{P}^i; t \in \mathcal{T} \quad (B3)$$

下面给出 S-SOCP 算法的求解步骤。

1) 设置迭代次数 $k=1$ ，收敛裕度 δ, ε ，以及其他参数 $\kappa, \sigma_0, O_0, k_{\max}, \sigma_{\max}$ 。

2) 根据式(B3)在初值点作一阶泰勒展开。

3) 求解优化问题(B4)，其中 ξ_{pt}^k 为松弛变量。

$$\min O_k = (1) + \sigma_k \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{p \in \mathcal{P}^i} \xi_{pt}^k$$

$$2f_{pt}^{k-1} f_{pt} - (f_{pt}^0)^2 - \psi_p(\tau_{p^+t} - \tau_{p^-t}) \geq \xi_{pt}^k \quad (B4)$$

$$\text{s.t.} \quad \xi_{pt}^k \geq 0 \quad \forall p \in \mathcal{P}^i; t \in \mathcal{T}$$

$$(2)-(9); (11)-(14); (B1)$$

4) 判断是否满足收敛条件 (式(B5)、(B6))，若满足，求解结束；若不满足，则将求解得到管道流量作为下次迭代的初值，即 $f_{pt}^k = f_{pt}$ ；令 $k = k+1$ ， $\sigma_k = \min(\kappa \sigma_{k-1}, \sigma_{\max})$ ，返回步骤 2)。

$$|O_k - O_{k-1}| \leq \delta \quad (B5)$$

$$\xi_{pt}^k \leq \varepsilon |2f_{pt}^0 f_{pt} - (f_{pt}^0)^2| \quad (B6)$$

假设 S-SOCP 在第 k 次迭代时收敛，此时松弛变量 ξ_{pt}^k 足够小，管道流量 f_{pt} 与初值 f_{pt}^{k-1} 足够接近，求解结果在一定精度条件下满足管道方程约束式(11)，从而保证了求解结果的精确性。由于 S-SOCP

求解的模型均为凸优化模型，算法的收敛性能够得到保证^[17]。

附录 C:ADMM 算法

MIEGSs 模型的紧凑形式如式(C1)、(C2)所示。

$$\min \sum_{i \in \mathcal{A}} F(\mathbf{x}_i) \quad (C1)$$

$$\mathbf{x}_i \in \Omega_i \quad \forall i \in \mathcal{A}$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{A}_e^{ij} \mathbf{x}_i + \mathbf{B}_e^{ij} \mathbf{x}_j = \mathbf{c}_e^{ij} \quad \forall i \in \mathcal{A}; j \in \mathcal{A}_e^i \quad (C2)$$

$$\mathbf{A}_g^{ij} \mathbf{x}_i + \mathbf{B}_g^{ij} \mathbf{x}_j = \mathbf{c}_g^{ij} \quad \forall i \in \mathcal{A}; j \in \mathcal{A}_g^i$$

其中， $\mathbf{x}_i$ 为区域 i 的决策变量； $F(\mathbf{x}_i)$ 为成本函数；

Ω_i 为约束条件； $\mathbf{A}_e^{ij}$ 、 $\mathbf{B}_e^{ij}$ 、 $\mathbf{c}_e^{ij}$ 、 $\mathbf{A}_g^{ij}$ 、 $\mathbf{B}_g^{ij}$ 、 $\mathbf{c}_g^{ij}$ 为常系数矩阵或向量，可由式(16)-(18)得到； $\mathcal{A}_e^i$ 、 $\mathcal{A}_g^i$ 分别为与区域 i 通过联络线、联络管道相连的区域集合。

在分布式优化框架下，各决策单元分别求解各区域子系统，ADMM 算法的求解步骤如下所示。

1) 设置迭代次数 $z=1$ ，原、对偶残差收敛裕度 ε^p 、 ε^d ，各区域决策变量初值 $\mathbf{x}_i^0 (i \in \mathcal{A})$ ，以及约束(16)-(18)对应的对偶变量初值 λ_e^{ij} 、 λ_g^{ij} 。

2) 分别求解区域子系统，目标函数为广义拉格朗日函数式(C3)。

$$L(\mathbf{x}_i) = \min_{\mathbf{x}_i \in \Omega_i} \left\{ F(\mathbf{x}_i) + \sum_{j \in \mathcal{A}_e^i} [(\lambda_e^{ij})^T (\mathbf{A}_e^{ij} \mathbf{x}_i + \mathbf{B}_e^{ij} \mathbf{x}_j - \mathbf{c}_e^{ij}) + \frac{d_e}{2} \|\mathbf{A}_e^{ij} \mathbf{x}_i + \mathbf{B}_e^{ij} \mathbf{x}_j - \mathbf{c}_e^{ij}\|^2] + \sum_{j \in \mathcal{A}_g^i} [(\lambda_g^{ij})^T (\mathbf{A}_g^{ij} \mathbf{x}_i + \mathbf{B}_g^{ij} \mathbf{x}_j - \mathbf{c}_g^{ij})] \right\} \quad (C3)$$

其中， d_e 、 d_g 为拉格朗日常数。

3) 更新对偶变量如下：

$$\lambda_e^{ij,z+1} = \lambda_e^{ij,z} + d_e (\mathbf{A}_e^{ij} \mathbf{x}_i + \mathbf{B}_e^{ij} \mathbf{x}_j - \mathbf{c}_e^{ij}) \quad \forall i \in \mathcal{A}; j \in \mathcal{A}_e^i \quad (C4)$$

$$\lambda_g^{ij,z+1} = \lambda_g^{ij,z} + d_g (\mathbf{A}_g^{ij} \mathbf{x}_i + \mathbf{B}_g^{ij} \mathbf{x}_j - \mathbf{c}_g^{ij}) \quad \forall i \in \mathcal{A}; j \in \mathcal{A}_g^i$$

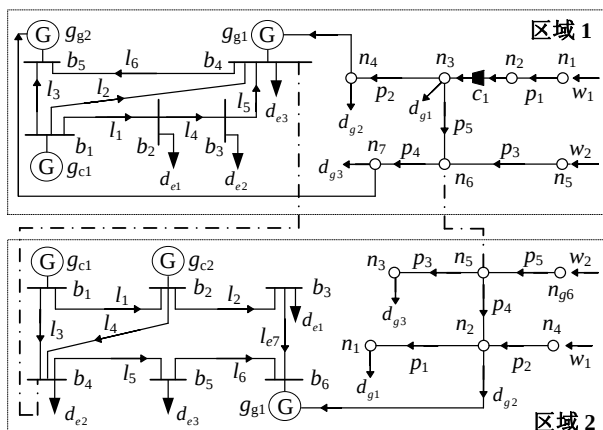
4) 判断是否满足收敛条件式(C5)，若满足，求解结束；若不满足，令 $z = z+1$ ，返回步骤 2)。

$$\left\| \mathbf{A}_e^{ij} \mathbf{x}_i^z + \mathbf{B}_e^{ij} \mathbf{x}_j^z - \mathbf{c}_e^{ij} \right\|_2 \leq \varepsilon^p$$

$$\left\| d_e (\mathbf{A}_e^{ij})^T \mathbf{B}_e^{ij} (\mathbf{x}_j^{z+1} - \mathbf{x}_j^z) \right\|_2 \leq \varepsilon^d$$

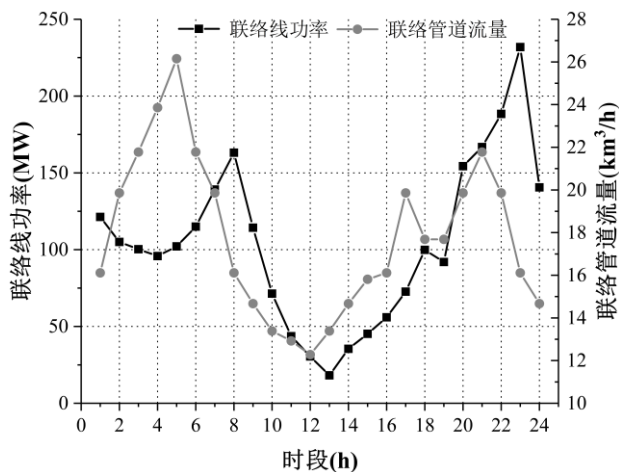
$$\left\| d_g (\mathbf{A}_g^{ij})^T \mathbf{B}_g^{ij} (\mathbf{x}_j^{z+1} - \mathbf{x}_j^z) \right\|_2 \leq \varepsilon^d \quad (C5)$$

附录 D



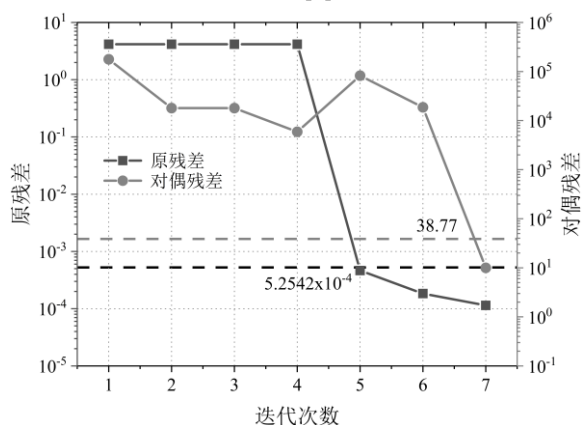
图D1 两区域 IEGSs 系统拓扑

Fig.D1 Topology of two-area IEGSs



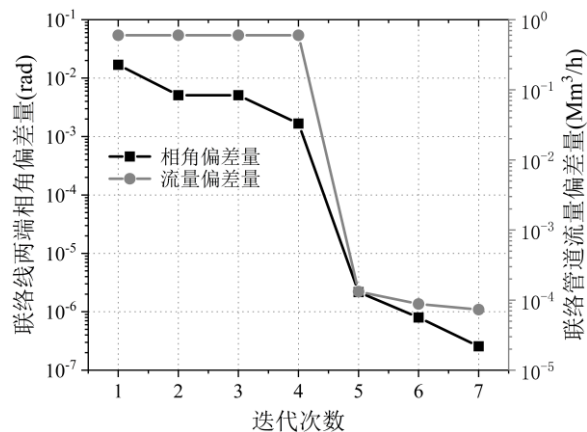
图D2 联络线功率与联络管道流量

Fig.D2 Power of link line and gas flow quantity of link pipeline



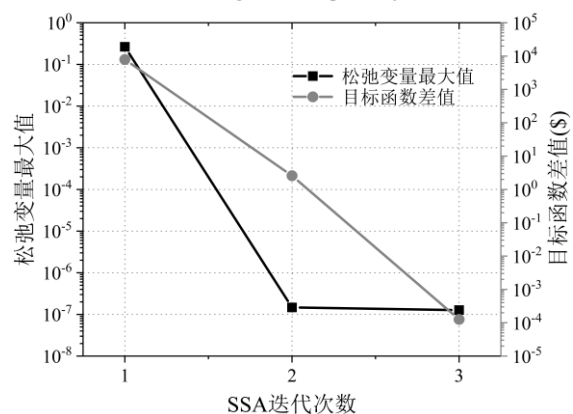
图D3 原对偶残差的迭代过程

Fig.D3 Iteration process of primal and dual residuals



图D4 相角与流量偏差量最大值

Fig.D4 Maximum deviation of phase angle and gas flow quantity



图D5 S-SOCP 迭代过程中区域 2 松弛变量及目标函数差值

Fig.D5 Slack variables and objective function difference of Area 2 during iteration of S-SOCP