

# 基于稳健加权总体最小二乘的变压器局部放电定位

肖舒严<sup>1</sup>,王强钢<sup>2</sup>,周念成<sup>2</sup>

(1. 国网重庆市电力公司 江北供电分公司,重庆 401120;

2. 重庆大学 输配电装备及系统安全与新技术国家重点实验室,重庆 400044)

**摘要:**到达时间差、声速与传感器位置坐标的测量误差将导致局部放电时差定位出现误差,通过研究发现变压器的内部结构及各部分的材质差异可能造成到达时间差以及声速的测量值可能远远偏离真实值,这种测量误差被称作粗差,但目前的局部放电定位算法未将数据测量误差纳入模型,使得现有定位算法在计及测量误差特别是粗差的情况下,定位误差较大难以满足工程要求。为此,分析了局部放电测量数据粗差的来源及现有定位算法的缺陷,提出了基于稳健加权总体最小二乘的局部放电定位算法,采用含误差变量模型推导迭代公式,运用权函数修改含粗差数据在迭代过程中的权重,能够有效抑制测量数据的随机误差、系统误差和粗差对定位结果的影响,能更为准确地定位局部放电,有助于制定针对性的检修策略,提高检修效率,缩短停电时间。

**关键词:**变压器;局部放电;时差定位;总体最小二乘;稳健估计

**中图分类号:**TM 41

**文献标志码:**A

**DOI:**10.16081/j.epae.202007034

## 0 引言

局部放电 PD(Partial Discharge)是变压器绝缘劣化的主要原因,若不及时发现并采取检修措施,将加速变压器绝缘老化,可能导致绝缘击穿从而造成重大电力事故<sup>[1]</sup>。研究表明,变压器绝缘的劣化程度不仅与局部放电类型、放电量、放电重复率有关,还与放电位置有关,局部放电定位有利于更精确地反映变压器绝缘状况并采取更高效的检修策略<sup>[2]</sup>。

目前,声发射(AE)法与特高频(UHF)法是最主流的局部放电定位方法<sup>[3]</sup>。内置式UHF传感器检测灵敏度高,能避开外部电磁干扰,但其只能安装在变压器油阀处,而大多数变压器的油阀数量不能满足定位要求,在不改变变压器结构的前提下在线应用困难<sup>[4]</sup>;外置式超宽带天线检测UHF信号能实现局部放电定位,但现场的电磁干扰会加大检测难度<sup>[5]</sup>。而AE定位法对电磁干扰免疫力强,且压电传感器可布置在变压器箱体外壁,安装灵活<sup>[6]</sup>,因此AE定位法得到了更为广泛的应用。

局部放电定位属于无线定位技术,其算法原理可分为基于信号接收强度(RSSI)<sup>[7]</sup>、基于信号到达角度(AOA)<sup>[8-10]</sup>和基于信号传输时间(TOF)3种。其中,基于TOF原理一类中的基于到达时间差<sup>[11-13]</sup>TDOA(Time Difference Of Arrival)的定位算法原理简单,应用最为广泛<sup>[11,14]</sup>。TDOA定位算法需要求解

非线性方程组,而TDOA、声波波速及传感器位置的测量误差可能导致定位方程组无实数解。针对该问题,文献[11]利用遗传算法计算迭代初值,通过牛顿迭代计算最终定位结果;文献[12]在复数域进行牛顿迭代并结合网格搜索确定局部放电源坐标;文献[13]通过两轮网格搜索确定牛顿迭代初值。虽然以上方法能获取局部放电源实数坐标,但都没有将误差考虑到目标函数中,没有从方法原理上抑制测量数据误差的不良影响。

局部放电超声脉冲所含有的高斯分布和非高斯分布噪声以及周期性干扰会使时延估计产生误差<sup>[15]</sup>,且声波反射造成的混叠波<sup>[16]</sup>给获取正确的TDOA带来了困难。因此,运用时延估计算法求取的TDOA可能与真实值相差过大。测绘学上将远离正常值的测量数据误差称作粗差<sup>[17]</sup>,含粗差的测量数据占比为1%~10%<sup>[18]</sup>,如果不对粗差进行处理,往往会使结果不具有真实性,可运用稳健加权总体最小二乘法RWTLS(Robust Weighted Total Least Square)减小粗差的影响。

最小二乘法LS(Least Square)作为抗差估计的基本方法,只考虑了测量矩阵中的误差,而忽略了系数矩阵中的误差<sup>[19]</sup>,但用于局部放电定位的传感器位置、声速、时差都存在误差,LS的计算结果存在偏差。总体最小二乘法TLS(Total Least Square)同时考虑观测矩阵和系数矩阵的误差<sup>[20-21]</sup>,其目标函数为观测矩阵及系数矩阵中各参量的残差平方之和,但TLS与LS均无法处理粗差。稳健估计在平差处理过程中能够检测定位粗差,并在迭代过程中减小含粗差数据的权重,降低粗差对参数估计的影响<sup>[22]</sup>。RWTLS在所有参数估计算法中具有优秀的抗误差能力,基于RWTLS的局部放电定位方法能有效降低

收稿日期:2019-07-14;修回日期:2020-06-07

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51577018);重庆市基础科学与前沿技术研究专项资助项目(cstc2015jcyjBX0033)  
Project supported by the National Natural Science Foundation of China(51577018) and Chongqing Research Program of Basic Research and Frontier Technology(cstc2015jcyjBX0033)

各种随机干扰对定位结果的影响。

本文首先分析了时差、声速与传感器位置坐标的测量误差来源及粗差对现有定位算法的不良影响,为提高局部放电定位的抗误差能力,基于变量含误差(EIV)模型与IGG(Institute of Geodesy & Geophysics, Chinese Academy of Sciences)权函数推导了局部放电定位的RWTLs迭代公式,并验证了该方法能够有效提高定位精度,同时分析了定位误差的空间分布特性,对传感器位置的优化布置与定位结果的评估有一定指导作用。

## 1 局部放电定位误差来源及误差分析

### 1.1 局部放电定位测量数据粗差的产生

(1)噪声对时差的影响。

变压器局部放电的TDOA定位方程组为:

$$\begin{cases} (x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2=v^2T^2 \\ (x-x_2)^2+(y-y_2)^2+(z-z_2)^2=v^2(\tau_{21}+T)^2 \\ (x-x_3)^2+(y-y_3)^2+(z-z_3)^2=v^2(\tau_{31}+T)^2 \\ (x-x_4)^2+(y-y_4)^2+(z-z_4)^2=v^2(\tau_{41}+T)^2 \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $(x, y, z)$  为局部放电源的坐标;  $(x_1, y_1, z_1)$ 、 $(x_2, y_2, z_2)$ 、 $(x_3, y_3, z_3)$  和  $(x_4, y_4, z_4)$  分别为1—4号传感器的位置坐标;  $T$  为信号到达1号传感器所需时间;  $\tau_{21}$ 、 $\tau_{31}$ 、 $\tau_{41}$  分别为信号到达2—4号传感器所需的时间与到达1号传感器所需时间之差;  $v$  为声速。式(1)中的未知量为  $x$ 、 $y$ 、 $z$ 、 $T$ 。由式(1)可知,时差、声速、传感器坐标的误差将导致定位误差。

运用指数衰减振荡模型<sup>[16]</sup>模拟超声波脉冲,设超声波脉冲1超前超声波脉冲2到达传感器,时延为350  $\mu\text{s}$ ,对其分别加入高斯白噪声,图1(a)为信噪比(SNR)为20、15、10 dB的脉冲信号,运用累积能量法<sup>[13]</sup>计算累积能量曲线如图1(b)所示。依据二阶导为0求取曲线拐点坐标,信噪比为20、15、10 dB情况下的时差分别为340、367、268  $\mu\text{s}$ 。可见,随着信

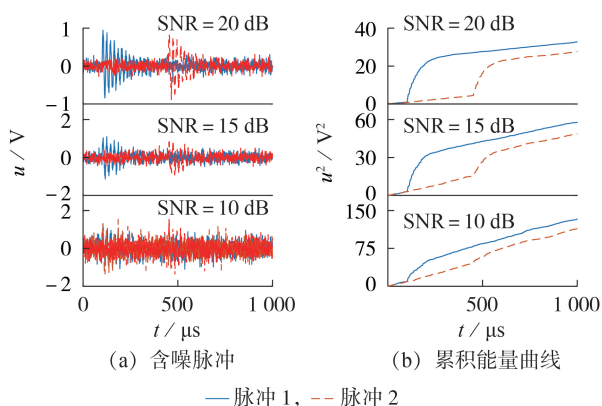


图1 不同信噪比的超声波脉冲及其能量累积曲线

Fig.1 Ultrasonic pulses with different SNR and their energy accumulation curves

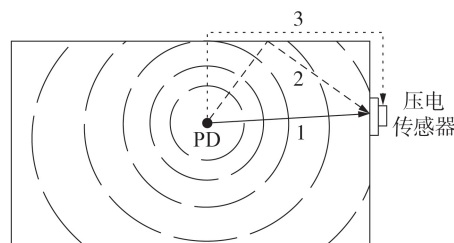
噪比的降低,时延估计误差逐渐增大,且在信号有效功率为噪声10倍(信噪比为10 dB)的情况下,时差估计结果远离真实时差。

由于高斯白噪声具有随机性,在超声波脉冲信号中分别加入1000次噪声得到1000组信噪比相同的超声波脉冲信号进行时延估计,统计时延估计误差大于50  $\mu\text{s}$ 的次数。根据统计结果,在信噪比为20、17、15、13、10 dB的情况下,时延估计误差大于50  $\mu\text{s}$ 的次数分别为35、71、144、260、546。由此可知,在信噪比较高的情况下仍存在比例为3.5%与7.1%的大误差时差数据。

1000组信噪比为20 dB的超声波脉冲的时延估计误差分布如附录A中的图A1所示。由图可见,时延估计误差主要集中在 $[-50, 50]$   $\mu\text{s}$ 的区间内,选取这一区间的误差进行正态分布检验,置信水平设置为0.05,时延估计误差满足均值为1.1486、标准差为17.5515的正态分布。由于96.5%的误差都低于50  $\mu\text{s}$ ,且大于50  $\mu\text{s}$ 的误差不满足正态分布,可将大于50  $\mu\text{s}$ 的误差视为粗差。

(2)变压器结构对时差的影响。

局部放电产生的超声信号可通过多种路径传播至超声传感器,传播路径如图2所示。其中,路径3的超声信号最先到达传感器,其次为路径1,最后为路径2。



1—直达路径, 2—反射路径, 3—油箱壁路径

图2 超声波的多种传播路径

Fig.2 Multiple propagation paths of ultrasonic

由于超声波在钢板中的衰减远大于在绝缘油中的衰减,混叠脉冲主要包括超声波信号的反射波与直达波<sup>[16]</sup>,设直达波相对于另一超声波脉冲的时延为350  $\mu\text{s}$ ,反射波在直达波后100  $\mu\text{s}$ 到达压电传感器,形成的混叠脉冲与另一超声波脉冲的时延估计误差如图3所示,其信噪比为20 dB。

由图3可以看出,混叠脉冲的能量累积曲线存在2个拐点,分别对应直达波与反射波的达到时刻,选取二阶导绝对值最小的2个点为混叠波能量累积曲线的拐点,较小的横坐标为直达波到达时刻。1000组信噪比为20 dB的超声脉冲的时延估计误差如图3(c)所示,其中误差大于50  $\mu\text{s}$ 的次数为113,声波反射致使时延估计出现粗差的概率大幅增加。

(3)变压器材质对声速的影响。

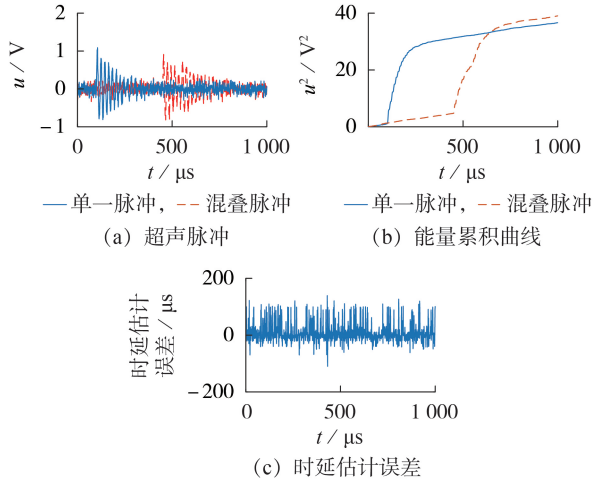


图3 混叠脉冲及其能量累积曲线、时延估计误差

Fig.3 Aliasing pulses and their energy accumulation curves and time delay estimation errors

变压器油箱内部的主要元件为绕组和铁芯,超声波可通过衍射穿过绕组,但绕组附着在铁芯上,超声波会在铁芯表面发生折反射,如附录A中的图A2所示。由于铁芯声速大于油中声速,若超声波传播路径经过铁芯,则传播时间将明显缩短,超声的等值声速明显提升,其等值声速通常为1400~3000 m/s<sup>[23]</sup>,1400 m/s与实际等值声速的误差可视为粗差。此外,油温、压力的改变也会造成声速误差<sup>[24]</sup>。

### 1.2 粗差对现有局部放电TDOA定位算法的影响

目前主流的TDOA局部放电定位算法<sup>[11-13]</sup>依据计算时差与测量时差差值的绝对值之和或者平方和等建立目标函数。采用计算时差与测量时差差值的平方和建立目标函数 $f_{\text{COST}}$ 如式(2)所示。

$$f_{\text{COST}} = \sum_{i=2}^4 \left\{ \left[ \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i)^2} - \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2} \right] / v - \tau_{i1} \right\}^2 \quad (2)$$

由上式可得,目标函数中传感器坐标 $(x_i, y_i, z_i)$ 、声速 $v$ 、时差 $\tau_{i1}$ 均为测量值,使 $f_{\text{COST}}$ 最小的 $(x, y, z)$ 即为局部放电源坐标。

测量数据误差分为系统误差、随机误差、离群误差3类。其中,系统误差与随机误差通常满足正态分布;离群误差也称粗差,通常不满足某一特殊概率分布,出现频率远低于系统误差和随机误差。将测量数据误差定义为:

$$\varepsilon_i = \begin{cases} (r-0.5) \bar{Q} p + e_i & i = \text{int}(i/L) \times L \\ e_i & i \neq \text{int}(i/L) \times L \end{cases} \quad (3)$$

其中, $e_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu, \sigma^2$ 分别为误差的均值期望、方差; $r$ 为随机数; $\bar{Q}$ 为多次测量值的平均值; $p$ 为常数,可通过控制改变 $p$ 来改变粗差大小; $\text{int}(\cdot)$ 表示取整运算,每隔 $L$ 个数据产生1个粗差。

本文以油浸式变压器S9-1600/35为研究对象,其额定电压为35 kV/10.5 kV,额定容量为1600 kV·A,绕组联结方式为Yd11,箱体尺寸为2300 mm×1800 mm×2400 mm。传感器坐标如附录中的表A1所示。设置局部放电源坐标和声速 $v$ ,根据局部放电源坐标、传感器坐标、声速计算准确的到达时差 $\tau_{21}, \tau_{31}, \tau_{41}$ ,然后在准确的时差、传感器坐标、波速中加入误差 $\varepsilon_i$ ,运用含有误差的测量数据求得局部放电源位置,局部放电源位置的计算值与设置值间的距离为定位误差。计算方法选用遗传算法,迭代次数为1000次,代沟为0.95,交叉率为0.75,变异率为0.07,每个局部放电源获取200组带误差数据,根据每组数据计算局部放电位置及相应的定位误差,取200组数据定位误差的平均值。

对高度为1400 mm水平面上的局部放电源坐标进行定位模拟,给出定位误差分布图如附录A中的图A3所示。图A3(a)中, $p=0$ ,即不考虑粗差,时差、声速、传感器坐标测量值时的随机误差分别满足 $N(0, 0.004 \text{ ms}^2)$ 、 $N(0, 100 \text{ mm}^2 / \text{ms}^2)$ 、 $N(0, 0.25 \text{ mm}^2)$ ,系统误差为0;图A3(b)中, $p=0.05, L=10$ ,随机误差和系统误差情况与图A3(a)中相同。可以看出:当粗差不存在时,局部放电源的定位误差在300 mm以内,其中定位误差小于200 mm的坐标比例为0.9474,定位误差小于100 mm的坐标比例为0.4189;当粗差存在时,定位误差大幅上升,其中定位误差小于200 mm的坐标比例为0.4521,定位误差小于100 mm的坐标比例为0.1073,定位误差超过0.4 m的区域比例为1.75%。此处的定位误差为对同一个局部放电源测量200组数据的平均定位误差,而在只进行单次或少数次测量的情况下,测量数据中若出现粗差,定位结果将会非常离谱。

## 2 基于RWTLS的TDOA定位抗差算法

加入1个传感器(编号为5),将TDOA定位方程组改写为LS的标准形式:

$$\begin{cases} \mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B} \\ \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2(x_2 - x_1) & 2(y_2 - y_1) & 2(z_2 - z_1) & 2v^2\tau_{21} \\ 2(x_3 - x_1) & 2(y_3 - y_1) & 2(z_3 - z_1) & 2v^2\tau_{31} \\ 2(x_4 - x_1) & 2(y_4 - y_1) & 2(z_4 - z_1) & 2v^2\tau_{41} \\ 2(x_5 - x_1) & 2(y_5 - y_1) & 2(z_5 - z_1) & 2v^2\tau_{51} \end{bmatrix} \\ \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ T \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} r_2^2 - r_1^2 - v^2\tau_{21}^2 \\ r_3^2 - r_1^2 - v^2\tau_{31}^2 \\ r_4^2 - r_1^2 - v^2\tau_{41}^2 \\ r_5^2 - r_1^2 - v^2\tau_{51}^2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{A}$ 为系数矩阵; $\mathbf{B}$ 为测量矩阵。在 $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ 中同时考虑误差,根据EIV模型<sup>[22]</sup>有:

$$(\mathbf{A} + \boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{X} = \mathbf{B} + \mathbf{E} \quad (5)$$

定义:

$$\boldsymbol{\psi} = (\mathbf{A} + \boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{X} - \mathbf{B} - \mathbf{E} \quad (6)$$

其中,  $\boldsymbol{\varepsilon}$ 、 $\mathbf{E}$  分别为  $4 \times 4$  阶矩阵和  $4 \times 1$  阶矩阵。

定义误差向量  $\mathbf{e}$  为:

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \text{vec}(\boldsymbol{\varepsilon}) \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中,  $\text{vec}$  表示矩阵拉直运算。将  $\boldsymbol{\varepsilon}$  转化为  $16 \times 1$  阶矩阵, 则  $\mathbf{e}$  为 20 维列向量。将  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{X}$  代入式(6)得到  $\boldsymbol{\psi}$  的表达式如附录 A 中的式(A1)所示。对  $\boldsymbol{\psi}$  进行泰勒展开, 2 阶及以上高阶项为 0, 则有:

$$\boldsymbol{\psi}(\mathbf{e}, \mathbf{X}) = \boldsymbol{\psi}(\mathbf{e}^0, \mathbf{X}^0) + \left. \frac{\partial \boldsymbol{\psi}(\mathbf{e}, \mathbf{X})}{\partial \mathbf{e}} \right|_{\mathbf{e}^0, \mathbf{X}^0} (\mathbf{e} - \mathbf{e}^0) + \left. \frac{\partial \boldsymbol{\psi}(\mathbf{e}, \mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{e}^0, \mathbf{X}^0} (\mathbf{X} - \mathbf{X}^0) \quad (8)$$

其中,  $\mathbf{e}^0$ 、 $\mathbf{X}^0$  为迭代初始值;  $\left. \frac{\partial \boldsymbol{\psi}(\mathbf{e}, \mathbf{X})}{\partial \mathbf{e}} \right|_{\mathbf{e}^0, \mathbf{X}^0}$  为  $4 \times 20$  阶矩阵;  $\left. \frac{\partial \boldsymbol{\psi}(\mathbf{e}, \mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{e}^0, \mathbf{X}^0}$  为  $4 \times 4$  阶矩阵。

TLS 目标函数由系数矩阵、测量矩阵各元素误差加权平方和构成, 如式(9)所示<sup>[22]</sup>。

$$\Phi = \mathbf{e}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{e} \quad (9)$$

其中,  $\mathbf{Q}$  为  $20 \times 20$  阶协因数对角阵, 用于描述各元素误差方差之间的关系。各元素误差满足正态分布  $\mathbf{e} \sim N(\boldsymbol{\mu}, \sigma_0^2 \mathbf{Q})$ ,  $\boldsymbol{\mu}$ 、 $\sigma_0$  分别为误差的均值和标准差, 误差方差越大表示出现大误差的概率越大, 该误差在 TLS 目标函数中的权重越小。

TLS 可转化为如下非线性规划问题:

$$\begin{cases} \min \Phi = \mathbf{e}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{e} \\ \text{s.t. } \boldsymbol{\psi}(\mathbf{e}^0, \mathbf{X}^0) + \left. \frac{\partial \boldsymbol{\psi}(\mathbf{e}, \mathbf{X})}{\partial \mathbf{e}} \right|_{\mathbf{e}^0, \mathbf{X}^0} (\mathbf{e} - \mathbf{e}^0) + \left. \frac{\partial \boldsymbol{\psi}(\mathbf{e}, \mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{e}^0, \mathbf{X}^0} (\mathbf{X} - \mathbf{X}^0) = 0 \quad x, y, z, T > 0 \end{cases} \quad (10)$$

将式(10)中的等式约束记为  $\mathbf{h}(\mathbf{X}, \mathbf{e}) = 0$ ,  $\mathbf{h}(\mathbf{X}, \mathbf{e})$  为  $4 \times 1$  阶矩阵。令  $\mathbf{H}_1 = \left. \frac{\partial \boldsymbol{\psi}(\mathbf{e}, \mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{e}^0, \mathbf{X}^0}$ ,  $\mathbf{H}_2 = \left. \frac{\partial \boldsymbol{\psi}(\mathbf{e}, \mathbf{X})}{\partial \mathbf{e}} \right|_{\mathbf{e}^0, \mathbf{X}^0}$ ,  $\mathbf{H}_1$ 、 $\mathbf{H}_2$  的表达式见附录 A 中的式(A2)。

经推导, 式(10)所示的非线性规划问题的最优解满足的必要条件如式(11)所示, 其推导过程见附录 A 中的式(A3)—(A8)。

$$\begin{cases} 2\mathbf{W}_1 \mathbf{X}^* + \mathbf{H}_1^T \boldsymbol{\lambda}^* = 0 \\ 2\mathbf{Q}^{-1} \mathbf{e}^* + \mathbf{H}_2^T \boldsymbol{\lambda}^* = 0 \\ \boldsymbol{\psi}(\mathbf{e}^0, \mathbf{X}^0) + \mathbf{H}_1 (\mathbf{X}^* - \mathbf{X}^0) + \mathbf{H}_2 (\mathbf{e}^* - \mathbf{e}^0) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

求解上述方程组得:

$$\begin{cases} \mathbf{X}^* = (\mathbf{H}_1^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{H}_1 + \mathbf{W}_1)^{-1} (-\mathbf{H}_1^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{N} + \mathbf{H}_1^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{H}_1 \mathbf{X}^0) \\ \boldsymbol{\lambda}^* = 2\mathbf{M}^{-1} [\mathbf{H}_1 (\mathbf{X}^* - \mathbf{X}^0) + \mathbf{N}] \\ \mathbf{e}^* = -\frac{1}{2} \mathbf{Q} \mathbf{H}_2^T \boldsymbol{\lambda}^* \end{cases} \quad (12)$$

测量数据中的粗差将导致矩阵  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$  中的某个元素远远偏离实际值, 该元素的残差也将超过标准误差数倍。稳健估计通过判定残差矩阵  $\mathbf{e}^*$  中的各元素与对应标准误差的大小关系来对目标函数各误差平方加权。大量实际计算表明, IGG 权函数更适合测量计算<sup>[18]</sup>。IGG 权函数如下:

$$w_i = \begin{cases} 1 & |e_i^*/\sigma_i| \leq k_0 \\ \frac{k_0}{|e_i^*/\sigma_i|} & k_0 < |e_i^*/\sigma_i| < k_1 \\ 0 & |e_i^*/\sigma_i| \geq k_1 \end{cases} \quad (13)$$

其中,  $w_i$  构成权阵  $\mathbf{W}$  的对角元素,  $\mathbf{W}$  为 20 阶对角阵;  $\sigma_i$  为  $\mathbf{e}$  中第  $i$  个元素的标准差;  $k_0 = 1.5$ ;  $k_1 = 2.5$ 。

可通过试验获取时差、速度、传感器位置测量随机误差的期望和方差, 再通过方差的计算公式求得  $\mathbf{e}$  中各元素的方差与期望。

基于 RWTLS 的目标函数为:

$$\Phi = \mathbf{e}^T \mathbf{W} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{e} \quad (14)$$

令  $\mathbf{M}' = \mathbf{H}_2 \mathbf{W}^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{H}_2^T$ , 将式(12)改写为:

$$\begin{cases} \mathbf{X}^* = [\mathbf{H}_1^T (\mathbf{M}')^{-1} \mathbf{H}_1 + \mathbf{W}_1]^{-1} \times \\ \quad [-\mathbf{H}_1^T (\mathbf{M}')^{-1} \mathbf{N} + \mathbf{H}_1^T (\mathbf{M}')^{-1} \mathbf{H}_1 \mathbf{X}^0] \\ \boldsymbol{\lambda}^* = -2(\mathbf{M}')^{-1} [\mathbf{H}_1 (\mathbf{X}^* - \mathbf{X}^0) + \mathbf{N}] \\ \mathbf{e}^* = -\frac{1}{2} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{H}_2^T \boldsymbol{\lambda}^* \end{cases} \quad (15)$$

综上所述, 基于 RWTLS 的 TDOA 定位抗差算法计算步骤如下:

(1) 求解  $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$  的非负 LS 解作为迭代初始值  $\mathbf{X}^0$ , 设置初始误差  $\mathbf{e}^0 = 0$ , 初始权阵  $\mathbf{W}$  为单位阵, 初始罚函数矩阵  $\mathbf{W}_1$  为零矩阵, 并设置罚参数  $g$ ;

(2) 分别通过式(A1)求解  $\boldsymbol{\psi}$ , 通过式(A2)计算  $\mathbf{H}_1$ 、 $\mathbf{H}_2$ ;

(3) 通过式(15)求解  $\mathbf{X}^*$ 、 $\mathbf{e}^*$ 、 $\boldsymbol{\lambda}^*$ , 当  $\|\mathbf{X}^* - \mathbf{X}^0\| < \delta_1$  且  $\|\mathbf{e}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{e} + \mathbf{X}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{X}\| < \delta_2$  时输出最终定位结果  $\mathbf{X} = \mathbf{X}^*$  (其中  $\delta_1$ 、 $\delta_2$  为设定的阈值, 一般大于 0.05), 否则, 令  $\mathbf{X}^0 = \mathbf{X}^*$ 、 $\mathbf{e}^0 = \mathbf{e}^*$ , 转步骤(4);

(4) 通过式(13)计算新的权阵  $\mathbf{W}$ , 通过附录 A 中的式(A4)求解新的罚函数矩阵  $\mathbf{W}_1$ , 转步骤(2)。

### 3 算例分析

#### 3.1 定位误差空间分布特性

令  $L = 10$ 、 $p = 0.05$ , 随机误差与系统误差设置同 1.2 节。传感器位置坐标如附录 B 中的表 B1 所示。本文基于 RWTLS 的定位方法得到高度为 1 400 mm 的定位误差分布图见附录 B 中的图 B1, 由图可见, 本文方法可在很大程度上提高定位精度, 整体定位误差均小于 150 mm, 定位误差较高的区域靠近变压器

棱线,且定位误差最低的区域靠近变压器前箱体壁。

定位误差不仅受测量误差的影响,还与传感器空间位置分布相关。为此,本文设置了3种传感器布置情况,如附录B中的表B2所示。统计3组试验变压器内部各点局部放电定位误差如附录B中的图B2所示。经统计,仿真1、2、3的定位误差小于100 mm的局部放电源占比分别为94.76%、99.02%、100%,随着各传感器间距离的增加,定位误差呈减小趋势,这是由于当传感器相距较远时,相同时差与传感器位置的测量误差造成的局部放电源到传感器的距离偏差相对于传感器构成的几何体尺寸较小,其对定位结果的影响较小。

当传感器位置固定时,定位误差还与局部放电源的坐标位置相关。局部放电源几何均距、距离标准差对定位误差的影响如图4所示。由图可见,随着几何均距的增加,定位误差呈现增大趋势,随着距离标准差的增加,定位误差呈现先增后减的趋势。

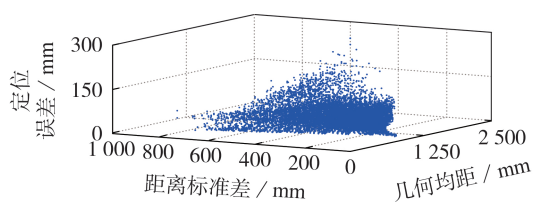


图4 局部放电源几何均距及距离标准差对定位误差的影响

Fig.4 Influence of PD source geometric mean distance and distance standard deviation on location errors

### 3.2 不同算法定位误差对比及稳健加权抗粗差机理分析

基于1.2节中的随机误差设置和表B2中的传感器设置,不同粗差情况下基于RWTLS的方法在1400 mm高度平面的定位误差如附录B中的图B3所示。图B3(a)~(c)中,定位误差小于100 mm的局部放电源数量占比分别为0.9710、0.9275、0.9324。

在相同概率分布的测量误差下,遗传算法在高度为1400 mm的定位误差分布如附录B中的图B4所示。图B4(a)~(c)中,定位误差小于200 mm的局部放电源数量占比分别为0.5307、0.2719、0.3048。

图B3、B4的定位误差等高线如附录B中的如图B5所示。由图可见,基于RWTLS的方法和遗传算法的定位误差等高线分别为100、200 mm;基于RWTLS的方法在绝大多数区域内的定位误差小于100 mm,而遗传算法定位误差小于200 mm的区域甚至比RWTLS定位误差小于100 mm的区域还要小,且随着粗差幅值、数量的增加,2种定位算法的定位误差都有所增加,但基于RWTLS的方法受测量数据粗差影响不如遗传算法明显。

进一步探究本文局部放电定位方法的抗粗差

机理。在矩阵A的第1行第1列元素(其误差对应于列向量e的第5个元素 $e_5$ )引入粗差,而矩阵A的第1行第2列元素(其误差对应于列向量e的第6个元素 $e_6$ )不存在粗差,每次迭代后的权重和残差分别如图5、6所示。对于 $e_5$ ,进行第1次迭代后残差为-4.947 mm,其权重置0,第2次迭代后残差变为 $-9.978 \times 10^{-5}$  mm,其权重置1,但由于误差矩阵e的其他元素没有趋近于0,其加权平方和仍达不到收敛条件,继续进行迭代,之后残差在0值附近上下振荡,其振幅逐渐减小,最终趋于0,其权重在第5次迭代后变为0.6258,然后权重重置为1直到迭代8次后收敛。而对于 $e_6$ ,由于没有引入粗差,其残差在迭代1次之后就趋于0,迭代过程中其权重一直为1。

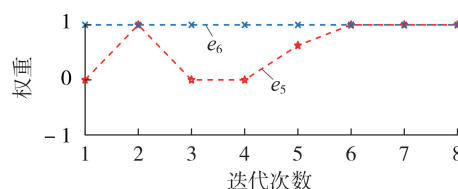
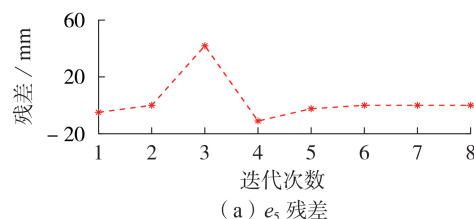
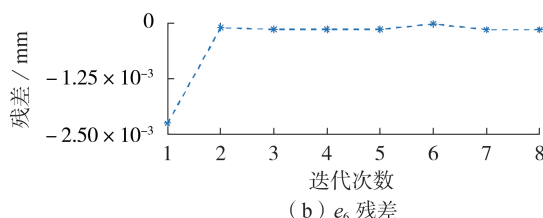


图5 每次迭代后的权重

Fig.5 Weight after every iteration



(a)  $e_5$  残差



(b)  $e_6$  残差

图6 每次迭代后的残差

Fig.6 Residual error after every iteration

粗差致使在迭代过程中 $e_5$ 的残差很大,权重置0使含粗差数据(矩阵A的第1行第1列元素)的残差对目标函数值的贡献为0,削弱了含粗差数据在迭代过程中的影响,最终定位结果主要取决于不含粗差的正常数据。因此,基于RWTLS的局部放电定位方法具有较好的抗误差能力。

## 4 实验验证

利用附录C中图C1所示试验装置验证本文方法对实际变压器局部放电的定位效果。在钢制箱体中加入绝缘油,放置三相绕组、铁芯,超声传感器将声压转换成光信号,经光纤再通过光电转换单元变

为电信号送入信号调理单元。采用脉冲电流法检测局部放电量,将电脉冲经光电转换单元送入光纤,再经光电转换单元送入信号调理单元。其中,信号调理单元参数如附录C中的表C1所示。

实验得到的定位结果如表1所示。由表可得本文方法在考虑变压器内部结构及箱体对超声传播影响时仍能准确定位,定位误差在10 cm内。

表1 定位结果

Table 1 Location results

|                  |                        | 单位:mm |
|------------------|------------------------|-------|
| 局部放电源坐标          | 定位结果                   | 定位误差  |
| (960,1200,1310)  | (972.1,1234.7,1329.2)  | 41.46 |
| (1290,1350,1260) | (1313.4,1323.5,1240.3) | 40.47 |
| (1100,1400,1450) | (1159.6,1427.2,1471.8) | 53.36 |
| (960,730,1125)   | (933.4,709.9,1089.7)   | 48.56 |
| (1340,730,1225)  | (1355.9,742.1,1248.3)  | 30.69 |
| (1350,1200,1000) | (1347.2,1205.5,1003.2) | 6.95  |
| (1000,620,1325)  | (1004.1,605.3,1301.8)  | 27.77 |
| (1050,650,1275)  | (1089.3,641.7,1275.1)  | 40.17 |
| (1400,1200,1500) | (1400.5,1240.5,1510.2) | 41.77 |
| (1450,1300,1450) | (1440.8,1340.7,1456.4) | 42.21 |

## 5 结论

(1)在仅考虑白噪声的情况下,信噪比较高的超声脉冲时延估计出现粗差的概率仍然有1%~10%,且混叠波时延估计的粗差出现频率将超过10%。由于变压器内部结构造成的等值声速改变可视为粗差,可通过抗差算法降低其影响。

(2)粗差会对变压器局部放电定位结果产生十分明显的不良影响,为使定位误差达到可接受的范围,必须使用抗差算法。基于RWTLs的局部放电定位方法受粗差影响不明显,且迭代次数少,收敛速度快,能够将绝大部分情况的局部放电定位误差控制在100 mm以内,对于变压器故障诊断、缩短变压器检修时间具有十分积极意义。

(3)局部放电定位误差受到测量误差、传感器位置、局部放电源位置、定位算法的影响,其中传感器位置越分散,定位误差整体上越小。

(4)传感器位置固定时,不同算法定位结果的高误差区域与低误差区域分布情况相近;局部放电源到各传感器的几何均距越小,定位误差越小。

附录见本刊网络版(<http://www.epae.cn>)。

## 参考文献:

[1] 贾亚飞,朱永利,高佳程,等.基于样本加权FCM聚类的未知类别局部放电信号识别[J].电力自动化设备,2018,38(12):107-112.  
JIA Yafei,ZHU Yongli,GAO Jiacheng,et al. Recognition of unknown partial discharge signals based on sample-weighted FCM clustering[J]. Electric Power Automation Equipment, 2018,38(12):107-112.

[2] 高佳程,曹雁庆,朱永利,等.基于KELM-VPMCD方法的未知局部放电类型的模式识别[J].电力自动化设备,2018,38(5):141-147.  
GAO Jiacheng,CAO Yanqing,ZHU Yongli,et al. Pattern recognition of unknown PD types based on KELM-VPMCD[J]. Electric Power Automation Equipment,2018,38(5):141-147.  
[3] 黄亮.变压器局部放电源的半定松弛逐次逼近定位方法研究[D].重庆:重庆大学,2014.  
HUANG Liang. Research on positioning method of successive approximation for partial discharge source based on semidefinite relaxation[D]. Chongqing:Chongqing University,2014.  
[4] COENEN S,TENBOHLEN S. Location of PD sources in power transformers by UHF and acoustic measurements[J]. IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation,2012,19(6):1934-1940.  
[5] 刘宇舜,周文俊,李鹏飞,等.基于广义S变换模时频矩阵的局部放电特高频信号去噪方法[J].电工技术学报,2017,32(9):211-220.  
LIU Yushun,ZHOU Wenjun,LI Pengfei,et al. Partial discharge ultrahigh frequency signal denoising method based on generalized S-transform modular time-frequency matrix[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,2017,32(9):211-220.  
[6] HEKMATI A,HEKMATI R. Optimum acoustic sensor placement for partial discharge allocation in transformers[J]. IET Science,Measurement & Technology,2017,11(5):581-589.  
[7] 侯慧娟,盛戈皞,孙岳,等.基于电磁波信号传播衰减模型的变电站局部放电定位方法[J].电工技术学报,2014,29(6):326-332.  
HOU Huijuan,SHENG Gehao,SUN Yue,et al. The localization method of partial discharge in substation based on propagation and attenuation model of electromagnetic signal[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,2014,29(6):326-332.  
[8] 辛晓虎,罗勇芬,杜非,等.用于油中局部放电定位的超声波接收阵列的定向算法比较[J].中国电机工程学报,2015,35(20):5351-5359.  
XIN Xiaohu,LUO Yongfen,DU Fei,et al. Comparisons of direction of arrival algorithms applied to ultrasonic arrays for partial discharge location in oil[J]. Proceedings of the CSEE,2015,35(20):5351-5359.  
[9] 谢庆,律方成,李燕青,等.基于多平台测向及全局搜索的局部放电超声阵列定位方法[J].电工技术学报,2011,26(11):217-222.  
XIE Qing,LÜ Fangcheng,LI Yanqing,et al. A method for PD ultrasonic array location based on multi-platform measuring direction and global search[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,2011,26(11):217-222.  
[10] 谢庆,李宁远,律方成,等.基于信号子空间转换与快速子空间测向算法的局部放电超声阵列信号测向方法[J].电网技术,2011,35(10):194-198.  
XIE Qing,LI Ningyuan,LÜ Fangcheng,et al. An orientation method for ultrasonic array signals of partials discharge based on signal subspace transform and fast subspace estimation of direction of arrival[J]. Power System Technology,2011,35(10):194-198.  
[11] 唐炬,王存超,陈娇,等.变压器局部放电的泰勒-遗传综合定位法[J].电工技术学报,2010,25(7):165-171.  
TANG Ju,WANG Cunchao,CHEN Jiao,et al. Taylor-genetic algorithm using for PD location in power transformer[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,2010,25(7):165-171.  
[12] 郑书生,李成榕,何梦.变压器局部放电复数域牛顿迭代网络

- 搜索定位方法[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(9): 155-161.  
ZHENG Shusheng, LI Chengrong, HE Meng. A novel method of Newton iteration in complex field and lattice search for locating partial discharges in transformers[J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(9): 155-161.
- [13] 侯慧娟, 盛戈皞, 苗培青, 等. 基于超高频电磁波的变电站局部放电空间定位[J]. 高电压技术, 2012, 38(6): 1334-1340.  
HOU Huijuan, SHENG Gehao, MIAO Peiqing, et al. Partial discharge location based on radio frequency antenna array in substation[J]. High Voltage Engineering, 2012, 38(6): 1334-1340.
- [14] 史小红. 基于TDOA的无线定位方法及其性能分析[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2013, 43(2): 252-257.  
SHI Xiaohong. TDOA-based wireless positioning method and its performance[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2013, 43(2): 252-257.
- [15] 李燕青. 超声波法检测电力变压器局部放电的研究[D]. 保定: 华北电力大学, 2004.  
LI Yanqing. Study on ultrasonic-based method to detect partial discharge in transformer[D]. Baoding: North China Electric Power University, 2004.
- [16] 谢庆, 程述一, 李菱, 等. 油中局部放电超声直达波与混叠波的建模研究[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(28): 185-192.  
XIE Qing, CHENG Shuyi, LI Ling, et al. Modeling research on direct and superimposed ultrasonic wave of partial discharge in oil[J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(28): 185-192.
- [17] 赵超. 流域实时洪水抗差预报系统研究[D]. 南京: 河海大学, 2006.  
ZHAO Chao. Robust real-time flood forecasting system[D]. Nanjing: Hohai University, 2006.
- [18] 周江文. 经典误差理论与抗差估计[J]. 测绘学报, 1989, 18(2): 115-120.  
ZHOU Jiangwen. Classical theory of errors and robust estimation[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 1989, 18(2): 115-120.
- [19] 陈少昌, 贺慧英, 禹华钢. 传感器位置误差条件下的约束总体最小二乘时差定位算法[J]. 航空学报, 2013, 34(5): 1165-1173.  
CHEN Shaochang, HE Huiying, YU Huagang. Constrained total least-squares for source location using TDOA measurements in the presence of sensor position errors[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(5): 1165-1173.
- [20] ADCOCK R J. A problem in least squares[J]. The Analyst, 1878, 5(2): 53.
- [21] SCHAFFRIN B, SNOW K. Total least-squares regularization of tykhonov type and an ancient racetrack in Corinth[J]. Linear Algebra and its Applications, 2010, 432(8): 2061-2076.
- [22] 龚循强, 李志林. 稳健加权总体最小二乘法[J]. 测绘学报, 2014, 43(9): 888-894, 901.  
GONG Xunqiang, LI Zhilin. A robust weighted total least squares method[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2014, 43(9): 888-894, 901.
- [23] 周力行, 何蕾, 李卫国. 变压器局部放电超声信号特性及放电源定位[J]. 高电压技术, 2003, 29(5): 11-13, 16.  
ZHOU Lixing, HE Lei, LI Weiguo. Research on characteristics of ultrasonic signal of partial discharge and partial discharge sources location in transformer[J]. High Voltage Engineering, 2003, 29(5): 11-13, 16.
- [24] 谢建, 刘俊, 田桂. 压力和温度对两种液压油的超声波速度的影响[J]. 声学技术, 2007, 26(6): 1155-1160.  
XIE Jian, LIU Jun, TIAN Gui. Impact of pressure and temperature upon ultrasonic velocity in two sorts of hydraulic oil[J]. Technical Acoustics, 2007, 26(6): 1155-1160.

#### 作者简介:



肖舒严

肖舒严(1994—),男,重庆人,硕士,从事电力系统继电保护方面的工作;

王强钢(1987—),男,福建晋江人,副教授,博士,从事电力系统自动化和电能质量方面的教学和研究工作。

(编辑 任思思)

## Partial discharge location of transformer based on robust weighted total least square

XIAO Shuyan<sup>1</sup>, WANG Qianggang<sup>2</sup>, ZHOU Niancheng<sup>2</sup>

(1. Jiangbei Power Supply Company, State Grid Chongqing Electric Power Company, Chongqing 401120, China;

2. State Key Laboratory of Power Transmission Equipment & System Security and New Technology, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** The measurement errors of TDOA (Time Differences Of Arrival), sound speed and sensor position coordinate cause PD (Partial Discharge) location errors. It is found that the difference of the internal structure and material of each part of transformer may cause the TDOA and the measurement value of the sound speed far from the true values, which are called gross errors. However, the current partial discharge location algorithm does not include the data measurement error into the model, which makes the existing location algorithm difficult to meet the engineering requirements. Aiming at this problem, the source of gross errors in partial discharge measurement data and the defects of existing partial discharge location algorithms are analyzed, and a location algorithm based on robust weighted total least square is proposed, the iterative formula is derived by using the EIV (Errors In Variables) model, and the weight function is used to modify the weights of the data with gross error in the iterative process. The proposed algorithm can effectively restrain the influence of random error, systematic error and gross error of measurement data on the location result, locate partial discharge more accurately, help to make the corresponding maintenance strategy, improve the maintenance efficiency and shorten the time of power cut.

**Key words:** electric transformers; partial discharge; TDOA location; TLS; robust estimation

附录 A

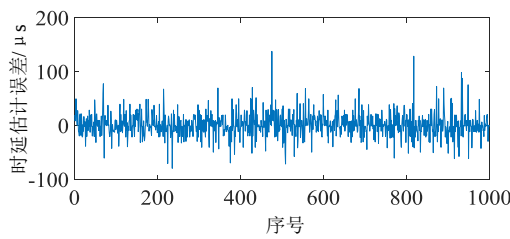


图 A1 1000 组信噪比为 20dB 的超声脉冲时延估计误差  
Fig.A1 Time delay estimation errors of 1000 groups of AE pulses with 20dB SNR

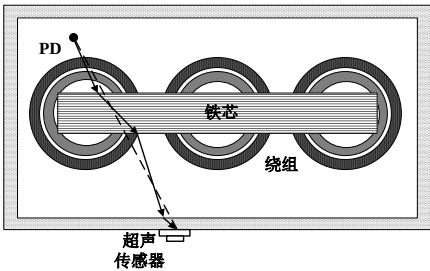


图 A2 直达路径经过绕组铁芯  
Fig.A2 Direct path through winding and iron core

表 A1 传感器探头坐标  
TableA1 Sensor probe coordinates

| 传感器 | 探头坐标/mm            |
|-----|--------------------|
| 1   | (1150, 1800, 1200) |
| 2   | (1150, 0, 800)     |
| 3   | (1450, 0, 1600)    |
| 4   | (850, 0, 1600)     |

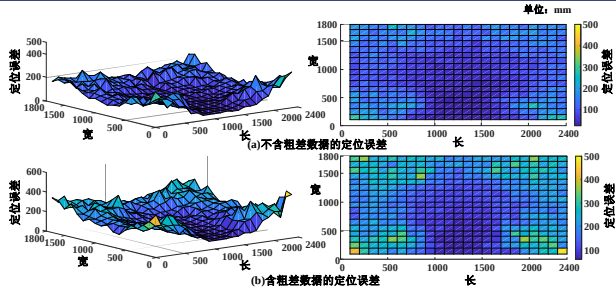


图 A3 定位精度对比分析  
Fig. A3 Location accuracy comparison and analysis

$$\psi = \begin{bmatrix} [2(x_2 - x_1) + e_5]x + [2(y_2 - y_1) + e_6]y + [2(z_2 - z_1) + e_7]z + (2v^2\tau_{21} + e_8)T - (r_2^2 - r_1^2 - v^2\tau_{21}^2) - e_1 \\ [2(x_3 - x_1) + e_9]x + [2(y_3 - y_1) + e_{10}]y + [2(z_3 - z_1) + e_{11}]z + (2v^2\tau_{31} + e_{12})T - (r_3^2 - r_1^2 - v^2\tau_{31}^2) - e_2 \\ [2(x_4 - x_1) + e_{13}]x + [2(y_4 - y_1) + e_{14}]y + [2(z_4 - z_1) + e_{15}]z + (2v^2\tau_{41} + e_{16})T - (r_4^2 - r_1^2 - v^2\tau_{41}^2) - e_3 \\ [2(x_5 - x_1) + e_{17}]x + [2(y_5 - y_1) + e_{18}]y + [2(z_5 - z_1) + e_{19}]z + (2v^2\tau_{51} + e_{20})T - (r_5^2 - r_1^2 - v^2\tau_{51}^2) - e_4 \end{bmatrix} \quad (A1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} 2(x_2 - x_1) + e_5^0 & 2(y_2 - y_1) + e_6^0 & 2(z_2 - z_1) + e_7^0 & 2v^2\tau_{21} + e_8^0 \\ 2(x_3 - x_1) + e_9^0 & 2(y_3 - y_1) + e_{10}^0 & 2(z_3 - z_1) + e_{11}^0 & 2v^2\tau_{31} + e_{12}^0 \\ 2(x_4 - x_1) + e_{13}^0 & 2(y_4 - y_1) + e_{14}^0 & 2(z_4 - z_1) + e_{15}^0 & 2v^2\tau_{41} + e_{16}^0 \\ 2(x_5 - x_1) + e_{17}^0 & 2(y_5 - y_1) + e_{18}^0 & 2(z_5 - z_1) + e_{19}^0 & 2v^2\tau_{51} + e_{20}^0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & x^0 & y^0 & z^0 & T^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x^0 & y^0 & z^0 & T^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x^0 & y^0 & z^0 & T^0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x^0 & y^0 & z^0 & T^0 \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (A2)$$

根据式(10)等式约束构造 Lagrange 函数，不等式约束构造罚函数有：

$$\mathbf{L}(\mathbf{X}, \mathbf{e}, \boldsymbol{\lambda}) = \Phi(\mathbf{e}) + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{h}(\mathbf{X}, \mathbf{e}) + \mathbf{X}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{X} \quad (A3)$$

其中， $\boldsymbol{\lambda}$  为拉格朗日乘子向量； $\mathbf{W}_1$  为 4 阶罚函数对角阵，由式 (A4) 确定。

$$\mathbf{W}_1(i, i) = \begin{cases} 0 & X_i < 0 \\ g^t & X_i \geq 0 \end{cases} \quad (A4)$$

其中， $X_i$  为未知向量  $\mathbf{X}$  的第  $i$  个元素； $g$  为大于 1 的常数； $t$  为迭代次数。随着迭代次数增加，惩罚力度逐渐增大，迫使优化过程中迭代点靠近可行域。

对式(A3)求梯度：

$$\nabla \mathbf{L}(\mathbf{X}, \mathbf{e}, \boldsymbol{\lambda}) = \begin{bmatrix} \nabla \Phi(\mathbf{e}) + \nabla \mathbf{h}(\mathbf{X}, \mathbf{e})^T \boldsymbol{\lambda} + \nabla \mathbf{X}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{X} \\ \mathbf{h}(\mathbf{X}, \mathbf{e}) \end{bmatrix} \quad (A5)$$

其中， $\nabla \Phi(\mathbf{e})$ 、 $\nabla \mathbf{X}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{X}$  为  $24 \times 1$  阶矩阵； $\nabla \mathbf{h}(\mathbf{X}, \mathbf{e})$  为  $4 \times 24$  阶矩阵； $\nabla \Phi(\mathbf{e}) + \nabla \mathbf{h}(\mathbf{X}, \mathbf{e})^T \boldsymbol{\lambda} + \nabla \mathbf{X}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{X}$  由  $\mathbf{L}(\mathbf{X}, \mathbf{e}, \boldsymbol{\lambda})$  对  $(\mathbf{X}, \mathbf{e})$  求导得到； $\mathbf{h}(\mathbf{X}, \mathbf{e})$  由  $\mathbf{L}(\mathbf{X}, \mathbf{e}, \boldsymbol{\lambda})$  对  $\boldsymbol{\lambda}$  求导得到。经推导， $\mathbf{h}(\mathbf{X}, \mathbf{e})$  对  $(\mathbf{X}, \mathbf{e})$  求导得：

$$\nabla \mathbf{h}(\mathbf{X}, \mathbf{e}) = [\mathbf{H}_1 \quad \mathbf{H}_2] \quad (A6)$$

则有：

$$\nabla \mathbf{L}(\mathbf{X}, \mathbf{e}, \boldsymbol{\lambda}) = \begin{bmatrix} 2\mathbf{W}_1 \mathbf{X} + \mathbf{H}_1^T \boldsymbol{\lambda} \\ 2\mathbf{Q}^{-1} \mathbf{e} + \mathbf{H}_2^T \boldsymbol{\lambda} \\ \mathbf{h}(\mathbf{X}, \mathbf{e}) \end{bmatrix} \quad (A7)$$

$\nabla \mathbf{L}(\mathbf{X}^*, \mathbf{e}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) = \mathbf{0}$  是  $(\mathbf{X}^*, \mathbf{e}^*)$  成为式(10)局部最优解的必要条件。则有：

$$\begin{cases} 2\mathbf{W}_1 \mathbf{X}^* + \mathbf{H}_1^T \boldsymbol{\lambda}^* = \mathbf{0} \\ 2\mathbf{Q}^{-1} \mathbf{e}^* + \mathbf{H}_2^T \boldsymbol{\lambda}^* = \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\psi}(\mathbf{e}^0, \mathbf{X}^0) + \mathbf{H}_1(\mathbf{X}^* - \mathbf{X}^0) + \mathbf{H}_2(\mathbf{e}^* - \mathbf{e}^0) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (A8)$$

附录 B

表 B1 传感器探头坐标  
TableB1 Sensor probe coordinates

| 传感器 | 探头坐标/mm            |
|-----|--------------------|
| 1   | (1150, 1800, 1100) |
| 2   | (1150, 1800, 1300) |
| 3   | (1150, 0, 800)     |
| 4   | (1450, 0, 1600)    |
| 5   | (850, 0, 1600)     |

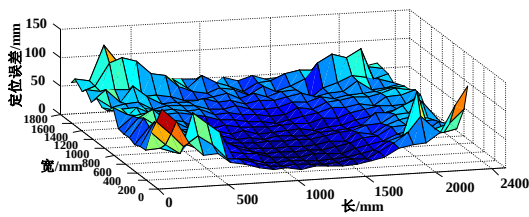
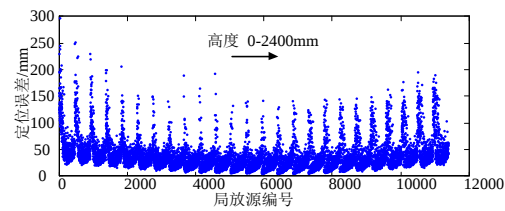


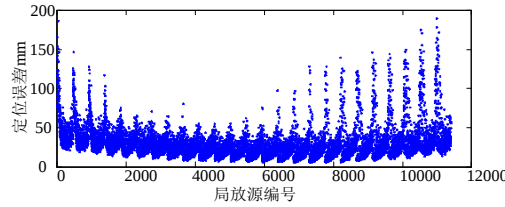
图 B1 RWTLS 局部放电定位误差分布  
Fig.B1 RWTLS PD location errors distribution

表 B2 3 组试验的传感器坐标  
TableB2 Three groups of experiment sensor coordinate

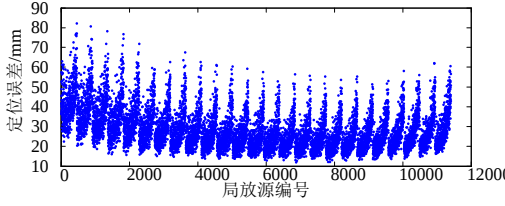
| 传感器 | 仿真 1 传感器坐标/mm      | 仿真 2 传感器坐标/mm      | 仿真 3 传感器坐标/mm      |
|-----|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1   | (1150, 1800, 1100) | (1150, 1800, 1100) | (1150, 1800, 1100) |
| 2   | (1150, 1800, 1300) | (1150, 1800, 1300) | (1150, 1800, 1300) |
| 3   | (1150, 0, 800)     | (1150, 0, 600)     | (1150, 0, 0)       |
| 4   | (1450, 0, 1600)    | (1550, 0, 1800)    | (0, 0, 2400)       |
| 5   | (850, 0, 1600)     | (750, 0, 1800)     | (2300, 0, 2400)    |



(a)仿真 1

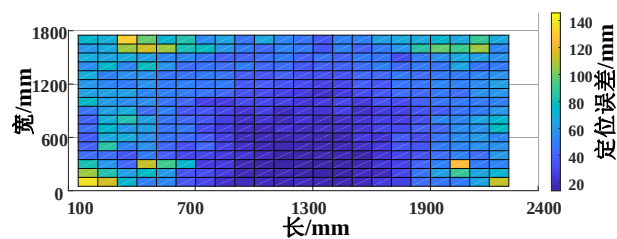


(b)仿真 2

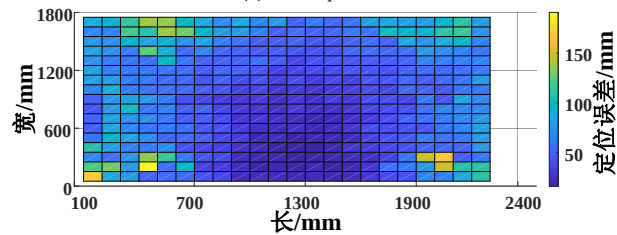


(c)仿真 3

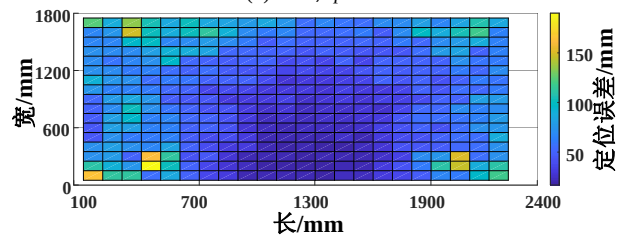
图 B2 变压器内部各点局部放电定位误差  
Fig.B2 PD location errors of every single point in transformer



(a)  $L=10, p=0.05$



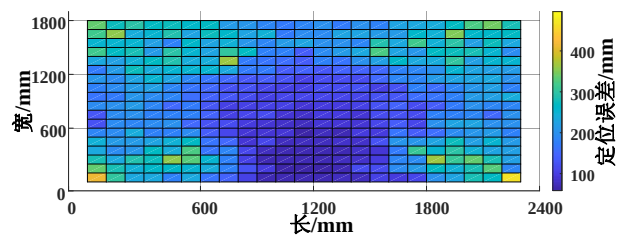
(b)  $L=10, p=0.1$



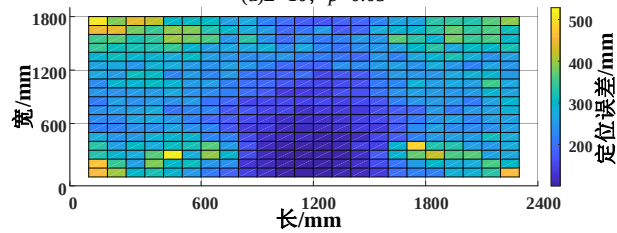
(c)  $L=5, p=0.05$

图 B3 不同粗差情况下 RWTLS 的定位误差

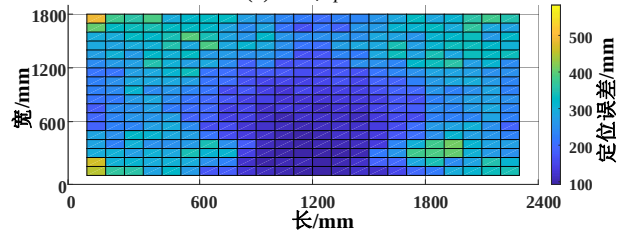
Fig.B3 RWTLS location errors under different gross errors



(a)  $L=10, p=0.05$



(b)  $L=10, p=0.1$



(c)  $L=5, p=0.05$

图 B4 不同粗差情况下遗传算法的定位误差

Fig.B4 Location errors of GA under different gross errors

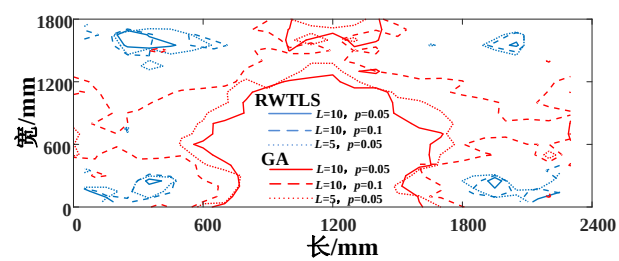


图 B5 不同粗差情况定位误差等高线对比

Fig.B5 Location error contour line contrast in different case of gross error

附录 C

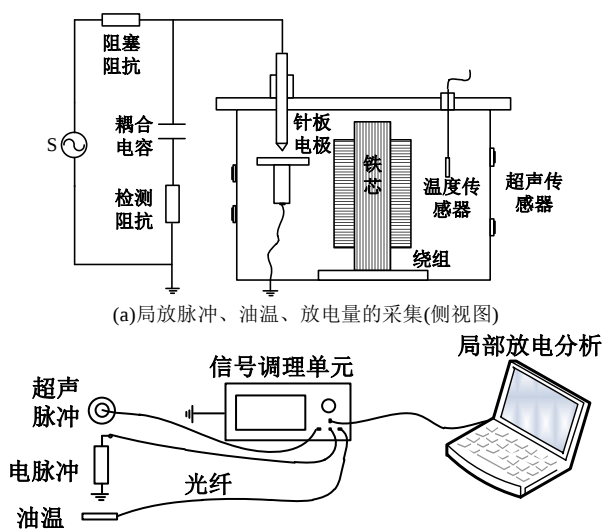


图 C1 试验装置  
Fig.C1 Experimental setup  
表 C1 信号调理单元参数

| TableC1 Parameters of signal conditioning unit |                          |
|------------------------------------------------|--------------------------|
| 参数                                             | 参数设置                     |
| 测量通道                                           | 独立 6 通道                  |
| 检测灵敏度                                          | 0.1pC                    |
| 采样精度                                           | 12Bit                    |
| 最高采样速率                                         | 20MHz                    |
| 测量范围                                           | 0.1pC-1000nC             |
| 本量程非线性误差                                       | 5%                       |
| 测量频带                                           | 1kHz-1MHz                |
| 试验电源频率范围                                       | 50-500Hz                 |
| 电源                                             | AC220V; 频率 50Hz; 功率 300W |