

考虑输入变量相关性的输电网区间潮流分析

冷仕鹏^{1,2}, 刘开培¹, 冉晓洪¹, 张嘉豪¹, 张学志¹

(1. 武汉大学 电气与自动化学院, 湖北 武汉 430072;

2. 国网江西省电力有限公司南昌市红谷滩供电分公司, 江西 南昌 330006)

摘要:在仿射算法的基础上,考虑电力系统中部分输入变量之间的相关性对区间潮流算法进行改进。构建以平行四边形模型为基础的区间相关性体系,建立考虑区间相关性的电力系统不确定潮流模型。考虑区间包络不够准确对区间潮流计算准确性的影响,提出一种基于凸多边形模型的区间潮流计算方法。利用仿射算法将传统的区间潮流迭代转化为一组非线性优化问题,通过凸多边形模型将区间变量之间的相关关系转换为一组新的约束条件,并利用优化算法对该非线性优化问题进行求解,得到一系列更窄的区间潮流解。2个输电网算例表明,所提方法不仅能够反映不同相关性水平对计算结果的影响,还能定量刻画区间包络准确程度对区间潮流的影响。

关键词:仿射算法;区间潮流;区间相关性;凸多边形模型;潮流分析

中图分类号:TM 744

文献标志码:A

DOI:10.16081/j.epae.202010010

0 引言

传统潮流计算是以确定性的数据为基础来求解一组非线性方程组,这些确定性的输入数据主要是电网的节点注入功率和支路阻抗,其中节点注入功率包括电源发出的功率和负荷消耗的功率等。然而实际电力系统中有些输入数据存在诸多不确定性,例如随机负荷的波动,大量风电、光伏等新能源接入电网带来的间歇性和波动性问题等。当潮流计算的输入参数变得不确定,电力系统的潮流分析过程和潮流解也会随之改变,传统的潮流分析计算将不再适用于不确定性电力系统的分析。区间潮流(IPF)是针对这些不确定性而被提出的一种有效解决办法。

区间潮流是一种将区间算法(IA)应用于潮流分析的解决不确定性的方法^[1],其本质是用区间数代替不确定性数据进行计算。由于区间分析只需要得到不确定数据的边界值,不需要考虑随机数据的分布情况,计算过程和分析方法也相对简单,因此目前被广泛使用。早期的区间潮流计算最典型的是采用Krawczyk-Moore算子进行区间迭代,最终得到潮流方程的区间解^[2]。该方法虽然能够求得不确定性潮流的区间范围,但其对迭代过程中初值的选取比较严格,计算复杂,并且容易出现区间扩张现象,导致结果过于保守,区间宽度过大,不够精确^[3]。为此,基于仿射算法(AA)的不确定潮流改进方法被提出并受到广泛关注。

仿射算法是一种能够在区间运算中解决“保守性”问题的自愈模型^[4]。文献[3]在潮流计算的乘、除法中引入仿射运算,通过区间数和二阶仿射形式的相互转换进行迭代计算,在一定程度上克服了区间扩张问题。文献[5]通过建立复仿射迭代形式的高斯区间潮流方程,保证了区间潮流的效率和精度。文献[6-7]分别在极坐标系和混合坐标系下利用仿射算法将区间迭代转换为一组关于“噪声”的非线性优化问题,该方法不仅简化了计算过程,节约了计算时间,还进一步提高了区间潮流计算结果的精度。文献[8]在基于仿射算法的区间潮流方程基础上,提出一类混合潮流方程的区间潮流计算方法。该方法不仅能够抑制区间扩张,还能避免潮流方程中三角函数繁琐的近似估计,提高了效率。除了仿射算法之外,文献[9]提出的基于最优性的边界收紧(OBBT)方法和文献[10]提出的基于区间泰勒展开的方法等都以提高区间潮流分析效率为目的对不确定潮流研究方法进行了改进。以上文献都通过改进算法提高了区间潮流的计算速度和区间解精度,但没有考虑输入数据相关性对区间潮流结果的影响。

新能源和随机负荷接入电网,其输出功率不仅具有不确定性的特点,还可能存在一定的相关性^[11]。例如风电场中的尾流效应会导致相邻风机叶轮转动相互影响,存在一定的相关关系。在概率潮流等不确定性潮流分析中,相关性受到广泛关注^[12-13]。目前关于区间潮流的研究,大多集中于对区间潮流算法的改进,而较少关注输入变量相关性对区间潮流的影响。文献[14-16]对区间变量的相关性进行大量分析,提出一种将相关性区间和独立区间统一的平行四边形模型(PM)。该模型首先对相关的区间变量进行采样,然后根据采样点进行建模,最后通过解

收稿日期:2020-02-08;修回日期:2020-08-06

基金项目:湖北省自然科学基金资助项目(2017CFB521);国家留学基金资助项目

Project supported by the Natural Science Foundation of Hubei Province(2017CFB521) and the Foundation of China Scholarship Council

析式转换对相关区间变量进行去相关性处理,使函数区间解的边界变窄。文献[17]用该模型考虑风电场风速的区间相关性,对区间最优潮流进行了求解。

本文基于仿射算法,考虑输入变量的相关性(包括发电机与发电机以及发电机与本地或邻近负荷间的相关性),改进 PM 并用其对区间相关性进行处理,提出一种新的考虑不确定输入变量相关性的区间潮流算法。该算法更贴合实际电力系统的运行情况,使计算得到的区间潮流解更加紧密、精确。

1 基于仿射算法的区间潮流计算

1.1 仿射算法

仿射算法是一种用于自我验证的数值计算模型,其目的是改善区间计算过程中的依赖性问题。文献[4]对仿射算法的概念和应用进行了详细说明和解释。在仿射算法中,一个不确定数 $\tilde{x}$ 可由一个中心值 x_0 和一系列相关噪声元 ε_i 的线性组合表示:

$$\tilde{x} = x_0 + x_1 \varepsilon_1 + x_2 \varepsilon_2 + \cdots + x_m \varepsilon_m \quad (1)$$

其中, ε_i 为噪声元; x_i 为噪声元的系数,其决定了噪声元 ε_i 的大小; m 为噪声元的数量。噪声元的具体大小是未知的,但其范围满足 $\varepsilon_i \in [-1, 1] (i=1, 2, \dots, m)$,且每个噪声元相互独立。若相同的噪声元出现在不同的不确定变量中,则这些不确定变量之间具有某种相互依赖性。

仿射算法能缓解这种依赖性,并且计算结果比传统区间算法更加精确[4]。假设给定两变量 $\tilde{x}$ 和 $\tilde{y}$:

$$\tilde{x} = x_0 + x_1 \varepsilon_1 + x_2 \varepsilon_2 + \cdots + x_m \varepsilon_m = x_0 + \sum_{i=1}^m x_i \varepsilon_i \quad (2)$$

$$\tilde{y} = y_0 + y_1 \varepsilon_1 + y_2 \varepsilon_2 + \cdots + y_m \varepsilon_m = y_0 + \sum_{i=1}^m y_i \varepsilon_i \quad (3)$$

其中, y_0 为 $\tilde{y}$ 仿射形式的中心值; y_i 为噪声元 ε_i 的系数。

文献[7]规定的仿射算法基本运算法则如下:

$$\alpha \tilde{x} + \beta \tilde{y} + \gamma = (\alpha x_0 + \beta y_0 + \gamma) + (\alpha x_1 + \beta y_1) \varepsilon_1 + \cdots + (\alpha x_m + \beta y_m) \varepsilon_m \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \tilde{x} \tilde{y} &= \left(x_0 + \sum_{i=1}^m x_i \varepsilon_i \right) \left(y_0 + \sum_{i=1}^m y_i \varepsilon_i \right) = \\ &= x_0 y_0 + \sum_{i=1}^m (x_0 y_i + y_0 x_i) \varepsilon_i + \sum_{i=1}^m x_i \varepsilon_i \cdot \sum_{i=1}^m y_i \varepsilon_i = \\ &= x_0 y_0 + \sum_{i=1}^m (x_0 y_i + y_0 x_i) \varepsilon_i + z_k \varepsilon_k \end{aligned} \quad (5)$$

其中, α, β 和 γ 为常数; ε_k 为计算过程中产生的新噪声元,其取值范围为 $[-1, 1]$; z_k 为新噪声元的系数,其最简便的计算表达式为 $z_k = \sum_{i=1}^m |x_i| \cdot \sum_{i=1}^m |y_i|$ 。

1.2 基于仿射算法的区间潮流

由于潮流计算极坐标系下存在 $\cos$ 和 $\sin$ 等三角函数,运用仿射算法时一般需要对其进行泰勒展开,较为不便,所以本文的潮流计算数学模型以直角坐

标系为基础。潮流计算典型方程如下:

$$\begin{cases} P_i = e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) + f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) & \forall i \in N_P \\ Q_i = f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) - e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) & \forall i \in N_{PQ} \\ V_i^2 = e_i^2 + f_i^2 & \forall i \in N_{PV} \end{cases} \quad (6)$$

其中, n 为系统中节点总数; N_P 为系统中 PQ 节点和 PV 节点的集合; N_{PQ} 为系统中 PQ 节点集合; N_{PV} 为系统中 PV 节点集合; G_{ij}, B_{ij} 分别为节点导纳矩阵元素的实部和虚部; e_i, f_i 分别为节点 i 电压的实部和虚部; P_i 为系统节点 i 的有功功率; Q_i 为系统节点 i 的无功功率; V_i 为系统节点 i 的电压幅值。

对于区间潮流而言,其不确定性因素以系统节点注入功率的波动为主,可以用区间形式表示,包括节点 i 注入有功功率 $\tilde{P}_{is} = [P_{is}^{\min}, P_{is}^{\max}]$,无功功率 $\tilde{Q}_{is} = [Q_{is}^{\min}, Q_{is}^{\max}]$ 。作为系统的输入数据,节点注入功率波动也会导致潮流方程解的不确定。在直角坐标系下的潮流计算中,节点电压的实部 e_i 和虚部 f_i 是计算的基础数据,因此首先需对其进行仿射形式的构建[7]。假定节点 i 注入的有功功率和无功功率的波动量产生的噪声元分别是 ε_i^P 和 ε_i^Q ,其初始值均在 $[-1, 1]$ 范围内,则根据文献[7]可得如下仿射形式:

$$\begin{cases} e_i = e_{i,0} + \sum_{j \in N_P} e_{ij}^P \varepsilon_j^P + \sum_{j \in N_{PQ}} e_{ij}^Q \varepsilon_j^Q \\ f_i = f_{i,0} + \sum_{j \in N_P} f_{ij}^P \varepsilon_j^P + \sum_{j \in N_{PQ}} f_{ij}^Q \varepsilon_j^Q \end{cases} \quad i \in N_P \quad (7)$$

其中, $e_{i,0}, f_{i,0}$ 分别为节点 i 电压实部 e_i 和虚部 f_i 的中心值, e_{ij}^P, f_{ij}^P 分别为节点 j 注入有功功率引起 e_i 和 f_i 的偏差, e_{ij}^Q, f_{ij}^Q 分别为节点 j 注入无功功率引起 e_i 和 f_i 的偏差,这些量都能由确定性潮流求得,文献[7]中详细描述了其求解方法。

根据式(4)和式(5),将式(7)代入式(6)可得到节点有功功率、无功功率和节点电压的仿射形式:

$$\begin{cases} P_i = P_{i,0} + \sum_{j \in N_P} P_{ij}^P \varepsilon_j^P + \sum_{j \in N_{PQ}} P_{ij}^Q \varepsilon_j^Q + \sum_{k \in N_n} P_{ik} \varepsilon_k & \forall i \in N_P \\ Q_i = Q_{i,0} + \sum_{j \in N_P} Q_{ij}^P \varepsilon_j^P + \sum_{j \in N_{PQ}} Q_{ij}^Q \varepsilon_j^Q + \sum_{k \in N_n} Q_{ik} \varepsilon_k & \forall i \in N_{PQ} \\ V_i^2 = V_{i,0}^2 + \sum_{j \in N_P} V_{ij}^P \varepsilon_j^P + \sum_{j \in N_{PQ}} V_{ij}^Q \varepsilon_j^Q + \sum_{k \in N_n} V_{ik} \varepsilon_k & \forall i \in N_{PV} \end{cases} \quad (8)$$

其中, $P_{i,0}$ 为节点 i 注入有功功率波动区间的中心值,可由 $(P_{is}^{\min} + P_{is}^{\max})/2$ 计算得到; $Q_{i,0}$ 为节点 i 注入无功功率波动区间的中心值,可由 $(Q_{is}^{\min} + Q_{is}^{\max})/2$ 计算得到; $V_{i,0}$ 为 PV 节点 i 的电压幅值; $P_{ij}^P, Q_{ij}^P, V_{ij}^P, P_{ij}^Q, Q_{ij}^Q, V_{ij}^Q, P_{ik}, Q_{ik}, V_{ik}$ 分别为噪声元 $\varepsilon_j^P, \varepsilon_j^Q$ 和 ε_k 的系数; N_n 为计算过程中新增噪声元编号的集合。

实际上,节点注入功率波动区间和节点电压与式(8)相等[7],即:

$$\begin{cases} \tilde{P}_{is} = P_i \\ \tilde{Q}_{is} = Q_i \\ V_{is}^2 = V_i^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_{is}^{\min} \leq P_i \leq P_{is}^{\max} \\ Q_{is}^{\min} \leq Q_i \leq Q_{is}^{\max} \\ V_{is}^2 = V_i^2 \end{cases} \quad (9)$$

式(9)中的变量只剩下噪声元 ε_j^P 、 ε_j^Q 和 ε_k 。其中 ε_k 的值不会改变,因此可以通过转换将式(9)变为一组关于节点注入功率噪声元 ε_j^P 和 ε_j^Q 的不等式。另外,潮流计算结果中的节点电压幅值 V_i 、节点电压相角 θ_i 、支路有功功率 P_{ij} 和支路无功功率 Q_{ij} 均由 e_i 、 f_i 计算得到,实际上最终也是关于 ε_j^P 和 ε_j^Q 的函数。因此仿射算法能够将不确定潮流问题转换成关于噪声元 ε_j^P 和 ε_j^Q 的非线性优化问题。具体转换方法如下。

将式(9)进行不等式转换,得到:

$$\begin{cases} \inf(\tilde{P}_{op,i}) \leq A_i = \sum_{j \in N_P} P_{ij}^P \varepsilon_j^P + \sum_{j \in N_{PQ}} P_{ij}^Q \varepsilon_j^Q \leq \sup(\tilde{P}_{op,i}) \\ \inf(\tilde{Q}_{op,i}) \leq B_i = \sum_{j \in N_P} Q_{ij}^P \varepsilon_j^P + \sum_{j \in N_{PQ}} Q_{ij}^Q \varepsilon_j^Q \leq \sup(\tilde{Q}_{op,i}) \\ \inf(\tilde{V}_{op,i}^2) \leq C_i = \sum_{j \in N_P} V_{ij}^P \varepsilon_j^P + \sum_{j \in N_{PV}} V_{ij}^Q \varepsilon_j^Q \leq \sup(\tilde{V}_{op,i}^2) \end{cases} \quad (10)$$

$$\tilde{P}_{op,i} = \tilde{P}_{is} - P_{i,0} - \sum_{k \in N_n} P_{ik} \varepsilon_k \quad (11)$$

$$\tilde{Q}_{op,i} = \tilde{Q}_{is} - Q_{i,0} - \sum_{k \in N_n} Q_{ik} \varepsilon_k \quad (12)$$

$$\tilde{V}_{op,i}^2 = V_{is}^2 - V_{i,0}^2 - \sum_{k \in N_n} V_{ik} \varepsilon_k \quad (13)$$

其中, $\inf(\cdot)$ 表示区间数的下界值; $\sup(\cdot)$ 表示区间数的上界值。

经过整理得到该优化问题关于噪声元 ε_i^P 和 ε_i^Q 的约束条件为:

$$\begin{cases} \text{s.t.} & -1 \leq \varepsilon_i^P \leq 1 \quad \forall i \in N_P \\ & -1 \leq \varepsilon_i^Q \leq 1 \quad \forall i \in N_{PQ} \\ & \inf(\tilde{P}_{op,i}) \leq A_i \leq \sup(\tilde{P}_{op,i}) \quad \forall i \in N_P \\ & \inf(\tilde{Q}_{op,i}) \leq B_i \leq \sup(\tilde{Q}_{op,i}) \quad \forall i \in N_{PQ} \\ & \inf(\tilde{V}_{op,i}^2) \leq C_i \leq \sup(\tilde{V}_{op,i}^2) \quad \forall i \in N_{PV} \end{cases} \quad (14)$$

该优化问题的目标函数为潮流方程的解,具体包括以下函数。

(1)节点电压幅值 V_i 。

$$V_i^2 = e_i^2 + f_i^2 = \left(e_{i,0} + \sum_{j \in N_P} e_{ij}^P \varepsilon_j^P + \sum_{j \in N_{PQ}} e_{ij}^Q \varepsilon_j^Q \right)^2 + \left(f_{i,0} + \sum_{j \in N_P} f_{ij}^P \varepsilon_j^P + \sum_{j \in N_{PQ}} f_{ij}^Q \varepsilon_j^Q \right)^2 \quad (15)$$

(2)节点电压相角 θ_i 。

$$\theta_i = \arctan(f_i/e_i) = \arctan \frac{f_{i,0} + \sum_{j \in N_P} f_{ij}^P \varepsilon_j^P + \sum_{j \in N_{PQ}} f_{ij}^Q \varepsilon_j^Q}{e_{i,0} + \sum_{j \in N_P} e_{ij}^P \varepsilon_j^P + \sum_{j \in N_{PQ}} e_{ij}^Q \varepsilon_j^Q} \quad (16)$$

(3)支路有功功率 P_{ij} 。

$$P_{ij} = G_{ij}(e_i^2 + f_i^2 - e_i e_j - f_i f_j) + B_{ij}(e_i f_j - e_j f_i) \quad (17)$$

(4)支路无功功率 Q_{ij} 。

$$Q_{ij} = G_{ij}(e_i f_j - e_j f_i) - B_{ij}(e_i^2 + f_i^2 - e_i e_j - f_i f_j) \quad (18)$$

将约束条件式(14)分别和目标函数式(15)~(18)联立,即可通过非线性优化方法求得区间潮流解的上、下界值。

仿射优化算法避免了区间潮流中的迭代带来的收敛性和初始值设置的问题,且在一定程度上抑制了区间扩展。基于仿射算法的区间潮流能对节点电压和支路功率进行区间压缩从而获得更高的精度^[1]。该算法能便利地表示不确定性输入变量并获得区间结果,普遍适用于电力系统的不确定性潮流计算。

2 区间相关性模型

新能源电源出力的影响因素存在不确定性,其不同因素之间还可能存在相关性,例如风电场中的尾流效应会导致相邻风机相互影响,存在一定的相关性。同样地,新能源和本地或者邻近负荷之间也可能存在时空相关性^[13,18]。在目前的区间潮流研究中,较少对输入变量相关性进行考虑。本文将在文献[14]中PM的基础上进行改进,提出一种更为完善的基于凸多边形模型的区间潮流算法。

2.1 PM

假定2个具有相关性的区间变量为 $\tilde{x}=[\underline{x}, \bar{x}]$ 、 $\tilde{y}=[\underline{y}, \bar{y}]$,对二者进行采样并描绘于坐标图上,构建一个平行四边形对采样点进行包络,以全部包络且面积最小为最优^[14]。利用该平行四边形便可对两区间变量之间的相关性进行描述,见图1中AGDH。

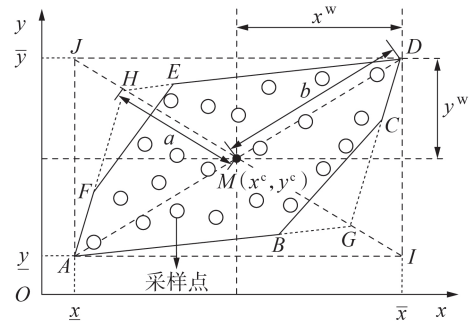


图1 相关性模型

Fig.1 Correlation model

由图1可以看出,当 $\tilde{x}$ 、 $\tilde{y}$ 相互独立时,采样点将覆盖整个矩形AIDJ;当 $\tilde{x}$ 、 $\tilde{y}$ 存在相关性时,其采样点只存在于平行四边形AGDH中^[14]。在该模型中,两区间变量的相关系数 ρ_{xy} 表示为:

$$\rho_{xy} = (b-a)/(b+a) \quad (19)$$

其中, a 、 b 为平行四边形的半对角线长。

其对应的数学模型为:

$$|\rho^{-1} T^{-1} R^{-1} (D - D^c)| \leq e \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\rho} &= \begin{bmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} x^w & 0 \\ 0 & y^w \end{bmatrix} \\ \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{D}^c = \begin{bmatrix} x^c & y^c \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{e} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{T} &= \begin{bmatrix} w_1 & 0 \\ 0 & w_2 \end{bmatrix}, \quad w_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^2 |\rho_{ij}|} \end{aligned}$$

其中, x^w 、 y^w 分别为区间变量 $\tilde{x}$ 、 $\tilde{y}$ 的区间宽度; x^c 、 y^c 分别为区间变量 $\tilde{x}$ 、 $\tilde{y}$ 的中心值。

$$x^c = (\bar{x} + x)/2$$

$$x^w = (\bar{x} - x)/2$$

假定向量 $\delta=[\delta_1 \ \delta_2]^T$ ($\delta_i=[-1,1], i=1,2$),式(20)可以等效为式(21)对变量 $\tilde{x}, \tilde{y}$ 进行去相关性处理。

$$D = RT_0\delta + D^c \quad (21)$$

文献[14]对该模型进行了详尽的分析,其有效性也在数值算例和工程实际中得到了验证。

2.2 改进模型

PM虽然能够对相关性进行很好的描述,但也存在一定的局限性。当两区间变量的采样值由于区间包络不够准确而在平行四边形中产生了空白区域时,利用PM进行计算会过于保守。因此本文在文献[14]的基础上,提出一种基于凸多边形模型的区间潮流计算方法,对PM进行改进得到凸多边形模型,如图1中 $ABCDEF$ 所示。

在图1中,区间变量 $\tilde{x}$ 、 $\tilde{y}$ 的采样值在三角形区域 BGC 和 EHF 中存在明显空缺,显然用凸多边形 $ABCDEF$ 来描述比用平行四边形 $AGDH$ 更加准确。该模型的相关系数和去相关性处理与PM类似,只是在实际应用转换上稍有不同,具体转换应用将在下文结合区间潮流介绍,仍以考虑节点注入功率间的相关性为主。

3 计及输入变量相关性的区间潮流

基于1.2节,用仿射算法将区间潮流计算转换成一组非线性优化问题。下文利用2.2节中的凸多边形模型将新能源发电间或新能源和本地随机负荷间的相关性转换成一组约束条件,使式(14)约束增强。

假设电网中的节点 j 和节点 k 接有新能源发电,注入的有功功率 $\tilde{P}_{js}$ 、 $\tilde{P}_{ks}$ 间存在相关性,且相关系数为 ρ 。由式(11)可知, $\tilde{P}_{op,j}$ 与 $\tilde{P}_{op,k}$ 的相关系数同样为 ρ 。根据式(14)可得与之相关的约束条件为:

$$\begin{cases} \text{s.t.} & \inf (\tilde{P}_{\text{op},j}) \leq A_j \leq \sup (\tilde{P}_{\text{op},j}) \\ & \inf (\tilde{P}_{\text{on},k}) \leq A_k \leq \sup (\tilde{P}_{\text{on},k}) \end{cases} \quad (22)$$

式(22)在图2中表示 AI 、 JD 和 AJ 、 ID 这4条直线。考虑相关性则需要将图中的凸多边形转换成相应的约束条件。

构造 $k_l A_j + A_k$, 通过式(21)对其进行计算得到一个区间数 $\tilde{R}_1$, 即:

$$\inf (\tilde{R}_1) \leq k_1 A_i + A_k \leq \sup (\tilde{R}_1) \quad (23)$$

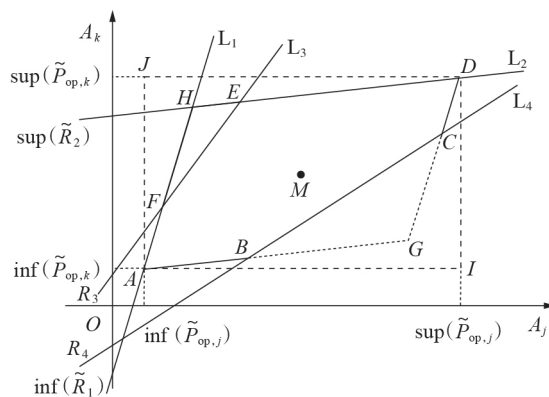


图2 相关性-约束条件转换图

Fig.2 Schematic diagram of transformation between correlation and constraint condition

文献[14]表明 $k_i A_j + A_k$ 的计算结果十分逼近真实值,因此可以认为其在图2中表现为直线 AH 和 GD 。同理可以构造 $k_i A_j + A_k$ ($i=2,3,4$)来分别表示图2中的不同直线,达到包络表征区间相关性的凸多边形的目的。在转换过程中,直线 EF 和直线 BC 并不能由式(21)直接计算得到,但可以通过其缩进比例 p_i 得到 $R_3 = p_3 (\inf(\tilde{R}_3) + \sup(\tilde{R}_3))$ 、 $R_4 = p_4 (\inf(\tilde{R}_4) + \sup(\tilde{R}_4))$ 。

综上所述,考虑输入变量相关性实际上就是将区间相关性通过凸多边形模型转换成一组约束条件,在不考虑相关性时约束条件为式(14),考虑相关性后完整约束条件如式(24)所示。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{s.t. 式 (14)} \\ \inf (\tilde{R}_1) \leq k_1 A_j + A_k \leq \sup (\tilde{R}_1) \\ \inf (\tilde{R}_2) \leq k_2 A_j + A_k \leq \sup (\tilde{R}_2) \\ k_3 A_j + A_k \leq R_3 \\ k_4 A_j + A_k \geq R_4 \end{array} \right. \quad (24)$$

上述考虑输入变量相关性的区间潮流步骤中,假设的是新能源发电之间的相关性,如地理位置临近的风电场由于同风带造成的时空相关性。对于新能源和本地负荷之间的相关性或其他电力系统潮流输入变量的相关性,本文提出的计算方法和步骤同样适用,具体计算流程如图3所示。

4 算例分析

为了验证本文所提计算方法的有效性与准确性,选取输电网 IEEE 9 节点系统和 IEEE 30 节点系统作为算例,分析考虑节点注入功率间的区间相关性对区间潮流的影响。

4.1 输电网IEEE 9节点系统

输电网 IEEE 9 节点系统拓扑结构如附录中图 A1 所示。在系统中,考虑负荷节点有功功率、无功功率和发电机节点注入有功功率的不确定性,并假设功率波动范围均为 $\pm 10\%$ 。

分别利用不考虑相关性的仿射算法、考虑区间

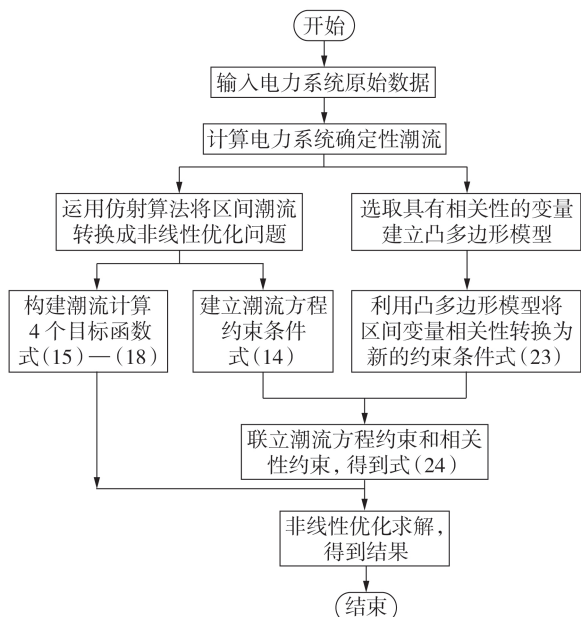


图3 本文计算方法流程图

Fig.3 Flowchart of proposed algorithm

相关性的仿射算法和蒙特卡洛 MC(Monte Carlo)模拟方法对区间潮流进行计算。假定其中两发电机节点7和8无负荷消耗,注入的有功功率间存在相关性,且相关系数为 $-0.5^{[15]}$,其凸多边形模型上、下2块的缩进比例均为0.5。蒙特卡洛模拟抽样100 000次,抽样过程同样对具有相关性的两节点的注入有功功率进行相关性处理。利用MATLAB仿真得到节点电压幅值和节点电压相角的数据分别如表1、2所示(表中电压幅值的上、下限为标么值)。

由表1、2可见,无论是节点电压幅值还是节点电压相角,相较于不考虑相关性的区间潮流结果,本文算法所得结果更加接近于蒙特卡洛模拟方法所代表的真实区间潮流解,验证了本文所提算法的有效性,采用本文算法得到的区间潮流结果更加精确。

4.2 输电网IEEE 30节点系统

为了在不同电网规模、不同相关性水平等情况下验证本文所提算法的有效性。假设在输电网IEEE 30节点系统中所有PQ节点有功功率和无功功率以及PV节点的有功功率波动范围为 $\pm 10\%$ 。将节点2和节点27替换为新能源发电机,并分别注入 $300 + j50 \text{ MV}\cdot\text{A}$ 和 $200 + j50 \text{ MV}\cdot\text{A}$ 的功率,考虑到输入变量正、负相关性的区间潮流计算步骤完全相同,将两发电机之间的相关系数设为 -0.6 ,正相关系数的计算步骤不再赘述。将系统中节点3替换成 $50 + j10 \text{ MV}\cdot\text{A}$ 的随机负荷,且节点2的新能源发电机和相邻节点3的负荷间存在相关性,相关系数设为 0.3 ,其凸多边形模型上、下2块的缩进比例均为 0.5 。同样蒙特卡洛抽样100 000次,并对节点2、27、3的注入功率进行相关性处理,相应的区间潮流的仿真结果见图4(图中节点电压幅值为标么值,后同)。

表1 IEEE 9节点系统电压幅值仿真结果

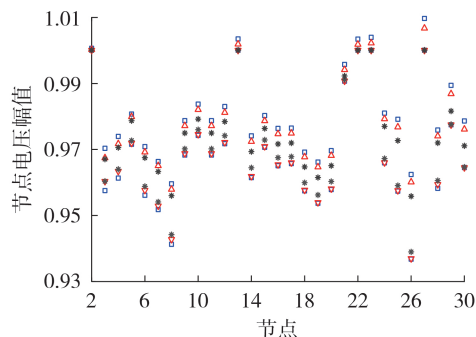
Table 1 Simulative results of voltage amplitude for IEEE 9-bus system

节点	不考虑相关性的仿射算法		本文算法		MC模拟方法	
	下限	上限	下限	上限	下限	上限
1	0.9803	0.9937	0.9815	0.9925	0.9822	0.9914
2	0.9655	0.9855	0.9670	0.9839	0.9683	0.9822
3	1.0001	1.0092	1.0004	1.0073	1.0008	1.0059
4	0.9793	0.9942	0.9798	0.9923	0.9806	0.9908
5	0.9917	1.0036	0.9921	1.0002	0.9926	0.9996
6	0.9450	0.9706	0.9466	0.9687	0.9476	0.9670
7	1	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1	1

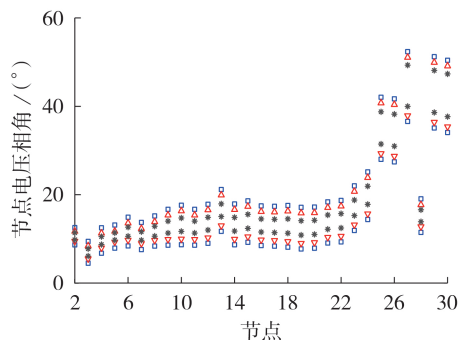
表2 IEEE 9节点系统电压相角仿真结果

Table 2 Simulative results of voltage phase angle for IEEE 9-bus system

节点	不考虑相关性的仿射算法		本文算法		MC模拟方法	
	下限 / (°)	上限 / (°)	下限 / (°)	上限 / (°)	下限 / (°)	上限 / (°)
1	-4.256	-0.562	-3.779	-0.976	-3.628	-1.184
2	-7.251	-0.771	-6.279	-1.505	-6.051	-1.947
3	-2.967	6.816	-1.057	5.490	-0.809	4.715
4	-4.727	5.974	-3.159	4.573	-2.681	3.971
5	-1.454	9.066	-0.127	7.877	0.359	7.171
6	-7.780	-0.919	-7.021	-1.606	-6.728	-2.011
7	3.812	15.521	5.140	14.337	5.725	13.518
8	-0.405	9.942	2.004	8.466	2.063	7.477



(a) 电压幅值



(b) 电压相角

□ 不考虑相关性边界, ▲ 本文算法上边界
▼ 本文算法下边界, • MC模拟方法边界

图4 IEEE 30节点系统的仿真结果

Fig.4 Simulative results of IEEE 30-bus system

由图 4 知,相较于不考虑相关性的区间潮流结果,考虑部分输入变量相关性(包括发电机与发电机之间以及发电机与本地负荷间相关性)的大多数节点的解区间均更接近蒙特卡洛模拟方法得到的真实解区间,这说明输入变量的相关性对区间潮流结果存在影响。同时,系统节点的解区间缩小范围并不完全相同,解区间的上、下界缩小程度也不同,这说明部分输入变量的相关性对系统各部分影响程度不同。

保持其他运行条件不变,分析 3 种典型关联水平对区间潮流计算结果的影响。保持节点 2、3 的新能源发电机和负荷之间相关系数为 0.3 不变,节点 2、27 的新能源发电机和发电机间的相关系数分别取 0.2、0.5 和 0.8,分别表征相关性的弱、中、强水平。得到电压幅值和相角的变化图如图 5 所示。相关系数的绝对值越大,两区间变量之间的相关性越强,对区间结果的影响也越大。从图 5 中可以看出,随着区间变量之间相关系数绝对值的变大,区间潮流结果的宽度变得更窄,这也说明了相关性的强弱对区间潮流结果的影响。同理,保持新能源发电机间相关性不变,改变新能源发电机和负荷间的相关性水平,也能得到类似的结果。

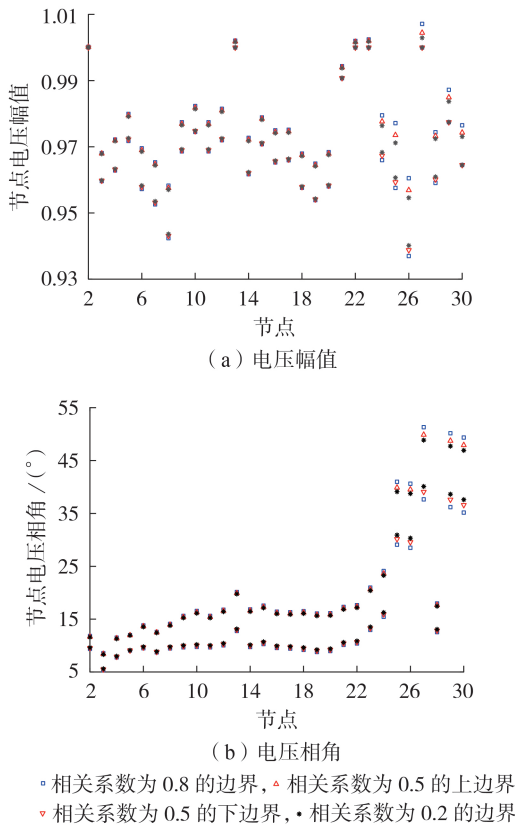


图 5 相关系数水平对电压的影响

Fig.5 Impact of correlation level on voltage

另外,各方法计算区间潮流的时间如表 3 所示(计算机配置为 Core(TM) i5-5200 CPU @ 2.20 GHz, 8 GB RAM)。

表 3 不同方法的计算时间

Table 3 Calculation time of different methods

系统	计算时间 / s				MC 模拟
	确定性 潮流	不考虑 相关性的 区间潮流	考虑相关性的 区间潮流		
			平行四边形法	凸多边形法	
IEEE 9	0.043	0.26	0.79	0.92	2.61
IEEE 30	0.054	2.36	3.30	3.76	13.88

由表 3 可见,考虑输入变量相关性(包括发电机与发电机之间以及发电机与本地负荷间相关性)的区间潮流计算比不考虑相关性的区间潮流计算所花费时间更多,但相较于蒙特卡洛模拟方法效率明显更高。因此本文所提出的考虑输入变量相关性的区间潮流方法能在计算时间增加不明显的情况下得到更精确的区间潮流值,具备有效性和快速性的特点。

5 结论

本文提出一种考虑部分输入变量之间相关性的区间潮流计算方法。根据模型分析和仿真计算结果可知,本文在区间潮流计算中考虑输入变量的区间相关性具有重要意义,并且相较于传统不考虑相关性的区间潮流,利用本文所提出的基于凸多边形的区间潮流方法进行不确定性潮流计算能够得出更加准确的区间潮流解。另外,具有相关性的节点之间的相关系数绝对值越大,区间潮流解的宽度越窄。

附录见本刊网络版(<http://www.epae.cn>)。

参考文献:

- [1] 廖小兵,刘开培,乐健,等. 电力系统区间潮流计算方法综述[J]. 中国电机工程学报,2019,39(2):447-458.
LIAO Xiaobing,LIU Kaipei,LE Jian,et al. Review on interval power flow calculation methods in power system[J]. Proceedings of the CSEE,2019,39(2):447-458.
- [2] MORI H,YUIHARA A. Calculation of multiple power flow solutions with the Krawczyk method[C]//IEEE International Symposium on Circuits & Systems. Orlando, Canada: [s.n.], 1999:94-97.
- [3] 丁涛,崔翰韬,顾伟,等. 基于区间和仿射运算的不确定潮流算法[J]. 电力系统自动化,2012,36(13):51-55,115.
DING Tao,CUI Hantao,GU Wei,et al. An uncertainty power flow algorithm based on interval and affine arithmetic[J]. Automation of Electric Power Systems,2012,36(13):51-55,115.
- [4] DE FIGUEIREDO L H,STOLFI J. Affine arithmetic: concepts and applications[J]. Numerical Algorithms,2004,37(1/2/3/4):147-158.
- [5] 王树洪,邵振国. 考虑 DG 运行不确定性的复仿射 Ybus 高斯迭代区间潮流算法[J]. 电力自动化设备,2017,37(3):38-44.
WANG Shuhong,SHAO Zhenguo. Interval power-flow algorithm based on complex affine Ybus-Gaussian iteration considering uncertainty of DG operation[J]. Electric Power Automation Equipment,2017,37(3):38-44.
- [6] VACCARO A,CANIZARES C A,BHATTACHARYA K. A range arithmetic-based optimization model for power flow analysis under interval uncertainty[J]. IEEE Transactions on Power Systems,2013,28(2):1179-1186.
- [7] ZHANG C,CHEN H Y,NGAN H,et al. A mixed interval

- power flow analysis under rectangular and polar coordinate system[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(2): 1422-1429.
- [8] 廖小兵, 刘开培, 李彧野, 等. 基于混合潮流方程的区间潮流计算方法[J]. 高电压技术, 2018, 44(10): 3417-3424.
LIAO Xiaobing, LIU Kaipei, LI Yuyue, et al. Interval power flow calculation method based on mixed power flow equations[J]. High Voltage Engineering, 2018, 44(10): 3417-3424.
- [9] DING T, BO R. Closure to discussion on "interval power flow analysis using linear relaxation and Optimality-Based Bounds Tightening(OBBT) methods"[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2015, 30(4): 2203.
- [10] 廖小兵, 刘开培, 张亚超, 等. 基于区间泰勒展开的不确定性潮流分析[J]. 电工技术学报, 2018, 33(4): 750-758.
LIAO Xiaobing, LIU Kaipei, ZHANG Yachao, et al. Uncertain power flow analysis based on Interval Taylor expansion[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2018, 33(4): 750-758.
- [11] 王昌照, 汪隆君, 王钢, 等. 分布式电源出力与负荷相关性对配电网可靠性的影响分析[J]. 电力自动化设备, 2015, 35(6): 99-105.
WANG Changzhao, WANG Longjun, WANG Gang, et al. Impact of distributed generation output and load correlation on distribution network reliability[J]. Electric Power Automation Equipment, 2015, 35(6): 99-105.
- [12] 廖星星, 吴奕, 卫志农, 等. 基于GMM及多点线性半不变量法的电-热互联综合能源系统概率潮流分析[J]. 电力自动化设备, 2019, 39(8): 55-62.
LIAO Xingxing, WU Yi, WEI Zhinong, et al. Probabilistic power flow analysis of integrated electricity-heat energy system based on GMM and multi-point linear cumulant method[J]. Electric Power Automation Equipment, 2019, 39(8): 55-62.
- [13] 蔡德福, 石东源, 陈金富. 基于Copula理论的计及输入随机变量相关性的概率潮流计算[J]. 电力系统保护与控制, 2013, 41(20): 13-19.
CAI Defu, SHI Dongyuan, CHEN Jinfu. Probabilistic load flow considering correlation between input random variables based on Copula theory[J]. Power System Protection and Control, 2013, 41(20): 13-19.
- [14] JIANG C, FUC M, NIB Y, et al. Interval arithmetic operations for uncertainty analysis with correlated interval variables[J]. Acta Mechanica Sinica, 2016, 32(4): 743-752.
- [15] JIANG C, ZHANG Q F, HAN X, et al. A non-probabilistic structural reliability analysis method based on a multidimensional parallelepiped convex model[J]. Acta Mechanica, 2014, 225(2): 383-395.
- [16] 姜潮, 郑静, 韩旭, 等. 一种考虑相关性的概率: 区间混合不确定模型及结构可靠性分析[J]. 力学学报, 2014, 46(4): 591-600.
JIANG Chao, ZHENG Jing, HAN Xu, et al. A probability and interval hybrid structural reliability analysis method considering parameters' correlation[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2014, 46(4): 591-600.
- [17] 鲍海波, 韦化, 郭小璇. 考虑风速相关性和可调度负荷不确定性的区间最优潮流[J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(10): 2628-2637.
BAO Haibo, WEI Hua, GUO Xiaoxuan. Interval optimal power flow calculation considering interval correlated wind power and uncertain dispatchable load[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(10): 2628-2637.
- [18] RANX H, MIAOS H. Three-phase probabilistic load flow for power system with correlated wind, photovoltaic and load[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2016, 10(12): 3093-3101.

作者简介:



冷仕鹏

冷仕鹏(1995—), 男, 江西九江人, 硕士研究生, 主要研究方向为不确定性电力系统分析与计算(E-mail: lengsp@whu.edu.cn);

刘开培(1962—), 男, 湖北荆门人, 教授, 博士研究生导师, 博士, 主要研究方向为直流输电、电力信息物理融合系统、新能源与智能电网等(E-mail: kpliu@whu.edu.cn);

冉晓洪(1984—), 男, 重庆人, 讲师, 博士, 通信作者, 主要研究方向为复杂运行条件下电力电子化电力系统的运行分析与控制方法(E-mail: xhran@whu.edu.cn)。

(编辑 王锦秀)

Interval power flow analysis of transmission network considering correlation of input variables

LENG Shipeng^{1,2}, LIU Kaipei¹, RAN Xiaohong¹, ZHANG Jiahao¹, ZHANG Xuezhi¹

(1. School of Electrical Engineering and Automation, Wuhan University, Wuhan 430072, China; 2. Nanchang City Honggutan Electric Power Supply Company of State Grid Jiangxi Electric Power Company, Nanchang 330006, China)

Abstract: Based on affine algorithm, the interval power flow algorithm is improved considering the correlation between some input variables in power system. The interval correlation system based on parallelogram model is constructed, and the uncertain power flow model of power system considering interval correlation is established. Considering the influence of inaccurate interval envelope on the accuracy of interval power flow calculation, an interval power flow calculation method based on convex polygon model is proposed. The affine algorithm is used to transform the traditional interval power flow iteration into a set of nonlinear optimization problems, the correlation between interval variables is converted into a new set of constraints by the convex polygon model, and the optimization algorithm is adopted to solve the nonlinear optimization problems, by which a series of narrower interval power flow solutions are obtained. Two transmission network examples show that the proposed method can not only reflect the influence of different correlation levels on the calculative results, but also quantitatively describe the influence of the accuracy of interval envelope on the interval power flow.

Key words: affine algorithm; interval power flow; interval correlation; convex polygon model; power flow analysis

附录:

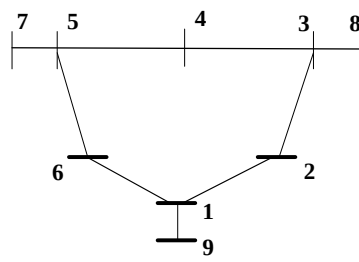


图 A1 IEEE 9 节点系统拓扑图

Fig.A1 Topology of IEEE 9-bus system