

基于海森矩阵的仿射谐波潮流保守性优化

邵振国^{1,2}, 汤炜坤^{1,2}, 张 嫣^{1,2}, 黄耿业^{1,2}

(1. 福州大学 电气工程与自动化学院, 福建 福州 350108; 2. 福建省电器智能化工程技术研究中心, 福建 福州 350108)

摘要:针对传统仿射谐波潮流的计算结果存在较大保守性的问题,提出一种仿射谐波潮流的保守性优化方法。首先建立电网潮流方程,并采用牛顿-拉夫逊算法进行求解,在求解过程中采用纽曼级数将仿射矩阵的求逆运算转换为乘法运算;然后定义保守度作为保守性的量化指标,以完备性为约束条件、保守度最小为优化目标,基于海森矩阵求解仿射乘法的最优近似;最后将仿射乘法的最优近似用于仿射谐波潮流计算。IEEE 30节点系统仿真结果表明,相较于传统算法,所提方法的计算结果具有更小的保守性。

关键词:仿射谐波潮流;保守性;仿射乘法;仿射矩阵求逆运算;海森矩阵

中图分类号:TM 711

文献标志码:A

DOI:10.16081/j.epae.202011002

0 引言

为了缓解能源危机,大量分布式新能源发电接入电网^[1]。分布式新能源发电向电网注入谐波电流,导致电网电压出现谐波畸变,新能源发电的随机性与波动性又使得这种谐波畸变具有不确定性^[2]。此外,分布式新能源发电的接入规划^[3]与运行优化^[4]也需要在计及不确定性因素下计算电网的谐波潮流,以便搜索全局最优解。因此,开展不确定性谐波潮流计算具有重要意义。

常见的电力系统不确定性潮流算法有概率潮流和区间潮流。概率潮流根据历史数据建立不确定量的概率密度函数模型,求解电网潮流的概率分布^[5-6]。但实际工程中获取精确的概率密度函数需要大量的历史数据,而近似处理又将导致计算结果存在较大的偏差。相比之下,区间潮流只关注不确定量的波动范围,实现简单,但传统区间潮流计算结果的保守性过大,即区间潮流所得到的区间范围大于精确的区间范围,这使得计算结果丧失工程应用价值。作为区间潮流的发展,仿射潮流^[7-9]能够记录不确定量之间的相关性,使其计算结果具有更小的保守性,因此得到了广泛应用。

求解仿射潮流涉及大量的仿射运算,其中非线性仿射运算生成噪声元的高次项,近似处理得到的计算结果具有保守性,进而导致仿射潮流的计算结果具有保守性。按照传统的仿射运算法则,1次仿射除法运算等效为2次仿射乘法运算、1次仿射倒数运算与1次仿射平方运算,文献[10]将2次仿射乘法运算产生的噪声元视为同类噪声元,通过合并同类噪声元的方法降低仿射除法运算结果的保守性,但

其所采用的仿射乘法运算法则具有较大的保守性。文献[11]改进噪声元的合并方法,将新增噪声元视为原有噪声元的函数关系来保留相关性,降低非线性仿射运算结果的保守性。仿射函数表示仿射量之间的映射关系,文献[12]采用仿射函数替代非线性仿射运算,建立风速-功率的仿射模型,获得保守性更小的计算结果,但保守性的优化效果受限于风速-功率函数的拟合精度。极坐标形式的潮流方程涉及正弦函数与余弦函数,文献[13]采用泰勒级数近似处理潮流算式,改进正弦函数与余弦函数的仿射运算,获得保守性更小的潮流计算结果。由此可见,优化非线性仿射运算是降低仿射潮流保守性的关键。

本文提出一种仿射谐波潮流的保守性优化方法。首先建立电网潮流方程,根据牛顿-拉夫逊算法求解潮流方程,在求解过程中采用纽曼级数将仿射矩阵的求逆运算转换为乘法运算;其次定义保守度,并选取仿射乘法运算结果的保守度作为优化对象,以完备性为约束条件、保守度最小为优化目标建立优化模型;然后基于海森矩阵求解优化模型,得到仿射乘法的最优近似;最后将改进的仿射乘法用于仿射谐波潮流计算,通过IEEE 30节点系统算例与传统方法对比,验证了本文方法的计算结果具有更小的保守性。

1 仿射谐波潮流算法

1.1 仿射算术

已知不确定量的下界与上界,可定义区间数 $[X]$:

$$[X] = [x_{\min}, x_{\max}] \quad (1)$$

其中, $x_{\min}$ 与 $x_{\max}$ 分别为区间的下界与上界。

在区间数中引入噪声元表示变量之间的相关性,得到仿射数 $\hat{x}$,如式(2)所示。

$$\hat{x} = x_0 + \sum_{i=1}^n x_i \varepsilon_i \quad (2)$$

收稿日期:2020-02-20;修回日期:2020-09-01

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51777035)

Project supported by the National Natural Science Foundation of China(51777035)

其中, x_0 为中心值; ε_i 为噪声元, 表示不确定性因素, 取值范围是 $[-1, 1]$; x_i 为噪声元系数, 表示不确定性因素对中心值的影响程度; n 为噪声元的数量。

仿射潮流涉及大量的仿射运算, 仿射运算法则参见文献[14]。仿射运算的值域是对精确值域的近似估计。用完备性表示近似值域包含精确值域的能力, 不满足完备性的近似值域存在信息缺失。用保守性表示近似值域范围超出精确值域范围的程度, 保守性过大的近似值域将失去应用价值。

完备性是仿射运算结果具有合理性的基础, 要求仿射运算的近似值域必须包含精确值域, 即近似值域的区间下界应小于或者等于精确值域的区间下界, 并且近似值域的区间上界应大于或者等于精确值域的区间上界。为了提高仿射运算的精度, 要求仿射运算结果在满足完备性的前提下具有较小的保守性。

1.2 谐波源仿射模型

谐波源的仿射模型可以描述为:

$$\hat{I}^{(h)} = \hat{f}_h(\hat{U}^{(1)}, \hat{U}^{(2)}, \dots, \hat{U}^{(H)}, C) \quad (3)$$

其中, h 为谐波次数, h 取 1 表示基波分量; H 为谐波潮流所需分析的最高谐波次数; $\hat{I}^{(h)}$ 为 h 次谐波电流的仿射值, $\hat{U}^{(h)}$ 为 h 次谐波电压的仿射值; C 为控制参数。

电网中的谐波源根据其谐波电流发射特性的差异可以分为 2 类: 第一类谐波源发射的谐波电流受接入点谐波电压的影响较大, 可采用谐波耦合导纳矩阵模型描述其谐波电流的发射特性, 该类谐波源有电弧炉、荧光灯等; 第二类谐波源发射的谐波电流主要取决于自身的运行功率, 接入点的谐波电压对其谐波电流的影响较小, 可采用恒流源模型描述其谐波电流的发射特性, 该类谐波源为电力电子器件。

本文以第二类谐波源为研究对象, 选取含有率模型描述谐波源的特性, 即忽略谐波源接入点的谐波电压对其谐波电流的影响。当谐波源并网运行时, 其基波电压等于电网的基波电压。综上所述, 可将式(3)近似处理为式(4)。

$$\hat{I}^{(h)} = \hat{f}_h(\hat{I}^{(1)}) \quad (4)$$

根据式(5)计算谐波源输出谐波电流幅值的仿射与相角的仿射, 以此构造电网节点谐波电流的仿射矩阵 $\hat{I}_h$, 再由网络参数形成电网节点谐波导纳矩阵 Y_h , 并根据式(6)求取电网节点谐波电压的仿射矩阵 $\hat{U}_h$ 。

$$\begin{cases} |\hat{I}^{(h)}| = |\hat{I}^{(1)}| \frac{I^{(h-\text{spectrum})}}{I^{(1-\text{spectrum})}} \\ \hat{\theta}^{(h)} = \theta^{(h-\text{spectrum})} + h(\hat{\theta}^{(1)} - \theta^{(1-\text{spectrum})}) \end{cases} \quad (5)$$

$$\hat{U}_h = Y_h^{-1} \hat{I}_h \quad (6)$$

其中, $|\hat{I}^{(h)}|$ 为 h 次谐波电流幅值的仿射; $\hat{\theta}^{(h)}$ 为 h 次谐波电流相角的仿射; $I^{(h-\text{spectrum})}$ 与 $I^{(1-\text{spectrum})}$ 分别为谐波源典型频谱中 h 次谐波电流幅值与基波电流幅值; $\theta^{(h-\text{spectrum})}$ 与 $\theta^{(1-\text{spectrum})}$ 分别为谐波源典型频谱中 h 次谐波电流相角与基波电流相角。

1.3 仿射潮流修正方程组

基于牛顿-拉夫逊算法的仿射潮流修正方程组为:

$$\hat{J} \Delta \hat{X} = \Delta \hat{W} \quad (7)$$

其中, $\hat{J}$ 为雅可比仿射矩阵, $\Delta \hat{X}$ 为基波电压修正量的仿射矩阵, $\Delta \hat{W}$ 为功率修正量或电压修正量的仿射矩阵, 分别如式(8)~(10)所示。上述矩阵元素的计算方法参见文献[15]。

$$\hat{J} = \begin{bmatrix} \hat{H}_{11} & \hat{N}_{11} & \cdots & \hat{H}_{1w} & \hat{N}_{1w} \\ \hat{M}_{11} & \hat{L}_{11} & \cdots & \hat{M}_{1w} & \hat{L}_{1w} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \hat{H}_{w1} & \hat{N}_{w1} & \cdots & \hat{H}_{ww} & \hat{N}_{ww} \\ \hat{R}_{w1} & \hat{S}_{w1} & \cdots & \hat{R}_{ww} & \hat{S}_{ww} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\Delta \hat{X} = [\Delta \hat{f}_1^{(1)} \quad \Delta \hat{e}_1^{(1)} \quad \cdots \quad \Delta \hat{f}_w^{(1)} \quad \Delta \hat{e}_w^{(1)}]^T \quad (9)$$

$$\Delta \hat{W} = [\Delta \hat{P}_1 \quad \Delta \hat{Q}_1 \quad \cdots \quad \Delta \hat{P}_w \quad \Delta \hat{U}_w^2]^T \quad (10)$$

其中, w 为电网中除平衡节点以外的总节点数; $\hat{H}_{ij}$ 与 $\hat{N}_{ij}$ 分别为节点 i 注入有功功率对节点 j 电压虚部与电压实部偏导的仿射值; $\hat{M}_{ij}$ 与 $\hat{L}_{ij}$ 分别为节点 i 注入无功功率对节点 j 电压虚部与电压实部偏导的仿射值; $\hat{R}_{ij}$ 与 $\hat{S}_{ij}$ 分别为节点 i 电压幅值平方对节点 j 电压虚部与电压实部偏导的仿射值; $\Delta \hat{e}_i^{(1)}$ 与 $\Delta \hat{f}_i^{(1)}$ 分别为节点 i 基波电压实部与基波电压虚部的修正量的仿射值; $\Delta \hat{P}_i$ 、 $\Delta \hat{Q}_i$ 与 $\Delta \hat{U}_i^2$ 分别为节点 i 注入有功功率、无功功率与电压幅值平方的修正量的仿射值; $i, j = 1, 2, \dots, w$ 。

1.4 基于纽曼级数的雅可比仿射矩阵求逆方法

为了求解式(7)的仿射修正方程组, 需要对雅可比仿射矩阵进行求逆运算, 将式(7)转换为式(11)的形式, 进而通过仿射乘法计算基波电压修正量的仿射矩阵 $\Delta \hat{X}$ 。

$$\Delta \hat{X} = \hat{J}^{\text{inv}} \Delta \hat{W} \quad (11)$$

其中, $\hat{J}^{\text{inv}}$ 为雅可比仿射矩阵的逆矩阵。

以雅可比仿射矩阵的中心值矩阵 J_0 作为基准, 对雅可比仿射矩阵进行标么化处理, 即雅可比仿射矩阵的中心值矩阵与噪声元系数矩阵均除以其中心值矩阵, 标么化后的结果如式(12)所示。由于系数矩阵 $J_{\text{pu}, i}$ 有界, 因此, 雅可比仿射矩阵的求逆运算可展开为纽曼级数^[16]的形式, 如式(13)所示。

$$\hat{J}_{\text{pu}} = I + \sum_{i=1}^n J_{\text{pu}, i} \varepsilon_i \quad (12)$$

$$\hat{J}_{pu}^{-1} = (I + J_{pu,1}\varepsilon_1 + J_{pu,2}\varepsilon_2 + \cdots + J_{pu,n}\varepsilon_n)^{-1} = I - \sum_{i=1}^n J_{pu,i}\varepsilon_i + \left(\sum_{i=1}^n J_{pu,i}\varepsilon_i\right)^2 - \left(\sum_{i=1}^n J_{pu,i}\varepsilon_i\right)^3 + \cdots \quad (13)$$

其中,下标 pu 表示标么值; I 为单位矩阵。

由于噪声元的取值范围是 $[-1, 1]$,将噪声元高次项看作区间,引入新增噪声元 ε_e ,则噪声元高次项(如 l 次项)满足式(14)的包含关系。将式(14)应用于式(13)中,结合纽曼级数可得到式(15)。

$$\left(\sum_{i=1}^n J_{pu,i}\varepsilon_i\right)^l \subseteq \left(\sum_{i=1}^n |J_{pu,i}|\right)^l \varepsilon_e \quad (14)$$

$$\hat{J}_{pu}^{-1} \subseteq I - \sum_{i=1}^n J_{pu,i}\varepsilon_i + C^2(I + C)^{-1}\varepsilon_e \quad (15)$$

其中, $|J_{pu,i}|$ 表示对矩阵 $J_{pu,i}$ 的元素取绝对值后构造的矩阵;“ $\subseteq$ ”表示该符号右侧变量能包含左侧变量的所有可能取值; $C = \sum_{i=1}^n |J_{pu,i}|$ 。

仍以雅可比仿射矩阵的中心值矩阵 J_0 为基准,将标么值转换为有名值,以此定义雅可比仿射矩阵的求逆运算方法:

$$\hat{J}^{inv} = J_0^{inv} + \sum_{i=1}^n J_i^{inv}\varepsilon_i + J_e^{inv}\varepsilon_e \quad (16)$$

$$\begin{cases} J_0^{inv} = J_0^{-1} \\ J_i^{inv} = -J_0^{-1} J_{pu,i} \\ J_e^{inv} = J_0^{-1} C^2 (I - C)^{-1} \end{cases} \quad (17)$$

其中, J_0^{inv} 为雅可比仿射矩阵的逆矩阵的中心值矩阵; J_i^{inv} 为雅可比仿射矩阵的逆矩阵的原有噪声元系数矩阵; J_e^{inv} 为雅可比仿射矩阵的逆矩阵的新增噪声元系数矩阵。

得到雅可比仿射矩阵的逆矩阵后,便可根据式(11)求解节点基波电压修正量的仿射矩阵,再由式(18)更新全网节点的基波电压仿射值。

$$\hat{X}^{(t)} = \hat{X}^{(t-1)} + \Delta \hat{X}^{(t-1)} \quad (18)$$

其中, $\hat{X}^{(t)}$ 为第 t 次迭代后节点基波电压的仿射矩阵; $\Delta \hat{X}^{(t-1)}$ 为第 $t-1$ 次迭代后节点基波电压修正量的仿射矩阵。迭代收敛条件为 $\Delta \hat{X}$ 的中心值、上界值与下界值均小于设定的精度。

2 基于海森矩阵求解的仿射潮流保守性优化

2.1 保守性优化模型

在基于纽曼级数定义雅可比仿射矩阵的求逆运算后,求解仿射潮流修正方程组所涉及的非线性运算为乘法运算。建立仿射乘法的保守性优化模型来求解仿射乘法的最优近似,降低仿射乘法运算结果的保守性,进而可以降低仿射谐波潮流计算结果的保守性。由于实数域与复数域的仿射乘法运算法则相同^[7],因此本文以实数域的仿射乘法为例展开分析。

将仿射乘法运算看作 n 个噪声元的函数,记为

$f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n)$,在定义域内选取展开点,对其进行泰勒展开,将常数项与噪声元一次项之和记为 $g(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n)$,噪声元高次项记为 $f_h(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n)$,如式(19)所示。

$$f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n) = g(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n) + f_h(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n) \quad (19)$$

为了保证运算结果满足式(2)的仿射形式,根据式(20)将噪声元高次项近似处理为一次项,得到式(21)。

$$d(\varepsilon_{n+1}) = \frac{d_{\min} + d_{\max}}{2} + \frac{d_{\max} - d_{\min}}{2} \varepsilon_{n+1} \quad (20)$$

$$h(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n) = g(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n) + d(\varepsilon_{n+1}) \quad (21)$$

其中, ε_{n+1} 为新噪声元,取值范围是 $[-1, 1]$; $d(\varepsilon_{n+1})$ 为近似处理后的噪声元一次项,由于 ε_{n+1} 的取值范围是 $[-1, 1]$,因此将 $d(\varepsilon_{n+1})$ 视为区间,区间宽度记作 $w_{id}(d)$; $d_{\max}$ 与 $d_{\min}$ 分别为 $f_h(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n)$ 在定义域内的最大值与最小值。

为了便于区分,将 $f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n)$ 得到的结果称为精确值,将 $h(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n)$ 得到的结果称为近似值。为了衡量近似值的保守性大小,定义保守度,如式(22)所示。 η 越小说明近似值的保守性越小,即近似值越接近精确值。因此,以保守度最小为优化目标,以完备性为约束条件,针对仿射乘法的保守性建立优化模型,如式(23)所示。其中,完备性表示近似值囊括精确值的能力,也就是近似值的区间宽度应大于或者等于精确值的区间宽度。

$$\eta = \frac{w_{id}(h) - w_{id}(f)}{w_{id}(f)} \times 100\% \quad (22)$$

$$\begin{cases} \min \eta \\ \text{s.t. } w_{id}(h) \geq w_{id}(f) \end{cases} \quad (23)$$

其中, $w_{id}(f)$ 、 $w_{id}(h)$ 分别为 $f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n)$ 和 $h(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n)$ 在定义域内最大值与最小值之差。

如果 n 个自变量 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n$ 的取值范围确定,则 $g(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n)$ 与 $f_h(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n)$ 的值域是确定的,即 $w_{id}(g)$ 与 $w_{id}(f_h)$ 是确定值,此时 $w_{id}(h)$ 与 $w_{id}(d)$ 有关。其中, $w_{id}(g)$ 、 $w_{id}(f_h)$ 分别为 $g(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n)$ 、 $f_h(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n)$ 在定义域内最大值与最小值之差。因此, η 的大小取决于 $w_{id}(d)$,式(23)可以转换为式(24)。

$$\begin{cases} \min w_{id}(d) = d_{\max} - d_{\min} \\ \text{s.t. } w_{id}(h) \geq w_{id}(f) \end{cases} \quad (24)$$

2.2 基于海森矩阵的保守性优化模型求解过程

求取函数的最值需要对比函数在定义域内部与定义域边界处的极值,又因 $f_h(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n)$ 是以噪声元为自变量的多元函数,因此, $d_{\max}$ 与 $d_{\min}$ 的求解问题可以转换为多元函数极值的求解问题。海森矩阵是以多元函数的二阶偏导数作为矩阵元素的方

阵,通过判断海森矩阵是正定还是负定,可以判断多元函数内部极值点的位置。

假设参与仿射乘法运算的乘数如式(25)所示。选取函数的自变量与因变量作为坐标轴建立坐标系,当展开点选取点 $(\varepsilon_{m,1}, \varepsilon_{m,2}, \dots, \varepsilon_{m,n})$ 时, $f_h(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$ 的海森矩阵如式(26)所示。其中, $(\varepsilon_{m,1}, \varepsilon_{m,2}, \dots, \varepsilon_{m,n})$ 为函数 $f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$ 的一组自变量取值,下标 m 表示点的编号。

$$\begin{cases} \hat{x} = x_0 + \sum_{i=1}^n x_i \varepsilon_i \\ \hat{y} = y_0 + \sum_{i=1}^n y_i \varepsilon_i \end{cases} \quad (25)$$

$$H_e = \begin{bmatrix} 2x_1y_1 & x_1y_2 + x_2y_1 & \cdots & x_1y_n + x_ny_1 \\ x_1y_2 + x_2y_1 & 2x_2y_2 & \cdots & x_2y_n + x_ny_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1y_n + x_ny_1 & x_2y_n + x_ny_2 & \cdots & 2x_ny_n \end{bmatrix} \quad (26)$$

其中, y_0 为仿射的中心值; y_i 为仿射的噪声元系数。

根据矩阵主子式的符号来判断矩阵是正定还是负定。其中, H_e 的各阶主子式如式(27)所示。

$$D_k = \begin{cases} 2x_iy_i & k=0 \\ -(x_iy_j - x_jy_i)^2 & k=1, 1 \leq i < j \leq n \\ 0 & k=2, 3, \dots, n \end{cases} \quad (27)$$

其中, D_k 为矩阵 H_e 的 k 阶主子式。

在潮流计算中,仿射变量的噪声元系数满足式(28)所示的关系。将式(28)代入式(27),可以确定 $f_h(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$ 的最小值点位于定义域的边界处。此时,还需对比 $f_h(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$ 在定义域内部的极大值与在边界处的极大值,进而确定其最大值点的位置。

$$\begin{cases} \exists x_iy_i < 0 \\ \exists x_iy_j \neq x_jy_i \end{cases} \quad (28)$$

$f_h(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$ 在定义域边界处的极大值 d_{exmax} 与极小值 d_{exmin} 分别如式(29)、(30)所示,在定义域内部的极大值 d_{inmax} 如式(31)所示。

$$d_{\text{exmax}} = \sum_{i=1}^n x_iy_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n |x_iy_j| + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |x_iy_j \varepsilon_{m,j}| + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |x_iy_j \varepsilon_{m,i}| + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_iy_j \varepsilon_{m,i} \varepsilon_{m,j} \quad (29)$$

$$d_{\text{exmin}} = \sum_{i=1}^n x_iy_i - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n |x_iy_j| - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |x_iy_j \varepsilon_{m,j}| - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |x_iy_j \varepsilon_{m,i}| + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_iy_j \varepsilon_{m,i} \varepsilon_{m,j} \quad (30)$$

$$d_{\text{inmax}} = \sum_{i=1}^n x_iy_i \varepsilon_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n x_iy_j \varepsilon_i \varepsilon_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_iy_j \varepsilon_i \varepsilon_{m,j} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_iy_j \varepsilon_j \varepsilon_{m,i} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_iy_j \varepsilon_{m,i} \varepsilon_{m,j} \quad (31)$$

对比 $f_h(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$ 在定义域边界处的极大值与在定义域内部的极大值,存在 $d_{\text{exmax}} \geq d_{\text{inmax}}$ 。因此,噪声元高次项的最大值点位于定义域的边界处。综上所述,噪声元高次项的最大值点与最小值点均位于定义域的边界处,根据式(24)可得 $w_{\text{id}}(d)$ 的解析式。

观察式(29)与式(30)可知, $w_{\text{id}}(d)$ 与泰勒展开点的选取有关,选取合适的展开点可以使 $w_{\text{id}}(d)$ 最小。当选取原点作为展开点时, $w_{\text{id}}(d)$ 如式(32)所示,下标 o 表示原点编号。当选取原点以外的任意点 $(\varepsilon_{p,1}, \varepsilon_{p,2}, \dots, \varepsilon_{p,n})$ 作为展开点时, $w_{\text{id}}(d)$ 如式(33)所示。其中, $(\varepsilon_{p,1}, \varepsilon_{p,2}, \dots, \varepsilon_{p,n})$ 为函数 $f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$ 的一组自变量取值,下标 p 表示点的编号。

$$w_{\text{id}}(d_o) = 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n |x_iy_j| \quad (32)$$

$$w_{\text{id}}(d_p) = 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n |x_iy_j| + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |x_iy_j \varepsilon_{p,j}| + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |x_iy_j \varepsilon_{p,i}| \quad (33)$$

对比式(32)与式(33),存在 $w_{\text{id}}(d_o) < w_{\text{id}}(d_p)$ 。因此,当选取原点作为展开点时, $w_{\text{id}}(d)$ 最小。此时, $g(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$ 的解析式如式(34)所示。将原点的坐标代入式(29)与式(30),并根据式(20)可得 $d(\varepsilon_{n+1})$,如式(35)所示。

$$g(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n) = x_0y_0 + \sum_{i=1}^n (x_0y_i + y_0x_i) \varepsilon_i \quad (34)$$

$$d(\varepsilon_{n+1}) = \sum_{i=1}^n x_iy_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n |x_iy_j| \varepsilon_{n+1} \quad (35)$$

将式(34)与式(35)代入式(21),可得仿射乘法的最优近似,如式(36)所示。

$$\hat{x}\hat{y} = x_0y_0 + \sum_{i=1}^n (x_0y_i + y_0x_i) \varepsilon_i + \sum_{i=1}^n x_iy_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n |x_iy_j| \varepsilon_{n+1} \quad (36)$$

同理,若将其他非线性仿射运算也看作 n 个噪声元的函数,建立保守性优化模型,并基于海森矩阵求解该模型,也可求取其他非线性仿射运算的最优近似。

3 算例分析

3.1 完备性分析

IEEE 30 节点系统的拓扑结构见附录中图 A1。

3组分布式电源(DG)分别接入节点6、18、24,其运行参数与谐波频谱参数分别见附录中表A1与表A2。算法收敛精度设置为 10^{-4} 。

受自然因素的影响,DG有功功率在某个范围内变化,假设功率波动比例为 α ,则有功功率在区间 $[(1-\alpha)P_{DG0}, (1+\alpha)P_{DG0}]$ (P_{DG0} 为DG的有功功率中心值)内波动,根据式(37)建立DG有功功率的仿射模型。当DG采用恒功率因数的运行方式,自然因素的变化导致有功功率出现波动,无功功率也出现波动,根据式(38)建立DG无功功率的仿射模型。根据式(37)与式(38)建立DG视在功率的仿射模型,如式(39)所示。

$$\hat{P}_{DG} = P_{DG0} + \alpha P_{DG0} \varepsilon_{DG i} \quad (37)$$

$$\hat{Q}_{DG} = Q_{DG0} + \alpha Q_{DG0} \varepsilon_{DG i} \quad (38)$$

$$\hat{S}_{DG} = \hat{P}_{DG} + j\hat{Q}_{DG} \quad (39)$$

其中, $\hat{P}_{DG}$ 、 $\hat{Q}_{DG}$ 与 $\hat{S}_{DG}$ 分别为DG的有功功率仿射、无功功率仿射与视在功率仿射; Q_{DG0} 为DG的无功功率中心值; $\varepsilon_{DG i}$ 为DG功率仿射的噪声元。

当3组DG位于不同地理位置时,其输出功率受各自地理位置的自然因素影响,不存在相关性。因此,分别选用3个不同的噪声元描述3组DG输出功率的不确定性。假设3组DG的功率波动比例均为20%,将蒙特卡罗法的潮流结果视为精确解域,采用蒙特卡罗法在DG设定的功率波动区间内随机采样,采样次数取 10^4 次,以采样值作为输入量逐次进行谐波潮流计算,分别选取计算结果中的最大值与最小值作为区间的上界与下界。

仿射谐波潮流的计算结果为复仿射数,借助文献[10]的仿射多边形计算复仿射数对应幅值区间的上界与下界。将文献[15]的算法记作传统算法,分别采用本文算法与传统算法以及蒙特卡罗法开展谐波潮流计算,选取节点19次谐波电压含有率为例,对比上述3种方法的计算结果,如图1所示。

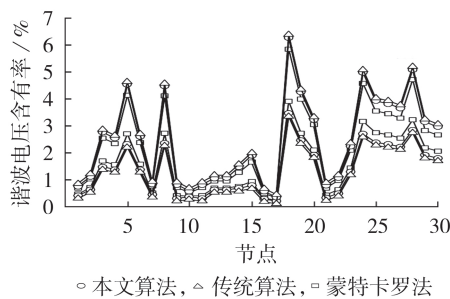


图1 节点19次谐波电压含有率

Fig.1 19th harmonic voltage ratio of nodes

由图1可见,本文算法与传统算法得到的区间结果均包含蒙特卡罗法的区间结果,这表明本文算法与传统算法均满足完备性要求。

此外,仿射潮流算法的计算复杂度取决于潮流

求解算法与计算结果的噪声元数量。本文算法与传统算法均选取牛顿-拉夫逊算法作为潮流求解算法。相比传统算法,本文算法采用仿射乘法的最优近似算法替代传统的仿射乘法近似算法,2种仿射乘法的新增噪声元数量均为1。综上,本文算法与传统算法的计算复杂度相同,二者的计算时间均为5.3 s。

3.2 保守性优化效果分析

为对比算法保守性的优化效果,定义保守度优化量 $\Delta\eta$,如式(40)所示。

$$\Delta\eta = \eta_0 - \eta_1 \quad (40)$$

其中, η_1 与 η_0 分别为本文算法与传统算法的保守度。

分别采用本文算法与传统算法开展仿射谐波潮流计算,选取节点10、15、19次谐波电压含有率,结果如表1所示。对比2种算法的保守度可见,本文算法的保守度较小,这表明本文算法具有更小的保守性。

表1 2种算法保守度对比

Table 1 Comparison of conservative degree between two algorithms

数据类型	保守度 / %		保守度 优化量 / %
	本文算法	传统算法	
节点10次谐波电压含有率	64.6939	66.7574	2.0635
节点15次谐波电压含有率	64.5074	66.7601	2.2527
节点19次谐波电压含有率	59.1685	61.0745	1.9060

传统的仿射乘法近似算法为:

$$\hat{x}\hat{y} = x_0y_0 + \sum_{i=1}^n (x_0y_i + y_0x_i) \varepsilon_i + \left(\sum_{i=1}^n |x_i| \right) \left(\sum_{i=1}^n |y_i| \right) \varepsilon_{n+1} \quad (41)$$

本文算法采用式(36)定义的仿射乘法近似算法进行仿射谐波潮流计算,传统算法采用式(41)定义的仿射乘法近似算法进行仿射谐波潮流计算,传统算法将仿射形式 $\sum_{i=1}^n x_i \varepsilon_i$ 与 $\sum_{i=1}^n y_i \varepsilon_i$ 分别转换为区间 $\left[-\sum_{i=1}^n x_i, \sum_{i=1}^n x_i \right]$ 与 $\left[-\sum_{i=1}^n y_i, \sum_{i=1}^n y_i \right]$,以这2个区间的乘积求取噪声元高次项的区间。区间运算忽略了参与运算的2个不确定量之间的相关性,过估计了噪声元高次项的区间宽度,导致仿射乘法计算结果的保守性增大,最终导致仿射谐波潮流计算结果的保守性增大。

改进算法将仿射谐波潮流的保守性优化问题转换为数学问题,即令噪声元高次项的区间宽度最小。实质上通过合理选取展开点,并在求取噪声元高次项的区间时保持运算量的仿射形式,以噪声元的形式记录不确定量之间的相关性,降低了仿射乘法计算结果的保守性,从而降低了仿射谐波潮流计算结

果的保守性。

3.3 功率相关程度对保守性优化效果的影响

选取3组DG分别接入节点18—20,DG的运行参数见附录中表A3,谐波频谱参数仍选用表A2的参数。上述节点之间的线路阻抗较小,节点的地理位置接近。当DG的地理位置接近时,DG功率受自然因素的影响程度相近,可用相同噪声元表示功率的不确定性。

设置以下3种场景开展算例分析:场景1,影响DG功率的自然因素有1种,建立式(42)所示功率仿射模型;场景2,影响DG功率的自然因素有2种,建立式(43)所示功率仿射模型;场景3,影响DG功率的自然因素有3种,建立式(44)所示功率仿射模型。

$$\hat{S}_{DG} = S_{DG0} + 0.2S_{DG0}\varepsilon_{DG1} \quad (42)$$

$$\hat{S}_{DG} = S_{DG0} + 0.15S_{DG0}\varepsilon_{DG1} + 0.05S_{DG0}\varepsilon_{DG2} \quad (43)$$

$$\hat{S}_{DG} = S_{DG0} + 0.1S_{DG0}\varepsilon_{DG1} + 0.05S_{DG0}\varepsilon_{DG2} + 0.05S_{DG0}\varepsilon_{DG3} \quad (44)$$

其中, $\hat{S}_{DG}$ 、 S_{DG0} 与 ε_{DGi} ($i=1,2,3$)分别为DG的视在功率仿射、视在功率仿射的中心值与视在功率仿射的噪声元。

在实际运行场景中,需要分析不确定性因素的种类及其对功率的影响程度,辨识功率仿射噪声元系数的数值大小。

采用本文算法与传统算法,针对场景1—3分别开展仿射谐波潮流计算,选取节点10、15、19次谐波电压含有率,结果如表2所示。

表2 在3种场景下2种算法的保守度优化量
Table 2 Conservative degree optimization amount of two algorithms under three scenarios

数据类型	场景	保守度 / %		保守度 优化量 / %
		本文算法	传统算法	
节点10次谐波 电压含有率	1	69.1942	72.9624	3.7682
	2	63.2028	71.9903	8.7875
	3	54.7215	65.8919	11.1704
节点15次谐波 电压含有率	1	68.7882	73.7339	4.9457
	2	62.5019	72.4796	9.9777
	3	59.0011	69.6471	10.6460
节点19次谐波 电压含有率	1	68.5159	73.4093	4.8934
	2	63.4879	73.4096	9.9217
	3	59.5135	70.7732	11.2597

2个仿射含有相同噪声元的数量越多,表明二者的相关程度越高。对比表2中的保守度优化量可知,功率仿射所含有的相同噪声元数量越多,本文算法的保守度优化量越大,保守性的优化效果就越好。

忽略运算量之间的相关性导致仿射乘法计算结果的保守性增大,运算量之间的相关性越强,产生的保守性增量越大,本文算法考虑了运算量之间的相关性,能够消除该保守性增量。当分布式新能源发电输出功率之间的相关性较强时,本文算法具有较

好的优化效果。

4 结论

本文研究了仿射谐波潮流的保守性优化方法。在基于纽曼级数定义雅可比仿射矩阵的求逆运算后,求解仿射潮流修正方程组所涉及的非线性运算为乘法运算。建立仿射乘法的保守性优化模型,并基于海森矩阵求解仿射乘法的最优近似,本质上将仿射乘法运算看作噪声元的函数,即考虑了运算量之间的相关性,缩小了噪声元高次项的区间宽度,降低了仿射乘法运算结果的保守性,从而降低了仿射谐波潮流计算结果的保守性。算例结果表明,对比传统算法,本文算法的计算结果在满足完备性要求的前提下具有更小的保守性。

风电、光伏往往集中建设,地理位置相近的风电、光伏受自然因素的影响程度相似,可以采用相同的噪声元描述其功率的不确定性。算例结果表明,本文算法用于处理地理位置接近的风电、光伏并网谐波潮流分析时具有较好的优化效果。

此外,本文对仿射乘法的改进思路也可用于改进其他非线性仿射运算的保守性,适用于其他类型仿射潮流的保守性优化场景。

附录见本刊网络版(<http://www.epae.cn>)。

参考文献:

- [1] 张沈习,程浩忠,邢海军,等. 配电网中考虑不确定性的分布式电源规划研究综述[J]. 电力自动化设备,2016,36(8):1-9.
ZHANG Shenxi, CHENG Haozhong, XING Haijun, et al. Review of DG planning considering uncertainties for distribution network[J]. Electric Power Automation Equipment, 2016, 36(8): 1-9.
- [2] LI Z Y, HU H T, WANG Y, et al. Probabilistic harmonic resonance assessment considering power system uncertainties[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2018, 33(6): 2989-2998.
- [3] 高非,宋晓辉,李建芳,等. 谐波约束下的配电网接纳分布式电源能力分析[J]. 电力自动化设备,2018,38(10):13-18.
GAO Fei, SONG Xiaohui, LI Jianfang, et al. DG integration capability of distribution network considering harmonic constraints[J]. Electric Power Automation Equipment, 2018, 38(10): 13-18.
- [4] 孙旻,余愿,曾伟,等. 考虑主动管理的配电网分布式光伏并行优化配置[J]. 电力自动化设备,2019,39(3):169-174,181.
SUN Min, YU Yuan, ZENG Wei, et al. Parallel optimal allocation of distributed PV in distribution network considering active management[J]. Electric Power Automation Equipment, 2019, 39(3): 169-174, 181.
- [5] WANG G Z, XIN H H, WU D, et al. Data-driven arbitrary polynomial chaos-based probabilistic load flow considering correlated uncertainties[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(4): 3274-3276.
- [6] 廖星星,吴奕,卫志农,等. 基于GMM及多点线性半不变量法的电-热互联综合能源系统概率潮流分析[J]. 电力自动化设备,2019,39(8):55-62.
LIAO Xingxing, WU Yi, WEI Zhihong, et al. Probabilistic power

- flow analysis of integrated electricity-heat energy system based on GMM and multi-point linear cumulant method[J]. Electric Power Automation Equipment, 2019, 39(8): 55-62.
- [7] 王守相, 韩亮. DG出力不确定性对配电网影响力分析的复仿射数学方法[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(31): 5507-5515. WANG Shouxiang, HAN Liang. Complex affine arithmetic based method for the analyses of DG's uncertainty influence on distribution network[J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(31): 5507-5515.
- [8] LU F, DU P J, LIU H D, et al. Affine arithmetic-based power flow algorithm considering uncertainty for hybrid AC/DC grids incorporating VSCs[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2019, 13(10): 1856-1864.
- [9] 王守相, 刘响, 张颖. 多DG不确定性建模及其对配电网谐波潮流的影响[J]. 电力自动化设备, 2018, 38(10): 1-6. WANG Shouxiang, LIU Xiang, ZHANG Ying. Uncertainty modeling of multiple DGs and their influence on harmonic power flow in distribution network[J]. Electric Power Automation Equipment, 2018, 38(10): 1-6.
- [10] 王树洪, 邵振国. 考虑DG运行不确定性的复仿射Ybus高斯迭代区间潮流算法[J]. 电力自动化设备, 2017, 37(3): 38-44. WANG Shuhong, SHAO Zhenguo. Interval power-flow algorithm based on complex affine Ybus-Gaussian iteration considering uncertainty of DG operation[J]. Electric Power Automation Equipment, 2017, 37(3): 38-44.
- [11] ADUSUMILLI B S, RAJ V, BODDETI K K. Modified affine arithmetic-based power flow analysis with uncertainty[J]. Electric Power Components and Systems, 2018, 46(6): 728-737.
- [12] 邵振国, 刘懿萱, 张嫣. 基于实测数据的风电场风速-功率特性仿射建模方法[J]. 电力自动化设备, 2019, 39(6): 96-101. SHAO Zhenguo, LIU Yixuan, ZHANG Yan. Affine modelling method of wind speed-power characteristics in wind farm based on measured data[J]. Electric Power Automation Equipment, 2019, 39(6): 96-101.
- [13] 廖小兵, 刘开培, 李晟野, 等. 基于混合潮流方程的区间潮流计算方法[J]. 高电压技术, 2018, 44(10): 3417-3424. LIAO Xiaobing, LIU Kaipei, LI Yuye, et al. Interval power flow calculation method based on mixed power flow equations[J]. High Voltage Engineering, 2018, 44(10): 3417-3424.
- [14] MANSON G. Calculating frequency response functions for uncertain systems using complex affine analysis[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 288(3): 487-521.
- [15] HUANG W D, ZHANG Y, SHAO Z G. Newton-Raphson interval harmonic power flow based on affine arithmetic[C]//IECON 2017-43rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. Beijing, China: IEEE, 2017: 6093-6098.
- [16] DEGRAUWE D, LOMBAERT G, ROECK G D. Improving interval analysis in finite element calculations by means of affine arithmetic[J]. Computers & Structures, 2010, 88(3-4): 247-254.

作者简介:



邵振国

邵振国(1970—),男,江苏南通人,教授,博士,主要研究方向为高渗透率新能源发电优化、电力系统稳定与控制及电能质量分析等(E-mail: Shao.zg@fzu.edu.cn);

汤炜坤(1995—),男,福建漳州人,硕士研究生,主要研究方向为电能质量(E-mail: 364099958@qq.com)。

(编辑 王锦秀)

Conservation optimization of affine harmonic power flow based on Hessian matrix

SHAO Zhenguo^{1,2}, TANG Weikun^{1,2}, ZHANG Yan^{1,2}, HUANG Gengye^{1,2}

(1. College of Electrical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China;

2. Fujian Smart Electrical Engineering Technology Research Center, Fuzhou 350108, China)

Abstract: Aiming at the problem that large conservation exists in the calculation results of traditional affine harmonic power flow, a conservation optimization method for affine harmonic power flow is proposed. Firstly, the power flow equation of power grid is established and solved by Newton-Raphson algorithm, and Newman series is adopted to convert the inverse operation of affine matrix into multiplication operation in the calculation process. Secondly, the conservative degree is defined as a quantitative index of conservation. With the completeness as the constraint condition and the minimum conservative degree as the optimization target, the optimal approximation of affine multiplication is solved based on Hessian matrix. Finally, the optimal approximation of affine multiplication is used for affine harmonic power flow calculation. The simulative results of IEEE 30-bus system show that, compared with the traditional algorithm, the calculation results of the proposed method are less conservative.

Key words: affine harmonic power flow; conservation; affine multiplication; affine matrix inverse operation; Hessian matrix

附录：

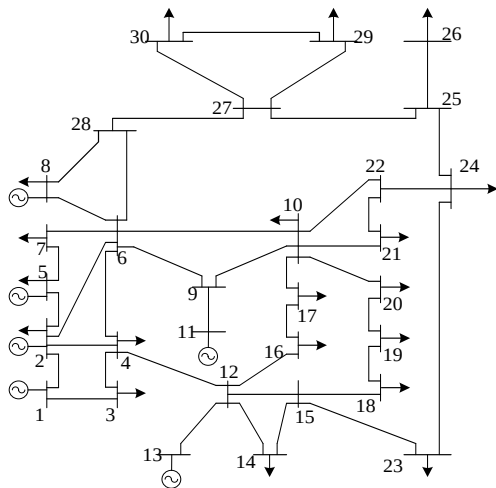


图 A1 IEEE 30 节点系统
Fig.A1 IEEE 30-bus system

表 A1 DG 运行参数 TableA1 Operation parameters of DG		
并网节点编号	有功功率	无功功率
6	0.21	0.052
18	0.18	0.045
24	0.15	0.039

注：功率均为标么值。

表 A2 DG 谐波频谱参数 TableA2 Harmonic spectrum parameters of DG		
谐波次数	谐波电流含有率	相角/($^{\circ}$)
6	0.10	20
8	0.07	30
10	0.05	37
12	0.06	42
14	0.09	56
15	0.07	67
19	0.10	77

表 A3 DG 运行参数 TableA3 Operation parameters of DG		
并网节点编号	有功功率	无功功率
18	0.21	0.052
19	0.18	0.045
20	0.15	0.039

注：功率均为标么值。