Electric Power Automation Equipment

考虑风电不确定性的φ-散度下基于条件风险价值的 鲁棒动态经济调度

郑 义,白晓清,苏向阳

(广西大学 广西电力系统最优化及节能技术重点实验室,广西 南宁 530004)

摘要:针对风电功率预测误差不确定背景下动态经济调度的发电风险费用,建立基于条件风险价值的动态经济调度风险费用鲁棒优化模型。在仅知风电功率预测误差情景的条件下,结合统计学理论,采用φ-散度构建较高置信水平下的风电功率预测误差不确定概率的置信域;采用拉格朗日对偶理论,将动态经济调度风险费用鲁棒优化模型转化为可求解的数学模型。采用IEEE 30、IEEE 118节点和S-1047节点系统进行数值仿真,结果表明,所建模型能够有效地抑制风电功率预测误差不确定性对风险费用的影响。

关键词:风电;风险费用;条件风险价值;φ-散度;鲁棒优化

中图分类号:TM 73;TM 614

文献标志码:A

DOI:10.16081/j.epae.202101004

0 引言

为应对能源短缺和气候变化问题,风电、光伏等可再生能源得到了大规模的开发和应用。但可再生能源出力本身所具有的间歇性和波动性,对电力系统调度人员制定合理的发电计划造成了严重影响,从而导致发电风险费用的波动[1-2]。传统的经济调度问题研究通常以已知完整的风电出力分布信息为前提,而在实际中短期时间内难以得到完整的风电出力分布信息^[3]。因此,调度人员需要寻求一种合适的方法降低不确定性的影响,从而使决策达到最优。

鲁棒优化方法因其在解决不确定性问题上的优 越性,近年来受到广泛关注,其思想是保证变量在可 能的变化区间内约束条件都能得到满足,并且使最 坏情况下的目标达到最优化[4-6]。文献[7]将盒式集 合鲁棒优化理论引入含大规模光伏电站的电力系统 优化调度中,同时引入不确定性预算的概念以实现 不确定区间可调鲁棒优化,构建可靠性与经济性相 协调的调度模型。文献[8]引入风速预测误差的概 率分布函数,提出一种基于风险备用约束的动态经 济调度模型。文献[9]从规划和运行结合的角度,考 虑含风电电力系统的鲁棒备用规划与调度问题,将 风电随机性建模成具有二阶矩信息的随机变量,并 利用迭代法寻求最优解。文献[10]提出考虑风电功 率概率分布不确定性的含风电场电力系统储能容量 优化配置的计算方法,并采用概率分布鲁棒联合机 会约束规划模型进行描述。

上述研究采用鲁棒优化方法很好地解决了不确定性问题,但还可以进一步考虑系统对风险的承受

收稿日期:2020-04-20;修回日期:2020-09-29 基金项目:国家自然科学基金资助项目(51967001)

Project supported by the National Natural Science Foundation of China (51967001)

能力。目前常见的风险度量方法有效用函数、均值-方差、风险值 VaR(Value at Risk)和条件风险价值 CVaR(Conditional Value-at-Risk)等[11]。其中,CVaR 由于所具有的单调性、次可加性、平移不变性和正 齐次性满足一致风险测度的要求,受到学者的广泛 关注[12-15]。文献[12]针对负荷和风电出力的随机 性,构建电力系统条件下的风险调度模型,以电网 安全 CVaR 为电网安全指标,取代了一般调度模型 中的安全约束。文献[13]考虑日前调度和实时运行 两阶段的调度过程,基于场景技术模拟不确定性建 立考虑 CVaR 的两阶段随机规划发电调度模型,探 讨不同风险偏好程度下系统经济性和风险水平之 间的关系。文献[14]讨论电力市场环境下基于 CVaR报童模型的风力发电商最优投标策略。文献 [15]考虑系统上、下旋转备用的容量成本和能量成 本,以及因购买旋转备用减少的损失,以期望旋转备 用效益最大以及系统损失的CVaR最小为2个目标, 建立基于CVaR的含风电电力系统旋转备用效益-风险模型。

由以上研究可以看出,对不确定问题进行建模时,主要采取不确定集合、已知概率分布信息或矩信息等方法进行描述,然而,在实际运行中,获得风电出力的精确分布信息需要长期运行。因此,本文针对动态经济调度中面临的风电出力误差不确定及风险费用损失的问题,结合统计学理论和鲁棒优化方法,在仅知历史数据的基础上,采用φ-散度以较高的置信水平构建风电功率预测误差的置信域,建立基于 CVaR 的动态经济调度风险费用鲁棒优化模型,最后以IEEE 30、IEEE 118 节点及 S-1047 节点系统数据进行数值仿真,验证了基于φ-散度的鲁棒发电计划策略应对风电功率误差缩减风险费用的有效性。

1 基于CVaR 理论的动态经济调度风险费用 优化模型

1.1 风电出力的不确定性

针对风电接入的短期动态经济调度问题,为尽量接近实际情况,必须考虑风速的短期预测值来预测短时间内风机的出力情况。

风电功率和风速之间的关系可用式(1)表示。

$$P_{Wt} = \begin{cases} 0 & v \le v_{ci}, v > v_{co} \\ k_1 v + k_2 & v_{ci} < v < v_r \\ P_N & v_r \le v \le v_{co} \end{cases}$$
(1)

其中, $P_{\text{W}_{i}}$ 为风电实际输出功率; P_{N} 为额定功率; k_{I} 、 k_{2} 为拟合参数; v_{ci} 为切入风速; v_{r} 为额定风速; v_{co} 为切出风速。

一般情况下,将风速预测值 \bar{v} 偏离实际值v的程度定义为风速的预测误差 Δv 。研究表明, Δv 可以看作是一个服从均值为0、标准差为 σ_v 的正态分布随机变量161。则风速实际值的概率可表示为:

$$f_v(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_v} \exp \left[-\frac{\left(v - \bar{v}\right)^2}{2\sigma_v^2} \right] \tag{2}$$

其分布函数为:

$$D_{W_t}(v) = \Phi\left(\frac{v - \overline{v}}{\sigma_v}\right) \tag{3}$$

其中, $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布函数。

由上述推导过程可知,若要获得未来短时间内风电功率误差的分布情况,则需要准确的标准差 σ_{i} 。本文在已知未来短时间内风电功率预测值的情况下,经过统计学理论可获得未来短时间内风电功率误差的分布函数和概率,从而制定合理的发电计划。

1.2 风险费用的数学描述

风电功率的不确定性对经济调度的影响主要是 电功率的平衡,需对各火电机组的发电量进行调整 以保证功率平衡。调整会产生燃料费用和附加的调 整费用,将该部分费用定义为动态经济调度的发电 风险费用:

$$\boldsymbol{\pi}_{G} = \sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{n} \left[\left| C_{i,t} \left(P_{Gi,t} + \Delta P_{Gi,t} \right) - C_{i,t} \left(P_{Gi,t} \right) \right| + c_{T} \left| \Delta P_{Gi,t} \right| \right]$$
(4)

其中, π_{G} 为由于不确定性的存在,系统为达到功率 平衡所需承担的风险费用; $P_{Gi,t}$ 为火电机组i在时段t内的计划发电量; $\Delta P_{Gi,t}$ 为火电机组i在时段t的调整功率; $C_{i,t}(\cdot)$ 为火电机组i在时段t的发电成本函数, $C_{i,t}(P_{Gi,t}) = a_{i}P_{Gi,t}^{2} + b_{i}P_{Gi,t} + c_{i}, a_{i}, b_{i}, c_{i}$ 为火电机组发电成本系数; c_{T} 为火电机组的单位功率调整费用;n为机组数目;T为时段数目。

1.3 动态经济调度的目标函数和约束条件

1.3.1 目标函数

风电功率预测误差 ΔP_{wt} 定义为:

$$\Delta P_{Wt} = P_{Wt} - \tilde{P}_{Wt}$$

其中, \tilde{P}_{w_t} 为风电预测出力。假设风电功率预测误差 ΔP_{w_t} 有m个可能的情景,情景 $q(q=1,2,\cdots,m)$ 下 风电功率预测误差 $\Delta P_{w_{t,q}}$ 发生的概率为 P_{r} { ΔP_{w_t} =

$$\Delta P_{\mathbf{W}_{l,q}}$$
}= p_{q} , $\sum_{q=1}^{m}p_{q}=1$ 。 令 $P=(p_{1},p_{2},\cdots,p_{m})^{\mathrm{T}}$ 表示风电

功率预测误差概率向量。

考虑风险费用对风电功率预测误差的厌恶,采用 CVaR 作为其衡量标准,对于给定的火电机组计划发电量 $P_{Gi,t}$,发电风险费用 π_G 不低于阈值 α 的概率为 $\varphi(P_{Gi,t},\alpha) = P_t \{\pi_G(P_{Gi,t}) \geq \alpha\}$ 。

在给定置信水平 $1-\beta \in (0,1)$ 下,总发电风险费用的VaR为:

$$\delta_{\text{VaR}\beta}(P_{Gi,t}) = \min \left\{ \alpha \in \mathbf{R} \, \middle| \, \varphi(P_{Gi,t}, \alpha) \geqslant 1 - \beta \right\} \tag{5}$$

在此基础上,总发电风险费用的CVaR定义为:

$$\delta_{\text{CVaR}\beta}(P_{\text{G}i,t}) = b \, \delta_{\text{VaR}\beta}(P_{\text{G}i,t}) + (1-b) \, \delta_{\text{CVaR}\beta}^+(P_{\text{G}i,t})$$
 (6)
其中,上标"+"表示大于 0的值。

 β 刻画了决策者对于风险的厌恶程度, β 越小,决策者对于风险的厌恶程度越高。在 CVaR 准则下,决策者的目的是寻找最优计划发电量使得 $\delta_{CVaR\beta}(P_{Gil})$ 取得最小值,该优化问题的等价描述如下:

$$\min_{P_{Gi,t}} \delta_{\text{CVaR}\beta} \left(P_{Gi,t} \right) = \min_{P_{Gi,t}} \min_{\alpha} F_{\beta} \left(P_{Gi,t}, \alpha \right) \tag{7}$$

其中, $F_{\beta}(P_{Gi,t}, \alpha) = \alpha + \frac{1}{\beta} E[\pi_{G}(P_{Gi,t}) - \alpha]^{\dagger}$, E表示期望值。

在不确定概率P分布下,问题式(7)的鲁棒对应为:

 $\min_{P_{Gi,t}} \max_{P} \delta_{CVaR\beta} \left(P_{Gi,t} \right) = \min_{P_{Gi,t}} \max_{P} \min_{\alpha} F_{\beta} \left(P_{Gi,t}, \alpha \right) (8)$ 上述问题等价于:

 $\min_{P} \max_{\alpha} F_{\beta}(P_{Gi,t}, \alpha) =$

$$\min_{P_{G_i,r}\alpha} \max_{P} \left\{ \alpha + \frac{1}{\beta} \sum_{q=1}^{m} p_q \left[\pi_G \left(P_{G_i,t} \right) - \alpha \right]^+ \right\}$$
 (9)

1.3.2 约束条件

(1)潮流方程。

在任意时段内,系统均需满足功率平衡约束,采 用直角坐标数学模型表示为:

$$\begin{split} P_{Gi,t} + \tilde{P}_{Wi,t} - \sum_{j \in S_{B}} & \left[\tilde{e}_{i,t} \left(\tilde{e}_{j,t} G_{ij} - \tilde{f}_{j,t} B_{ij} \right) + \right. \\ & \left. \tilde{f}_{i,t} \left(\tilde{f}_{j,t} G_{ij} + \tilde{e}_{j,t} B_{ij} \right) \right] = P_{Di,t} \quad i \in S_{B} \\ Q_{Ri,t} - & \sum_{j \in S_{B}} & \left[\tilde{f}_{i,t} \left(\tilde{e}_{j,t} G_{ij} - \tilde{f}_{j,t} B_{ij} \right) - \right. \\ & \left. \tilde{e}_{i,t} \left(\tilde{f}_{j,t} G_{ij} + \tilde{e}_{j,t} B_{ij} \right) \right] = Q_{Di,t} \quad i \in S_{B} \end{split} \tag{10}$$



$$P_{Gi,t} + \Delta P_{Gi,t} + \tilde{P}_{Wi,t} + \Delta P_{Wi,t} - \sum_{j \in S_{B}} \left[e_{i,t} \left(e_{j,t} G_{ij} - f_{j,t} B_{ij} \right) + f_{i,t} \left(f_{j,t} G_{ij} + e_{j,t} B_{ij} \right) \right] = P_{Di,t}$$

$$i \in S_{B} \quad (12)$$

$$Q_{Ri,t} + \Delta Q_{Ri,t} - \sum_{j \in S_{B}} \left[f_{i,t} \left(e_{j,t} G_{ij} - f_{j,t} B_{ij} \right) - \right]$$

$$e_{i,t}(f_{j,t}G_{ij} + e_{j,t}B_{ij}) = Q_{\mathrm{D}i,t} \quad i \in S_{\mathrm{B}} \quad (13)$$

其中, $Q_{\text{Ri,i}}$ 为节点 i在时段 t 内的无功出力; $\Delta Q_{\text{Ri,i}}$ 为节点 i 在时段 t 内调整的无功出力; $\tilde{e}_{i,\iota}$, $\tilde{f}_{i,\iota}$ 分别为节点 i 在时段 t 内计划电压的实部和虚部; G_{ij} 、 B_{ij} 分别为节点 i 点 i、j 间电导与电纳; $e_{i,\iota}$ 、 $f_{i,\iota}$ 分别为节点 i 在时段 t 内实际电压的实部和虚部; $P_{\text{Di,i}}$ 、 $Q_{\text{Di,i}}$ 分别为节点 i 在时段 t 内的有功和无功负荷; S_{B} 为节点集合。

(2)机组出力和节点电压约束。

$$P_{Gi}^{\min} \leq P_{Gi,t} \leq P_{Gi}^{\max} \quad i \in S_G \tag{14}$$

$$Q_{\mathrm{R}i}^{\min} \leq Q_{\mathrm{R}i,t} \leq Q_{\mathrm{R}i}^{\max} \quad i \in S_{\mathrm{R}} \tag{15}$$

$$P_{Gi}^{\min} \leq P_{Gi,t} + \Delta P_{Gi,t} \leq P_{Gi}^{\max} \quad i \in S_G$$
 (16)

$$Q_{\mathrm{R}i}^{\mathrm{min}} \leq Q_{\mathrm{R}i,t} + \Delta Q_{\mathrm{R}i,t} \leq Q_{\mathrm{R}i}^{\mathrm{max}} \quad i \in S_{\mathrm{R}}$$
 (17)

$$\left(V_{i}^{\min}\right)^{2} \leq \tilde{e}_{i,t}^{2} + \tilde{f}_{i,t}^{2} \leq \left(V_{i}^{\max}\right)^{2} \quad i \in S_{\mathbb{R}} \tag{18}$$

$$(V_i^{\min})^2 \leq e_{i,i}^2 + f_{i,i}^2 \leq (V_i^{\max})^2 \quad i \in S_{\mathbb{R}}$$
 (19)

其中, P_{Gi}^{max} 、 P_{Gi}^{min} 分别为火电机组i有功出力上、下限; Q_{Ri}^{max} 、 Q_{Ri}^{min} 分别为火电机组i无功出力上、下限; V_i^{max} 、 V_i^{min} 分别为节点i电压的上、下限; S_G 、 S_R 分别为有功和无功电源集合。

(3)机组爬坡约束。

火电机组的出力变化需要满足上爬坡速率和下 爬坡速率的约束:

$$P_{Gi,d}\Delta t \leq P_{Gi,t} - P_{Gi,t-1} \quad i \in S_G \tag{20}$$

$$P_{Gi,t} - P_{Gi,t-1} \leq P_{Gi,\eta} \Delta t \quad i \in S_G$$
 (21)

$$P_{Gi,d}\Delta t \leq P_{Gi,t} + \Delta P_{Gi,t} - P_{Gi,t-1} - \Delta P_{Gi,t-1} \quad i \in S_G$$
(22)

 $P_{Gi,t} + \Delta P_{Gi,t} - P_{Gi,t-1} - \Delta P_{Gi,t-1} \leq P_{Gi,u} \Delta t$ $i \in S_G$ (23) 其中, $P_{Gi,u}$ 、 $P_{Gi,d}$ 分别为火电机组i的上爬坡速率和下爬坡速率; Δt 为调度时间间隔。

2 基于Φ-散度的不确定概率的置信域构建

在式(9)中引入辅助向量 $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_m)^T$,则该问题等价于:

$$\begin{cases} \min_{P_{Gi,r},\alpha,\ell,u} \ell \\ \text{s.t.} \quad \max_{P} \left(\alpha + \frac{1}{\beta} \mathbf{P}^{\mathsf{T}} \mathbf{u} \right) \leq \ell \\ u_{i} \geq \pi_{\mathsf{G}} \left(P_{\mathsf{G}i,t} \right) - \alpha \quad i = 1, 2, \cdots, m \\ u_{i} \geq 0 \end{cases}$$
 (24)

其中, $(P_{Gi,l},\alpha,\ell,u)\in \mathbf{R}\times\mathbf{R}\times\mathbf{R}\times\mathbf{R}^m$ 。由于问题式 (24)中含有未知概率向量 P,故该问题难以直接求解。现有研究多采用对相关参数进行精确指定的椭球、区间等不确定集来描述不确定变量。而在实际

中对相关参数的精确指定需要根据风电机组的长期运行获得,因此,本文将采用拟合度检验原理,根据历史数据利用φ-散度构建不确定概率的置信域,将问题式(24)转化为可求解的数学模型。

2.1 φ-散度

根据文献[17],2个向量 $\mathbf{r} = (r_1, r_2, \dots, r_m)^{\mathrm{T}} \ge 0$ 和 $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_m)^{\mathrm{T}} \ge 0$ 的 ϕ -散度为:

$$I_{\phi}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = \sum_{i=1}^{m} q_{i} \phi\left(\frac{r_{i}}{q_{i}}\right)$$
 (25)

其中,函数 $\phi(t)(t>0)$ 连续且二次可微, $\phi(1)=0$, $\phi''(1)\neq 0$,若x>0,则满足 $0\phi(x/0)=x\lim_{r\to\infty}\phi(t)/t$ 、 $0\phi(0/0)=0$ 。若r和q表示某一随机变量的概率向量,且 $e^Tr=1$ 和 $e^Tq=1(e$ 为单位向量),则式(25)表明了2个概率分布之间的距离。由上述推导过程可知,在已知未来短时间内的风速预测值,并经过统计学理论得到标准差 σ_v 的情况下,便可获得未来短时间内风电功率误差的分布函数和概率。

2.2 利用 φ-散度构建不确定概率的置信域

假定可测区间 $\{\Omega, F\}$ 上有随机变量z。z的m个情景表示为 $\{Z_1, Z_2, \dots, Z_m\}$,其中 Z_i ($i=1,2,\dots,m$)表示z在实数轴上的一个分割, Z_i 可为互不相同的数值,也可为无交集的区间。z的情景概率向量表示为 $P = (p_1, p_2, \dots, p_m)^{\mathrm{T}}$,其中, p_i 为情景 Z_i 的概率,满足 $p_i = P_{\mathrm{T}}\{z \in Z_i\}$ ($i=1,2,\dots,m$),则 $\{\Omega, F, P\}$ 构成一个概率空间。具体置信域的构建分析详见附录A。

本文中,调度决策者仅仅观测到m个可能的风电功率预测误差情景,因此在构建附录A中关于未知风电功率预测误差情景概率的置信域时,采用自由度为d=m-1的卡方分布,即 $\rho=\frac{\phi''(1)}{2N}\chi^2_{m-1,1-\kappa}(N)$ 为样本总数)。

然而,只有在样本规模足够大时附录A中置信域才能有效使用,但对于新装风电机组而言,观测到的风电功率预测误差情景并不能满足大样本规模的要求。为了适应小样本的需求,文献[18]对附录A中检验统计量进行了如下修正:

$$\hat{\chi}^{2}(\boldsymbol{P}, \hat{\boldsymbol{P}}_{N}) = \frac{1}{\sqrt{\delta_{\phi}}} \left(\frac{2N}{\phi''(1)} I_{\phi}(\boldsymbol{P}, \hat{\boldsymbol{P}}_{N}) - \gamma_{\phi} \right)$$
(26)

其中, $\hat{P}_N = (p_{1,N}, p_{2,N}, \dots, p_{m,N})^T$ 为来自总体的N个样本的概率估计; δ_{ϕ} 、 γ_{ϕ} 为修正参数,见附录B。根据文献[18]可得 $\hat{\chi}^2(P, \hat{P}_N) \sim \chi^2_{m-1}$ 。

3 基于 ϕ -散度的动态经济调度鲁棒优化对偶模型

假设调度决策者仅观测到加个可能的风电功率

预测误差情景,并且得到关于风电功率预测误差情景的N个样本,根据附录A中构建的置信水平为 $1-\kappa$ 的风电功率误差概率P的置信域为:

$$U_N = \left\{ P \in \mathbb{R}^m \mid P \ge 0, e^T P = 1, I_{\phi} \left(P, \hat{P}_N \right) \le \rho \right\}$$

当样本规模N足够大时,满足 $\rho = \frac{\phi''(1)}{2N}\chi_{m-1,1-\kappa}^2$;

对于小规模样本N,满足 $\rho = \frac{\phi''(1)}{2N} \left(\sqrt{\delta_{\phi}} \chi_{m-1,1-\kappa}^2 + \gamma_{\phi} \right)$ 。

问题式(24)的最大化约束 $\max_{P} \left(\alpha + \frac{1}{\beta} \mathbf{P}^{\mathsf{T}} \mathbf{u} \right) \leq \ell$ 等价于:

$$\min_{P} \left[-\left(\alpha + \frac{1}{\beta} P^{\mathsf{T}} u\right) \right] \ge -\ell \tag{27}$$

式(27)中大于等于号左侧的最小化约束问题等价于:

$$\begin{cases}
\min_{P} \left(-\alpha - \frac{1}{\beta} P^{T} \boldsymbol{u} \right) \\
\text{s.t.} \quad \boldsymbol{P} \in U_{N}
\end{cases}$$
(28)

结合式(25)中的 ϕ -散度函数,问题式(28)的拉格朗日对偶函数为:

$$g(\lambda, \eta) = \min_{P \ge 0} L(P; \lambda, \eta) = -\alpha - \eta - \lambda \rho - \max_{P \ge 0} \sum_{i=1}^{m} \left[\frac{1}{\beta} p_{i} u_{i} - \eta p_{i} - \lambda p_{i,N} \phi \left(\frac{p_{i}}{p_{i,N}} \right) \right] = -\alpha - \eta - \lambda \rho - \lambda \sum_{i=1}^{m} p_{i,N} \phi^{*} \left(\frac{u_{i}/\beta - \eta}{\lambda} \right)$$

其中, $\phi^*(\cdot)$ 表示函数 $\phi(\cdot)$ 的共轭函数。

因此,问题式(28)等价于如下拉格朗日对偶规划:

$$\max_{\lambda,\eta} \left\{ g(\lambda,\eta) = -\alpha - \eta - \lambda \rho - \lambda \sum_{i=1}^{m} p_{i,N} \phi^* \left(\frac{\beta^{-1} u_i - \eta}{\lambda} \right) \right\}$$

$$\lambda \ge 0$$

在此基础上,问题式(24)等价于:

$$\min_{P_{Ci,n},\alpha,\ell,u,\lambda,\eta} \ell \tag{29}$$

$$\begin{cases}
s.t. & -\alpha - \eta - \lambda \rho - \lambda \sum_{i=1}^{m} p_{i,N} \phi^* \left(\frac{\beta^{-1} u_i - \eta}{\lambda} \right) \ge -\ell \\
u_i \ge \pi_{\mathcal{G}} \left(P_{\mathcal{G}_{i,t}} \right) - \alpha & i = 1, 2, \dots, m \\
u_i \ge 0 & i = 1, 2, \dots, m \\
\lambda \ge 0
\end{cases} (30)$$

其中, $(P_{Gi,t}, \alpha, \ell, u, \lambda, \eta) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} \times \mathbf{R} \times \mathbf{R}^m \times \mathbf{R} \times \mathbf{R}$

综上可知,基于 ϕ -散度的风险费用的鲁棒优化对偶模型为:

$$\{\vec{x}(29)\}\$$
 s.t. $\vec{x}(10)-(23)$, (30)

通过上述动态经济调度问题可以看出,选取不

同的函数进行计算将对最终结果产生不同的影响。 文献[17]给出一些常见的φ-散度函数及其共轭函数。本文选取信息论中的KL散度和在统计学中常用的海林格距离进行分析计算。

4 算例分析

本文提出的模型为鲁棒优化对偶模型,运用MATLAB 2017a进行建模求解。计算机配置为:处理器型号为Intel(R) Core(TM)i7-7700 3.60 GHz CPU,8 GB内存。

4.1 IEEE 30 节点系统算例

本节以IEEE 30节点系统为例,对所提模型有效性进行分析。机组参数见文献[12],设置每台火电机组每分钟的最大爬坡速率为该台机组出力最大值的1%,每台机组单位功率调整费用为74.3 \$/MW。本文采用某风电场的风电功率预测数据进行算例验证。由于风电功率具有快速波动性[19],用长期预测出力值会造成严重的预测误差,且实际中的日前经济调度问题已经可以采用滚动时域控制策略完成24 h共96个时段的动态经济调度[20],故本算例采用1 h内4个时段预测数据进行分析。系统4个时段负荷数据及风电预测出力值见附录C表C1。节点1为平衡节点,风电场在节点20接入系统,功率基准值为100 MV·A。

假设风电机组的预测误差服从 $\sigma=10\%\mu(\sigma)$ 标准差, μ 为期望)的正态分布,利用拉丁超立方抽样法获得3000个初始不确定情景,经场景削减后得到m=10个风电功率误差情景,并估计得到其真实概率向量为 P_0 。各情景下风电功率预测误差及真实概率向量 P_0 见表1。

表1 各情景下风电功率预测误差及真实概率向量

Table 1 Wind power forecast error under each scenario and real probability vector

情景			时段3	时段4	P_0
1	3.49	3.23	2.91	3.66	0.0684
2	-8.80	-5.00	3.55	4.45	0.1285
3	-2.05	4.32	4.40	-5.17	0.0567
4	-1.79	6.09	4.11	-9.51	0.0547
5	-9.56	-6.82	-5.37	10.43	0.1395
6	9.82	7.09	5.64	6.76	0.1433
7	9.30	7.58	-4.08	3.09	0.1356
8	9.58	-8.62	6.32	5.18	0.1255
9	10.05	-9.32	7.40	-3.17	0.0567
10	-10.79	9.62	-8.36	3.61	0.0911

4.1.1 风险厌恶程度对风险费用 CVaR 的影响

为研究风险厌恶程度 β 对发电风险费用 CVaR 的影响,分别在 β 为 0.01、0.02、0.03、0.04、0.05 的情况下进行对比分析。在真实误差概率向量 P_0 下,求解问题式(9),得到不同风险厌恶程度下的风险费用



CVaR 变化如图 1 所示。以时段 1 为例,不同风险厌恶程度下的发电机计划出力如图 2 所示。

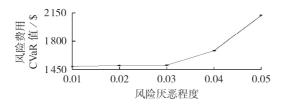


图 1 不同风险厌恶程度下风险费用 CVaR 变化曲线 Fig.1 Variation curve of risk cost CVaR under different risk aversions

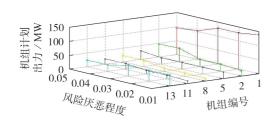


图 2 不同风险厌恶程度下时段 1 发电机的计划出力 Fig.2 Planned output of generators in Period 1 under different risk aversions

由图1可见,风险厌恶程度越高(β 越小),发电风险费用CVaR越小,这是因为风险厌恶程度 β 代表调度决策者对风险的厌恶程度, β 取值越小表示决策者为避免可能的更高损失,其发电决策将会越保守。

另外,由于各火电机组的发电成本函数是二次函数,因此在进行风险费用 CVaR 的计算时,图 2中各机组的出力分配情况呈阶梯型变化。随着风险厌恶程度的增大,机组 1和 13 的计划出力逐渐增大,而机组 2、5、8、11 的出力逐渐减小。这是由于节点 2、5、8的负荷相对较高,因此与其直接相连的机组 2、5、8的质荷相对较高,因此与其直接相连的机组 2、5、8为减小风险将会减小计划发电量,从而降低发电风险费用;而与机组 1 相连的节点 3 以及与机组 13 相连的节点 12 的负荷相对较低,为保证节点功率平衡且降低风险,机组需增大计划发电量。由于风电机组从节点 20接入,火电机组 11 距离该风电机组较近,受风电机组的影响较大,因此其为了减小风电功率预测误差的影响,在风险厌恶程度较高时会相对减少计划发电量。

4.1.2 参数设置对φ-散度下风险费用 CVaR 的影响 针对仿真系统中的风电功率预测误差分布,用 计算机分别抽取样本规模 N 为 100、200、…、1000 的 风电功率误差情景样本,并分析风险费用 CVaR。

针对不同规模的样本,采用极大似然估计的方法得到基于样本的误差情景概率 $p_{i,N}(i=1,2,\cdots,m)$ 。

本文选取信息论中常用的 KL 散度函数和统计 学中常用的海林格距离进行分析,选择相应的φ-函 数,分别设置置信水平为95%和99%,风险厌恶程度 β 为0.02和0.05。

分别在真实误差概率向量 P_0 未知和已知的情况下,通过求解问题式(31)得到不同 ϕ -散度函数、样本规模、置信水平以及风险厌恶程度 β 下相应的风险费用CVaR。具体CVaR分布情况如图3所示。

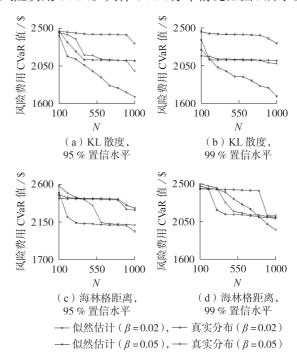


图 3 不同散度与置信水平下风险费用 CVaR ig.3 Risk cost CVaR under different divergences and confidence levels

(1)样本规模对风险费用的影响。

图 3 反映了不同置信水平、 ϕ -散度函数和风险 厌恶程度下风险费用 CVaR 的变化。无论是选择 KL 散度还是海林格距离,在风险厌恶程度 β = 0.02 和 β = 0.05 时,随着样本规模 N 的增加,发电风险费用 CVaR 均呈现下降趋势;特别地,样本规模 N 越大,发电风险费用 CVaR 越接近已知完备风电功率误差概率分布情况下的值($\delta_{\text{CVaR 0.02}}$ = \$1502.5, $\delta_{\text{CVaR 0.05}}$ \$2116.4)。这说明基于 ϕ -散度的鲁棒风险优化策略虽然会导致计算出的风险费用大于已知完备风电功率误差概率分布情况下的值,但是风险费用的增加会随着 N 的增加而减小。这是由于样本规模越大,所获取的概率分布信息越接近于真实情况,因此调度决策者能够根据获得的概率分布信息相应地调整发电计划。

(2)误差情景概率获取形式对风险费用的影响。 比较图 3 中基于极大似然估计获得的误差概率 和真实误差概率采用 φ-散度的风险费用鲁棒优化 模型获得的发电风险费用 CVaR 可见,采用似然估 计获得的发电计划策略得到的风险费用 CVaR 更 低。这说明基于历史数据更能反映真实的风电功率误差分布情况。

(3)不同φ-散度函数对风险费用的影响。

分别对比图 3(a)、(c)和图 3(b)、(d)的风险费用 CVaR 的结果可见,KL散度下的风险费用 CVaR 要低于海林格距离下的值。这说明选择 KL散度进行鲁棒风险费用的计算更能反映真实的风电功率误差情况。

(4) 置信水平对风险费用的影响。

分别对比图 3(a)、(b)和图 3(c)、(d)的风险费用 CVaR 的结果可见,不论是采用 KL 散度还是海林格距离,在99%的置信水平下计算出的发电风险费用 CVaR 均低于95%置信水平下的值,且99%的置信水平下,发电风险费用 CVaR 更接近真实结果。这说明置信水平越高,进行鲁棒风险费用计算的结果更能反映真实的风电功率误差情况。

结合以上分析结果可知,选择 KL 散度函数,采用极大似然估计法获得的误差情景概率建立的基于 ф-散度的风险费用鲁棒优化模型能有效抑制风电功率误差不确定性的影响。且随着样本量的增加和置信水平的提高,计算出的发电风险费用 CVaR 越接近真实情况,从而使调度决策者制定更合理的发电计划,有效降低因风电功率误差引起的发电风险费用的增幅。

同时,对比 β =0.02和 β =0.05这2种情况发现, 在具有较高风险厌恶程度(较低 β 值)的情况下,发 电风险费用 CVaR 将会较低,这与前述真实需求概 率分布下的情况相一致。

4.2 IEEE 118和 S-1047 节点系统算例

本节采用IEEE 118和 S-1047节点系统进行分析。IEEE 118系统中节点18、64、82接入风电,S-1047节点系统中节点21、68、271、347、547、784接入风电。系统1h内4个时段负荷数据及风电预测出力值分别见附录C表C2和表C3。

各风机的预测误差服从 $\sigma = 10\%\mu$ 的正态分布,经拉丁超立方抽样获得初始不确定情景数为3000,经场景削减后得10个风电功率误差情景。选取风险厌恶程度 β 的值为0.02、0.05求解式(9)。获得不同风险厌恶程度下的风险费用CVaR见表2。

表2 不同风险厌恶程度下风险费用 CVaR

Table 2 Risk cost CVaR under different risk aversions

B	CVaF	R / \$
ρ	IEEE 118	S-1047
0.02	2641.1	6203.7
0.05	4115.2	9 2 7 5 . 4

由此可见,在IEEE 118和S-1047节点系统中, 虽然因系统增大和接人系统的风电场增多,发电风 险费用CVaR较IEEE 30节点系统有所增大,但风险 厌恶程度越高(β越小),计算出的发电风险费用 CVaR越小。这与IEEE 30节点系统中的结果一致。

针对仿真系统中的风电功率预测误差分布,通过计算机抽取样本规模N为100、200、…、1000的风电功率误差情景样本。选择KL散度函数和99%的置信水平进行基于 ϕ -散度的风险费用变化分析。分别在真实误差概率向量 P_0 未知和已知的情况下通过求解问题式(31)得到风险厌恶程度 β 分别为0.02和0.05时的风险费用CVaR分布情况,如图4所示。

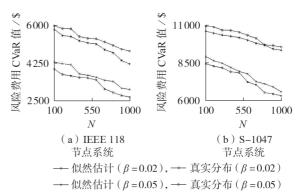


图 4 KL 散度、99%置信水平下不同系统风险费用 CVaR Fig. 4 Risk cost CVaR of different systems under KL divergence and 99% confidence level

根据图4中风险费用CVaR的变化情况,对比已知完备风电功率误差概率分布情况下的值,即表2中结果,可以得到风险费用增高的比例,如附录C表C4、C5所示。

由图 4 可见,在风险厌恶程度 β 为 0.02、0.05 的情况下,随着样本规模 N 的增加,发电风险费用 CVaR 均呈下降趋势。特别地,由附录 C 表 C4、C5 可见,样本规模 N 越大,发电风险费用 CVaR 越接近真实情况,这与 IEEE 30 节点系统中的情况相同。在样本量较小的情况下,采用基于 ϕ -散度的鲁棒风险优化策略计算得到的发电风险费用 CVaR 与真实情况下的相差较大,这是由于系统规模的增大和接入系统风电场的增多,导致在样本量并不充足的情况下,采用本文方法所获取的概率分布信息与真实情况相差较大。

对比附录 C表 C4、C5的似然估计和真实分布情况下鲁棒风险费用较完备误差分布情况下增高的比例可知,采用极大似然估计获得的发电计划策略得到的风险费用 CVaR 更低。这也与 IEEE 30 节点系统中所获得的结论一致。

对比 β =0.02和 β =0.05这2种情况下采用基于 ϕ -散度的鲁棒风险优化策略得到的风险费用,在风险厌恶程度较高(较低 β 值)的情况下,发电风险费用 CVaR将会较低,这与前述结论一致。



5 结论

本文考虑风电功率预测误差的不确定性对发电风险费用的影响,建立基于 CVaR 的动态经济调度风险费用的鲁棒优化模型,通过 IEEE 30、IEEE 118、S-1047节点系统算例进行仿真,得到了准确合理的结果。主要结论如下:

- (1)采用CVaR方法能够有效反映不确定量对 动态经济调度风险费用的影响,随着风险厌恶程度 的增加,计算出的风险费用CVaR逐渐减小,且调度 决策者制定的发电决策将会趋于保守;
- (2)在仅知历史预测误差数据的基础上,结合统计学理论,采用φ-散度构建较高置信水平下的不确定概率的置信域,运用拉格朗日对偶理论将动态经济调度风险费用的鲁棒优化模型转化为可求解的数学模型:
- (3)通过数值分析得出以KL散度函数建立的基于 ф-散度的风险费用鲁棒优化模型能有效抑制风电功率误差不确定性的影响,且随着样本量的增加和置信水平的提高,计算出的发电风险费用CVaR与真实情况的差值仅在1%左右,确保了调度决策者可以制定更合理的发电计划,从而减少经济损失。

附录见本刊网络版(http://www.epae.cn)。

参考文献:

- [1] 侯建朝,胡群丰,谭忠富. 计及需求响应的风电-电动汽车协同调度多目标优化模型[J]. 电力自动化设备,2016,36(7): 22-27.
 - HOU Jianchao, HU Qunfeng, TAN Zhongfu. Multi-objective optimization model of collaborative WP-EV dispatch considering demand response[J]. Electric Power Automation Equipment, 2016, 36(7):22-27.
- [2] 魏韡,刘锋,梅生伟. 电力系统鲁棒经济调度(一)理论基础 [J]. 电力系统自动化,2013,37(17):37-43.
 - WEI Wei, LIU Feng, MEI Shengwei. Robust and economical scheduling methodology for power systems part one theoretical foundations[J]. Automation of Electric Power Systems, 2013,37(17):37-43.
- [3] 于东,孙欣,高丙团,等. 考虑风电不确定出力的风电并网协调优化模型[J]. 电工技术学报,2016,31(9):34-41.
 YU Dong,SUN Xin,GAO Bingtuan, et al. Coordinated optimization model for wind power integration considering wind power uncertainty output[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,2016,31(9):34-41.
- [4] BEN-TAL A, DEN HERTOG D, DE WAEGENAERE A, et al. Robust solutions of optimization problems affected by uncertain probabilities[J]. Management Science, 2013, 59(2):341-357.
- [5] 王志强,方正,刘文霞,等. 基于概率多场景的柔性配电网鲁棒运行优化[J]. 电力自动化设备,2019,39(7):37-44. WANG Zhiqiang,FANG Zheng,LIU Wenxia,et al. Robust operation optimization of flexible distribution network based on probabilistic multi-scenario[J]. Electric Power Automation Equipment,2019,39(7):37-44.
- [6] 张旭东,王昊婧,武赓,等. 考虑电价不确定性的主动配电网 网损成本鲁棒优化模型[J]. 电力自动化设备,2017,37(9):

131-138.

- ZHANG Xudong, WANG Haojing, WU Geng, et al. Robust power-loss cost optimization model considering price uncertainty for active distribution network[J]. Electric Power Automation Equipment, 2017, 37(9):131-138.
- [7] 彭春华,谢鹏,陈臣. 大规模光伏电站接入电网可调节鲁棒优化调度[J]. 中国电机工程学报,2014,34(25):4324-4332. PENG Chunhua,XIE Peng,CHEN Chen. Adjustable robust optimal dispatch of power system with large-scale photovoltaic power stations[J]. Proceedings of the CSEE,2014,34(25):4324-4332.
- [8] 周玮,孙辉,顾宏,等. 计及风险备用约束的含风电场电力系统动态经济调度[J]. 中国电机工程学报,2012,32(1):47-55. ZHOU Wei,SUN Hui,GU Hong,et al. Dynamic economic dispatch of wind integrated power systems based on risk reserve constraints[J]. Proceedings of the CSEE, 2012, 32(1): 47-55.
- [9] BIAN Q Y, XIN H H, WANG Z, et al. Distributionally robust solution to the reserve scheduling problem with partial information of wind power[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2015, 30(5):2822-2823.
- [10] 戴蕾思,叶承晋,傅旭华,等. 考虑概率分布约束的含高渗透率 风电电力系统储能鲁棒优化方法[J]. 电网技术,2017,41(3): 769-774.
 - DAI Leisi, YE Chengjin, FU Xuhua, et al. Distributional robust joint chance constrained optimal capacity installment of energy storage in power system with high penetration of wind power [J]. Power System Technology, 2017, 41(3):769-774.
- [11] GÖNSCH J, HASSLER M. Optimizing the conditional value-atrisk in revenue management[J]. Review of Managerial Science, 2014,8(4):495-521.
- [12] 周任军,姚龙华,童小娇,等. 采用条件风险方法的含风电系统安全经济调度[J]. 中国电机工程学报,2012,32(1):56-63. ZHOU Renjun, YAO Longhua, TONG Xiaojiao, et al. Security economic dispatch in wind power integrated systems using a conditional risk method[J]. Proceedings of the CSEE,2012,32 (1):56-63.
- [13] 王海冰,王承民,张庚午,等. 考虑条件风险价值的两阶段发电调度随机规划模型和方法[J]. 中国电机工程学报,2016,36 (24):6838-6848.
 - WANG Haibing, WANG Chengmin, ZHANG Gengwu, et al. Two-stage stochastic generation dispatching model and method considering conditional value-at-risk[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(24):6838-6848.
- [14] 曾鸣,李晨,王致杰,等. 基于CVaR报童模型的风力发电商最优投标策略[J]. 电力系统保护与控制,2012,40(24):14-20. ZENG Ming,LI CHEN,WANG Zhijie,et al. The optimal bid strategy of wind power producer based on CVaR newsboy model[J]. Power System Protection and Control,2012,40(24): 14-20.
- [15] 刘兴宇,温步瀛,江岳文.基于条件风险价值的含风电电力系统旋转备用效益研究[J].电工技术学报,2017,32(9):169,178
 - LIU Xingyu, WEN Buying, JIANG Yuewen. Study on the benefit from spinning reserve in wind power integrated power system based on conditional value at risk[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2017, 32(9):169-178.
- [16] WANG J H, SHAHIDEHPOUR M, LI Z. Security-constrained unit commitment with volatile wind power generation [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2008, 23(3):1319-1327.
- [17] YANıKOĞLU İ, DEN HERTOG D. Safe approximations of ambiguous chance constraints using historical data [J]. INFO-

- RMS Journal on Computing, 2013, 25(4):666-681.
- [18] JOHN LU Z Q. Statistical inference based on divergence measures[J]. Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society), 2007, 170(3):857-858.
- [19] 徐箭,唐旭辰,徐琪,等. 考虑火电机组深度快速变负荷能力的 频率控制[J]. 电力系统自动化,2018,42(8):51-56,82. XU Jian,TANG Xuchen,XU Qi,et al. Frequency control considering deep and fast load changing capability of thermal power units[J]. Automation of Electric Power Systems, 2018, 42(8):51-56,82.
- [20] 李佩杰,林颂晨,白晓清,等. 计及配电网三相模型的电动汽车 充电滚动时域控制[J]. 中国电机工程学报,2016,36(17): 4533-4542.
 - LI Peijie, LIN Songchen, BAI Xiaoqing, et al. Receding-horizon-control-based charging method of electric vehicle conside-

ring three-phase model of distribution network [J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(17):4533-4542.

作者简介:



郑 义(1994—),女,河南南阳人,硕士,主要研究方向为电力系统最优运行(E-mail:emily467327617@outlook.com);

白晓清(1969-),女,四川云阳人,教授,博士,主要研究方向为电力系统最优化(E-mail:baixq@gxu.edu.cn);

苏向阳(1994—),男,河南商丘人,硕士,主要研究方向为电力系统最优运行(E-mail:suxiangyang012@163.com)。

(编辑 王锦秀)

71. 70

Robust dynamic economic dispatch considering uncertainty of wind power based on conditional value-at-risk under ϕ -divergence

ZHENG Yi, BAI Xiaoqing, SU Xiangyang

Abstract: Aiming at the power generation risk cost of dynamic economic dispatch under the background of uncertainty of wind power forecast error, a risk cost robust optimization model for dynamic economic dispatch based on conditional value-at-risk is established. Combining statistical theory, φ-divergence is adopted to construct the confidence region of uncertainty probability of wind power forecast error with a higher confidence level under the condition that only the wind power forecast error scenario is known. The Lagrange dual theory is used to transform the risk cost robust optimization model for dynamic economic dispatch into a tractable mathematical model. IEEE 30-,IEEE 118- and S1047-bus systems are used for numerical simulation, and results show that the proposed model can effectively restrain the impact of uncertainty of wind power forecast error on risk cost.

Key words: wind power; risk cost; CVaR; φ-divergence; robust optimization

附录 A:

随机变量 z 的真实概率分布表示为 P_z ,满足 $P_z \in \{P_\theta \mid \theta \in \Theta \subset \mathbb{R}^d\}$,其中 $\theta \in P_z$ 中的未知参数,且存在 $\theta_0 \in \Theta$ 使得 $P_z = P_{\theta_0}$,此时,令 $P_\theta = \left(p_{1,\theta}, p_{2,\theta}, \cdots, p_{m,\theta}\right)^{\mathrm{T}}$, $P_0 = P_{\theta_0}$ 。因为 P_θ 为可测区间 $\{\Omega, F\}$ 上的概率测度,那么就存在 f_θ 满足 $P_\theta(A) = \int_A f_\theta \mathrm{d}\mu$,其中, f_θ 为 P_θ 关于 μ 的密度。令 $f_0 = f_{\theta_0}$,则 f_θ 和 f_0 之间的 θ - 散度定义为:

$$I_{\phi}(f_{\theta}, f_{0}) = \int f_{0}\phi \left(\frac{f_{\theta}}{f_{0}}\right) d\mu \tag{A1}$$

假设 z_1 、 z_2 、…、 z_N 是来自总体的 N 个样本, $\hat{\theta}$ 为未知参数 θ 的极大似然估计,则 $I_{\varphi}\left(f_{\theta},f_{\hat{\theta}}\right)$ 可表示为散度 $I_{\varphi}\left(f_{\theta},f_{0}\right)$ 的估计。在 $P_{z}=P_{\theta_{0}}$ 下,根据文献[18],当 $N\to\infty$ 时,统计量

$$\chi^{2}\left(f_{0}, f_{\hat{\theta}}\right) = \frac{2N}{\phi^{"}(1)} I_{\phi}\left(f_{0}, f_{\hat{\theta}}\right) \tag{A2}$$

服从 χ_d^2 分布,其中参数集 Θ 的维数决定了自由度 d 的大小。根据卡方拟合度检验原理,在置信水平 $1-\kappa$ 下,参数 θ 的置信域为:

$$U_{\theta} = \left\{ \theta \in \Theta | I_{\theta} \left(f_{\theta}, f_{\hat{\theta}} \right) \le \rho, \rho = \frac{\phi^{"}(1)}{2N} \chi_{d, 1-\kappa}^{2} \right\}$$
(A3)

根据文献[A1], $I_{\phi}\left(\mathbf{\textit{P}}_{\theta},\mathbf{\textit{P}}_{\hat{\theta}}\right) \leq I_{\phi}\left(f_{\theta},f_{\hat{\theta}}\right)$,因此, $\overline{U}_{\theta} = \left\{\theta \in \Theta \mid I_{\phi}\left(\mathbf{\textit{P}}_{\theta},\mathbf{\textit{P}}_{\hat{\theta}}\right) \leq \rho\right\} \supset U_{\theta}$ 。考虑到参数 θ 和 $\mathbf{\textit{P}}_{\theta}$ 的对应关系,得到关于 $\mathbf{\textit{P}}_{\theta}$ 的置信域为:

$$U_{p_{\theta}} = \left\{ \mathbf{P}_{\theta} \in \mathbf{P}_{\theta} \mid I_{\phi} \left(\mathbf{P}_{\theta}, \mathbf{P}_{\hat{\theta}} \right) \leq \rho \right\}$$
(A4)

其中, $P_{\hat{\theta}}$ 为 P_0 的(极大似然)估计值。在此基础上, P_{θ} 在置信水平1-K下的置信域为:

$$U_{\mathbf{P}_{\theta}} = \left\{ \mathbf{P}_{\theta} \in \mathbf{P}_{\theta} \mid \mathbf{P}_{\theta} \ge 0, e^{\mathsf{T}} \mathbf{P}_{\theta} = 1, I_{\phi} \left(\mathbf{P}_{\theta}, \mathbf{P}_{\hat{\theta}} \right) \le \rho \right\}$$
(A5)

式(A5)的建立是基于统计学中的 χ_d^2 分布,表明了真实概率 P_θ 将以不低于置信水平为1-K 的概率落在式 (A5)所示集合内。当决策者观测到 m 个可能的情景,且每一个情景发生的概率未知时,那么此时的自由度为 d=m-1。对于随机变量 z 更多信息的获知意味着在相同置信水平下可以构建一个更小的置信域。

[A1] LIESE F, VAJDA I. On divergences and informations in statistics and information theory[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(10):4394-4412.

附录 B:

修正参数 δ_{o} 和 γ_{o} 如下:

$$\delta_{\phi} = 1 + \frac{1}{2(m-1)N} \left\{ \left(2 - 2m - m^2 + s \right) + \frac{2\phi^{"}(1)}{\phi^{"}(1)} \left(4 - 6m - m^2 + 3s \right) + \frac{2\phi^{""}(1)}{\phi^{"}(1)} \left(1 - 2m + s \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{\phi^{"}(1)}{\phi^{"}(1)} \right)^2 \left(4 - 6m - 3m^2 + 5s \right) \right\}$$
(B1)

$$\gamma_{\phi} = (m-1)\left(1 - \sqrt{\delta_{\phi}}\right) + \frac{1}{N}\left(\frac{\phi^{"}(1)}{3\phi^{"}(1)}(2 - 3m + s) + \frac{\phi^{""}(1)}{4\phi^{"}(1)}(1 - 2m + s)\right)$$
(B2)

其中, $s = \sum_{i=1}^m \frac{1}{p_{i,N}}$ 。由式(B1)、(B2)可以看出,当 $N \to \infty$ 时, $\delta_{\phi} \to 1$ 、 $\gamma_{\phi} \to 0$ 。

附录 C:

表 C1 负荷与风电预测数据

Table C1 Forecasting data of load and wind power

时段	负荷/MW	风电预测出力/MW
1	283.4	51.0
2	269.2	58.4
3	257.7	45.3
4	251.1	48.6

表 C2 IEEE 118 节点系统负荷与风电预测数据

Table C2 Forecasting data of load and wind power in IEEE 118-bus system

n→ FA	负荷/MW	风电预测出力/MW			
时段	贝何/IVI W	18 号	64 号	82 号	
1	3 730	68	51	93	
2	3 487	63	58	100	
3	3 343	75	45	88	
4	3 255	81	48	96	

表 C3 S-1047 节点系统负荷与风电预测数据

Table C3 Forecasting data of load and wind power in S 1047-bus system

时段	A 生 A W			风电预	测出力/MW	,	
刊 权	负荷/MW	21 号	68号	271 号	374 号	547 号	784 号
1	10 195	286	265	263	276	235	287
2	9 937	263	274	300	289	256	298
3	9 271	278	232	284	300	274	300
4	8 896	300	248	293	245	265	283

表 C4 采用 KL 散度 IEEE 118 节点系统鲁棒风险费用与完备误差分布下风险费用的比较

Table C4 Comparison of risk cost between robust and complete error distribution in IEEE 118-bus system with KL divergence

_	鲁棒风险费用较完备误差分布下增高的比例/%				
N	$\beta =$	0.02	$\beta = 0.05$		
•	似然估计	真实分布	似然估计	真实分布	
100	50.8	62.9	41.6	45.3	
200	41.1	60.7	34.4	42.2	
300	38.9	58.2	33.2	41.9	
400	36.0	42.2	28.5	33.2	
500	35.1	39.7	26.0	31.2	
600	31.5	36.4	24.9	30.6	
700	15.8	30.9	18.5	27.1	
800	9.7	29.1	15.1	23.3	
900	4.4	17.2	6.3	19.0	
1 000	1.4	14.7	2.1	16.9	

表 C5 采用 KL 散度 S-1047 节点系统鲁棒风险费用与完备误差分布下风险费用的比较

Table C5 Comparison of risk cost between robust and complete error distribution in S 1047-bus system with KL divergence

	鲁棒风险费用较完备误差分布下增高的比例/%					
N	$\beta =$	0.02	$\beta = 0.05$			
-	似然估计	真实分布	似然估计	真实分布		
100	35.9	43.8	14.0	17.7		
200	33.2	39.0	12.7	17.1		
300	31.4	36.3	11.2	14.9		
400	27.2	31.8	10.5	14.7		
500	26.2	27.6	9.5	13.3		
600	16.2	24.9	7.7	11.1		
700	13.3	16.7	5.5	8.9		
800	5.1	14.3	4.0	4.3		
900	3.5	11.0	1.4	3.7		
1 000	1.6	5.5	0.5	2.7		