

基于多频对极磁场耦合的直驱型双馈电机 电磁耦合特性分析

骆皓^{1,2,3,4}, 许祥威¹, 侍正坤⁵, 赵家欣², 刘海涛^{1,3}

(1. 南京工程学院 电力工程学院, 江苏 南京 211167; 2. 天津瑞能电气有限公司, 天津 300381;
3. 江苏省配电网智能技术与装备协同创新中心, 江苏 南京 211167; 4. 浙江大学 电气工程学院, 浙江 杭州 310027;
5. 南京南瑞继保电气有限公司, 江苏 南京 211100)

摘要:常规双馈电机难以通过增加极对数实现直驱。分析分数槽集中绕组的磁场极对数频谱,利用极对数主导分量实现电磁耦合,提出一种基于多频对极磁场耦合的直驱型双馈电机传动方案。针对分数槽集中绕组电机绕组系数在不同极槽比条件下缺乏通用数学解析方法的问题,通过激励磁动势合成,推导3类极槽比的绕组系数一般表达式;对定子匝数和绕组函数进行傅里叶级数变换,推导各次谐波磁场对应的电感、磁链和感应电压表达式,分析谐波磁场对电机参数的影响;提出一种以特定极对数互感值为指标判据的双转子电机极槽设计方法。通过数学解析和有限元计算结果对比,验证了所提出的多频对极磁场耦合理论和直驱型双馈电机传动原理的正确性。

关键词:分数槽集中绕组;谐波磁动势;多频对极磁场耦合;谐波绕组系数

中图分类号:TM 302

文献标志码:A

DOI:10.16081/j.epae.202012029

0 引言

常规双馈电机转子侧变流器容量仅为机组的滑差容量。但发电机多采用整数槽绕组,需采用多级齿轮箱实现升速,导致机械系统故障率的升高^[1]。基于分数槽集中FSC(Fraction-Slot Concentrated)绕组的永磁同步发电机可实现直驱,但发电机体积庞大,造价高,且需要配套全功率变流器^[2]。

近年来诸多学者深入研究了FSC绕组,旨在以少槽实现多对极,并将其应用于大型低速永磁同步发电机^[3],且利用绕组函数法分析该类永磁电机的电感和磁通是目前较为有效的分析手段^[4]。大量文献已经论述了FSC绕组高自感、低互感的特性^[5]。

目前关于FSC绕组的研究多集中于绕组系数的一般表达式、磁动势分布、极槽配合、谐波损耗抑制以及电感等参数计算等方面。关于绕组系数及磁动势分布,文献[6-9]总结了统一的绕组系数计算公式,但所提出的计算公式仅考虑 $Q=2p\pm 4$ (p 为转子极对数, Q 为定子槽数)槽极配合,存在局限性。对于谐波抑制问题,以G. Dajaku为代表的学者进行了大量研究,通过设置磁障或者采用不等匝数绕组等方法降低磁动势谐波幅值:磁障法对永磁体的磁动

势谐波影响大;不等匝数绕组法导致绕组线圈结构复杂^[10-15]。文献[16]求解了FSC绕组永磁电机的自感和互感,并分析了单、双层绕组的影响。文献[17]利用绕组函数,研究了4种槽极配合的表贴式FSC绕组永磁电机的励磁电感、谐波电感、槽漏感和端部电感的大小关系,但未得出适用于各种槽极配合的电感通用计算方法。

本文将FSC绕组激励产生的基波极对数磁动势和幅值最大的谐波极对数磁动势定义为极对数频谱中的1对主导分量,针对主导分量进行双转子交流励磁,构成基于FSC绕组的多频对极磁场耦合MFPPMFC(Multi-Frequency Pole Pairs' Magnetic Field Coupling)的直驱型双馈电机。首先以轴向磁场结构为基础,阐述了单元电机定子绕组主导极对数磁场与双转子特定极对数磁场耦合的基本原理;其次对FSC绕组不同极槽配合的数值关系进行了归纳和分类,研究了3类极槽比的绕组系数通用计算方法;通过对定子匝数函数和绕组函数进行傅里叶级数变换,实现了各次谐波磁动势对应的电感、感应磁链和感应电动势的数学解析;最后通过有限元建模,验证了本文推导的FSC绕组分布系数通用数学解析方法,证明了本文提出的定子主导极对数磁场耦合理论和基于MFPPMFC直驱型双馈电机设计方法的正确性,为通过系统场路耦合仿真进行传动控制系统设计奠定了理论基础^[18]。

1 基于MFPPMFC直驱型双馈电机的基本结构及工作原理

本文提出的基于MFPPMFC的直驱型双馈电

收稿日期:2020-06-19;修回日期:2020-11-06

基金项目:中国博士后科学基金面上项目(2017M621086);江苏省“六大人才高峰”高层次人才选拔培养资助项目(XNY-021)

Project supported by China Postdoctoral Science Foundation Funded Project(2017M621086) and the Selection and Training of High-level Talents in "Six Talents Peaks" of Jiangsu Province(XNY-021)

机基本结构如附录A图A1所示。定子铁芯无轭设计实现了定子和双转子的电磁耦合,定转子电磁耦合机理如图1所示。图中, I_{r1} 、 I_{r2} 和 I_s 分别为1、2号转子和定子的激励电流; $X_{r1\delta}$ 、 $X_{r2\delta}$ 和 $X_{s\delta}$ 分别为1、2号转子和定子的漏抗; $\psi_{r1\delta}$ 、 $\psi_{r2\delta}$ 和 $\psi_{s\delta}$ 分别为1、2号转子和定子的漏磁链; $E_{r1\delta}$ 、 $E_{r2\delta}$ 和 $E_{s\delta}$ 分别为对应1、2号转子和定子漏磁的感应电动势; F_{r1} 、 F_{r2} 和 F_s 分别为1、2号转子和定子在激励条件下产生的穿越气隙磁动势降; p_1 和 p_2 为单元电机定子绕组激励磁场主导极对数; p_1 和 p_3 为单元电机1号转子绕组激励磁场主导极对数; p_2 和 p_4 为单元电机2号转子绕组激励磁场主导极对数; p_{n_1} ($n_1=2,4,5,6,7,\dots$)、 p_{n_2} ($n_2=1,3,5,6,7,\dots$)和 p_n ($n=3,4,5,\dots$)分别为1、2号转子和定子绕组的非主导极对数。由图可知,定、转子之间主要通过 p_1 、 p_2 对极的磁通匝链。

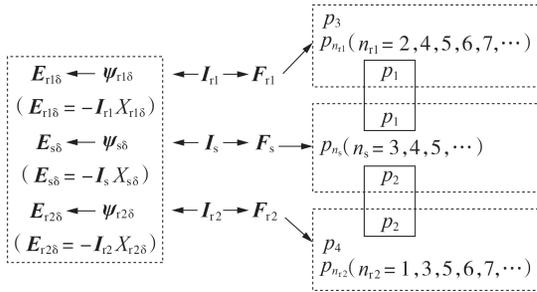


图1 基于MFPPMFC的直驱型双馈电机定、转子电磁耦合原理

Fig.1 Electromagnetic coupling principle for stator and rotor of direct-drive type doubly-fed induction generator based on MFPPMFC

附录A图A2和图2分别为基于MFPPMFC的直驱型双馈电机磁路及其等效磁路模型。图中, $\phi_{s,ag}$ 、 $\phi_{r1,ag}$ 和 $\phi_{r2,ag}$ 分别为定子、1号转子和2号转子激励产生穿越2个气隙的主磁通; $\phi_{\delta,s,\delta}$ 、 $\phi_{\delta,r1,\delta}$ 和 $\phi_{\delta,r2,\delta}$ 分别为定子、1号转子和2号转子激励产生的槽口漏磁通; $\phi_{\delta,s,en}$ 为定子端部漏磁通; $R_{m,r1,Y}$ 、 $R_{m,r1,T}$ 和 $R_{m,ag,1}$ 分别为1号转子轭部、齿部和气隙1磁阻; $R_{m,s,T}$ 为定子齿部磁阻; $R_{m,r2,Y}$ 、 $R_{m,r2,T}$ 和 $R_{m,ag,2}$ 分别为1号转子轭部、齿部和气隙2磁阻; $R_{m,s,\delta}$ 和 $R_{m,s,en,\delta}$ 分别为定子槽口漏磁和端部漏磁磁阻。定子线圈激励产生的气隙磁通依次穿过1号转子轭部、1号转子齿部、气隙1、定子齿部、气隙2、2号转子齿部、2号转子轭部构成1条闭

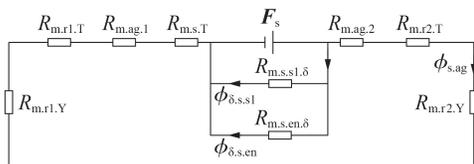


图2 基于MFPPMFC的直驱型双馈电机等效磁路模型

Fig.2 Equivalent magnetic circuit model of direct-drive type doubly-fed induction generator based on MFPPMFC

合的磁路。定子线圈激励产生的漏磁通包括槽口漏磁和端部漏磁。转子线圈和绕组激励的磁路分析方法与定子激励同理,文中不再赘述。

分析图1可知,气隙磁通的主导极对数为 p_1 — p_4 ,且定、转子主要通过极对数为 p_1 和 p_2 的气隙磁通实现机电能量交换。若定子绕组的磁动势极对数频谱中包含 p_3 和 p_4 ,即使极对数为 p_3 和 p_4 的气隙磁通分别属于1号转子和2号转子的主导极对数磁场且不属于定子的主导极对数磁场,但是定转子之间仍通过极对数为 p_3 和 p_4 的气隙磁通实现弱耦合。其他幅值较小的非主导谐波极对数磁场分析情况同理,文中不再赘述。

针对常规分布绕组电机的谐波磁通,相关文献将其定义为谐波漏磁通。对各尺寸和磁导参数标么化后,根据绕组理论进行解析,可得基于特定次谐波极对数磁场的线圈自感 L_1 、 L_2 和互感 L_{12} 的通用表达式为:

$$L_1 = N_1^2 \sin^2(v\theta_{\text{span},1}) \quad (1)$$

$$L_2 = N_2^2 \sin^2(v\theta_{\text{span},2}) \quad (2)$$

$$L_{12} = N_1 N_2 \sin(v\theta_{\text{span},1}) \sin(v\theta_{\text{span},2}) \cos(v\sigma) \quad (3)$$

其中, N_1 和 N_2 、 v 、 $\theta_{\text{span},1}$ 和 $\theta_{\text{span},2}$ 以及 σ 分别为线圈1和线圈2的匝数、谐波次数、线圈1和线圈2的跨距以及线圈1和线圈2的中轴线间角度位移。该解析方法适用于分布绕组和FSC绕组的任意线圈形式。可见, $L_{12} \neq 0$ 且未通过线圈排布实现特定次谐波消除时,绕组各自的谐波漏磁通并非严格意义上的漏磁通,呈现弱耦合的特点。

2 FSC绕组基础理论

2.1 绕组系数及线圈排布

根据文献[9]可知,对于 m 相单元电机,其定子槽数为 Q ,转子极对数为 p ,忽略齿槽效应及铁芯饱和效应,且不考虑铁芯部分磁路上的磁动势降, N 匝单个线圈(双层绕组,节距为1)通入交流电流 $i = I_m \cos(\omega t)$ (I_m 、 ω 分别为激励峰值和电角速度)时,所产生的矩形磁动势可分解为一系列 v 次谐波磁动势 $F(\theta)$ 如式(4)所示。

$$F(\theta) = 2NI_m \cos(\omega t) \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v\pi} k_{yv} \cos[v(\theta - \theta_0)] \quad (4)$$

其中, k_{yv} 为短距系数, $k_{yv} = \sin(v\pi/Q)$; θ 为气隙圆周方向角度位置; θ_0 为 n 号线圈在铁芯上排列的相对位置, $\theta_0 = 2\pi(n-1)/Q$ 。

文献[9]对分布系数进行了归纳,但在 $Q = 2p \pm 4$ 槽极配合条件下的解析存在争议。本文根据式(4),利用磁动势合成法,给出了3类不同槽极配合条件下FSC绕组分布系数 k_{qv} 的通用表达式。

(1)当 $Q = 2p \pm 1$ 时, k_{qv} 为:

$$k_{qv} = m \sqrt{a_1^2 + b_1^2} / Q \quad (5)$$

(2)当 $Q = 2p \pm 2 = 12k$ ($k=1,2,\dots$)时, k_{qv} 为:

$$k_{qv} = m\sqrt{a_2^2 + b_2^2}/Q \quad (6)$$

(3) 当 $Q = 2p \pm 4 = 6(2k + 1)$ ($k = 0, 1, \dots$) 时, 包含如下2种情况。

a. 当 $Q = 2p \pm 4 = 6(4k_1 - 1)$ ($k_1 = 1, 2, \dots$) 时, k_{qv} 为:

$$k_{qv} = m\sqrt{a_3^2 + b_3^2}/Q \quad (7)$$

b. 当 $Q = 2p \pm 4 = 6(4k_2 + 1)$ ($k_2 = 0, 1, \dots$) 时, k_{qv} 为:

$$k_{qv} = m\sqrt{a_4^2 + b_4^2}/Q \quad (8)$$

其中, 参数 $a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3, a_4$ 和 b_4 的表达式分别见附录B式(B1)~(B8)。由式(5)~(8)所得的3类槽极配合下的绕组分布系数, 可得绕组系数 $k_{wv} = k_{yv} k_{qv}$ 。

若对三相绕组施加正序电流激励, 对各相磁动势分布表达式进行叠加, 可得合成磁动势的时空函数 $F_{\text{resultant}}(\theta, t)$ 如式(9)所示。

$$F_{\text{resultant}}(\theta, t) = \begin{cases} 0 & v = 3k \\ (3/2)F_{m\nu} \cos(\omega t - v\theta) & v = 1, 3k + 1 \\ (3/2)F_{m\nu} \cos(\omega t + v\theta) & v = 3k - 1 \end{cases} \quad (9)$$

其中, $F_{m\nu} = 2Nl_m Q k_{w\nu} / (m\pi v)$; $k = 1, 2, \dots$ 。由式(9)可知, 当 $v = 3k$ 时, v 次谐波的磁动势幅值为0; 当 $v = 1$ 或 $v = 3k + 1$ 时, 磁动势幅值为 $1.5F_{m\nu}$, 行波方向为 θ 正方向, 角速度为 ω/v ; 当 $v = 3k - 1$ 时, 磁动势幅值为 $1.5F_{m\nu}$, 行波方向为 θ 负方向, 角速度为 ω/v 。

2.2 电磁耦合特性

文献[19]提出了绕组函数法, 引入了匝数函数和绕组函数概念, 实现了电机磁链、感应电压及电感等参数的量化分析。匝数函数 $n(\theta)$ 用于描述绕组在空间上的匝数分布情况; 绕组函数 $N(\theta)$ 用于描述绕组磁动势在空间上的实际情况, 与对应的磁动势函数变化趋势一致。

为便于理解, 此处针对径向磁场电机阐述匝数函数基本理论。附录C图C1、图C2分别为单线圈在空间上的匝数圆周分布图和匝数函数^[9, 19]。当 $\theta \in (0, 2\pi/Q]$ 时, 单线圈匝数的函数值为 N ; 当 $\theta \in (2\pi/Q, 2\pi]$ 时, 单线圈匝数的函数值为0。则匝数函数仅与线圈在空间上的排布位置和电流方向相关。在空间上的线圈排布位置处, 当电流方向与参考方向一致时, 线圈的匝数函数值为 N , 反之则为 $-N$ 。

根据绕组若干线圈的匝数函数和式(10)给出的绕组函数与匝数函数的数学联系, 可得绕组函数为:

$$N(\theta) = n(\theta) - \bar{n}(\theta) = n(\theta) - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} n(\theta) d\theta \quad (10)$$

其中, $\bar{n}(\theta)$ 为匝数函数在圆周内的平均值。

图3为MFPPMFC直驱型双馈电机的轴向磁场结构, 轴向磁场方向沿 z 轴负方向^[20]。图中, r_1, r_2 分别为定转子铁芯内、外半径; l_{ef} 为电机内外半径之差。

在定子三相绕组电流的激励下, 转子 a 相的感应磁链为:

$$\psi_{ra-sA} = \frac{\mu_0 r l_{ef}}{l_{ag}} \int_{-\pi}^{\pi} n_{ra}(\theta) \left[\left(C_{3s/3r} N_s(\theta) \right)^T \mathbf{i}_s(t) \right] d\theta \quad (11)$$

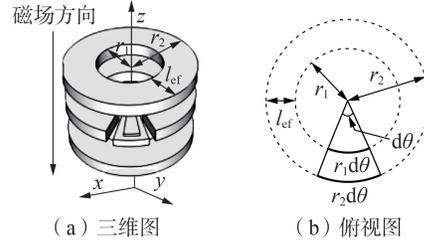


图3 基于MFPPMFC的直驱型双馈电机的轴向磁场结构

Fig.3 Structure of axial magnetic field of direct-drive type doubly-fed induction generator based on MFPPMFC

其中, μ_0 为真空磁导率; $r = (r_1 + r_2)/2$; l_{ag} 为气隙长度; $n_{ra}(\theta)$ 为转子 a 相匝数函数; $C_{3s/3r}$ 为定转子三相静止坐标系坐标变换矩阵; $N_s(\theta) = [N_{sA}(\theta), N_{sB}(\theta), N_{sC}(\theta)]^T$; $\mathbf{i}_s(t) = [i_{sA}(t), i_{sB}(t), i_{sC}(t)]^T$ 。

上述激励条件下, 定子静止坐标系中的气隙轴向磁通密度合成分量 $B_s(\theta, t)$ 为:

$$B_s(\theta, t) = \mu_0 F_s(\theta, t) / l_{ag} = \mu_0 N_s^T(\theta) \mathbf{i}_s(t) / l_{ag} \quad (12)$$

其中, $F_s(\theta, t)$ 为定子静止坐标系中的气隙轴向磁密合成磁动势。故式(11)又可写成:

$$\psi_{ra-sA} = r l_{ef} \int_{-\pi}^{\pi} n_{ra}(\theta) B_r(\theta, t) d\theta \quad (13)$$

其中, $B_r(\theta, t)$ 为转子静止坐标系中的气隙轴向磁通密度合成分量。

由于三相对称绕组不存在3的整数次谐波磁场, 设1、2号转子转速分别为 n_1, n_2 , 图4为2种不同的定子磁场与转子相对运动方向, 图中 B 为磁通密度。当 $v = 3k + 1$ 时, 磁场运动方向沿 x 轴正方向, 磁场相对于转子的运动方向为 x 正半轴方向, 1、2号转子相对定子的运动速度分别为 $100\pi/v - 2\pi n_1/60$ 和 $100\pi/v + 2\pi n_2/60$; 当 $v = 3k - 1$ 时, 磁场的运动方向沿 x 轴负方向, 磁场相对于转子的运动方向为 x 轴正方向, 1、2号转子相对定子的运动速度分别为 $100\pi/v + 2\pi n_1/60$ 和 $100\pi/v - 2\pi n_2/60$ 。

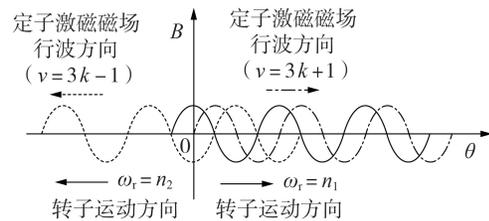


图4 定子磁场与转子的相对运动方向

Fig.4 Relative motion direction of stator and rotor magnetic field

针对特定次定子激励谐波磁场行波与转子转速的转差率, 根据式(12)得到转子静止坐标系中轴向气隙磁密空间分布时间函数为:

$$B_{r,v}(\theta, t) = \begin{cases} K_{Br,v} \cos(v\theta - \omega_1 t) & v = 1, 3k + 1 \\ K_{Br,v} \cos(v\theta + \omega_2 t) & v = 3k - 1 \end{cases} \quad (14)$$

其中, $K_{B_{r,v}} = 3\mu_0 l_m k_{sw,v} N_s Q_s / (l_{ag} \pi v m)$ 为 v 次谐波分量的幅值系数, N_s 为定子每槽匝数, $k_{sw,v}$ 为 v 次谐波分量定子绕组系数; ω_1 和 ω_2 分别为1号和2号转子相对于定子激励 v 次谐波磁场行波的转差电角速度, $\omega_1 = \omega [1 - \xi(1-s)v/p]$, $\omega_2 = \omega [1 + \xi(1-s)v/p]$, s 为针对 p 对极的转差率, $p \in \{p_1, p_2\}$, 当转速为 x 轴正方向时, $\xi=1$, 反之, $\xi=-1$ 。

为分析极槽配合对电机电感参数的影响, 对转子 a 相绕组的匝数函数进行傅里叶级数变换, 可得谐波匝数函数如式(15)所示。

$$n_{ra}(\theta) = \frac{2N_r Q_r}{\pi m} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} k_{rw,v} \cos(v\theta) + \bar{n}_{ra}(\theta) \quad (15)$$

其中, N_r 和 Q_r 分别为转子每槽匝数和槽数; $k_{rw,v}$ 为 v 次谐波分量的转子绕组系数; $\bar{n}_{ra}(\theta)$ 为 $n_{ra}(\theta)$ 的平均值。

由式(15)可见, 在转子每相匝数 $N_r Q_r / m$ 相同的情况下, 各次交流量谐波匝数函数的幅值与相应次数的绕组系数成正比。

令 $n_{ra,v}(\theta)$ 为 $n_{ra}(\theta)$ 的特定 v 次谐波分量, 由于式(15)中的直流分量 $\bar{n}_{ra}(\theta)$ 与磁密合成分量 $B_s(\theta, t)$ 的周期积分结果为0, 并且2个不同谐波次数三角函数乘积的周期积分结果为0, 因此有:

$$\psi_{ra} = r l_{ef} \int_{-\pi}^{\pi} (n_{ra}(\theta) - \bar{n}_{ra}(\theta)) B_r(\theta, t) d\theta \quad (16)$$

$$\psi_{ra,v} = r l_{ef} \int_{-\pi}^{\pi} n_{ra,v}(\theta) B_{r,v}(\theta, t) d\theta \quad (17)$$

综上, 将式(14)、式(15)代入式(13), 可得定子绕组激励条件下转子 a 相绕组 v 次谐波的感应磁链函数为:

$$\psi_{ra,v} = \begin{cases} K_{\psi,v} \cos(\omega_1 t) & v = 1, 3k+1 \\ K_{\psi,v} \cos(\omega_2 t) & v = 3k-1 \end{cases} \quad (18)$$

其中, $K_{\psi,v} = 6r l_{ef} \mu_0 k_{rw,v} k_{sw,v} N_s N_r Q_s Q_r / (\pi l_{ag} m^2 v^2)$ 。

由式(18)可知, 为使定转子绕组通过特定次谐波磁场具有较强的电磁耦合特性, 应通过极槽设计使得定子的1对主导极对数中的二者之一与转子的1对主导极对数中的二者之一实现匹配, 即使得 $k_{rw,v}$ 和 $k_{sw,v}$ 在 v 取特定值的条件下同时获得较大值。由于1对主导极对数磁场同步速接近、方向相反的特点, 为避免2个转子主导极对数磁场的另一个分量 p_3 和 p_4 与定子之间存在强耦合关系及转差率过大问题, 应遵循定子谐波极对数磁动势频谱中极对数等于 p_3 和 p_4 的分量具有较低幅值的原则。对式(18)进行求导, 可得定子电流激励条件下转子 a 相绕组的感应电动势各次谐波分量的一般表达式为:

$$E_{ra,v} = \begin{cases} -\omega_1 K_{\psi,v} \sin(\omega_1 t) & v = 1, 3k+1 \\ -\omega_2 K_{\psi,v} \sin(\omega_2 t) & v = 3k-1 \end{cases} \quad (19)$$

综上, 式(18)、式(19)实现了 MFPPMFC 直驱型双馈电机定子与双转子间电磁耦合强弱的量化解析。

2.3 电感参数计算

针对对应特定次谐波磁场的自感和互感, 以定子自感和定子相间互感为例, 对匝数函数和绕组函数进行傅里叶级数变换, 可得定子 A 相绕组自感 L_{sAsA} :

$$L_{sAsA} = \frac{\mu_0 r l_{ef}}{l_{ag}} \int_{-\pi}^{\pi} n_{sA}(\theta) N_{sA}(\theta) d\theta = \frac{4\mu_0 r l_{ef} N_s^2 Q_s^2}{\pi l_{ag} m^2 v^2} \int_{-\pi}^{\pi} \sum_{v=1}^{\infty} k_{sw,v}^2 \cos^2(v\theta) d\theta \quad (20)$$

$$L_{sAsA,v} = \frac{\mu_0 r l_{ef}}{l_{ag}} \int_{-\pi}^{\pi} n_{sA,v}(\theta) N_{sA,v}(\theta) d\theta = \frac{4\mu_0 r l_{ef} N_s^2 Q_s^2}{\pi l_{ag} m^2 v^2} \int_{-\pi}^{\pi} k_{sw,v}^2 \cos^2(v\theta) d\theta \quad (21)$$

其中, $n_{sA}(\theta)$ 和 $N_{sA}(\theta)$ 分别为定子 A 相匝数函数和绕组函数; $n_{sA,v}(\theta)$ 和 $N_{sA,v}(\theta)$ 分别为定子 A 相匝数函数和绕组函数的 v 次谐波分量; $L_{sAsA,v}$ 为对应 v 次谐波极对数磁场的定子 A 相自感。

在以下2种方式下计算定子 A、B 相绕组对应 v 次谐波极对数磁场的互感 $L_{sAsB,v}$: ①在 A 相绕组激励条件下计算 B 相绕组耦合磁链; ②在 B 相绕组激励条件下计算 A 相绕组耦合磁链。

$$L_{sAsB,v} = (\mu_0 r l_{ef} / l_{ag}) \int_{-\pi}^{\pi} n_{sB}(\theta) N_{sA,v}(\theta) d\theta \quad (22)$$

$$L_{sBsA,v} = (\mu_0 r l_{ef} / l_{ag}) \int_{-\pi}^{\pi} n_{sA}(\theta) N_{sB,v}(\theta) d\theta \quad (23)$$

其中, $n_{sB}(\theta)$ 和 $N_{sB,v}(\theta)$ 分别为定子 B 相匝数函数和绕组函数的 v 次谐波分量。

由于匝数函数直流分量 $\bar{n}(\theta)$ 与绕组函数 $N(\theta)$ 任意次交流分量的周期积分结果为0, 并且2个不同谐波次数三角函数乘积的周期积分结果为0, 因此可以分别用 $n_{sB,v}(\theta)$ 和 $n_{sA,v}(\theta)$ 代替式(22)、(23)中的 $n_{sB}(\theta)$ 和 $n_{sA}(\theta)$, 以实现数学解析, 进而可得 $L_{sAsB,v}$ 为:

$$L_{sAsB,v} = \frac{4\mu_0 r l_{ef} N_s^2 Q_s^2}{\pi l_{ag} m^2 v^2} \int_{-\pi}^{\pi} k_{sw,v}^2 \cos^2(v\theta) \cos\left(\frac{2}{3}\pi v\right) d\theta \quad (24)$$

由式(24)可知, 针对单相绕组, 由于 $v=3k$ 次谐波的存在, 相间互感磁链与穿越气隙的自感磁链之比不等于-0.5。但是针对三相对称绕组, 由于 $v=3k$ 次谐波不存在, 上述比值仍为-0.5。定转子互感的数学解析表达式为:

$$L_{rasA,v} = \frac{4\mu_0 r l_{ef} N_s N_r Q_s Q_r}{\pi l_{ag} m^2 v^2} \times \int_{-\pi}^{\pi} k_{rw,v} k_{sw,v} \cos\left[v\theta - \frac{\xi(1-s)\omega v t}{p}\right] \cos(v\theta) d\theta \quad (25)$$

在计算定转子绕组间互感时, 采用定子绕组函数和转子匝数函数的乘积进行周期积分和采用转子绕组函数、定子匝数的函数乘积进行周期积分的结果相等。由式(25)可知, 当 MFPPMFC 直驱型双馈电机尺寸和匝数确定的条件, 特定次谐波的绕组系数不仅决定了主导极对数的互感值, 而且决定了非

主导极对数磁场对定转子绕组间耦合的不利程度。

3 电磁场的有限元分析计算

依据图A1所示MFPPMFC直驱型双馈电机拓扑结构,通过Ansysmaxwell软件建立三维有限元模型,电机参数见附录C表C1。

3.1 定子绕组激励气隙磁密分布

本文所提基于MFPPMFC的直驱型双馈电机模型以定子7对极与1号转子构成1台14极感应电机,额定同步转速为正序3000/7 r/min;以11对极与2号转子构成1台22极感应电机,额定同步转速为负序3000/11 r/min。定子绕组施加峰值为1 A的电流激励。在气隙1中轴向中心位置设置半径 R 为50~100 mm的圆,附录C图C3为不同半径的圆周方向轴向气隙磁密分布。

图5为 $R=75$ mm时定子与1号转子间气隙磁通密度前30次极对数频谱分析的理论计算和有限元计算结果对比,结果验证了所提绕组系数解析方法的正确性。

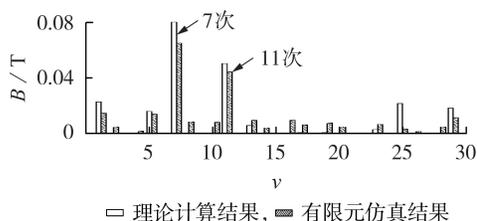


图5 定子与1号转子间气隙磁通密度极对数频谱
Fig.5 Spectrum of airgap magnetic density of pole pairs between stator and Rotor 1

由于基于MFPPMFC的直驱型双馈电机采用FSC绕组,谐波极对数频谱较宽。定子绕组主导极对数为7和11且其分别属于正序和负序情况,其余谐波极对数磁密幅值虽显著小于主导极对数相应幅值,但不可忽略其对定转子间电磁耦合的不利影响。由图C3可见,在不同的半径处,磁密圆周分布较理论分析存在一定差异,其原因在于齿槽、槽口漏感的影响。

针对主导极对数型号为7p11p18s的方案,虽然偶数次谐波分布系数理论值为0,但由图5可知,存在偶数次谐波,且理论值稍大于有限元分析值。其影响因素主要包括铁芯磁动势降、漏感、齿槽影响等。

3.3 电感及感应电动势分析

3.3.1 定转子自感及相间互感分析

针对主导 p_1 和 p_2 极对数、3次谐波、前100次谐波磁场对应的定转子自感、互感,有限元与理论计算的对比结果如表1所示。计及前10、30、50、100、500、1000次谐波极对数磁场的定子A相自感 L_{sAsA} 、定子AB相互感 L_{sAsB} 、1号转子a相自感 L_{r1ar1a} 和2号转子a相自感 L_{r2ar2a} 的理论计算结果,如表2所示。

根据表1,若计及3次及其整数次谐波磁场,定转子单相绕组1对主导极对数磁场对应的电感大约占

表1 基于MFPPMFC的直驱型双馈电机电感值

Table 1 Inductance values of direct-drive type doubly-fed induction generator based on MFPPMFC

谐波次数及有限元	L_{sAsA} / mH	L_{sAsB} / mH	L_{r1ar1a} / mH	L_{r2ar2a} / mH
p_1 次	71.71	-35.8600	59.12	61.04
3次	53.33	53.3300	7.51	9.76
p_2 次	29.04	-14.5200	45.26	43.69
前100次	192.56	1.2400	202.26	246.48
有限元	175.37	-2.0523	195.49	240.88

表2 不同带宽条件下特定谐波磁场电感值

Table 2 Inductance values under different spectrum width conditions of specific harmonic magnetic field

v	L_{sAsA} / mH	L_{sAsB} / mH	L_{r1ar1a} / mH	L_{r2ar2a} / mH
10	140.33	18.72	170.83	56.27
30	183.72	2.85	188.89	210.64
50	188.38	2.01	195.14	233.24
100	192.56	1.24	202.26	246.48
500	196.44	-0.24	205.82	258.55
1000	196.45	-0.24	206.95	269.66

总电感的51%、50%和39%。虽然定子单相绕组3次谐波极对数磁场对应的电感约为总电感的25%,但三相对称绕组可以消除该电感。由表2可见,若计及前10次谐波极对数磁场,则 L_{sAsA} 、 L_{sAsB} 、 L_{r1ar1a} 和 L_{r2ar2a} 分别为140.33、18.72、170.83、56.27 mH。由于7对极属于定子主导极对数, L_{sAsA} 较大;由于定子A相3次谐波磁场幅值较大, $L_{sAsB}/L_{sAsA} \gg -1/2$;由于7、8对极是1号转子主导极对数, L_{r1ar1a} 较大;由于无2号转子主导极对数, L_{r2ar2a} 较小。

若计及前30次谐波极对数磁场,则 L_{sAsA} 、 L_{sAsB} 、 L_{r1ar1a} 和 L_{r2ar2a} 分别为183.72、2.85、188.89、210.64 mH。由于11对极属于定子主导极对数,因此 L_{sAsA} 显著增大;由于定子A相3的整数次谐波磁场分量较小,因此 L_{sAsB} 迅速趋向于0;由于无1号转子主导极对数, L_{r1ar1a} 变化缓慢;由于11、13对极是2号转子主导极对数, L_{r2ar2a} 迅速增大。

若计及的谐波次数大于30,则各电感数值均无显著变化。若计及前1000次谐波极对数磁场,则 L_{sAsA} 、 L_{sAsB} 、 L_{r1ar1a} 和 L_{r2ar2a} 分别为196.45、-0.24、206.95、269.66 mH。由表2可知,高于100次的谐波极对数磁场对应的电感值较小,但在电机设计中应重点分析转差率的影响。

3.3.2 转子感应电压及定转子互感分析

对应 p_1 和 p_2 的转差率均设为0.3,针对定子A相与1号转子a相绕组互感,图6为有限元仿真与选定有限次数的理论计算结果对比,可知2种结果基本一致,因理论分析忽略了铁芯磁阻和漏感,故理论值偏大。

图7为1号转子a相感应电压波形,频谱分析见附录C表C2。1号转子a相感应电压频率除15 Hz外,存在若干谐波。由图7可见,7对极磁场居主导作

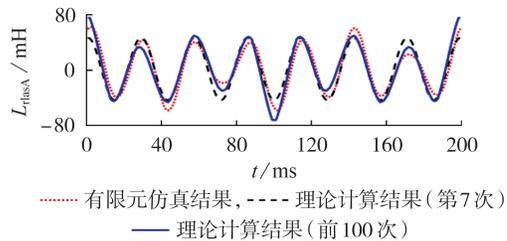


图6 定子A相与1号转子a相互感

Fig.6 Mutual inductance of Phase A of stator and Phase a of Rotor 1

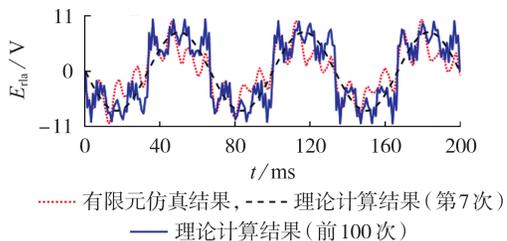


图7 1号转子a相感应电压波形

Fig.7 Waveforms of Phase a induction voltage of Rotor 1

用,包含前100次谐波极对数分量的理论计算结果与有限元仿真结果有较高的吻合度。表C2中取转子感应电压幅值最大的15个频率分量,由表可知:①电压幅值理论计算和有限元仿真最大值均处于15 Hz处,分别为7.75、6.91 V;②电压幅值理论计算和有限元仿真最小值均处于100 Hz处,分别为0.18、0.073 V;③幅值最大的5个感应电压频率分量分别处于15、105、75、45、165 Hz处,产生上述感应电压频率分量的磁场极对数依次为7、11、5、1、23次。

针对定子A相与2号转子a相绕组互感,附录C图C4为有限元仿真与选定有限次数的理论计算结果对比。附录C图C5及表C3分别为2号转子a相感应电压波形及其频谱分析。由表C3可知:①理论计算和有限元仿真最大值均处于72 Hz处,分别为10.81、9.5 V;②理论计算和有限元仿真最小值均处于80 Hz处,分别为0.47、0.32 V;③幅值最大的5个感应电压频率分量分别处于72、15、90、53、35 Hz处,产生上述感应电压频率分量的极对数依次为7、11、13、1、5次;④以11次谐波为工作谐波的电机,7次谐波对其影响较大,在转子绕组上产生了72 Hz的感应电压,由于11次谐波磁动势幅值小于7次谐波磁动势幅值,且7对极磁场与转子旋转方向相反,使得7次谐波磁动势所产生的感应电压幅值较大。

4 结论

本文通过磁动势叠加原理得出了FSC绕组特定次谐波磁场的绕组系数通用数学解析方法;通过绕组函数的傅里叶级数展开,分析了绕组自感特性、互感特性和复杂谐波极对数频谱分布条件下的电磁耦合特征,揭示了基于MFPPMFC的直驱型双馈电机

的定转子机电能量交换原理;最后通过有限元建模进行了验证,得出以下结论。

(1)将FSC绕组的极槽配合方案归纳为3类,可得特定次谐波磁场的绕组系数通用数学解析方法。

(2)推导的特定次谐波磁场绕组系数、自感和互感计算公式可用于基于MFPPMFC的直驱型双馈电机极槽设计和定转子电磁耦合特性分析。

(3)主导极对数谐波磁场对应的电感参数占主导地位。针对本文算例中基于MFPPMFC的直驱型双馈电机的三相对称绕组,若仅不计及3次谐波磁场,定转子单相绕组1对主导极对数磁场对应的电感大约占总电感的70%、57%和40%。

(4)针对表C3中7对极磁场在转差率大于1的情况下感应电压偏高的问题,采用以下2种方法对非主导谐波磁场耦合进行抑制:①设计2号转子绕组时选用7次谐波绕组系数更小的极槽方案;②采用补偿绕组对2号转子耦合7次谐波磁场的的能力进行抑制。

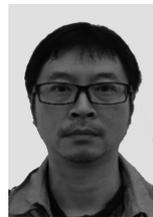
附录见本刊网络版(<http://www.epae.cn>)。

参考文献:

- [1] CHENG F Z, QU L Y, QIAO W, et al. Fault diagnosis of wind turbine gearboxes based on DFIG stator current envelope analysis[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2019, 10(3):1044-1053.
- [2] 程铭. 一种直驱永磁电机分数槽绕组的设计与分析[J]. 防爆电机, 2018, 53(4):5-9, 26.
CHENG Ming. Design and analysis on fractional slot windings of a direct-drive permanent-magnet motor[J]. Explosion-Proof Electric Machine, 2018, 53(4):5-9, 26.
- [3] ARAFAT M Y, MURSHED M, MAHAMUDUL H, et al. Design and performance analysis of a modified outer rotor permanent magnet alternator for low-speed wind turbine[C]//2016 9th International Conference on Electrical and Computer Engineering. Dhaka, Bangladesh: IEEE, 2016:511-514.
- [4] BARRANCOAB A T, BRIZB F, HEREDIA A L, et al. Comparison of permanent magnet synchronous machines with concentrated windings and different rotor configurations[C]//2017 19th European Conference on Power Electronics and Applications. Warsaw, Poland: IEEE, 2016:1-5.
- [5] FORNASIERO E, ALBERTI L, BIANCHI N, BOLOGNANI S. Considerations on selecting fractional-slot windings[C]//2010 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition. Atlanta, GA, USA: IEEE, 2010:1376-1383.
- [6] BIANCHI N, PRE M D, ALBERTI L. Theory and design of fractional-slot PM machines[M]. Padova, Italy: CLEUP, 2007:45-47.
- [7] BIANCHI N, BOLOGNANI S, PRE M D, et al. Design considerations for fractional-slot winding configurations of synchronous machines[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2006, 42(4):997-1006.
- [8] ALBERTI L, BIANCHI N. Theory and design of fractional-slot multilayer windings[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2013, 49(2):841-849.
- [9] 陈益广. 永磁同步电机单层分数槽集中绕组磁动势与电感[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2012(9):798-802.
CHEN Yiguang. Magnetomotive force and inductance in permanent magnet synchronous machine with single-layer fractional-slot concentrated winding[J]. Journal of Tianjin Univer-

- sity(Science and Technology),2012(9):798-802.
- [10] DAJAKU G,GERLING D. A novel 12-teeth/10-poles PM machine with flux barriers in stator yoke[C]//2012 20th International Conference on Electrical Machines. Marseille, France: IEEE,2012:36-40.
- [11] DAJAKU G,GERLING D. Eddy current loss minimization in rotor magnets of PM machines using high-efficiency 12-teeth/10-poles winding topology[C]//2011 14th International Conference on Electrical Machines. Beijing,China:IEEE,2011:1-6.
- [12] DAJAKU G,XIE W,GERLING D. Reduction of low space harmonics for the fractional slot concentrated windings using a novel stator design[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2014,50(5):1-12.
- [13] DARJAKU G,GERLING D. A novel tooth concentrated winding with low space harmonic contents[C]//2013 International Electric Machines & Drives Conference. Chicago, Illinois, USA:IEEE,2013:755-760.
- [14] DAJAKU G,GERLING D. A novel 24-slots/10-poles winding topology for electric machines[C]//2011 IEEE International Electric Machines & Drives Conference. Niagara Falls, ON, Canada:IEEE,2011:65-70.
- [15] DAJAKU G,GERLING D. Different novel methods for reduction of low space harmonics for the fractional slot concentrated windings[C]//2012 15th International Conference on Electrical Machines. Sapporo,Japan:IEEE,2012:1-6.
- [16] CHONG L,DUTTA R,RAHMAN M F. Parameter analysis of an IPM machine with fractional-slot concentrated windings-part II:including armature-reaction[C]//2008 Australasian Universities Power Engineering Conference. Sydney, Australia: IEEE,2008:1-6.
- [17] REFAIE A E,ZHU Z Q,JAHS T M,et al. Winding inductances of fractional slot surface mounted permanent magnet brushless machines[J]. The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering,2009,28(6):1590-1606.
- [18] 许加柱,柏滋艺. 磁集成式LCL滤波器在牵引网高次谐波抑制中的应用[J]. 电力自动化设备,2019,39(5):207-212,218. XU Jiazhu,BAI Ziyi. Application of magnetic integrated LCL filter in high-order harmonic suppression for traction network[J]. Electric Power Automation Equipment,2019,39(5):207-212,218.
- [19] 佟文明,吴胜男,安忠良. 基于绕组函数法的分数槽集中绕组永磁同步电机电感参数研究[J]. 电工技术学报,2015,30(13):150-157. TONG Wenming,WU Shengnan,AN Zhongliang. Study on the inductance of permanent magnet synchronous machines with fractional slot concentrated winding based on the winding function method[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,2015,30(13):150-157.
- [20] 吴书煜,马宏忠,魏旭,等. 高压电抗器匝间短路三维模型计算与分析[J]. 电力自动化设备,2019,39(4):148-154. WU Shuyu,MA Hongzhong,WEI Xu,et al. Calculation and analysis of three-dimensional model for turn-to-turn short circuit of high voltage reactor[J]. Electric Power Automation Equipment,2019,39(4):148-154.

作者简介:



骆皓

骆皓(1978—),男,山东禹城人,教授,博士,通信作者,主要研究方向为双馈风力发电机及交流励磁控制技术等(E-mail: luohao@njit.edu.cn);

许祥威(1995—),男,江苏连云港人,硕士研究生,主要研究方向为新型电机的设计及控制技术等。

(编辑 王欣竹)

Analysis of electromagnetic coupling characteristics for doubly-fed induction generator based on multi-frequency pole pairs' magnetic field coupling

LUO Hao^{1,2,3,4}, XU Xiangwei¹, SHI Zhengkun⁵, ZHAO Jiaxin², LIU Haitao^{1,3}

(1. School of Electric Power Engineering, Nanjing Institute of Technology, Nanjing 211167, China;

2. RENergy Electric Tianjin Ltd., Tianjin 300381, China;

3. Jiangsu Collaborative Innovation Center of Smart Distribution Network, Nanjing 211167, China;

4. College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;

5. Nari-Relays Electric Co., Ltd., Nanjing 211100, China)

Abstract: The direct-drive cannot be realized by increasing pole-pairs for traditional DFIG(Doubly-Fed Induction Generator). The pole pairs' magnetic field spectrum of FSCW(Fractional-Slot Concentrated Windings) is analyzed, and a kind of transmission scheme of multi-frequency pole pairs' magnetic field coupling based direct-driving type DFIG are proposed, which realizes electromagnetic coupling by pole pairs' dominant component. Aiming at the problem that there is no general mathematical calculation method for winding factor of FSCW under different pole-slot ratio, the general winding factor calculation method of three categories of pole-slot ratios are deduced through the synthesis of excitation magneto-motive force. The expressions of inductance, flux linkage and induced voltage corresponding to each harmonic magnetic field are derived based on Fourier series of the number of stator and rotor turns and winding functions, the influence of magnetic field on generator parameters is analyzed. A design method of double rotor motor pole slot based on the specific pole pairs' mutual inductance value is proposed. By comparing the results of mathematical analysis and finite element calculation, the correctness of the coupling theory of the proposed multi-frequency pole pairs' magnetic field and the drive principle of direct-driving type DFIG is verified.

Key words: fractional-slot concentrated windings; harmonic magnetic motive force; multi-frequency pole pairs' magnetic field coupling; winding factor of harmonic magnetic field

附录 A

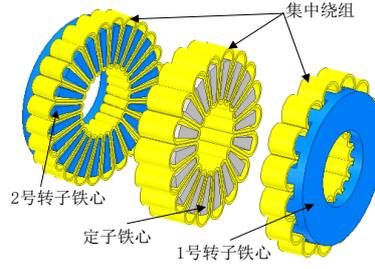


图 A1 MFPPMFC 直驱型双馈电机拓扑结构

Fig.A1 Topology structure of MFPPMFC direct-drive type doubly-fed induction generator

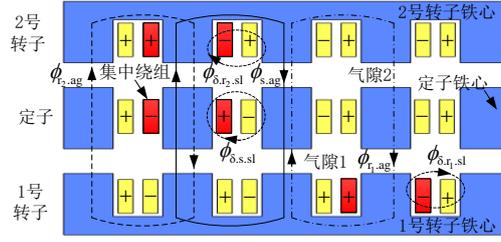


图 A2 MFPPMFC 直驱型双馈电机磁路

Fig.A2 Magnetic circuit of MFPPMFC direct-drive type doubly-fed induction generator

附录 B

$$a_1 = \sum_{n=0}^{\frac{Q}{m}-1} (-1)^n \cos(vn\alpha) \quad (B1)$$

$$b_1 = \sum_{n=0}^{\frac{Q}{m}-1} (-1)^n \sin(vn\alpha) \quad (B2)$$

$$a_2 = \sum_{n=0}^{\frac{Q}{2m}-1} (-1)^n \cos(vn\alpha) + \sum_{n=\frac{Q}{2}}^{\frac{Q(m+1)}{2m}-1} (-1)^{n+1} \cos(vn\alpha) \quad (B3)$$

$$b_2 = \sum_{n=0}^{\frac{Q}{2m}-1} (-1)^n \sin(vn\alpha) + \sum_{n=\frac{Q}{2}}^{\frac{Q(m+1)}{2m}-1} (-1)^{n+1} \sin(vn\alpha) \quad (B4)$$

$$a_3 = \sum_{n=0}^{\frac{Q}{4m}-\frac{1}{2}} (-1)^n \cos(vn\alpha) + \sum_{n=\frac{Q}{2}}^{\frac{Q}{4m}-\frac{1}{2}} (-1)^n \cos(vn\alpha) + \sum_{n=6k_1-1}^{6k_1+\frac{Q}{4m}-\frac{5}{2}} (-1)^n \cos(vn\alpha) + \sum_{n=6k_1+\frac{Q}{2}-1}^{6k_1+\frac{Q}{4m}+\frac{Q}{2}-\frac{3}{2}} (-1)^{n+1} \cos(vn\alpha) \quad (B5)$$

$$b_3 = \sum_{n=0}^{\frac{Q}{4m}-\frac{1}{2}} (-1)^n \sin(vn\alpha) + \sum_{n=p+2}^{\frac{Q}{4m}-\frac{1}{2}} (-1)^n \sin(vn\alpha) + \sum_{n=6k_1-1}^{6k_1+\frac{Q}{4m}-\frac{5}{2}} (-1)^n \sin(vn\alpha) + \sum_{n=6k_1+\frac{Q}{2}-1}^{6k_1+\frac{Q}{4m}+\frac{Q}{2}-\frac{3}{2}} (-1)^{n+1} \sin(vn\alpha) \quad (B6)$$

$$a_4 = \sum_{n=0}^{\frac{Q}{4m}-\frac{1}{2}} (-1)^n \cos(vn\alpha) + \sum_{n=\frac{Q}{2}}^{\frac{Q}{4m}-\frac{1}{2}} (-1)^n \cos(vn\alpha) + \sum_{n=6k_2+2}^{6k_2+\frac{Q}{4m}+\frac{1}{2}} (-1)^n \cos(vn\alpha) + \sum_{n=6k_2+\frac{Q}{2}+2}^{6k_2+\frac{Q}{4m}+\frac{Q}{2}+\frac{1}{2}} (-1)^{n+1} \cos(vn\alpha) \quad (B7)$$

$$b_4 = \sum_{n=0}^{\frac{Q}{4m}-\frac{1}{2}} (-1)^n \sin(vn\alpha) + \sum_{n=\frac{Q}{2}}^{\frac{Q}{4m}-\frac{1}{2}} (-1)^n \sin(vn\alpha) + \sum_{n=6k_2+2}^{6k_2+\frac{Q}{4m}+\frac{1}{2}} (-1)^n \sin(vn\alpha) + \sum_{n=6k_2+\frac{Q}{2}+2}^{6k_2+\frac{Q}{4m}+\frac{Q}{2}+\frac{1}{2}} (-1)^{n+1} \sin(vn\alpha) \quad (B8)$$

其中， $\alpha=2\pi/Q$ 为相邻两槽的机械夹角。

附录 C

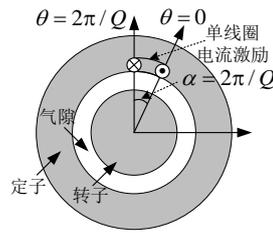


图 C1 单线圈匝数的空间分布

Fig.C1 Spatial distribution of single coil turns

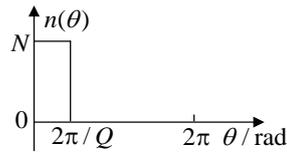


图 C2 单线圈匝数函数

Fig.C2 Function of single coil turns

表 C1 MFPPMFC 直驱型双馈电机参数

Table C1 Parameters of MFPPMFC direct drive type doubly-fed induction generator

参数	数值
定转子铁芯内、外半径/mm	50、100
1号转子槽数（主导极对数）	15/7/8（7p8p15s）
2号转子槽数（主导极对数）	24/11/13（11p13p24s）
定子槽数（主导极对数）	18/7/11（7p11p18s）
气隙 1、2/mm	1
定、转子铁芯轴向长度/mm	50
定、转子每槽匝数	200

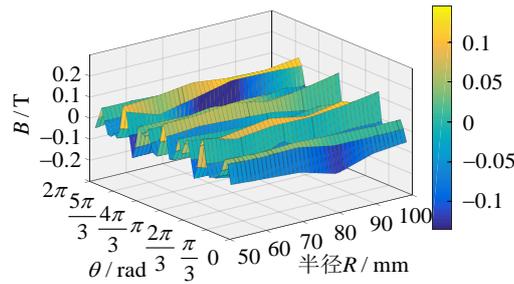


图 C3 定子与 1 号转子间气隙磁密分布

Fig.C3 Magnetic density distribution of air gap between stator and Rotor 1

表 C2 不同频率下 E_{r1a} 的理论值及有限元仿真值

Table C2 Theoretical value and finite element simulation value of E_{r1a} under different frequency

f/Hz	E_{r1a}		f/Hz	E_{r1a}	
	理论值	有限元仿真值		理论值	有限元仿真值
15	7.75	6.90	140	0.34	0.09
45	1.07	0.83	160	0.55	0.12
70	0.29	0.09	165	0.86	0.30
75	2.08	1.25	230	0.27	0.08
80	0.64	0.20	240	0.24	0.08
100	0.18	0.07	255	0.41	0.09
105	3.94	3.01	285	0.50	0.11
122.5	0.44	0.10			

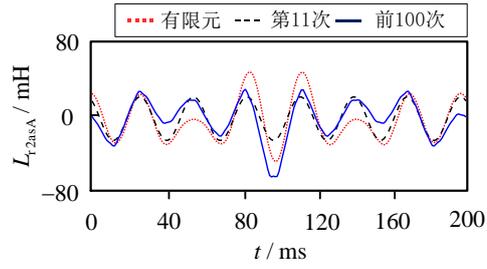


图 C4 定子与 2 号转子 a 相互感

Fig.C4 Mutual inductance of Phase a between stator and Rotor 1

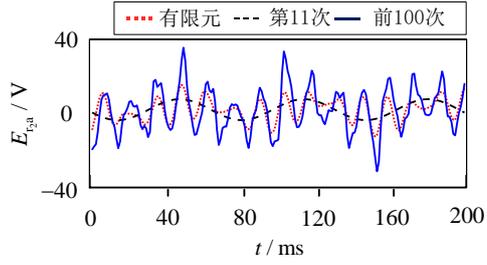


图 C5 2 号转子 a 相感应电压波形图

Fig.C5 Waveforms diagram of induction voltage of Phase A on Rotor 2

表 C3 不同频率下 E_{r2a} 的理论值及有限元仿真值

Table C3 Theoretical value and finite element simulation value of E_{r2a} under different frequency

f/Hz	E_{r2a}		f/Hz	E_{r2a}	
	理论值	有限元仿真值		理论值	有限元仿真值
15	6.43	5.6	80	0.47	0.32
35	1.46	0.83	87.5	1.44	0.82
53	2.88	0.90	92.5	4.30	2.76
55	0.56	0.36	97.5	1.24	0.64
67.5	0.86	0.45	100	0.78	0.39
70	0.95	0.52	102.5	0.54	0.34
72	10.82	9.50	110	0.61	0.37
75	1.07	0.54			