

基于动态均衡凸-凹步骤法的含PI型DG配电网无功优化

刘健辰,张溟源

(辽宁工程技术大学 电气与控制工程学院,辽宁 葫芦岛 125105)

摘要:采用电流控制型逆变器并网的分布式电源和储能系统具有PI型并网功率接口特性,如果将其近似建模为恒功率模型,则可能造成无法忽视的计算偏差。研究计及PI型分布式电源精确功率接口特性的配电网无功优化问题以及相关的二阶锥松弛模型的可行性恢复方法。针对惩罚目标函数法和基本凸-凹步骤法在可行性恢复能力和最优性保持能力方面的缺陷,提出一种动态均衡凸-凹步骤法,采用二阶锥松弛法产生初始解,并以动态均衡权值替代固定权值。仿真算例验证了所提方法的性能。

关键词:配电网;分布式电源;混合整数二阶锥规划;凸-凹步骤法

中图分类号:TM 714.3

文献标志码:A

DOI:10.16081/j.epae.202111001

0 引言

由于具有经济效益好、环保节能、运行灵活等特点,分布式电源DG(Distributed Generation)在现代配电系统中的占比逐年增加^[1]。光伏电站可利用建筑屋面的优势,不受资源分布地域限制,属于我国鼓励力度最大的绿色电力开发能源项目。但随着DG在配电网中渗透率的提高,线路功率越限的概率和配电网运行控制的难度也大为增加,因此,亟需研究适用于大规模DG接入下的配电网运行优化方法^[2-3]。

根据并网接口约束模型,DG主要分为PQ、PI、PV和PQ(V)这4种类型^[4]。当光伏发电系统、储能系统、燃料电池等通过电流控制型逆变器并网时,其通常运行于恒定输出电流状态,称之为PI型DG。含PI型DG的配电网无功优化模型,不仅包含非线性交流潮流约束方程和代表无功补偿电容器组投切组数的整数变量,还包含描述PI型DG非线性并网功率接口特性的约束方程,因此该模型本质上是一个难以直接求解的混合整数非线性规划MINLP(Mixed Integer NonLinear Programming)问题。

现有一些研究通过非线性规划、二次规划等数学规划方法以及遗传算法、粒子群优化算法等启发式算法求解配电网无功优化问题,也有一些研究关注于时段解耦无功优化、鲁棒或分布式无功优化问题^[5-7]。启发式算法简单易用,但存在无法保证全局收敛、容易陷入局部最优解的固有缺点。近年来,研究者将原用于求解配电网交流潮流方程的二阶锥松弛SOCR(Second-Order Cone Relaxation)技术进行推广,提出基于混合整数二阶锥规划MISOCP(Mixed-Integer Second-Order Cone Programming)的配电网无功优化方法^[8-11]。

文献[8-11]均将PI型DG的非线性并网功率接口模型近似为恒功率模型,忽略了DG特殊控制方

式对系统运行的影响,可能造成优化结果与实际情况存在较大偏差,特别是当系统负荷水平高而造成接入节点电压显著偏离额定值时,将导致产生无法忽视的近似误差。文献[12]利用SOCR技术提出一种可以精确处理含PI型DG配电网运行优化问题的初步解决方法,但SOCR变换模型的解是否满足原始非凸约束方程,即SOCR的可行性问题仍有待深入研究。对于不含PI型DG的配电网,只要不存在零电阻线路,最小化网损目标函数就可以保证SOCR可行性,而在接入PI型DG的情况下,直接采用该方法会导致PI型DG功率接口约束方程与交流潮流约束方程的SOCR可行性发生冲突,从而极大影响无功优化方案的实际应用。

为解决SOCR的可行性问题,最简单的可行性恢复方法是在目标函数中引入适当的惩罚项,称为惩罚目标函数POF(Penalty Objective Function)法。实际上,原始SOCR法中采用的网损目标函数隐含地作为惩罚项,起到了可行性恢复的作用,但对POF法在含PI型DG情况下的性能,目前尚缺乏深入研究。

解决SOCR可行性问题的另一种途径是采用凸-凹步骤CCP(Convex-Concave Procedure)法(为与本文提出的改进方法进行区别,将该方法称为基本CCP法),该方法是一种局部启发性算法,其借助凸优化工具求解凸差规划问题的局部最优解^[13],目前该方法已被应用于一些电力系统优化问题中^[14-16]。文献[14]针对放射性配电网,应用基本CCP法解决了某些无法满足可行性的特殊最优潮流问题。文献[15-16]应用基本CCP法分别解决了一般网状电网最优潮流问题、电-气最优潮流问题和多区域电-气潮流分布式优化问题。但目前还缺乏基本CCP法在含PI型DG情况下的具体应用、性能分析和改进。

综上,本文研究含PI型DG的配电网无功优化相关的SOCR可行性恢复问题。首先,建立计及PI型DG精确并网功率接口特性的配电网无功优化模

型,并利用 SOCR 技术将原始 MINLP 问题转化为 MISOCP 问题;然后,分析 POF 法、基本 CCP 法和动态均衡 CCP(dynamically-balancing CCP)法这 3 种可行性恢复方法的可行性恢复机理和优缺点;最后,通过数值测试比较 3 种可行性恢复方法的性能。

1 配电网无功优化模型

考虑一个包含节点集合 θ 的配电网,支路 $(i,j) \in E$ 连接节点 i 和节点 j , E 为支路集合, $n(j)$ 为配电网中末端为节点 j 的支路的首端节点集合, $m(j)$ 为配电网中首端为节点 j 的支路的末端节点集合。为便于运行管理和继电保护系统设计,配电网一般以辐射状运行,因此,配电网无功优化问题的支路潮流约束可以表示为:

$$P_j = \sum_{k \in m(j)} P_{jk} - \sum_{i \in n(j)} (P_{ij} - I_{ij}^2 r_{ij}) \quad j \in \theta \quad (1)$$

$$Q_j = \sum_{k \in m(j)} Q_{jk} - \sum_{i \in n(j)} (Q_{ij} - I_{ij}^2 x_{ij}) \quad j \in \theta \quad (2)$$

$$V_j^2 = V_i^2 - 2(r_{ij} P_{ij} + x_{ij} Q_{ij}) + I_{ij}^2 (r_{ij}^2 + x_{ij}^2) \quad (i,j) \in E \quad (3)$$

$$I_{ij}^2 = (P_{ij}^2 + Q_{ij}^2) / V_i^2 \quad (i,j) \in E \quad (4)$$

式中: $P_j = P_j^{\text{DG}} - P_j^{\text{D}}$, $Q_j = Q_j^{\text{DG}} + Q_j^{\text{CB}} + Q_j^{\text{SVC}} - Q_j^{\text{D}}$ 分别为节点 j 注入的净有功功率、净无功功率, P_j^{DG} 、 P_j^{D} 分别为节点 j 上的 DG 注入的有功功率和负荷有功功率, Q_j^{DG} 、 Q_j^{CB} 、 Q_j^{SVC} 、 Q_j^{D} 分别为节点 j 上 DG 注入的无功功率、补偿电容器组 (CB) 离散补偿功率、静态无功补偿器 SVC (Static Var Compensator) 的连续调节无功出力及负荷无功功率; P_{jk} 、 Q_{jk} 分别为以节点 j 为首端节点的支路有功功率和无功功率; P_{ij} 、 Q_{ij} 分别为流经支路 (i,j) 首端的有功功率和无功功率; I_{ij} 为流经支路 (i,j) 的电流幅值; r_{ij} 、 x_{ij} 分别为支路 (i,j) 的电阻和电抗; V_i 、 V_j 分别为节点 i 、 j 的电压幅值。

设补偿电容器组接入节点 j ($j \in \theta_{\text{CB}}$, θ_{CB} 为补偿电容器组接入节点集合), 则补偿电容器组的无功补偿功率为:

$$Q_j^{\text{CB}} = b_j^{\text{CB}} q_j^{\text{CB}} \quad b_j^{\text{CB}} \in \{0, 1, \dots, N_j^{\text{CB}}\} \quad (5)$$

式中: b_j^{CB} 为节点 j 上补偿电容器组的投切组数; q_j^{CB} 为节点 j 上补偿电容器组的单组补偿功率; N_j^{CB} 为节点 j 上补偿电容器组的最大投切组数。

假设 SVC 装置接入节点 j ($j \in \theta_{\text{SVC}}$, θ_{SVC} 为 SVC 接入节点集合), 则 SVC 装置的无功出力满足:

$$-Q_{j,\max}^{\text{SVC}} \leq Q_j^{\text{SVC}} \leq Q_{j,\max}^{\text{SVC}} \quad (6)$$

式中: $Q_{j,\max}^{\text{SVC}}$ 为节点 j 上 SVC 装置的无功出力上限。

光伏发电系统是利用光伏阵列的光伏效应,将太阳光辐射能直接转化为电能的一种发电系统。目前,DC/AC 逆变器的输出控制一般采用电流控制方式,可使功率因数恒定为 1,而为了使电网经济稳定运行,通过电流控制型逆变器控制的光伏发电系

统也可以发出一定的无功功率对电网进行无功补偿。由于在正常工作条件下,采用电流控制型逆变器并网的光伏发电有功输出功率和注入电网的电流幅值均保持恒定,因此在潮流计算中将这种类型 DG 的接入节点处理为 PI 型节点^[4]。同时,储能系统、燃料电池等在通过电流控制型逆变器并网时,也应接入节点处理为 PI 型节点。

假设 PI 型 DG 接入节点 j ($j \in \theta_{\text{DG}}$, θ_{DG} 为 DG 接入节点集合), 该 DG 注入电流的平方为 I_j^{DG} , 接入节点的电压幅值为 V_j^{DG} , 则其无功出力应满足:

$$Q_j^{\text{DG}} = \sqrt{I_j^{\text{DG}} (V_j^{\text{DG}})^2 - (P_j^{\text{DG}})^2} \quad (7)$$

式(7)中 $I_j^{\text{DG}} (V_j^{\text{DG}})^2$ 为视在功率的平方,由于 PI 型 DG 接入节点的电压幅值会随着系统潮流的变化而变化, DG 输出无功功率和功率因数也会随之非线性变化,这给求解含 PI 型 DG 的配电网优化问题带来很大难度。目前大多研究均假设 PI 型 DG 的接入节点电压为额定电压,将其近似处理为 PQ 型 DG^[7],但当系统负荷水平非常高时,可能造成接入节点电压严重偏离额定值,从而导致产生无法忽略的近似误差,因此有必要研究精确计及 PI 型 DG 并网接口功率特性的有效优化方法。

此外,还应考虑节点电压约束和线路热极限安全约束:

$$\underline{V} \leq V_j \leq \bar{V} \quad j \in \theta \quad (8)$$

$$I_{ij} \leq \bar{I} \quad (i,j) \in E \quad (9)$$

式中: \bar{V} 、 \underline{V} 分别为电压幅值的最大值、最小值; \bar{I} 为电流幅值最大值。

本文以有功网损为优化目标:

$$\sum_{(i,j) \in E} r_{ij} I_{ij}^2 \quad (10)$$

从而,配电网无功优化问题可以表示为如下原始 MINLP 模型:

$$\begin{cases} \min \text{式 (10)} \\ \text{s.t. 式 (1)---(9)} \end{cases}$$

2 SOCR 技术及其可行性问题

2.1 SOCR 技术

原始 MINLP 模型含有非凸约束式(4)和式(7),导致其难以直接求解,为此,利用 SOCR 技术将其转化成 MISOCP 问题。令 $l_{ij} = I_{ij}^2$, $v_j = V_j^2$, F^{Ploss} 为配电网网损目标函数。可将目标函数式(10)、约束式(8)和式(9)以及潮流方程式(1)---(3)分别转化为:

$$F^{\text{Ploss}} = \sum_{(i,j) \in E} r_{ij} l_{ij} \quad (11)$$

$$\underline{V}^2 \leq v_j \leq \bar{V}^2 \quad j \in \theta \quad (12)$$

$$l_{ij} \leq \bar{I}^2 \quad (i,j) \in E \quad (13)$$

$$P_j = \sum_{k \in m(j)} P_{jk} - \sum_{i \in n(j)} (P_{ij} - r_{ij} l_{ij}) \quad j \in \theta \quad (14)$$

$$Q_j = \sum_{k \in m(j)} Q_{jk} - \sum_{i \in n(j)} (Q_{ij} - x_{ij} l_{ij}) \quad j \in \theta \quad (15)$$

$$v_j = v_i - 2(r_{ij} P_{ij} + x_{ij} Q_{ij}) + l_{ij} (r_{ij}^2 + x_{ij}^2) \quad (i, j) \in E \quad (16)$$

再将式(4)松弛为如下二阶锥约束(称为线路-SOCR):

$$l_{ij} v_i \geq P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \quad (i, j) \in E \quad (17)$$

同时,令 $v_j^{\text{DG}} = (V_j^{\text{DG}})^2$, 将式(7)松弛为如下二阶锥约束(称为DG-SOCR):

$$l_j^{\text{DG}} v_j^{\text{DG}} \geq (Q_j^{\text{DG}})^2 + (P_j^{\text{DG}})^2 \quad j \in \theta_{\text{DG}} \quad (18)$$

因此,可将配电网无功优化问题的原始MINLP模型转化为如下MISOCP模型:

$$\begin{cases} \min \text{式(11)} \\ \text{s.t. 式(5)、(6)、(12)—(18)} \end{cases}$$

2.2 SOCR可行性

利用SOCR技术,将原始非凸等式约束式(4)和式(7)分别松弛为凸的二阶锥约束式(17)和式(18),这样有利于借助成熟的内点法进行高效求解。但需注意的是,MISOCP模型仅仅在其解使二阶锥约束式(17)和式(18)的大于等于号两边严格相等时,才与原始MINLP模型等价,即MISOCP模型的解不一定能解决原始MINLP问题,造成MISOCP的解丧失可行性。

定义:如果MISOCP的解能保证原始非凸约束成立,则称其具有SOCR可行性。为了定量刻画SOCR可行性,定义线路松弛误差 $\tilde{\delta}^L$ 、DG松弛误差 $\tilde{\delta}^{\text{DG}}$ 和联合松弛误差 $\tilde{\delta}$ 分别为:

$$\begin{cases} \tilde{\delta}^L = \max_{(i,j) \in E} |\delta_{ij}^L| \\ \tilde{\delta}^{\text{DG}} = \max_{j \in \theta_{\text{DG}}} |\delta_j^{\text{DG}}| \\ \tilde{\delta} = \max\{\tilde{\delta}^L, \tilde{\delta}^{\text{DG}}\} \end{cases}$$

式中: $\delta_{ij}^L = l_{ij} v_i - P_{ij}^2 - Q_{ij}^2$, $\delta_j^{\text{DG}} = l_j^{\text{DG}} v_j^{\text{DG}} - (Q_j^{\text{DG}})^2 - (P_j^{\text{DG}})^2$ 。 $\tilde{\delta}^L$ 和 $\tilde{\delta}^{\text{DG}}$ 分别量化了SOCR式(17)和式(18)的可行程度, $\tilde{\delta}$ 量化了MISOCP解的总体可行程度。松弛误差越大,相应的SOCR可行性越差。只有联合松弛误差 $\tilde{\delta}$ 小于容许阈值时,MISOCP的解才可行。

3 可行性恢复方法

对于电力系统的实际优化问题,其解的可行性至关重要,如果一个解是不可行的,则其将完全没有实用意义。对于不含PI型DG的配电网,其无功优化问题的MISOCP模型仅包含线路-SOCR式(17)。文献[13]指出,只要不存在零电阻线路,最小化网损目标函数式(11)就可以保证线路-SOCR式(17)的可行性。可以直观理解为:在 $r_{ij} \neq 0 (\forall (i, j) \in E)$ 的条件下,最小化式(11)等价于使所有线路的 l_{ij} 都减小,从而使式(17)大于等于号两边趋于相等,最终达到提高式(17)可行程度的效果。

但在接入PI型DG的情况下,最小化网损目标

函数式(11)一般难以使DG-SOCR式(18)大于等于号两边相等。这是由于在DG出力水平非常高时,线路中可能出现反向潮流,线路中 l_{ij} 的减小可能对应于DG接入节点电压 v_j^{DG} 的升高或DG无功出力 Q_j^{DG} 的减小,从而使式(18)大于等于号两边更加不相等。因此,对于含PI型DG配电网的优化问题,有必要研究新的可行性恢复方法。

需要指出的是,线路-SOCR和DG-SOCR的可行性往往是矛盾的,即提高其中一方往往以降低另一方为代价。而由于可行性恢复方法旨在提高MISOCP解的总体可行程度,即线路/DG松弛误差必须同时满足要求,因此可行性恢复目标是减小联合松弛误差 $\tilde{\delta}$, 使之小于容许阈值。

下面依次给出3种可行性恢复方法:POF法、基本CCP法和动态均衡CCP法。

3.1 POF法

最简单直观的可行性恢复方法是在目标函数中引入适当的惩罚项,从而增大DG-SOCR式(18)大于等于号的右边,或减小大于等于号的左边,使大于等于号两边趋于相等,这就是POF法的基本思想。

DG-SOCR式(18)中 l_j^{DG} 和 P_j^{DG} 为固定值,因此可以选择增大 Q_j^{DG} 或减小 v_j^{DG} 。考虑到 v_j^{DG} 由系统潮流决定,本文选择 Q_j^{DG} 构成惩罚目标函数 F^{Penalty} :

$$F^{\text{Penalty}} = -\beta \sum_{j \in \theta_{\text{DG}}} Q_j^{\text{DG}} \quad (19)$$

式中: $\beta > 0$ 为惩罚系数。

从而POF法求解如下问题:

$$\begin{cases} \min F^{\text{Ploss}} + F^{\text{Penalty}} \\ \text{s.t. 式(5)、(6)、(12)—(18)} \end{cases}$$

POF法的优点是无需迭代,因此不会增加求解问题的复杂度,但DG接入可能会引起线路中出现逆向潮流,从而使配电网网损目标函数 F^{Ploss} 与惩罚目标函数 F^{Penalty} 发生冲突,其表现为增大惩罚系数 β 提高DG-SOCR式(18)的可行性,必然会降低线路-SOCR式(17)的可行性,进而导致在某些情况下无法通过调整惩罚系数 β 使联合松弛误差小于容许阈值,即无法恢复MISOCP解的总体可行性。

3.2 基本CCP法

为了克服POF法的缺陷,下面考虑应用基本CCP法恢复MISOCP解的总体可行性。

为了应用基本CCP法,首先需要将原始非凸约束表示为凸差函数(即2个凸函数之差)的约束形式。根据文献[17],很多函数(如任意二阶连续可微函数)都可以表示为凸差函数形式。原始非凸约束式(4)和式(7)均为二次等式,满足二阶连续可微条件,因此可以表示为如下凸差函数形式:

$$f_{ij}^L - g_{ij}^L(\boldsymbol{\theta}_{ij}) = 0 \quad (i, j) \in E \quad (20)$$

$$f_j^{\text{DG}} - g_j^{\text{DG}}(\boldsymbol{\varphi}_j) = 0 \quad j \in \theta_{\text{DG}} \quad (21)$$

式中: $f_{ij}^L = (v_i + l_{ij})^2$; $g_{ij}^L(\boldsymbol{\vartheta}_{ij}) = (v_i - l_{ij})^2 + 4P_{ij}^2 + 4Q_{ij}^2$, $\boldsymbol{\vartheta}_{ij} = [v_i, l_{ij}, P_{ij}, Q_{ij}]^T$; $f_j^{\text{DG}} = (v_j^{\text{DG}} + l_j^{\text{DG}})^2$; $g_j^{\text{DG}}(\boldsymbol{\varphi}_j) = (v_j^{\text{DG}} - l_j^{\text{DG}})^2 + 4(P_j^{\text{DG}})^2 + 4(Q_j^{\text{DG}})^2$, $\boldsymbol{\varphi}_j = [v_j^{\text{DG}}, Q_j^{\text{DG}}]^T$ 。

由于 2 个凸函数之差的凸性是不确定的,因此将原非凸约束式(4)和式(7)分别变换为凸差函数形式式(20)和式(21)并不会改变原函数的凸性,也无法保证解的全局最优性,但是可以利用凸差函数的特点获得收敛性等优点,从而极大降低求解难度。

进而,将式(20)和式(21)等价表示为:

$$f_{ij}^L - g_{ij}^L(\boldsymbol{\vartheta}_{ij}) \geq 0 \quad (i, j) \in E \quad (22)$$

$$f_{ij}^L - g_{ij}^L(\boldsymbol{\vartheta}_{ij}) \leq 0 \quad (i, j) \in E \quad (23)$$

$$f_j^{\text{DG}} - g_j^{\text{DG}}(\boldsymbol{\varphi}_j) \geq 0 \quad j \in \theta_{\text{DG}} \quad (24)$$

$$f_j^{\text{DG}} - g_j^{\text{DG}}(\boldsymbol{\varphi}_j) \leq 0 \quad j \in \theta_{\text{DG}} \quad (25)$$

式(22)和式(24)为凸约束,与约束式(17)和式(18)完全一致;式(23)和式(25)为凹约束。

由此可见,为了保证 SOCR 式(17)和式(18)的可行性,关键在于使凹约束式(23)和式(25)成立。CCP 法的基本思想是通过线性化和松弛,迭代修正寻优方向,逼近凹约束式(23)和式(25),从而逐渐增强 SOCR 式(17)和式(18)的可行性。

设 $\boldsymbol{\vartheta}_{ij}^k$ 和 $\boldsymbol{\varphi}_j^k$ 分别为 $\boldsymbol{\vartheta}_{ij}$ 、 $\boldsymbol{\varphi}_j$ 第 k 次迭代的结果,则在该处线性化,可得 $g_{ij}^L(\boldsymbol{\vartheta}_{ij}^k)$ 和 $g_j^{\text{DG}}(\boldsymbol{\varphi}_j^k)$ 的线性近似为:

$$\bar{g}_{ij}^L(\boldsymbol{\vartheta}_{ij}^k, \boldsymbol{\vartheta}_{ij}^k) = g_{ij}^L(\boldsymbol{\vartheta}_{ij}^k) + \nabla g_{ij}^L(\boldsymbol{\vartheta}_{ij}^k)(\boldsymbol{\vartheta}_{ij} - \boldsymbol{\vartheta}_{ij}^k) \quad (i, j) \in E \quad (26)$$

$$\bar{g}_j^{\text{DG}}(\boldsymbol{\varphi}_j^k, \boldsymbol{\varphi}_j^k) = g_j^{\text{DG}}(\boldsymbol{\varphi}_j^k) + \nabla g_j^{\text{DG}}(\boldsymbol{\varphi}_j^k)(\boldsymbol{\varphi}_j - \boldsymbol{\varphi}_j^k) \quad j \in \theta_{\text{DG}} \quad (27)$$

式中: $\nabla g_{ij}^L(\boldsymbol{\vartheta}_{ij}^k) = [8P_{ij}^k, 8Q_{ij}^k, 2(v_i^k - l_{ij}^k), -2(v_i^k - l_{ij}^k)]$, $\nabla g_j^{\text{DG}}(\boldsymbol{\varphi}_j^k) = [2(v_j^{\text{DG},k} - l_j^{\text{DG},k}), 8Q_j^{\text{DG},k}]$ 。

从而可以构造适用于配电网无功优化的基本 CCP 法步骤如下。

1) 设置允许松弛误差上限 $\rho > 0$ 。

2) 设置 $\beta > 0$, 采用 POF 法求解模型, 得到初始解 $\hat{\boldsymbol{x}} = [\hat{P}_{ij}, \hat{Q}_{ij}, \hat{l}_{ij}, \hat{v}_i, \hat{Q}_j^{\text{DG}}, \hat{v}_j^{\text{DG}}, \hat{b}_j^{\text{CB}}, \hat{Q}_j^{\text{SVC}}]$ 和初始联合松弛误差 δ_0 。其中 \hat{P}_{ij} 、 \hat{Q}_{ij} 、 \hat{l}_{ij} 、 \hat{v}_i 、 \hat{Q}_j^{DG} 、 \hat{v}_j^{DG} 、 \hat{b}_j^{CB} 、 \hat{Q}_j^{SVC} 分别为初始流经支路 (i, j) 首端的有功功率、无功功率, 流经支路 (i, j) 的电流幅值平方, 节点 i 的电压幅值平方, 节点 j 上 DG 注入的无功功率、DG 接入的电压幅值平方, 补偿电容器组的投切组数和 SVC 装置的连续调节无功出力。

3) 如果 $\delta_0 \leq \rho$, 则算法停止, 最优解即为 $\hat{\boldsymbol{x}}$; 否则, 转至步骤 4)。

4) 设置 $k = 1, k_{\max} > 0, \lambda^k > 0, \lambda_{\max} > 0, \alpha > 1, \gamma > 0$, $\boldsymbol{\vartheta}_{ij}^1 = [\hat{v}_i, \hat{l}_{ij}, \hat{P}_{ij}, \hat{Q}_{ij}]^T$, $\boldsymbol{\varphi}_j^1 = [\hat{v}_j^{\text{DG}}, \hat{Q}_j^{\text{DG}}]^T$ 。其中 λ^k 、 λ_{\max} 、 α 为 CCP 法参数, 见附录 A; γ 为 DG 惩罚系数; k_{\max} 为最大迭代次数。

5) 求解以下 SOCP 问题:

$$\begin{cases} \min F^{\text{Ploss}} + F_k^{\text{DB-FR}} \\ \text{s.t. 式 (5)、(6)、(12)---(18)、(26)、(27)} \\ s_{ij}^L \geq 0, s_j^{\text{DG}} \geq 0 \end{cases} \quad (28)$$

$$f_{ij}^L - \bar{g}_{ij}^L(\boldsymbol{\vartheta}_{ij}^k, \boldsymbol{\vartheta}_{ij}^k) \leq s_{ij}^L \quad (29)$$

$$f_j^{\text{DG}} - \bar{g}_j^{\text{DG}}(\boldsymbol{\varphi}_j^k, \boldsymbol{\varphi}_j^k) \leq s_j^{\text{DG}} \quad (30)$$

式中: $F_k^{\text{DB-FR}} = \lambda^k \left(\sum_{(i,j) \in E} s_{ij}^L + \gamma \sum_{j \in \theta_{\text{DG}}} s_j^{\text{DG}} \right)$ 为可行性恢复目标项; s_{ij}^L 、 s_j^{DG} 分别为线路松弛误差、DG 松弛误差。

求解该 SOCP 问题得到第 k 次迭代后的解 $\tilde{\boldsymbol{x}}^k = [\tilde{P}_{ij}, \tilde{Q}_{ij}, \tilde{l}_{ij}, \tilde{v}_i, \tilde{Q}_j^{\text{DG}}, \tilde{v}_j^{\text{DG}}, \tilde{b}_j^{\text{CB}}, \tilde{Q}_j^{\text{SVC}}]$ 和联合松弛误差 δ_k , 其中 \tilde{P}_{ij} 、 \tilde{Q}_{ij} 、 \tilde{l}_{ij} 、 \tilde{v}_i 、 \tilde{Q}_j^{DG} 、 \tilde{v}_j^{DG} 、 \tilde{b}_j^{CB} 、 \tilde{Q}_j^{SVC} 为相应变量第 k 次迭代后的值。

6) 如果达到最大迭代次数, 即 $k = k_{\max}$, 则算法停止, 未找到可行解, 否则: 如果 $\delta_k \leq \rho$, 则算法停止, 可行最优解为 $\tilde{\boldsymbol{x}}^k$; 如果 $\delta_k > \rho$, 则更新 $\lambda^{k+1} = \min\{\alpha\lambda^k, \lambda_{\max}\}$, $\boldsymbol{\vartheta}_{ij}^{k+1} = [\tilde{v}_i, \tilde{l}_{ij}, \tilde{P}_{ij}, \tilde{Q}_{ij}]$, $\boldsymbol{\varphi}_j^{k+1} = [\tilde{v}_j^{\text{DG}}, \tilde{Q}_j^{\text{DG}}]$, $k = k + 1$, 转至步骤 5)。

关于基本 CCP 法的补充说明见附录 B。

3.3 动态均衡 CCP 法

在实际应用中, 基本 CCP 法在某些情况下可能无法完成可行性恢复任务, 而且即使可以恢复可行性, 也往往会导致原优化目标大幅增加, 即严重损害解的最优性, 其原因有如下 2 个方面。

1) 基本 CCP 法以 POF 法产生初始解, 但 POF 法本身的最优性较差, 这导致基本 CCP 法只能在最优性较差的局部进行寻优。

2) 基本 CCP 法采用固定权值 γ , 权值起到平衡局部寻优方向的作用。 γ 较大, 会使优化结果偏向于减小 DG 松弛误差, 同时增大线路松弛误差; 而 γ 较小, 会增大 DG 松弛误差。根据联合松弛误差的定义, 为了提高算法的总体可行性, 需要使 DG / 线路 2 种松弛误差均在允许阈值以下。采用固定权值可能导致寻优偏向降低 DG / 线路松弛误差中的一方, 造成总体可行程度下降, 即当不可行约束发生变化时, 固定权值会导致无法调整局部寻优方向, 使寻优方向一直“跑偏”, 特别是在 DG 出力水平较高时, 基本 CCP 法可能进入“不可行误区”, 无法在有限次迭代内找到可行解。

根据以上分析, 本文提出一种动态均衡 CCP 法, 其与基本 CCP 法的区别主要如下。

1) 考虑到局部最优可行解往往在 SOCR 解附近^[18], 动态均衡 CCP 法以 SOCR 法产生初始解, 这将更为合理。

2) 动态均衡 CCP 法采用能反映线路 / DG 松弛误差相对大小的动态均衡权值代替固定权值, 从而在迭代过程中不断调整局部寻优方向, 对较大的松弛误差给予较大的权值, 使各松弛误差减小, 避免方法进入“不可行误区”, 并且有利于改善解的最优性。具体是将所需求解的 SOCP 问题的目标函数改为:

$$\min F^{\text{Ploss}} + F_k^{\text{DB-FR}} \quad (31)$$

式中: $F_k^{\text{DB-FR}} = \lambda^k \left(\sum_{(i,j) \in E} \gamma_{ij,k} s_{ij}^L + \sum_{j \in \theta_{\text{DG}}} \gamma_{j,k} s_j^{\text{DG}} \right)$ 为动态均衡

可行性恢复目标项, $\gamma_{ij,k}$ 和 $\gamma_{j,k}$ 为动态均衡权值。进而根据线路松弛误差 $\delta_{ij,k}^L$ 和 DG 松弛误差 $\delta_{j,k}^{\text{DG}}$, 按式(32)更新 $\gamma_{ij,k}$ 和 $\gamma_{j,k}$ 。

$$\gamma_{ij,k+1} = c^{\lg|\delta_{ij,k}^L|} / \bar{\gamma}_{k+1}, \quad \gamma_{j,k+1} = c^{\lg|\delta_{j,k}^{\text{DG}}|} / \bar{\gamma}_{k+1} \quad (32)$$

式中: 参数 $c > 0$, 用于平衡 F^{Ploss} 和 $F_k^{\text{DB-FR}}$ 的相对大小;

$$\bar{\gamma}_{k+1} = \sum_{(i,j) \in E} c^{\lg|\delta_{ij,k}^L|} + \sum_{j \in \theta_{\text{DG}}} c^{\lg|\delta_{j,k}^{\text{DG}}|}$$

由此, 可以构建基于动态均衡 CCP 法的配电网无功优化算法, 算法的详细步骤见附录 C。

4 算例分析

本节利用图1所示修改的 Baran&Wu 33节点系统验证所提方法的有效性, 该系统中线路和负荷的原始数据见文献[17]。图1中, 3个PI型DG(DG₁—DG₃)分别接入节点6、节点14和节点29; 2个补偿电容器组(CB₁、CB₂)分别接入节点8和节点25, 补偿电容器组的最大投切组数均为10组, 单组补偿功率均为50 kvar; 2个SVC(SVC₁、SVC₂)分别接入节点9和节点26, 可调功率范围均为-300~300 kvar。节点电压约束范围为0.95~1.05 p.u.。在 MATLAB R2014b 环境下, 基于 Mosek 算法包求解。系统硬件环境为 CPU 3.2 GHz, 8 GB RAM。

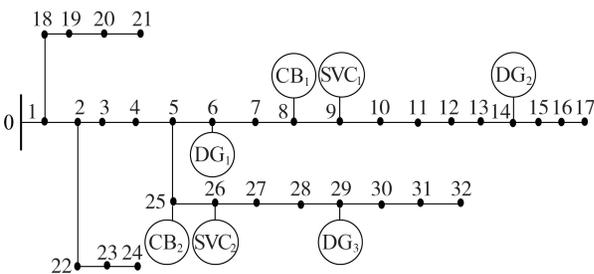


图1 修改的 Baran & Wu 33节点系统

Fig.1 Modified Baran & Wu 33-bus system

4.1 采用PI型DG精确并网模型的必要性

如前文所述, PI型DG的输出无功功率依赖于接入节点的电压幅值, 而在文献[8-11]中, 假设PI型DG的接入节点电压为额定电压, 基准电压 $V_N = 12.66$ kV, 即将其输出无功功率进行近似计算, $\hat{Q}_j^{\text{DG}} \approx \sqrt{I_j^{\text{DG}} V_N^2 - (P_j^{\text{DG}})^2}$ 。为了评估这种近似处理带来的计算误差, 考虑仅在节点14接入PI型DG₂, 其有功出力为300 kW, 输出电流为50 A。以文献[17]中的数据为基准负荷, 假设系统负荷为 $L \times$ 基准负荷, 其中 L 为负荷水平。表1给出了不同负荷水平下的潮流计算结果, 表中计算误差为 $(\hat{Q}_j^{\text{DG}} - Q_j^{\text{DG}}) / Q_j^{\text{DG}} \times 100\%$, $\hat{Q}_j^{\text{DG}} = 1054.5$ kW, Q_j^{DG} 为满足可行性要求的 SOCR 法计算结果, DG 接入节点电压幅值为标么值。

表1 不同负荷水平下的潮流计算结果

Table 1 Power flow calculation results under different load levels

L	DG无功出力/kvar	计算误差/%	DG接入节点电压幅值	联合松弛误差
1	1027.1	2.63	0.976	10^{-10}
2	918.7	14.70	0.881	10^{-9}
3	777.6	35.50	0.756	10^{-8}

由表1可见: 在不同的负荷水平下, SOCR 法的松弛误差均不大于 10^{-8} , 满足可行性要求, 可以作为精确解; 近似处理方法的计算误差会随着负荷水平的增大而急剧增加, 在负荷水平为2和3时, 计算误差分别达到14.70%和35.50%, 可能导致无功优化结果严重偏离真实值; 随着负荷水平的增大, DG 接入节点电压幅值也会显著低于额定值, 这是引起近似计算方法误差严重增大的根本原因。

4.2 POF 法的可行性丧失问题

假设3个PI型DG的有功出力均为 $m \times 100$ kW, 输出电流均为 $m \times 20$ A, 不同的DG出力水平 m 和惩罚系数 β 下 POF 法的求解结果如表2和表3所示。为了便于表示, 表2和表3中采用对数松弛误差 $\lg \delta^L$ 和 $\lg \delta^{\text{DG}}$, 并且用虚线分隔对数松弛误差大于-6和小于-6的情况。由表2和表3可知:

1) 当不引入惩罚目标函数 F^{Penalty} (对应于表1中 $\beta=0$ 的情况) 时, DG 松弛误差 δ^{DG} 均远大于 10^{-6} , 这表明 SOCR 法本身无法找到可行解;

2) 随着惩罚系数 β 的增大, DG 松弛误差 δ^{DG} 变小, 而线路松弛误差 δ^L 增大, 体现了这2个松弛误差是相互冲突的;

表2 DG对数松弛误差

Table 2 Logarithmic relaxation errors of DGs

β	DG对数松弛误差					
	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	$m=6$
0	-2.88	-1.56	-1.05	-0.71	-0.47	-0.27
10^{-4}	-2.88	-2.19	-1.82	-1.56	-1.35	-1.19
10^{-3}	-2.91	-2.20	-1.82	-1.56	-1.36	-1.19
10^{-1}	-9.05	-8.80	-2.35	-1.71	-1.44	-1.25
10^1	-8.05	-8.18	-8.56	-8.05	-8.00	-7.64
10^3	-7.52	-7.60	-7.72	-8.31	-7.94	-8.42
10^5	-7.63	-8.10	-7.77	-7.51	-8.60	-8.67

表3 线路对数松弛误差

Table 3 Logarithmic relaxation errors of lines

β	线路对数松弛误差					
	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	$m=6$
0	-7.51	-6.23	-7.07	-7.09	-7.29	-7.00
10^{-4}	-7.52	-6.82	-7.06	-6.20	-6.35	-6.31
10^{-3}	-6.38	-7.47	-7.12	-6.27	-6.26	-6.31
10^{-1}	-7.50	-7.27	-6.85	-6.91	-6.29	-6.25
10	-5.26	-5.60	-6.11	-5.64	-5.62	-5.28
10^3	-2.97	-3.50	-3.90	-4.71	-4.47	-5.05
10^5	-2.69	-3.73	-3.75	-3.73	-5.03	-5.24

3)除了少数情况(表2和表3中数据为粗体的3种情况)外, $\tilde{\delta}^l$ 和 $\tilde{\delta}^{DG}$ 中总有1个大于 10^{-6} ,这表明POF法通常无法找到可行解。

上述结果表明,在POF法中,虽然可以通过增大 β 来减小 $\tilde{\delta}^{DG}$,但会导致 $\tilde{\delta}^l$ 随之增大以致超过可以接受的水平。并且本文发现,如果 $m=16$,即使 β 增至 10^5 , $\tilde{\delta}^{DG}$ 仍然只能下降到0.0039,且下降速度极为缓慢,这表明当DG出力水平较高时,即使仅对于DG-SOCR,POF法也无法恢复其的可行性。

4.3 基本CCP法和动态均衡CCP法的性能比较

本节从3个方面考察基本CCP法和动态均衡CCP法的性能。

- 1)可行性。以 $\tilde{\delta} < 10^{-6}$ 为标准,即设 $\rho = 10^{-6}$ 。
- 2)最优性。以原始配电网有功目标函数进行评价,网损越小,最优性越好。
- 3)快速性。由迭代次数进行评价。

基本CCP法的参数设定为: $\beta = 10^{-4}$, $\gamma = 2N^{bus}$, $\lambda^1 = 10^{-2}$, $\lambda_{max} = 100$, $\alpha = 2$,其中 N^{bus} 为系统节点数。动态均衡CCP法的参数设定为: $\lambda^1 = 10^{-2}$, $\lambda_{max} = 100$, $\alpha = 2$, $c = 3$ 。表4给出了基本CCP法和动态均衡CCP法的求解结果以及POF法所得网损目标函数值。由表4可得如下结论。

1)可行性方面。相比于POF法,基本CCP法和动态均衡CCP法在 m 为1~6的情况下均可以实现可行性恢复。但需注意的是,当DG出力水平特别高时,基本CCP法可能失效。图2给出 $m=16$ 时,基本CCP法和动态均衡CCP法的联合对数松弛误差迭代变化曲线。由图可见:基本CCP法的联合松弛误差开始下降较快,但在第2次迭代之后又逐渐增大,直至第24次迭代期间,联合松弛误差一直在 $10^{-6} \sim 10^{-5}$ 区间内振荡变动,而没有下降趋势;在经过12次迭代后动态均衡CCP法的联合松弛误差达到允许误差要求,找到可行解而结束迭代。这表明在DG出力水平较大的情况下,动态均衡CCP法的可行性恢复能力优于基本CCP法。为了更加深入地比较基本CCP法和动态均衡CCP法,附录D图D1分别给出了 $m=16$ 时这2种方法的DG/线路对数松弛误差迭代

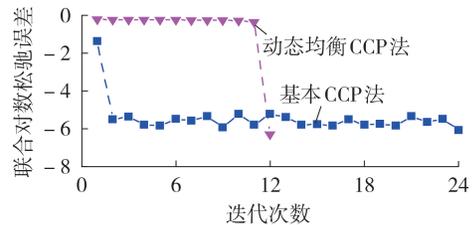


图2 $m=16$ 时联合对数松弛误差

Fig.2 Joint logarithmic relaxation errors when $m=16$

变化曲线。由图可见:经过2次迭代后基本CCP法的DG松弛误差可降至 10^{-6} ,并且继续下降;线路松弛误差迅速增至 10^{-6} ,并且继续振荡增大。这表明基本CCP法由于采用固定权值,只会以线路松弛误差的快速增大为代价来换取DG松弛误差的减小,两者无法均衡,从而使该方法进入“可行性误区”,难以找到可行解,而动态均衡CCP法由于采用动态均衡权值,通过不断调整局部寻优方向,可以降低进入“不可行误区”的可能性,且动态均衡CCP法采用SOCR法产生初始解,使其线路松弛误差上升较慢,这也有利于找到局部可行解。

2)最优性方面。在 m 为1和2时,基本CCP法和动态均衡CCP法的最优性能相同,但随着 m 继续增大,动态均衡CCP法的最优性远优于基本CCP法,特别是在 m 为5和6时,动态均衡CCP法的网损比基本CCP法减少50%以上,这表明在DG出力水平较高时基本CCP法的最优性可能受到较大损害,同时体现了动态均衡CCP法相较于基本CCP法在最优性保持能力方面的优势。另外,在 m 为1~3时,基本CCP法与POF法的网损基本相同,这是由于基本CCP法由POF法产生初始值,导致其最优性严重受到POF法的影响。

3)快速性方面。基本CCP法和动态均衡CCP法的迭代次数均受到DG出力水平的影响。在大多数情况下,随着 m 增大,迭代次数也会增加,这是由于当 m 增大时,基本CCP法和动态均衡CCP法中初始解的DG松弛误差均随之变大(见表2中 β 为0和 10^{-4} 的情况),因此需要较多次迭代才能降低DG的松弛误差。此外,随着 m 增大,迭代次数增大的速度比较缓慢,这表明在 m 为1~6的情况下,基本CCP法和动态均衡CCP法受DG接入水平的影响均较小。

综合以上3个方面可知,相较于基本CCP法,本文提出的动态均衡CCP法在可行性恢复能力和最优性保持能力方面均具有优越性,但也降低了快速性。从工程实际角度,首先应该满足可行性要求,因为不可行的优化结果会严重偏离实际实施效果,是完全没有意义的,同时应尽量满足最优性要求,因为最优性直接决定了优化方案的经济效益,较差的最优性将会使优化方案丧失应用价值,在满足前两方面要

表4 基本CCP法和动态均衡CCP法的求解结果

Table 4 Solution results of basic CCP method and dynamically-balancing CCP method

m	基本CCP法		动态均衡CCP法		POF法网损/kW
	迭代次数	网损/kW	迭代次数	网损/kW	
1	1	108.69	11	108.66	108.69
2	2	91.80	14	91.80	91.80
3	2	125.80	9	97.06	125.79
4	3	225.85	12	123.94	—
5	3	391.37	14	178.51	—
6	3	621.71	15	259.61	—

注:“—”表示没有可行解。

求的基础上再尽可能兼顾快速性,因为无功优化的实时性要求并不高。实际上,受制造工艺和设备寿命的限制,CB等无功优化设备不允许频繁投切,典型的无功优化场景是将全天分为24个时段,1h的优化周期对于本文提出的优化算法是充足的,此外,可以通过提升计算机CPU的计算能力或借助于其他分解并行算法进一步提升优化算法的快速性,因此,动态均衡CCP法通过改进可行性和最优性,可以在本质上提高无功优化算法的实用性。

基本CCP法和动态均衡CCP法都包含一些算法参数,这些参数通常不存在固定的最优取值,只能根据具体问题而确定,附录A中针对动态均衡CCP法,分析了这些参数对算法性能的影响。

4.4 多时段无功补偿

本节对多时段无功补偿场景进行仿真,设置系统总负荷(标么值)见图3。在上午、下午和夜间共出现3个负荷高峰,3个PI型DG的出力水平 m 均设置为1,求解得到总DG出力(标么值)见图3。DG并网前后和采用无功补偿前后的系统网损变化见图4。

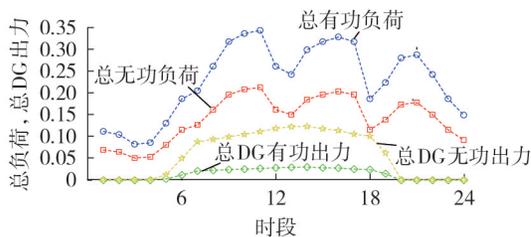


图3 负荷和DG出力变化曲线

Fig.3 Variation curves of load and DG output

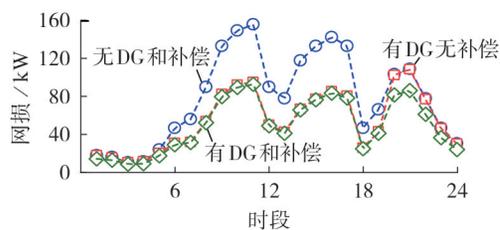


图4 网损变化曲线

Fig.4 Variation curves of network loss

由图4可知,DG并网后系统网损大幅下降。系统平均网损由DG并网前的77.64 kW下降到DG并网后的52.73 kW。这主要是由于PI型DG在输出有功功率的同时会产生大量无功功率,大幅减少了线路中的无功潮流,从而有效降低了网损。此外,引入无功补偿后,系统平均网损下降为48.05 kW,这体现了无功补偿的效果。图5给出了各时段无功补偿装置的出力(标么值)曲线。由图可见,在时段1—5、20—24,DG没有出力,因此无功补偿装置均输出无功功率以补偿无功负荷,而在时段6—8,随着DG出力的增加,配电网中出现局部无功功率过剩的现象,只具有单向调节能力的补偿电容器组

不再输出无功功率,而具有双向调节能力的SVC₁开始消耗过剩的无功功率,各无功补偿装置与DG配合共同满足系统负荷并降低网损。

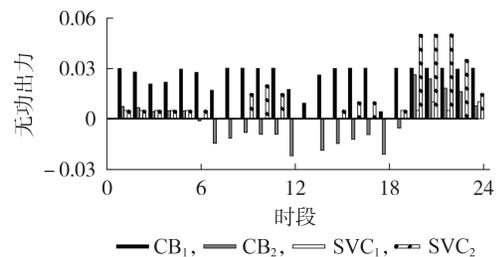


图5 无功补偿装置的出力

Fig.5 Output of reactive power compensation devices

5 结论

对于计及PI型DG精确并网接口特性的配电网无功优化问题,由于DG功率接口约束方程和交流潮流约束方程的可行性间存在冲突,直接采用SOCR技术常常无法获得可行解。为此,本文给出3种具有可行性恢复能力的无功优化方法,即POF法、基本CCP法和动态均衡CCP法。理论分析和算例表明:POF法无需迭代,但在很多情况下无法找到可行解;基本CCP法可在DG出力水平不高时快速找到可行解,但会导致最优性严重下降;动态均衡CCP法采用SOCR法产生初始解,并以动态均衡权值代替固定权值,可在DG出力水平特别高时找到可行解,且有效改善了解的最优性。笔者后续研究目标是提高动态均衡CCP法的寻优速度,以及将动态均衡CCP法推广到电-气-热混合能流优化问题等应用场景。

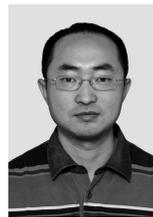
附录见本刊网络版(<http://www.epae.cn>)。

参考文献:

- [1] 王洪坤,王守相,潘志新,等. 含高渗透分布式电源配电网灵活性提升优化调度方法[J]. 电力系统自动化,2018,42(15): 86-93.
WANG Hongkun,WANG Shouxiang,PAN Zhixin,et al. Optimized dispatching method for flexibility improvement of distribution network with high-penetration distributed generation[J]. Automation of Electric Power Systems,2018,42(15):86-93.
- [2] KEANE A,OCHOA L F,BORGES C L T,et al. State-of-the-art techniques and challenges ahead for distributed generation planning and optimization[J]. IEEE Transactions on Power Systems,2013,28(2):1493-1502.
- [3] 沈鑫,曹敏. 分布式电源并网对于配电网的影响研究[J]. 电工技术学报,2015,30(增刊1):346-351.
SHEN Xin,CAO Min. Research on the influence of distributed power grid for distribution network[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,2015,30(Supplement 1):346-351.
- [4] 关万琳. 分布式电源优化配置与配电网重构[D]. 长沙:湖南大学,2014.
GUAN Wanlin. Distributed generation optimal allocation and distribution network reconfiguration[D]. Changsha:Hunan University,2014.
- [5] 王贤,刘文颖,夏鹏,等. 光伏电站参与电网主动调压的无功优

- 化控制方法[J]. 电力自动化设备,2020,40(7):76-83.
WANG Xian, LIU Wenying, XIA Peng, et al. Reactive power optimization control method for PV station participating in active voltage regulation of power grid[J]. Electric Power Automation Equipment, 2020,40(7):76-83.
- [6] 李晓利,高金峰. 用于配电网多目标无功优化的改进粒子群优化算法[J]. 电力自动化设备,2019,39(1):106-111.
LI Xiaoli, GAO Jinfeng. Improved particle swarm optimization algorithm for multi-objective reactive power optimization of distribution network[J]. Electric Power Automation Equipment, 2019,39(1):106-111.
- [7] 梁俊文,林舜江,刘明波. 主动配电网分布式无功优化控制方法[J]. 电网技术,2018,42(1):230-237.
LIANG Junwen, LIN Shunjiang, LIU Mingbo. A method for distributed optimal reactive power control of active distribution network[J]. Power System Technology, 2018,42(1):230-237.
- [8] 李静,戴文战,韦巍. 基于混合整数凸规划的含风力发电机组配电网无功补偿优化配置[J]. 电工技术学报,2016,31(3):121-129.
LI Jing, DAI Wenzhan, WEI Wei. A mixed integer convex programming for optimal reactive power compensation in distribution system with wind turbines[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016,31(3):121-129.
- [9] 高红均,刘俊勇,沈晓东,等. 主动配电网最优潮流研究及其应用实例[J]. 中国电机工程学报,2017,37(6):1634-1645.
GAO Hongjun, LIU Junyong, SHEN Xiaodong, et al. Optimal power flow research in active distribution network and its application examples[J]. Proceedings of the CSEE, 2017,37(6):1634-1645.
- [10] 刘一兵,吴文传,张伯明,等. 基于混合整数二阶锥规划的三相有源配电网无功优化[J]. 电力系统自动化,2014,38(15):58-64.
LIU Yibing, WU Wenchuan, ZHANG Boming, et al. Reactive power optimization for three-phase distribution networks with distributed generators based on mixed integer second-order cone programming[J]. Automation of Electric Power Systems, 2014,38(15):58-64.
- [11] 赖晓文,马晓伟,白杨,等. 基于混合整数二阶锥规划的动态无功优化方法[J]. 电力系统自动化,2017,41(17):37-42.
LAI Xiaowen, MA Xiaowei, BAI Yang, et al. Dynamic reactive power optimization method based on mixed integer second-order cone programming[J]. Automation of Electric Power Systems, 2017,41(17):37-42.
- [12] 刘健辰,刘山林. 基于二阶锥松弛和Big-M法的配电网分布式电源优化配置[J]. 电网技术,2018,42(8):2604-2611.
LIU Jianchen, LIU Shanlin. Optimal distributed generation allocation in distribution network based on second order conic relaxation and Big-M method[J]. Power System Technology, 2018,42(8):2604-2611.
- [13] LIPP T, BOYD S. Variations and extension of the convex-concave procedure[J]. Optimization and Engineering, 2016,17(2):263-287.
- [14] WEI W, WANG J H, LI N, et al. Optimal power flow of radial networks and its variations: a sequential convex optimization approach[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2017,8(6):2974-2987.
- [15] MERKLI S, DOMAHIDI A, JEREZ J L, et al. Fast AC power flow optimization using difference of convex functions programming[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018,33(1):363-372.
- [16] HE Y B, YAN M Y, SHAHIDEHPOUR M, et al. Decentralized optimization of multi-area electricity-natural gas flows based on cone reformulation[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018,33(4):4531-4542.
- [17] BARAN M E, WU F F. Optimal capacitor placement on radial distribution systems[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 1989,4(1):725-734.
- [18] COFFRIN C, HIJAZI H L, VAN HENTENRYCK P. The QC relaxation: a theoretical and computational study on optimal power flow[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016,31(4):3008-3018.

作者简介:



刘健辰

刘健辰(1978—),男,辽宁朝阳人,副教授,博士,主要研究方向为电力系统运行优化与控制(E-mail:liujian4587@hotmail.com);
张溪源(1997—),男,山西晋中人,硕士研究生,主要研究方向为电气化交通系统和智能电网运行优化(E-mail:1436203053@qq.com)。

(编辑 王锦秀)

Reactive power optimization of distribution network with PI-type DG based on dynamically-balancing CCP method

LIU Jianchen, ZHANG Haoyuan

(Faculty of Electrical and Control Engineering, Liaoning Technical University, Huludao 125105, China)

Abstract: The DG (Distributed Generation) and energy storage system grid-connected with current-controlled inverters have characteristic of PI-type grid-connected power interface. If they are approximately modeled as constant power models, it may cause calculation errors that cannot be ignored. The reactive power optimization problem of distribution network considering accurate power interface characteristic of PI-type DG and the relevant feasibility recovering methods for second-order cone relaxation models are researched. Aiming at the defects of penalty objective function method and basic CCP (Convex-Concave Procedure) method in feasibility recovery ability and optimality retention ability, a dynamically-balancing CCP method is proposed, which uses second-order cone relaxation method to generate the initial solution and substitute the fixed weight with the dynamically-balancing weight. Simulation case verifies the performance of the proposed method.

Key words: distribution network; distributed generation; mixed-integer second-order cone programming; convex-concave procedure method

附录 A 动态均衡 CCP 法的算法参数影响分析

1) 参数 α 的影响。

参数 α 决定了动态均衡 CCP 法中寻优初期的步长增长速度。实际上, 在 $\lambda^k < \lambda_{\max}$ 时, $\lambda^k = \lambda^1 \alpha^{k-1}$ 。当 α 取较大值时, 一般可以减少迭代次数, 但可能导致最优性出现较大下降。表 A1 给出了参数 α 取不同值时动态均衡 CCP 法的求解结果。表 A1 中的结果与上述分析基本相符。另一方面, 参数 α 也可能影响算法的最优性。例如在 $m = 3$ 的情况下, $\alpha = 2.5$ 时的网损比 $\alpha = 1.5$ 时的增大 30%。这是因为当 α 取较大值时, 可能由于较大的步长而“错过”好的局部最优解。因此, 参数 α 不宜取值过大。

表 A1 对于不同 α 值的求解结果

Table A1 Solving results for different values of α

m	迭代次数		网损/kW	
	$\alpha = 1.5$	$\alpha = 2.5$	$\alpha = 1.5$	$\alpha = 2.5$
1	18	6	108.65	108.67
2	22	13	91.80	91.80
3	34	25	96.31	125.79
4	21	11	124.01	124.33
5	26	14	175.26	176.13
6	10	14	250.27	262.04

2) 参数 λ_{\max} 的影响。

根据步长更新规则 $\lambda^{k+1} = \min\{\alpha\lambda^k, \lambda_{\max}\}$, 在经过一定迭代次数后, 步长将固定在 λ_{\max} , 而不再变化。

因此, 与参数 α 相反, λ_{\max} 只在迭代后期起作用。表 A2 给出了参数 λ_{\max} 取不同值时动态均衡 CCP 法的求解结果。由表可见, λ_{\max} 减小时, 迭代次数可能增加, 而网损可能减小, 但影响不明显。

表 A2 对于不同 λ_{\max} 值的求解结果

Table A2 Solving results for different values of λ_{\max}

m	迭代次数		网损/kW	
	$\lambda_{\max} = 50$	$\lambda_{\max} = 200$	$\lambda_{\max} = 50$	$\lambda_{\max} = 200$
1	11	11	108.66	108.66
2	17	14	91.80	91.80
3	9	9	97.06	97.06
4	12	12	123.94	123.94
5	14	14	178.51	178.51
6	19	15	253.84	259.61

3) 参数 c 的影响。

在动态均衡 CCP 法中, 参数 c 的作用是构造大小适当的动态均衡权值。表 A3 给出了参数 c 取不同值时动态均衡 CCP 法的求解结果。由表可见, 参数 c 的影响比较复杂, 没有确定性规律。同时, 在某些情况下, 参数 c 的影响非常大。如在 $m = 2$ 时, 将参数 c 由 2 增大到 4, 网损没有变化, 但迭代次数增加 1

倍多。而在 $m = 5$ 时，将参数 c 由 2 增大到 4，迭代次数仅增加 1 次，但网损降低 50% 以上。因此，在实际应用中，只能通过多次测试确定参数 c 的合适取值。

表 A3 对于不同 c 值的求解结果

Table A3 Solving results for different values of c

m	迭代次数		网损/kW	
	$c = 2$	$c = 4$	$c = 2$	$c = 4$
1	6	12	108.66	108.66
2	9	22	91.80	91.80
3	9	15	125.79	96.34
4	10	13	140.09	123.94
5	14	15	391.37	187.81
6	10	12	305.68	323.01

总之，以上的数值算例表明，动态均衡 CCP 法的主要参数 α 和 c 对迭代次数、最优性等算法性能具有较大影响，而 λ_{\max} 的影响较小。这些规律对于实际应用中的算法参数设置具有指导意义。

附录 B 关于基本 CCP 法的补充说明

在基本 CCP 法中，通过线性化，凹约束式 (23) 和式 (25) 被局部近似为凸约束式 (29) 和式 (30)，因此可以有效求解。值得注意的是，凹约束式 (23) 和式 (25) 中的一部分 f_{ij}^L 和 f_i^{DG} 被保留，未被完全线性化，从而减小了近似误差，这是基本 CCP 法的主要优点之一。另外，初始解由 POF 法产生，而无需人为猜测，并且避免了分支定界法等全局优化方法的巨大计算量，可以在合理的计算时间内获得高质量解，也是基本 CCP 法的重要优点。

基于函数 g_{ij}^L 和 g_i^{DG} 的凸性， \bar{g}_{ij}^L 和 \bar{g}_i^{DG} 分别为这 2 个函数的下逼近。因此，松弛变量 s_i^{DG} 和 s_{ij}^L 分别给出了 DG/线路松弛误差的上界，即分别代表了 SOCR 式 (17) 和式 (18) 的可行性水平。因此，与 POF 法类似，基本 CCP 法本质上也是通过引入一个表征 SOCR 可行性水平的惩罚项，达到恢复可行性的目的。而基本 CCP 法与 POF 法最大的不同就在于，其中的可行性水平惩罚项 F_k^{DB-FR} 采用随迭代次数增加而逐渐变大的权值，通过加强局部寻优，从而大幅提高可行性恢复能力。

另需注意，基本 CCP 法必须将迭代步数超过给定上限作为停止条件之一，否则算法可能永远也无法停止。这是因为基本 CCP 法作为一种局部搜索算法，不能保证找到全局最优解，也不能保证在有限步数内找到可行解。因此，必须在长时间没有找到可行解的情况下允许算法停止。

附录 C 配电网无功优化的动态均衡 CCP 法

算法 2: 配电网无功优化的动态均衡 CCP 法

1. 设置允许松弛误差上限: $\rho > 0$ 。
 2. 求解 SOCR 法, 得到初始解 $\hat{\mathbf{x}} = (\hat{P}_{ij}, \hat{Q}_{ij}, \hat{l}_{ij}, \hat{v}_i, \hat{Q}_i^{\text{DG}}, \hat{v}_i^{\text{DG}}, \hat{b}_i^{\text{CB}}, \hat{Q}_i^{\text{SVC}})$ 和 $\tilde{\delta}_0^{\text{L}}, \tilde{\delta}_0^{\text{DG}}, \tilde{\delta}_0$ 。
 3. 如果 $\tilde{\delta}_0 \leq \rho$, 则算法停止, 最优解即为 $\hat{\mathbf{x}}$; 否则, 转至第 4 步。
 4. 设置 $\lambda^1 > 0, \lambda_{\max} > 0, \alpha > 1, c > 0, k_{\max} > 0$ 。令 $k=1, \mathbf{g}_{ij}^1 = (\hat{P}_{ij}, \hat{Q}_{ij}, \hat{l}_{ij}, \hat{v}_i), \boldsymbol{\varphi}_i^1 = (\hat{Q}_i^{\text{DG}}, \hat{v}_i^{\text{DG}})$ 。
 5. 求解以下 SOCP 问题:

$$\min \text{式 (31)}$$

$$\text{s.t. 式 (5)、(6)、(12) — (18)、(26) — (30)}$$
 得到解 $\tilde{\mathbf{x}}^k = (\tilde{P}_{ij}, \tilde{Q}_{ij}, \tilde{l}_{ij}, \tilde{v}_i, \tilde{Q}_i^{\text{DG}}, \tilde{v}_i^{\text{DG}}, \tilde{b}_i^{\text{CB}}, \tilde{Q}_i^{\text{SVC}})$ 和 $\delta_{ij,k}^{\text{L}}, \delta_{ij,k}^{\text{DG}}, \delta_k^{\text{L}}, \delta_k^{\text{DG}}, \delta_k$ 。
 6. 如果 $k > k_{\max}$, 则算法停止, 未找到可行解, 否则, 如果 $\tilde{\delta}_k \leq \rho$, 则算法停止, 且可行最优解为 $\tilde{\mathbf{x}}^k$, 如果 $\tilde{\delta}_k > \rho$, 更新 $\lambda^{k+1} = \min\{\alpha\lambda^k, \lambda_{\max}\}$, $\mathbf{g}_{ij}^{k+1} = (\tilde{P}_{ij}, \tilde{Q}_{ij}, \tilde{l}_{ij}, \tilde{v}_i), \boldsymbol{\varphi}_i^{k+1} = (\tilde{Q}_i^{\text{DG}}, \tilde{v}_i^{\text{DG}})$, 根据式 (32) 更新动态均衡权值 $\gamma_{ij,k+1}$ 和 $\gamma_{i,k+1}$, $k = k+1$, 转至第 5 步。
-

附录 D 基本 CCP 法和动态均衡 CCP 法线路对数松弛误差迭代变化图

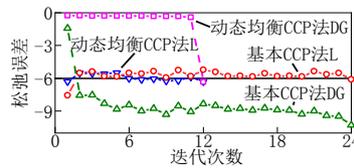


图 D1 $m = 16$ 时 DG/线路对数松弛误差

Fig.D1 DG/line logarithmic relaxation errors when $m = 16$