考虑变量相关性的改进场景优化法区间潮流计算

陈宇辛1,江岳文1,2

(1. 福州大学 电气工程与自动化学院,福建 福州 350108;2. 福建省电器智能化工程研究中心,福建 福州 350108)

摘要:可再生能源出力和负荷波动的不确定性增加了电力系统运行状态的不确定性,为此提出一种考虑区间 变量间相关性的区间潮流场景非线性优化方法。通过构造不确定平行四边形区域表示区间变量间的相关 性,针对场景优化法可能造成重复计算的问题,通过对比节点电压对节点功率的灵敏度的正、负性,将变化趋 势一致的状态变量进行归类计算。算例分析结果表明,所提方法能够准确计算区间边界,有效削减优化次数 以及提高计算效率。

DOI:10.16081/j.epae.202111005

0 引言

为分析可再生能源注入、负荷变化等不确定因 素对电力系统运行状态的影响,概率潮流、模糊潮 流、区间潮流等不确定性潮流分析工具被提出^[1-2]。 其中,区间潮流建模简单,只需知道不确定性变量的 边界就可以得到潮流结果的上、下界,因此受到学者 的广泛关注。

文献[3]将区间分析方法与潮流计算原理相结 合,针对区间牛顿算子矩阵求逆困难的缺陷,使用 Krawcyzk-Moore迭代法与区间对分法收缩初始区 间。由于忽略了变量自身的相关性,区间运算带来 的区间扩张会使计算结果过于保守,而仿射算术可 以在一定程度上减小保守性^[4]。文献[5]在文献[3] 的基础上,以仿射算术替代潮流计算过程中的区间 加减法运算,有效缩小了区间解的范围。迭代算法 的收敛性依赖于初始区间的选择,存在收敛性较差 的问题。文献[6]基于泰勒展开法将区间潮流问题 分解为3个确定性问题进行求解,避免了迭代运算, 但计算二阶分量时仍涉及区间乘除法运算,存在一 定的保守性。

区间潮流问题可以转化为优化问题,待求的是 潮流状态变量的最大值和最小值^[7]。文献[8]采用 优化算法建立线性规划、非线性规划和二次规划模 型,分别求解支路两端相角差、节点电压、支路功率, 避免了区间迭代运算。文献[9]基于仿射算数重构 潮流方程,通过优化算法压缩仿射算子中的噪声元 得到潮流区间。由于在极坐标系下仿射算法需要对 三角函数近似估计,在直角坐标系下电压方程会放

收稿日期:2020-11-27;修回日期:2021-09-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51707040) Project supported by the National Natural Science Foundation of China(51707040) 大电压幅值的解,仿射优化算法不能完全消除保守 性。文献[10]结合区间匹配和区间极值的选取理 论,将区间潮流问题分解为2个确定的非线性优化 问题,但容易忽略少数极端情况。文献[11]基于极 值理论,以每个待求状态量的上、下界为目标函数, 采用非线性优化模型进行求解,该方法求得的结果 不存在区间扩张问题,是一种精度较高的区间潮流 算法,但对每个状态变量都分别求解上、下界需要进 行大量非线性优化计算,计算效率较低。

上述区间潮流算法均未考虑变量之间的相关 性,而在实际电力系统中,各变量之间的相关性是广 泛存在的^[12],例如同一地区的负荷受环境或社会因 素影响产生相关性,地理位置相近的风电场出力具 有较强的相关性等^[13]。若不考虑各变量之间的相关 性,则可能导致区间潮流计算结果不合理。文献 [14]采用椭球模型处理变量间的相关性,但用椭球 模型处理独立变量时会放大不确定区域,导致保守 性问题。文献[15]用相关角表示变量间的相关性, 通过坐标系变换实现去相关化。文献[16]以平行四 边形模型表示相关性,为相关性区域提供明确的表 达式。

基于上述分析,为了获得更精确的潮流区间边 界,本文首先构造平行四边形模型表示区间变量间 的相关性;然后,为了提高计算效率,采用节点电压 对节点功率的灵敏度分析方法,将变化趋势一致的 变量归类,大幅减少优化次数;最后,建立考虑相关 性和灵敏度分类的改进场景优化模型求解区间潮 流。算例分析结果验证了本文方法的有效性。

1 考虑区间变量相关性的平行四边形模型

设不确定变量 X 为区间变量,则 $X \in [\underline{X}, \overline{X}] = {X | \underline{X} \leq X \leq \overline{X}, X \in \mathbf{R}}, 其中 \underline{X}$ 为区间下界, \overline{X} 为区间上界。记区间中值为 X^c ,区间半径为 X^w ,则有:

$$X^{c} = \frac{X + \underline{X}}{2} \tag{1}$$

$$X^{\rm W} = \frac{X - \underline{X}}{2} \tag{2}$$

不同变量的波动可能是由相同因素引起的,因此不同的区间变量间可能存在相关性。本文采用平行四边形模型表示区间变量之间的相关性^[16]。如图1所示,以2个具有相关性的区间变量为例说明构建平行四边形模型的方法。



Fig.1 Parallelogram model

若存在2个具有相关性的区间变量 $X_i 和 X_j$,则 由 $X_i 和 X_j$ 所构成的不确定区域可用如图1所示的平 行四边形模型表示。设 $X_i \in [X_i, \bar{X}_i], X_j \in [X_j, \bar{X}_j],$ 若 两者相互独立,则它们所构成的不确定区域是由矩 形*ABCD*围成的区域。若两者间存在相关性,则不 确定区域可用一个平行四边形表示,构造该平行四 边形需满足以下条件:

1)该平行四边形包含所有的样本点,且面积 最小;

2)该平行四边形的4个顶点均落在矩形的对角 线上;

3)该平行四边形至少有1条对角线上的顶点与 矩形的顶点重合。

设 $M(X_i^c, X_j^c)$ 为矩形对角线上的交点,a为平行 四边形在 \overline{MA} 方向上对角线一半的长度,b为平行四 边形在 \overline{MB} 方向上对角线一半的长度,将区间变量 X_i, X_i 间的相关系数 ρ_i 定义为:

$$\rho_{ij} = \frac{b-a}{b+a} \tag{3}$$

可以得到 $-1 \le \rho_{ij} \le 1, \rho_{ij} = \rho_{ji}, \rho_{ii} = \rho_{ji} = 1$ 。当 $\rho_{ij} = 0$ 时,两变量独立;当 $\rho_{ij} < 0$ 时,两变量负相关;当 $\rho_{ij} > 0$ 时,两变量正相关。相关性矩阵 ρ 定义为:

$$\boldsymbol{\rho} = \begin{bmatrix} \rho_{ii} & \rho_{ij} \\ \rho_{ji} & \rho_{jj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{ij} \\ \rho_{ji} & 1 \end{bmatrix}$$
(4)

当*X_i*、*X_j*间存在相关性时,两者构成的不确定域可用由l₁、l₂、l₃、l₄这4条直线围成的平行四边形 *A'BC'D*表示,该区域可用如下形式表示:

$$\begin{vmatrix} 1 & \rho_{ij} \\ \rho_{ij} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{1}{1+|\rho_{ij}|} \\ \frac{1}{1+|\rho_{ij}|} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} X_i^{W} \\ X_j^{W} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta X_i \\ \Delta X_j \end{bmatrix} \leqslant \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(5)$$

式中: $\Delta X_i = X_i - X_i^c$, $\Delta X_j = X_j - X_j^c$, 推导过程见附录A。

当存在m个具有相关性的区间变量 X_1, X_2, \cdots, X_m 时,考虑区间变量两两间的相关性,相关系数矩阵为:

$$\boldsymbol{\rho} = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1m} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \cdots & \rho_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \rho_{m1} & \rho_{m2} & \cdots & \rho_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1m} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \rho_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \rho_{m1} & \rho_{m2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$
(6)

则具有相关性的*m*个区间变量存在的多维平行 四边形域可表示为:

$$\left|\boldsymbol{\rho}^{-1}\boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{D}^{-1}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{X}\right| \leq \boldsymbol{e} \tag{7}$$

$$\begin{cases} T = \text{diag} \{ w_1, w_2, \cdots, w_m \} \\ w_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^{m} |\rho_{ij}|} \quad i = 1, 2, \cdots, m \end{cases}$$
(8)

$$\boldsymbol{D} = \operatorname{diag} \left\{ X_1^{W}, X_2^{W}, \cdots, X_m^{W} \right\}$$
(9)

$$\Delta \boldsymbol{X} = [\Delta \boldsymbol{X}_1, \Delta \boldsymbol{X}_2, \cdots, \Delta \boldsymbol{X}_m]^{\mathrm{T}}$$
(10)

$$e = [1, 1, \dots, 1]^{\mathrm{T}}$$
 (11)

2 考虑灵敏度分类和相关性的场景优化区间 潮流算法

2.1 基于场景优化法的区间潮流计算

区间潮流是通过已知的不确定量的上、下界获 取潮流变量上、下界的潮流计算方法,所得结果可以 囊括电力系统中所有可能的运行工况。区间潮流方 程可表示为:

$$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) = [\boldsymbol{h}, \boldsymbol{\bar{h}}] \tag{12}$$

式中:x为各潮流状态变量,表示节点电压幅值、相 角;h为各节点注入功率, \underline{h} 、 \overline{h} 分别为各节点注入功 率的下界、上界。根据极值定理^[11],对于x中每个潮 流状态变量 x_i 存在一个特定的场景 $\xi_i^{\min} \in [\underline{h}, \overline{h}]$,使 得 x_i 在任意场景 $\xi \in [\underline{h}, \overline{h}]$ 中取得最小值 \underline{x}_i ;同理,也 存在场景 $\xi_i^{\max} \in [\underline{h}, \overline{h}]$ 使得 x_i 取得最大值 $\overline{x}_i \circ [\underline{x}_i, \overline{x}_i]$ 即为 x_i 在任意场景 $\xi \in [\underline{h}, \overline{h}]$ 中的变化范围,可通过 以变量 x_i 最大和最小为目标函数的优化模型进行求 解,即:

$$\begin{cases} \min(\max) x_i \\ \text{s.t.} \quad \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\xi} \\ \boldsymbol{\underline{h}} \leq \boldsymbol{\xi} \leq \boldsymbol{\overline{h}} \end{cases}$$
(13)

式中:min子模型对应变量的下界;max子模型对应 变量的上界。

采用式(13)所描述的场景优化法分别求解每 个潮流状态变量的上、下界,对于一个含有n_{PQ}个PQ 节点的n节点电力系统而言,求解节点电压幅值、相 角区间共需要经过2(n_{PQ}+n-1)次非线性优化运算。 而有些状态变量在取得最大值或最小值时的场景是 相同的,若分开计算则会造成重复工作,浪费过多的 计算时间成本和计算资源,因此可将这些在相同场 景取得最大值或最小值的变量归为一类,其最大值 或最小值可以在同一次优化计算中得到,为此,本文 提出利用灵敏度分类法实现变量归类。

2.2 灵敏度分类法

在系统网架结构和元件参数均确定的情况下, 系统状态变量的变化是由节点注入功率的变化引起 的,每个节点注入功率的变化引起不同状态变量变 化的程度不同,但变化方向可能相同。场景优化法 是在节点注入功率波动的区间范围内寻找使得某一 状态变量达到最大值或最小值的场景。若存在一类 状态变量,每个节点注入功率的变化引起这类状态 变量的变化方向是相同的,即这类状态变量随着各 节点注入功率的变化同时增大或减小,则这类状态 变量能在同一场景中取得最大值或最小值,因此,这 类状态变量的最大值或最小值可在同一次优化计算 中获得。

灵敏度是利用系统中物理量的微分关系,来获 得因变量对自变量敏感程度的方法^[17]。本文采用节 点电压对节点注入功率的灵敏度来归类具有相同变 化趋势的状态变量。已知用极坐标表示的雅可比矩 阵的潮流求解方程为:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta U \end{bmatrix}$$
(14)

式中: ΔP 、 ΔQ 分别为节点有功、无功功率波动量的 列向量; J_{11} 、 J_{12} 、 J_{21} 、 J_{22} 为雅可比矩阵的分块矩阵; $\Delta \theta$ 、 ΔU 分别为节点电压相角、幅值波动量的列 向量。

对雅可比矩阵求逆,可得:

$$\begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta \boldsymbol{U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{J}_{11} & \boldsymbol{J}_{12} \\ \boldsymbol{J}_{21} & \boldsymbol{J}_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{P} \\ \Delta \boldsymbol{Q} \end{bmatrix}$$
(15)

记雅可比矩阵的逆矩阵为*R*,*R*即为节点电压对 节点注入功率的灵敏度矩阵。设节点*j*注入功率的 功率因数角为*φ_j*,可得节点*j*有功功率变化对节点*i* 电压影响的方程为:

$$\begin{cases} \Delta \theta_i = (R_{ij}^{\theta P} + R_{ij}^{\theta Q} \tan \varphi_j) \Delta P_j \\ \Delta U_i = (R_{ij}^{UP} + R_{ij}^{UQ} \tan \varphi_j) \Delta P_j \end{cases}$$
(16)

式中: $\Delta \theta_i$ 、 ΔU_i 分别为节点*i*的电压相角、幅值变化量; ΔP_j 为节点*j*有功功率变化量; $R_{ii}^{\mu\rho}$ 、 R_{ii}^{up} 、 R_{ii}^{up} 、

为矩阵 R 中的元素, R_{ij}^{ep} 表示节点 i 电压相角对节点 j注入有功功率的灵敏度, R_{ij}^{eq} 、 R_{ij}^{up} 、 R_{ij}^{uq} 含义类似。

令 R_{ij}^{θ} = $R_{ij}^{\theta \theta}$ + $R_{ij}^{\theta q}$ tan φ_j , R_{ij}^{u} = $R_{ij}^{u p}$ + $R_{ij}^{u q}$ tan φ_j , 则 R_{ij}^{θ} , R_{ij}^{u} 分别表示当节点j注入功率波动单位值时节点i的电压相角、电压幅值的变化量。若 $R_{ij}^{\theta}(R_{ij}^{u}) > 0$,则 说明节点i的电压相角(幅值)随节点j注入功率的增 大而增大,该值越大说明影响程度越大;若 $R_{ij}^{\theta}(R_{ij}^{u}) < 0$,则说明节点i的电压相角(幅值)随节点j注入功 率的增大而减小。将式(16)写为如下矩阵形式;

$$\begin{cases} \Delta \boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{R}^{\boldsymbol{\theta}} \Delta \boldsymbol{P} \\ \Delta \boldsymbol{U} = \boldsymbol{R}^{\boldsymbol{U}} \Delta \boldsymbol{P} \end{cases}$$
(17)

式中: R^{θ} 、 R^{υ} 分别为由 R^{θ}_{μ} 、 R^{υ}_{μ} 组成的灵敏度矩阵。

根据 R^{θ} 、 R^{υ} 中元素的正、负情况对电压幅值、相 角进行分类。以电压相角为例, R^{θ} 的第j列元素对 应 ΔP_{j} 变化单位值时所引起的各电压相角的变化 程度以及变化方向。若第j列的第 i_{1} 行元素与第 i_{2} 行元素同为正值,则表示节点 i_{1} 、 i_{2} 的电压相角 $\theta_{i_{1}}$ 、 $\theta_{i_{2}}$ 均随 ΔP_{j} 的增大而增大,变化方向一致。若 R^{θ} 的第 i_{1} 行与第 i_{2} 行元素中所有对应列元素的正、负情况 完全一致,则说明 $\theta_{i_{1}}$ 、 $\theta_{i_{2}}$ 随任意 ΔP_{j} 变化而变化的 方向是一致的,它们拥有相同的变化趋势。对比 R^{θ} 、 R^{υ} 中各行元素之间的正、负情况,将正、负情 况一致的电压幅值或者相角归为一类。对于绝对 值相对较小的灵敏度,可以忽略不计,本文忽略 $|R^{\theta}_{i_{j}}| < 0.0005 \max |R^{\theta}_{i_{j}}| < 0.0005 \max |R^{\theta}_{i_{j}}|$ 的灵敏度, 仅对相应行元素中其他数值较大的灵敏度的正、负 情况进行分类。

2.3 考虑灵敏度分类和相关性的区间潮流模型

以分类后的每类潮流状态变量之和的最大化和 最小化为目标函数,考虑输入变量的相关性,结合灵 敏度分类法的改进场景优化法区间潮流模型为:

$$\begin{cases} \min(\max) \sum_{i \in S_{i}} x_{i} \\ \text{s.t.} \quad P_{G,i} + P_{W,i} - P_{L,i} - \\ & U_{i} \sum_{j \in S_{N}} U_{j} (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) = 0 \quad i \in S_{N} \\ & Q_{G,i} + Q_{W,i} - Q_{L,i} - \\ & U_{i} \sum_{j \in S_{N}} U_{j} (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) = 0 \quad i \in S_{N} \end{cases}$$
(18)
$$\frac{P}{W_{W,i}} \leqslant P_{W,i} \leqslant \overline{P}_{W,i} \quad i \in S_{W} \\ & \frac{P}{U_{L,i}} \leqslant P_{L,i} \leqslant \overline{P}_{L,i} \quad i \in S_{L} \\ & Q_{L,i} = P_{L,i} \tan \varphi_{i} \quad i \in S_{L} \\ & -e \leqslant \rho^{-1} T^{-1} D^{-1} \Delta X \leqslant e \end{cases}$$

式中: S_k 为分类后的第k类状态变量集合; $P_{G,i}$, $Q_{G,i}$ 分别为节点i处发电机注入的有功功率和无功功率; $P_{w,i}$, $Q_{w,i}$ 分别为节点i处可再生能源注入的有功功 率和无功功率; P_{L_i} , Q_{L_i} 分别为节点i处负荷的有功 功率和无功功率; U_i 、 U_j 分别为节点i、j处的电压幅 值; G_{ij} 、 B_{ij} 分别为节点导纳矩阵第i行第j列元素的 实部和虚部; $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$, θ_i 、 θ_j 分别为节点i、j的电压 相角; S_N 为系统所有节点集合; $\bar{P}_{W,i}$ 、 $P_{W,i}$ 分别为 $P_{W,i}$ 的上、下界; S_W 为可再生能源节点集合; \bar{P}_{L_i} 、 P_{L_i} 分别 为 P_{L_i} 的上、下界; φ_i 为节点i处负荷的功率因数角; S_1 为负荷节点集合。

3 算例分析

在改进的IEEE 39节点系统中进行区间潮流计 算,在3.6 GHz 主频和32 GB RAM的条件下采用 MATLAB 2016b进行编程。改进的IEEE 39节点系 统拓扑结构见附录B,系统中节点1-29为PQ节 点,节点31为平衡节点,其余节点为PV节点。采 用标幺值进行计算,系统基准容量为100 MV·A。设 负荷为恒功率因数负荷,风电场1接入节点4,风 电场2接入节点18,两风电场的有功出力区间均为 [100,300] MW,节点3负荷波动范围为±30%,即 [225.4,418.6] MW,其余负荷波动范围为±10%。 设两风电场出力及节点3负荷三者之间存在相关 性,相关系数均为0.6。

3.1 算法有效性分析

采用本文方法与考虑相关性的蒙特卡罗法进行 对比。蒙特卡罗法中,变量在区间内服从均匀分布, 抽样次数为50000次。以无波动时的潮流结果计算 灵敏度并进行分类,节点电压计算结果对比如图2 所示(图中电压幅值为标幺值,后同)。



图2 节点电压区间分布对比



由图2可看出,本文方法得到的区间潮流计算

结果可以将蒙特卡罗法的计算结果包含在内。这是 由于在有限抽样次数下,蒙特卡罗法无法模拟系统 所有的运行情况,这将导致计算结果的区间偏小,而 本文方法在所有可能出现的场景中寻找状态变量的 最大值与最小值,所得区间结果可能在实际运行中 出现,不存在保守性问题。

本文方法在计算过程中将电压幅值分为7类, 将电压相角分为1类,电压幅值分类情况如表1 所示。

表1 PQ节点电压幅值分类结果

magnitude for PQ nodes					
分类编号	包含节点				
1	1				
2	2				
3	3,15-18,21-24,26-28				
4	4,14,20				
5	5-13				
6	19				
7	25,29				

电压相角仅分为1类,说明所有待求的电压相 角拥有相同的变化趋势。当电压相角达到上界时, 节点3负荷以及两风电场有功出力均取区间上界, 其余节点负荷均取区间下界;当电压相角达到下界 时,情况则相反。电压相角达到最大值或最小值的 情况一般是在节点注入有功功率达到下界或上界时 出现,即负荷最小、风电出力最大或负荷最大、风电 出力最小。由于风电与负荷之间正相关性的约束, 节点3负荷与风电同时取最大值或最小值时节点相 角达到边界值。

本文采用灵敏度分类法将有相同变化趋势的潮流变量进行分类,计算灵敏度需要将潮流方程线性化,且计算时采用的是无波动情况下的潮流计算结果。在节点注入功率不断变化的过程中某些状态变量对注入功率灵敏度的正、负性可能会改变,存在一定误差。为分析采用灵敏度分类法所带来的误差,将本文方法与文献[11]中的未分类场景优化法进行比较。以文献[11]方法的计算结果为基准,改进的IEEE 39节点系统中各节点电压的误差见附录C。

由附录C可知,采用本文方法求解得到的误差 很小,电压幅值平均误差为0.0105%,电压相角平均 误差为0.0013%。本文方法对电压幅值、相角单次 优化平均计算时间分别为4.4424、1.1421s,文献 [11]方法相应用时分别为4.6376、1.5325s。采用文 献[11]方法求解节点电压幅值和相角区间分别需要 经过58次和76次非线性优化运算,而本文方法对电 压幅值和相角的优化次数分别为14次和2次。可 见,本文方法在保证精度的情况下,削减了优化次 数,缩短了总体计算时间,提升了计算效率。 为进一步验证本文方法的有效性,分别在 IEEE 14、IEEE 30、IEEE 57 和 IEEE 118 节点系统中进行 对比测试,计算结果如表2所示(表中平均误差均为标幺值)。可以看出,在不同测试系统中本文方法均能保证较高精度,本文方法单次优化平均计算时间 与文献[11]方法相当,但减少了优化次数,总时间大幅缩短。4个系统中电压相角均仅分为1类,电压幅值分类情况见附录D。总体上,计算电压相角的时间短于计算电压幅值的时间。当系统规模增大至 IEEE 118 节点时,非线性优化模型中的变量及约束 条件增多导致计算时间大幅增长。

3.2 相关性对潮流的影响分析

为分析输入变量之间的相关性对潮流结果的影响,将3.1节改进IEEE 39节点系统中的算例与不考虑相关性时的计算结果进行对比。考虑相关性前、后电压幅值和电压相角的分布区间如图3所示。

由图3可以看出,与不考虑相关性的区间结果 相比,考虑相关性的电压幅值、相角区间范围更窄。 这是由于考虑相关性后区间变量的可行分布区域变 小,使得计算结果区间缩小。考虑相关性前、后区间 变量分布区域对比如图4所示,设两风电场出力与 节点3负荷三者间的相关系数均为ρ,平行六面体所 包围的区域为对应相关系数下风电和负荷所有可能 的取值场景。

进一步分析不同相关性对潮流的影响,以节点 3电压相角区间为观察对象,设两风电场出力之间 的相关系数为0.6,负荷与两风电场出力之间的相关 系数均为 $\rho_{\rm xl}$,当 $\rho_{\rm xl}$ 从-0.6变化至0.6时,节点3电压 相角区间变化情况如图5所示。

由图5可以看出:ρ_{wl}从-0.6增至0时,相角区间 并未变化;ρ_{wl}从0增至0.6时,随着正相关性的增 强,区间逐渐减小。不同正相关系数下节点3电压 相角达到最大值和最小值的场景如图6所示。

如图 6(a) 所示, 在 ρ_{wl}=0时, 可行场景的区域最 大, 此时该相角达到的最大值(最小值) 是所有场景 中的最大值(最小值)。该相角达到最大值时, 两风 电出力处于最大值, 节点 3 负荷处于最小值; 该相角 达到最小值时,两风电出力处于最小值,节点3负荷 处于最大值。在相关系数为正,如图6(b)中 ρ_{wl} =0.2 时, ρ_{wl} =0时取得最大值或最小值的场景不在其可 行区域内,因此在对应相关系数下的可行区域内寻 找新的符合要求的场景。随着正相关性的增强,可 行场景区域逐渐缩小,且无法取得相关性较弱时的 最大值或最小值场景,因此相角的区间范围也逐渐 缩小。而在相关系数为负时,虽然可行的场景区域









表2	不同测试系统中的计算结果对比
表2	不同测试系统中的计算结果对₿

Table 2	Comparison	of	calculation	results	among	different	test	system
	1				0			-

				电压	幅值						电压机	角		
测试 亚均	亚树	优化	次数	平均计算 (s・l	章时间 / 欠⁻¹)	总计算	时间∕s	亚树	け ひ	亡化 、数	平均计算 (s•礼	算时间 / 欠⁻¹)	总计算	互时间∕s
系统	误差	本文 方法	文献 [11] 方法	本文 方法	文献[11] 方法	本文 方法	文献[11] 方法	误差	本文 方法	文献 [11] 方法	本文 方法	文献 [11] 方法	本文 方法	文献[11] 方法
IEEE 14	2.7821×10 ⁻⁶	6	18	0.1724	0.1867	1.0347	3.3608	9.6845×10 ⁻⁶	2	26	0.1010	0.1046	0.2020	2.7184
IEEE 30	5.347 8×10 ⁻⁶	14	48	0.6030	0.6549	8.4423	31.4370	5.9706×10^{-4}	2	58	0.2780	0.3682	0.5560	21.3530
IEEE 57	7.201 8×10 ⁻⁵	16	100	8.3135	8.5323	133.0200	853.2300	1.2428×10^{-4}	2	112	3.3360	3.2610	6.6720	365.2300
IEEE 118	2.2905×10^{-5}	44	128	189.0000	183.5200	8316.1000	23491.0000	6.3021×10^{-4}	2	234	14.7470	31.9250	29.4940	7470.4000



图6 不同正相关系数下节点3电压相角取值场景

Fig.6 Scenes of voltage angle for Bus 3 under different positive correlation coefficients

缩小,但在对应相关系数下仍能取得ρ_{wl}=0时使该 相角达到最大值和最小值的场景,如附录E所示,因 此相角区间并未变化。

4 结论

166

本文通过平行四边形模型构造变量间的相关性 区域,在场景优化法区间潮流计算的基础上,采用灵 敏度分类法提取具有相同变化趋势的潮流变量一同 计算,算例分析结果表明:

1)用灵敏度分类法将变化趋势相同的状态变量 进行归类计算,能在误差很小的情况下减少非线性 优化次数,提升计算效率;

2)相关性的强弱决定了区间变量的分布区域, 相关性越强则分布区域越小,考虑相关性的区间潮 流计算排除了一些不可能出现的场景,得到的计算 结果区间范围更贴近实际。 附录见本刊网络版(http://www.epae.cn)。

参考文献:

- [1] 彭琰,余一平,鞠平,等. 计及不确定性的电力系统电压波动分析方法[J]. 电力自动化设备,2017,37(8):137-142.
 PENG Yan,YU Yiping,JU Ping,et al. Voltage fluctuation analysis method considering uncertainties of power system[J]. Electric Power Automation Equipment,2017,37(8):137-142.
- [2]曹佳,严正,李建华,等. 含风电场交直流混联系统的概率潮流 计算[J]. 电力自动化设备,2016,36(11):94-101.
 CAO Jia, YAN Zheng, LI Jianhua, et al. Probabilistic power flow calculation for AC / DC hybrid system with wind farms
 [J]. Electric Power Automation Equipment, 2016, 36 (11): 94-101.
- [3] 裴爱华,刘明波,张弛.考虑负荷不确定性的区间潮流计算方法[J].电力系统及其自动化学报,2004,16(6):24-27,43.
 PEI Aihua, LIU Mingbo, ZHANG Chi. Interval algorithm for power flow calculation with uncertain load[J]. Proceedings of the CSU-EPSA,2004,16(6):24-27,43.
- [4] 王树洪,邵振国.考虑DG运行不确定性的复仿射Ybus高斯迭 代区间潮流算法[J].电力自动化设备,2017,37(3):38-44.
 WANG Shuhong, SHAO Zhenguo. Interval power-flow algorithm based on complex affine Ybus-Gaussian iteration considering uncertainty of DG operation[J]. Electric Power Automation Equipment,2017,37(3):38-44.
- [5] 丁涛,崔翰韬,顾伟,等. 基于区间和仿射运算的不确定潮流算法[J]. 电力系统自动化,2012,36(13):51-55,115.
 DING Tao,CUI Hantao,GU Wei,et al. An uncertainty power flow algorithm based on interval and affine arithmetic[J]. Automation of Electric Power Systems,2012,36(13):51-55,115.
- [6] 廖小兵,刘开培,张亚超,等. 基于区间泰勒展开的不确定性潮流分析[J]. 电工技术学报,2018,33(4):750-758.
 LIAO Xiaobing,LIU Kaipei,ZHANG Yachao, et al. Uncertain power flow analysis based on interval Taylor expansion[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,2018,33(4): 750-758.
- [7] 廖小兵,刘开培,乐健,等. 电力系统区间潮流计算方法综述
 [J]. 中国电机工程学报,2019,39(2):447-458,642.
 LIAO Xiaobing,LIU Kaipei,LE Jian, et al. Review on interval power flow calculation methods in power system[J]. Proceedings of the CSEE,2019,39(2):447-458,642.
- [8] 丁涛,柏瑞,郭庆来,等. 一种非迭代仿射算法的输电网区间潮流计算方法[J]. 中国电机工程学报,2013,33(19):76-83,17.
 DING Tao, BO Rui, GUO Qinglai, et al. A non-iterative affine arithmetic methodology for interval power flow analysis of transmission network[J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33 (19):76-83,17.
- [9] VACCARO A, CANIZARES C A, VILLACCI D. An affine arithmetic-based methodology for reliable power flow analysis in the presence of data uncertainty[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2010, 25(2):624-632.
- [10] VACCARO A, CAÑIZARES C A, BHATTACHARYA K. A range arithmetic-based optimization model for power flow analysis under interval uncertainty[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(2):1179-1186.
- [11] ZHANG C, CHEN H Y, SHI K, et al. An interval power flow analysis through optimizing-scenarios method[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2018, 9(5):5217-5226.
- [12] 李春燕,杨强,魏蔚,等. 计及风速与负荷相关性的配电网重构 方法[J]. 电力自动化设备,2016,36(2):148-153,160.
 LI Chunyan, YANG Qiang, WEI Wei, et al. Distribution network reconfiguration considering correlation between windspeed and load[J]. Electric Power Automation Equipment,

2016,36(2):148-153,160.

- [13] LENG S P, LIU K P, RAN X H, et al. An affine arithmeticbased model of interval power flow with the correlated uncertainties in distribution system[J]. IEEE Access, 2020, 8: 60293-60304.
- [14] JIANG C, HAN X, LU G Y, et al. Correlation analysis of nonprobabilistic convex model and corresponding structural reliability technique[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2011, 200(33 / 34 / 35 / 36):2528-2546.
- [15] 鲍海波,韦化,郭小璇.考虑风速相关性和可调度负荷不确 定性的区间最优潮流[J].中国电机工程学报,2016,36(10): 2628-2637.
 BAO Haibo, WEI Hua, GUO Xiaoxuan. Interval optimal power flow calculation considering interval correlated wind power and uncertain dispatchable load[J]. Proceedings of the CSEE, 2016,36(10):2628-2637.
- [16] NI B Y, JIANG C, HAN X. An improved multidimensional parallelepiped non-probabilistic model for structural uncertainty

analysis [J]. Applied Mathematical Modelling, $2016, 40(7\,/\,8)$: 4727-4745.

[17] 苗峰显,郭志忠. 灵敏度方法在电力系统分析与控制中的应用综述[J]. 继电器,2007,35(15):72-76.
 MIAO Fengxian, GUO Zhizhong. A survey of sensitivity technique and its application in power systems analysis and control[J]. Relay,2007,35(15):72-76.

作者简介:



陈宇辛(1997—),女,福建宁德人,硕 士研究生,研究方向为电力系统优化运行 (E-mail:chenyuxin_1997@163.com);

江岳文(1977—),女,湖南岳阳人,教 授,博士,研究方向为风电并网优化运行、电 力系统优化运行(**E-mail**:jiangyuewen2008@ 163.com)。

陈宇辛

(编辑 王锦秀)

Interval power flow calculation with improved scenario optimization method considering correlation of variables

CHEN Yuxin¹, JIANG Yuewen^{1,2}

(1. College of Electrical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China;

2. Fujian Smart Electrical Engineering Technology Research Center, Fuzhou 350108, China)

Abstract: The uncertainty of renewable energy output and load fluctuation increases the uncertainty of power system operation state, for which, a nonlinear optimization method of interval power flow scenario considering the correlation of interval variables is proposed. The correlation of interval variables is represented by constructing uncertain parallelogram area. Aiming at the problem of repeated calculation caused by scenario optimization method, the state variables with the same trend are classified and calculated by comparing the positive and negative sensitivity of node voltage to node power. The results of example analysis show that the proposed method can accurately calculate the interval boundary, effectively reduce the optimization times and improve the calculation efficiency.

Key words: interval power flow; interval correlation; sensitivity; nonlinear optimization; parallelogram model

(上接第127页 continued from page 127)

Diagnosis method for rotor fault of induced draft fan based on improved SSD-Teager time-frequency analysis

TANG Guiji¹, SUN Junke^{1,2}, WANG Xiaolong¹, WU Xiaolin², ZHOU Fucheng¹,

CUI Yanting², WU Tao², XU Jiarui²

 Hebei Key Laboratory of Electric Machinery Health Maintenance & Failure Prevention, Department of Mechanical Engineering, North China Electric Power University, Baoding 071003, China;

2. Institute of Thermal Power Technology, China Datang Corporation Science and

Technology Research Institute, Beijing 100040, China)

Abstract: In order to adaptively determine the singular spectrum component number during signal processing of SSD (Singular Spectrum Decomposition), and realize the automatic signal decomposition processing, the iteration stop condition of SSD is improved by fusing the mutual information criterion. Then, combined with the excellent time-frequency resolution capability and the signal feature tracking trait of Teager energy operator demodulation, the induced draft fan rotor fault diagnosis method based on improved SSD-Teager time frequency analysis is proposed. The ability for processing multi-component signal with noise of the proposed method is verified by the simulation signal analysis, and the practicability of the proposed method is also verified by the field measured vibration signal of the rotor induced draft fan misalignment fault. The results show that the proposed method can accurately present the whole time-frequency characteristics of the signal, and the analysis effect is much better than the traditional Hilbert-Huang transform method.

Key words: induced draft fan rotor; fault diagnosis; improved SSD; Teager time-frequency analysis

附录A:

当 *X_i*、 *X_j*间的相关性为正时,两者构成的不确定域可用如图 1 所示的平行四边形 *A'BCD*表示,该区域 是由 l₁、 l₂、 l₃、 l₄ 四条直线围成的, *A'*、 *B*、 *C*、 *D* 4 点的坐标分别为:

$$A' \left(X_{i}^{c} - \frac{1 - \rho_{ij}}{1 + \rho_{ij}} X_{i}^{w}, X_{j}^{c} + \frac{1 - \rho_{ij}}{1 + \rho_{ij}} X_{j}^{w} \right)$$

$$B(X_{i}^{c} + X_{i}^{w}, X_{j}^{c} + X_{j}^{w})$$

$$C' \left(X_{i}^{c} + \frac{1 - \rho_{ij}}{1 + \rho_{ij}} X_{i}^{w}, X_{j}^{c} - \frac{1 - \rho_{ij}}{1 + \rho_{ij}} X_{j}^{w} \right)$$

$$D(X_{i}^{c} - X_{i}^{w}, X_{j}^{c} - X_{j}^{w})$$
(A1)

令 $\Delta X_i = X_i - X_i^c$, $\Delta X_j = X_j - X_j^c$, 可得到4条直线的表达式为:

$$\begin{cases} l_{i}: \quad \frac{\rho_{ij}X_{j}^{W}}{X_{i}^{W}}\Delta X_{i} - \Delta X_{j} + (1 - \rho_{ij})X_{j}^{W} = 0 \\ l_{2}: \quad -\Delta X_{i} + \frac{\rho_{ij}X_{i}^{W}}{X_{j}^{W}}\Delta X_{j} + (1 - \rho_{ij})X_{i}^{W} = 0 \\ l_{3}: \quad \frac{\rho_{ij}X_{j}^{W}}{X_{i}^{W}}\Delta X_{i} - \Delta X_{j} - (1 - \rho_{ij})X_{j}^{W} = 0 \\ l_{4}: \quad -\Delta X_{i} + \frac{\rho_{ij}X_{i}^{W}}{X_{j}^{W}}\Delta X_{j} - (1 - \rho_{ij})X_{i}^{W} = 0 \end{cases}$$
(A2)

则平行四边形域可表示为:

$$\begin{cases} \frac{\rho_{ij}X_{j}^{W}}{X_{i}^{W}}\Delta X_{i} - \Delta X_{j} + (1 - \rho_{ij})X_{j}^{W} \ge 0\\ -\Delta X_{i} + \frac{\rho_{ij}X_{i}^{W}}{X_{j}^{W}}\Delta X_{j} + (1 - \rho_{ij})X_{i}^{W} \ge 0\\ \frac{\rho_{ij}X_{j}^{W}}{X_{i}^{W}}\Delta X_{i} - \Delta X_{j} - (1 - \rho_{ij})X_{j}^{W} \le 0\\ -\Delta X_{i} + \frac{\rho_{ij}X_{i}^{W}}{X_{j}^{W}}\Delta X_{j} - (1 - \rho_{ij})X_{i}^{W} \le 0 \end{cases}$$
(A3)

整理得:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\left(1-\rho_{ij}\right)X_{i}^{W}} & -\frac{\rho_{ij}}{\left(1-\rho_{ij}\right)X_{j}^{W}} \\ -\frac{\rho_{ij}}{\left(1-\rho_{ij}\right)X_{i}^{W}} & \frac{1}{\left(1-\rho_{ij}\right)X_{j}^{W}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_{i} \\ \Delta X_{j} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$
(A4)

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{(1-\rho_{ij})} X_{i}^{W} & -\frac{\rho_{ij}}{(1-\rho_{ij})} X_{j}^{W} \\ -\frac{\rho_{ij}}{(1-\rho_{ij})} X_{i}^{W} & \frac{1}{(1-\rho_{ij})} X_{j}^{W} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-\rho_{ij}^{2}} & -\frac{\rho_{ij}}{1-\rho_{ij}^{2}} \\ -\frac{\rho_{ij}}{1-\rho_{ij}^{2}} & \frac{1}{1-\rho_{ij}^{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+\rho_{ij} & \\ 1+\rho_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{X_{i}^{W}} & \\ & \frac{1}{X_{j}^{W}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{ij} \\ & \frac{1}{1+\rho_{ij}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{1}{1+\rho_{ij}} & \\ & \frac{1}{1+\rho_{ij}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} X_{i}^{W} & \\ & X_{j}^{W} \end{bmatrix}^{-1}$$
(A5)

同理,当两区间变量相关性为负时,平行四边形区域可表示为:

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_{ij} \\ \rho_{ij} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{1}{1+|\rho_{ij}|} \\ & \frac{1}{1+|\rho_{ij}|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i^w \\ & X_j^w \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta X_i \\ \Delta X_j \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$
(A6)

附录 B:



图 B1 含风电场的 IEEE 39 节点系统 Fig.B1 IEEE 39-bus system with wind farms

附录 C:

表 C1 IEEE 39 节点系统 PQ 节点电压幅值区间误差 Table C1 Error of voltage magnitude interval for PQ nodes in IEEE 39-bus system

节点	下界误差	上界误差	节点	下界误差	上界误差
1	0	0	16	7.171 2×10 ⁻⁶	2.063 2×10 ⁻⁴
2	0	0	17	9.042 8×10 ⁻⁶	2.5447×10^{-4}
3	7.273 5×10 ⁻⁵	9.048 7×10 ⁻⁴	18	8.956 7×10 ⁻⁶	4.590 6×10 ⁻⁴
4	4.153 1×10 ⁻⁶	9.396 3×10 ⁻⁴	19	0	0
5	8.169 2×10 ⁻⁶	5.653 1×10 ⁻⁶	20	7.663 3×10 ⁻⁶	2.179 2×10 ⁻⁴
6	8.146 7×10 ⁻⁶	1.485 8×10 ⁻⁶	21	7.318 3×10 ⁻⁶	8.821 0×10 ⁻⁵
7	8.258 5×10 ⁻⁶	5.528 2×10 ⁻⁶	22	9.298 5×10 ⁻⁶	7.100 9×10 ⁻⁵
8	8.270 3×10 ⁻⁶	6.079 4×10 ⁻⁶	23	9.3282×10^{-6}	1.425 5×10 ⁻⁴
9	7.9647×10^{-6}	4.187 9×10 ⁻⁶	24	7.231 3×10 ⁻⁶	1.407 5×10 ⁻⁴
10	8.009 3×10 ⁻⁶	5.561 3×10 ⁻⁶	25	3.0794×10^{-6}	3.084 8×10 ⁻⁶
11	8.065 2×10 ⁻⁶	3.258 5×10 ⁻⁶	26	9.027 8×10 ⁻⁶	1.693 0×10 ⁻⁴
12	8.182 5×10 ⁻⁶	5.376 0×10 ⁻⁶	27	7.111 9×10 ⁻⁶	1.243 3×10 ⁻⁴
13	8.042 9×10 ⁻⁶	6.692 8×10 ⁻⁶	28	9.210 0×10 ⁻⁶	6.428 0×10 ⁻⁴
14	4.445 4×10 ⁻⁶	9.783 8×10 ⁻⁴	29	6.452 1×10 ⁻⁶	3.928 4×10 ⁻⁶
15	6.971 9×10 ⁻⁶	4.292 7×10 ⁻⁴			
注:误差均	为标幺值,后同。		8		

表 C2 IEEE 39 节点系统 PQ、PV 节点电压相角区间误差 Table C2 Error of voltage angle interval for PQ and PV nodes in IEEE 39-bus system

节点	下界误差	上界误差	节点	下界误差	上界误差
1	$1.859.7 \times 10^{-6}$	5.171 6×10 ⁻⁶	20	1.869 1×10 ⁻⁶	1.2285×10^{-6}
2	$1.454 6 \times 10^{-6}$	2.466 2×10 ⁻⁶	21	1.963 0×10 ⁻⁶	$7.754 \ 1 \times 10^{-6}$
3	1.534 9×10 ⁻⁵	1.928 7×10 ⁻⁵	22	2.207 1×10 ⁻⁶	9.923 3×10 ⁻⁷
4	1.3915×10^{-6}	5.392 2×10 ⁻⁶	23	2.335 1×10 ⁻⁶	2.333 6×10 ⁻⁵
5	1.1075×10^{-6}	9.753 0×10 ⁻⁶	24	1.821 2×10 ⁻⁶	$9.639.4 \times 10^{-6}$
6	1.051 2×10 ⁻⁶	9.410 1×10 ⁻⁶	25	2.206 7×10 ⁻⁶	1.593 9×10 ⁻⁶
7	1.051 0×10 ⁻⁶	1.912 2×10 ⁻⁴	26	1.838 5×10 ⁻⁶	1.607 1×10 ⁻⁶
8	1.056 6×10 ⁻⁶	3.767 2×10 ⁻⁴	27	1.593 7×10 ⁻⁶	1.942 7×10 ⁻⁶
9	2.076 7×10 ⁻⁶	7.324 0×10 ⁻⁵	28	1.928 3×10 ⁻⁶	1.161 6×10 ⁻⁶
10	1.356 4×10 ⁻⁶	1.903 9×10 ⁻⁵	29	2.161 0×10 ⁻⁶	9.705 4×10 ⁻⁷
11	1.252 3×10 ⁻⁶	4.474 5×10 ⁻⁶	30	1.599 9×10 ⁻⁶	1.934 4×10 ⁻⁶
12	1.331 1×10 ⁻⁶	4.064 6×10 ⁻⁶	32	2.158 3×10 ⁻⁶	3.383 1×10 ⁻⁵
13	1.374 8×10 ⁻⁶	3.664 2×10 ⁻⁶	33	2.478 7×10 ⁻⁶	8.351 7×10 ⁻⁷
14	1.422 9×10 ⁻⁶	3.908 6×10 ⁻⁶	34	2.331 5×10 ⁻⁶	8.855 3×10 ⁻⁷
15	1.913 0×10 ⁻⁶	2.289 2×10 ⁻⁶	35	2.886 7×10 ⁻⁶	7.638 7×10 ⁻⁷
16	1.661 4×10 ⁻⁶	1.737 5×10 ⁻⁶	36	3.465 7×10 ⁻⁶	6.775 6×10 ⁻⁷
17	1.633 9×10 ⁻⁶	1.070 1×10 ⁻⁵	37	3.031 6×10 ⁻⁶	9.693 4×10 ⁻⁷
18	1.629 6×10 ⁻⁶	2.008 3×10 ⁻⁶	38	3.158 8×10 ⁻⁶	6.847 7×10 ⁻⁷
19	1.940 1×10 ⁻⁶	1.135 3×10 ⁻⁶	39	1.810 8×10 ⁻⁶	4.545 8×10 ⁻⁵

附录 D:

表 D1 IEEE 14 节点系统 PQ 节点电压幅值分类结果 Table D1 Classification results of voltage magnitude for PQ nodes in IEEE 14-bus system

	······································
分类	包含节点
1	4, 5, 7, 12
2	9—11
3	13, 14

表 D2 IEEE 30 节点系统 PQ 节点电压幅值分类结果

	ation results of voltage magintate of r Q nodes in there so bus system	
分类	包含节点	
1	3—8, 28—30	
2	9, 11	
3	10, 21	
4	12, 14	
5	15, 16	
6	17—20	
7	24—26	

Table D2 Classification results of voltage magnitude of PQ nodes in IEEE 30-bus system

表 D3 IEEE 57 节点系统 PQ 节点电压幅值分类结果 Table D3 Classification results of voltage magnitude of PQ nodes in IEEE 57-bus system

分类	包含节点
1	4, 5, 7, 11, 13—18, 21—25, 27—44, 46, 48—50, 52—54
2	10, 51
3	19
4	20, 47
5	26, 56
6	45
7	55
8	57

分类	包含节点
1	2, 3, 7, 28, 33, 35, 37, 47, 48, 60, 64, 68, 71, 75, 78, 79, 86, 98, 106, 114, 115, 117, 118
2	5
3	9, 81
4	11, 13
5	14
6	16
7	17
8	20—22
9	23
10	29
11	30
12	38
13	39
14	41
15	43—45
16	50—53, 57, 58, 67
17	63
18	82—84, 94—97
19	88
20	93
21	101, 102
22	108, 109

表 D4 IEEE 118 节点系统 PQ 节点电压幅值分类结果 Table D4 Classification results of voltage magnitude of PQ nodes in IEEE 118-bus system

附录 E:



Fig.E1 Scenes of voltage angle of Bus 3 under different negative correlation coefficients