

考虑供气约束与净负荷预测误差的电-气 综合能源系统调度策略

赵曰浩¹, 鞠平^{1,2}

(1. 浙江大学 电气工程学院, 浙江 杭州 310027; 2. 河海大学 能源与电气学院, 江苏 南京 211100)

摘要:当前电-气综合能源系统调度存在天然气供气流量波动性较大、调整次数过多等问题,导致配气系统调峰压力较大。为此建立天然气供气模型,包含供气流量调整幅度、方向、总次数等约束;对天然气系统标幺制进行推导,通过合理选择基准值可对天然气系统的相关参数进行合理放缩变换,以便观察分析;用高斯混合模型对净负荷预测误差概率分布进行精确拟合,基于此提出考虑天然气供气约束和净负荷预测误差的电-气综合能源系统调度策略,并采用数据驱动的机会约束规划来处理净负荷预测随机性。最后,通过算例验证所提策略的有效性,仿真结果表明所提策略可明显降低天然气供气流量波动,保障系统的可靠经济运行。

关键词:电-气综合能源系统;供气流量;高斯混合模型;净负荷;预测误差;数据驱动

中图分类号:TM 73;TK 01

文献标志码:A

DOI:10.16081/j.epae.202205042

0 引言

化石能源燃烧带来了严重的环境污染及温室气体过量排放等问题^[1]。为应对气候变化与能源短缺问题,我国正在加快构建以新能源为主体的新型电力系统。电-气综合能源系统可通过电-气间协同调度与互补转换,提升系统整体运行的经济性、安全性及灵活性,支撑消纳更多分布式新能源,为构建新型电力系统及实现“双碳”目标提供有效支撑^[2]。

虽然现有文献已对电-气综合能源系统的优化调度决策展开了诸多有益的研究与探讨,但仍存在以下2个方面的问题:①电-气综合能源系统与天然气门站(外部配气系统)间的供气流量波动较大^[3];②电力系统净负荷预测误差(常规负荷与新能源出力的差值)随机性可能会影响天然气门站,增加天然气门站运营管理的难度。

现有电-气综合能源系统优化调度策略通常忽略天然气供气流量调整约束,导致天然气供气流量的波动性较大。第一,电-气综合能源系统内燃气轮机通常用气量很大,用气量与其调度运行方式有关,波动性很大,直接要求其平稳用气不太现实,其会对天然气门站影响较大^[4];第二,电-气综合能源系统内有限储能设备具备的调峰能力并没有被充分发挥及利用;第三,天然气通常具有一定的压缩性,部分天然气可以被压缩存储在管道中,通常被称为管存效应^[5]。而目前针对天然气管存降低供气流量波动性的优化调度策略方面的研究较少,亟需深入研究。

因此,需要研究如何通过电-气综合能源系统内储气与管存等进行协同调度,降低供气流量波动性^[6]。

目前,已有部分成果针对电-气综合能源系统优化调度中的不确定性展开了研究,其中包括机会约束规划、鲁棒优化方法等不确定性方法。通常鲁棒优化方法无需较多概率统计历史数据,所制定的调度决策方案比较保守,需要付出较大经济代价。相较于鲁棒优化方法,考虑机会约束的随机优化方法可利用随机变量的已有大量历史统计数据,充分挖掘历史数据的概率信息效能,并通过调整置信度的大小兼顾调度的经济性和可靠性,其中置信度的大小实际上代表了调度方对随机风险的乐观程度^[7]。现有文献对考虑净负荷预测误差的电-气综合能源系统调度策略的研究较少,而净负荷预测误差会对电-气综合能源系统的可靠经济运行产生很大影响。以往电-气综合能源系统调度策略研究通常仅假设负荷预测误差服从某种简单分布,如最常见的正态分布。例如文献[8]假设综合能源系统中电负荷及风电出力的预测误差服从正态分布,并采用机会约束进行建模求解。然而不同地区的电负荷及风光新能源发电通常具备其独特性,采用正态分布等简单分布并不能准确描述净负荷预测误差。目前电力调控部门已具备大量的历史数据,而这部分数据也尚未得到有效利用。因此需要研究利用数据驱动方法对净负荷预测误差的海量真实历史数据的概率分布进行精确拟合,并采用机会约束规划处理电-气综合能源系统调度中的随机性。

配电-天然气综合能源系统接近用户侧,对配气系统的影响较大。因此本文将配电-天然气综合能源系统作为研究对象,结合上文所述研究现状及存在问题,提出了考虑天然气供气流量调整约束与净

收稿日期:2022-03-18;修回日期:2022-04-27

在线出版日期:2022-05-10

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51837004,U2066601)

Project supported by the National Natural Science Foundation of China(51837004,U2066601)

负荷预测误差的电-气综合能源系统调度策略,旨在解决净负荷预测误差场景下供气流量频繁变动、难以进行运营管理的问题,以保障综合能源系统的可靠经济运行。本文首先建立了天然气供气流量模型,然后推导了天然气系统的标么制,通过选取合理基准值,对天然气系统中的参数进行合理放缩,便于观察。并采用高斯混合模型 GMM (Gaussian Mixture Model) 来精确拟合净负荷预测误差的概率分布,在此基础上,采用锥松弛、线性化、分位数转化等技术来处理基于机会约束规划的原始调度策略模型中存在的非凸且无法求解的难题。最后,通过仿真算例系统验证了本文所提策略的有效性。

1 天然气供气约束及其标么化

1.1 天然气供气约束

天然气门站通过天然气联络管道负责向电-气综合能源系统供应燃气轮机及天然气负荷所需的天然气。本文借鉴电力系统中输电断面的概念^[9],将电-气综合能源系统与天然气门站中间若干相邻联络管道抽象为供气断面。天然气门站通过供气断面为电-气综合能源系统进行供气,如图1所示。通过对电-气综合能源系统内相应设备及联络管道管存进行合理控制,可降低供气断面供气流量的波动性,减少对天然气门站的影响。

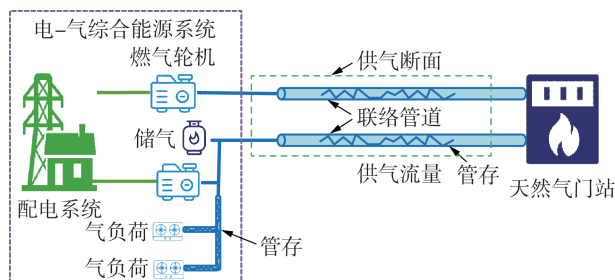


图1 天然气供气流量模型示意图

Fig.1 Schematic diagram of gas supplying flow model

供气断面的天然气供气流量包含联络管道管存、电-气综合能源系统内燃气轮机耗气量、储气装置充/释气流量以及剩余天然气负荷和其对对应管道管存累加值这4个部分,计算公式如下:

$$f_t^{\text{sup}} = \sum_{m \in \Omega_{p,s}} m_{mn,t} + \sum_{g \in \Omega_{\text{NG},s}} f_{g,t}^{\text{NGFU}} + \sum_{s \in \Omega_{s,s}} (f_{s,t}^{\text{in}} - f_{s,t}^{\text{out}}) + \sum_{m \in \Omega_{\text{ng},s}} f_{mn,t}^{\text{h}} \quad (1)$$

式中: f_t^{sup} 为 t 时刻供气断面的供气流量; $m_{mn,t}$ 为 t 时刻联络管道 mn 的管存量; $f_{g,t}^{\text{NGFU}}$ 为 t 时刻电-气综合能源系统内燃气轮机 g 的耗气量; $f_{s,t}^{\text{in}}$ 和 $f_{s,t}^{\text{out}}$ 分别为 t 时刻第 s 个储气装置的充气 and 释气流量; $f_{mn,t}^{\text{h}}$ 为 t 时刻管道 mn 首端流量; $\Omega_{p,s}$ 、 $\Omega_{\text{NG},s}$ 、 $\Omega_{s,s}$ 和 $\Omega_{\text{ng},s}$ 分别为由供气断面所包括的联络管道、燃气轮机、储气装置和燃气轮机后面所接管道构成的集合。

天然气供气调整模型包含天然气供气流量调整

幅度约束、供气流量相邻时刻调整方向约束、供气流量连续性约束、禁止同时爬/滑坡约束、供气流量调整次数约束、供气流量限值约束等。设置上述约束的目的为尽量保证天然气供气流量平稳调整并减少调整次数。

1) 天然气供气流量调整幅度约束。该约束规定天然气供气流量调整幅度在相邻时刻不能过大。

$$(x_t^+ + x_t^-) \Delta_i \leq |f_{t+1}^{\text{sup}} - f_t^{\text{sup}}| \leq (x_t^+ + x_t^-) \bar{\Delta}_i \quad (2)$$

式中: x_t^+ 、 x_t^- 为 0-1 变量, 分别表示 t 时刻天然气供气流量是否爬坡和滑坡, 若爬坡及滑坡则分别取 1, 否则取 0; Δ_i 和 $\bar{\Delta}_i$ 分别为天然气供气流量的最小和最大调整量。

2) 天然气供气流量相邻时刻调整方向约束。该约束规定天然气供气流量在相邻时刻不能异向调整, 以避免对天然气供气流量的频繁调整。

$$x_t^+ + x_{t+1}^- \leq 1, \quad x_t^- + x_{t+1}^+ \leq 1 \quad (3)$$

式中: x_{t+1}^+ 、 x_{t+1}^- 为 0-1 变量, 分别表示 $t+1$ 时刻天然气供气流量是否爬坡和滑坡, 若爬坡及滑坡则分别取 1, 否则取 0。

3) 天然气供气流量连续性约束。该约束规定天然气供气流量不能在相邻时刻连续同向调整。

$$x_t^+ + x_{t+1}^+ \leq 1, \quad x_t^- + x_{t+1}^- \leq 1 \quad (4)$$

4) 天然气供气流量禁止同时爬/滑坡约束。该约束规定天然气供气流量在同一时刻不能同时爬坡、滑坡。

$$x_t^- + x_t^+ \leq 1 \quad (5)$$

5) 天然气供气流量调整次数约束。该约束保证天然气供气流量在调度周期 T 内的调整次数不能超过最大调整次数 N_{max} 。

$$\sum_{t=1}^T (x_t^+ + x_t^-) \leq N_{\text{max}} \quad (6)$$

6) 天然气供气流量限值约束。该约束规定天然气供气流量不能超过其最大限值 $f_t^{\text{sup}, \text{max}}$ 。

$$f_t^{\text{sup}} \leq f_t^{\text{sup}, \text{max}} \quad (7)$$

1.2 天然气系统标么制推导

目前标么制被广泛应用在电力系统中。在电-气综合能源系统研究中, 通常对电力系统采用标么制, 而对天然气系统采用有名值进行计算, 二者并不统一^[10-11]。更为关键的是, 天然气流量与压力的波动情况在有名值体系下并不直观。

若在天然气系统中采用标么制, 并选择合适的基准值, 可对天然气系统中的气流、气压等参数进行放缩, 方便观察分析其波动比例及程度, 因此本文对天然气系统标么制进行了推导。

1) 天然气流量。

$$f_* = f / f_B \quad (8)$$

式中: f_* 、 f 和 f_B 分别为天然气流量的标么值、有名值

和基准值。

2) 天然气气压。

$$\pi_* = \pi / \pi_B \quad (9)$$

式中: π_* 、 π 和 π_B 分别为天然气气压的标么值、有名值和基准值。

3) Weymouth 常数。

$$C_{mn}^2 = \pi_B^2 C_{mn}^2 / f_B^2 \quad (10)$$

式中: C_{mn} 为管道 mn Weymouth 常数的有名值,其数值与天然气管道的长度、管壁粗糙程度、温度、气体常数等因素有关; C_{mn}^* 为管道 mn Weymouth 常数的标么值。

4) 管存常数。

$$L_{mn}^* = \pi_B L_{mn} / f_B \quad (11)$$

式中: L_{mn} 为管道 mn 管存常数的有名值,其数值与天然气管道的长度、管壁粗糙程度、温度、气体常数等因素有关; L_{mn}^* 为管道 mn 管存常数的标么值。

2 基于 GMM 的净负荷预测误差建模

目前电力调控部门已累积了大量的历史数据,包括海量电负荷、风光等新能源出力的预测数据与实测数据,但此部分历史数据尚未得到充分利用。随着更多的分布式新能源发电接入配电网,电力系统净负荷的随机波动性将增大。因此,需要对电力系统净负荷预测误差的分布特性展开研究。节点净负荷和总净负荷预测误差的计算公式分别如下:

$$P_{j,t}^{\text{net,EL}} = \sum_{d \in \Omega_{\text{EL}}(j)} P_{d,t}^{\text{EL}} - \sum_{r \in \Omega_{\text{rew}}(j)} P_{r,t}^{\text{rew}} \quad (12)$$

$$\tilde{e}_t = \sum_{d \in \Omega_{\text{EL}}} (P_{d,t}^{\text{EL}} - P_{d,t}^{\text{EL,act}}) - \sum_{r \in \Omega_{\text{rew}}} (P_{r,t}^{\text{rew}} - P_{r,t}^{\text{rew,act}}) \quad (13)$$

式中: $\Omega_{\text{EL}}(j)$ 和 $\Omega_{\text{rew}}(j)$ 分别为由与节点 j 相连的常规负荷和新能源发电机组构成的集合; $P_{j,t}^{\text{net,EL}}$ 为 t 时刻节点 j 处净负荷有功功率; $P_{d,t}^{\text{EL}}$ 和 $P_{r,t}^{\text{rew}}$ 分别为 t 时刻节点 j 所接常规负荷 d 有功预测功率和新能源发电机组 r 预测出力; $P_{d,t}^{\text{EL,act}}$ 和 $P_{r,t}^{\text{rew,act}}$ 分别为 t 时刻节点 j 所接常规负荷 d 有功实际功率和新能源发电机组 r 实际出力; Ω_{EL} 和 Ω_{rew} 分别为由常规负荷和新能源发电机组构成的集合; $\tilde{e}_t$ 为 t 时刻总净负荷预测误差。

GMM 本质上为一种数据驱动的概率密度拟合估计方法,可利用已有海量真实历史数据对电力系统净负荷预测误差的概率分布进行精确拟合估计,增加了电力系统数据利用率,该方法具有良好的可行性与实用性^[12]。

因此,可将电力系统净负荷预测误差视为一组随机变量,采用最大期望值算法或贝叶斯推断方法来获得高斯混合分布的对应权重、均值及方差等参数,以实现海量电力系统净负荷预测误差概率分布特性的精准拟合。本文采用 fitgmdist 函数对总体净负荷预测误差历史数据进行拟合,计算公式如下:

$$f_E(\tilde{e}_t) = \sum_{y=1}^Y \omega_y N_y(\tilde{e}_t | \mu_y, \Sigma_y) \quad (14)$$

$$F_E(\tilde{e}_t) = \sum_{y=1}^Y \omega_y \Phi_y(\tilde{e}_t | \mu_y, \Sigma_y) \quad (15)$$

$$\sum_{y=1}^Y \omega_y = 1, \omega_y \geq 0 \quad (16)$$

式中: $f_E(\tilde{e}_t)$ 和 $F_E(\tilde{e}_t)$ 分别为净负荷随机预测误差的概率密度函数和累积概率分布函数; ω_y 、 μ_y 和 Σ_y 分别为第 y 个高斯分量的权重、均值和方差; Y 为高斯分量总数; N_y 和 Φ_y 分别为第 y 个高斯分量的概率密度函数及其对应累积概率分布函数。

3 基于机会约束的优化调度策略

在考虑天然气供气调整约束及 GMM 的净负荷预测误差建模的基础上,提出基于机会约束的电-气综合能源系统的最优调度策略,以此对系统内的设备进行控制,实现供气流量波动限制,保障电-气综合能源系统的可靠经济运行。

3.1 目标函数

电-气综合能源系统运营商负责对电-气综合能源系统的协同调度运行及管理,其调度运行的目标为在调度周期内,实现包含购电费用、购气费用等在内的系统总运行费用最小,如式(17)所示。

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{c=1}^{N_c} c_c f_{c,t}^C + \sum_{t=1}^T e_{p,t} P_{\text{sub},t} \quad (17)$$

式中: c_c 为天然气门站 c 对应的天然气价格; $f_{c,t}^C$ 为 t 时刻天然气门站 c 向电-气综合能源系统的供气量; N_c 为天然气门站的数量; $e_{p,t}$ 为 t 时刻外部电网的电价; $P_{\text{sub},t}$ 为 t 时刻外部电网向电-气综合能源系统提供的有功功率。

3.2 约束条件

3.2.1 配电系统约束条件

配电系统 Distflow 支路潮流方程如下:

$$P_{ij,t} - r_{ij} I_{ij,t} + P_{j,t}^N = \sum_{k \in \Omega_B(j)} P_{jk,t} \quad (18)$$

$$Q_{ij,t} - x_{ij} I_{ij,t} + Q_{j,t}^N = \sum_{k \in \Omega_B(j)} Q_{jk,t} \quad (19)$$

$$P_{j,t}^N = \sum_{g \in \Omega_{\text{NGFU}}(j)} P_{g,t}^{\text{NGFU}} + P_{\text{sub},t} - P_{j,t}^{\text{net,EL}} \quad (20)$$

$$Q_{j,t}^N = \sum_{g \in \Omega_{\text{NGFU}}(j)} Q_{g,t}^{\text{NGFU}} + Q_{\text{sub},t} + \sum_{q \in \Omega_{\text{SVC}}(j)} Q_{q,t}^{\text{SVC}} - Q_{j,t}^{\text{EL}} \quad (21)$$

$$V_{j,t} = V_{i,t} - 2(r_{ij} P_{ij,t} + x_{ij} Q_{ij,t}) + (r_{ij}^2 + x_{ij}^2) I_{ij,t} \quad (22)$$

$$I_{ij,t} V_{i,t} \geq P_{ij,t}^2 + Q_{ij,t}^2 \quad (23)$$

式中: $\Omega_B(j)$ 为流出节点 j 的支路构成的集合; $\Omega_{\text{NGFU}}(j)$ 和 $\Omega_{\text{SVC}}(j)$ 分别为由与节点 j 相连的燃气轮机和无功补偿器构成的集合; $P_{g,t}^{\text{NGFU}}$ 为 t 时刻燃气轮机 g 有功出力值; $P_{jk,t}$ 和 $P_{ij,t}$ 分别为 t 时刻流出和流入节点 j 的有功功率; $Q_{\text{sub},t}$ 和 $Q_{q,t}^{\text{SVC}}$ 分别为 t 时刻外电网和无功补偿器 q 提供的无功功率; $Q_{g,t}^{\text{NGFU}}$ 和 $Q_{j,t}^{\text{EL}}$ 分别为

t 时刻燃气轮机 g 无功出力值和节点 j 处电负荷无功功率值(无功电负荷即为净负荷); $Q_{jk,t}$ 和 $Q_{ij,t}$ 分别为 t 时刻流出和流入节点 j 的无功功率; $I_{ij,t}$ 为 t 时刻线路 ij 电流幅值的平方; r_{ij} 和 x_{ij} 分别为线路 ij 的电阻和电抗; $V_{i,t}$ 和 $V_{j,t}$ 分别为 t 时刻节点 i 和节点 j 的电压幅值的平方。

$$P_{g,t}^{\text{NGFU}} - P_{g,t-1}^{\text{NGFU}} \leq R_{\text{up},g} \quad (24)$$

$$P_{g,t-1}^{\text{NGFU}} - P_{g,t}^{\text{NGFU}} \leq R_{\text{down},g} \quad (25)$$

$$\underline{P}_g^{\text{NGFU}} \leq P_{g,t}^{\text{NGFU}} \leq \bar{P}_g^{\text{NGFU}} \quad (26)$$

$$\underline{Q}_q^{\text{SVC}} \leq Q_{q,t}^{\text{SVC}} \leq \bar{Q}_q^{\text{SVC}} \quad (27)$$

$$\underline{I}_{ij} \leq I_{ij,t} \leq \bar{I}_{ij} \quad (28)$$

$$\underline{V} \leq V_{i,t} \leq \bar{V} \quad (29)$$

式中: $P_{g,t-1}^{\text{NGFU}}$ 为 $t-1$ 时刻燃气轮机 g 的有功出力; $R_{\text{up},g}$ 、 $R_{\text{down},g}$ 分别为燃气轮机 g 的爬坡率、滑坡率限值; $\bar{P}_g^{\text{NGFU}}$ 、 $\underline{P}_g^{\text{NGFU}}$ 分别为燃气轮机 g 有功出力上、下限; $\bar{Q}_q^{\text{SVC}}$ 、 $\underline{Q}_q^{\text{SVC}}$ 分别为无功补偿装置 q 出力上、下限; $\bar{I}_{ij}$ 、 $\underline{I}_{ij}$ 分别为线路 ij 电流幅值平方上、下限; $\bar{V}$ 、 $\underline{V}$ 分别为节点电压幅值平方的上、下限。式(24)和式(25)分别为燃气轮机的爬坡和滑坡上下限约束;式(26)为燃气轮机有功出力上下限约束;式(27)为无功补偿器无功出力约束;式(28)为线路电流平方上下限约束;式(29)为节点电压上下限约束。

3.2.2 天然气系统约束条件

在天然气系统中,通常用Weymouth方程描述天然气管道2个节点间压力与气体流量对应关系,其公式如下:

$$|f_{mn,\text{ave},t}| f_{mn,\text{ave},t} = C_{mn}^2 (\pi_{m,t}^2 - \pi_{n,t}^2) \quad (30)$$

式中: $f_{mn,\text{ave},t}$ 为 t 时刻管道 mn 的平均流量; $\pi_{m,t}$ 和 $\pi_{n,t}$ 分别为 t 时刻节点 m 和节点 n 的气压。

天然气网节点气流量平衡约束如下:

$$\sum_{n \in \Omega_p(n)} (f_{mn,t}^e - f_{mn,t}^h) + \sum_{s \in \Omega_s(n)} (f_{s,t}^{\text{out}} - f_{s,t}^{\text{in}}) + \sum_{c \in \Omega_c(n)} f_{c,t}^c = \sum_{y \in \Omega_{\text{GL}}(n)} f_{y,t}^L + \sum_{g \in \Omega_{\text{NGFU}}(n)} f_{g,t}^{\text{NGFU}} \quad (31)$$

式中: $\Omega_p(n)$ 、 $\Omega_s(n)$ 、 $\Omega_c(n)$ 、 $\Omega_{\text{GL}}(n)$ 、 $\Omega_{\text{NGFU}}(n)$ 分别为由与节点 n 相连的管道、储气装置、天然气门站、天然气负荷和燃气轮机构成的集合; $f_{mn,t}^e$ 为 t 时刻管道 mn 末端的气流量; $f_{c,t}^c$ 为 t 时刻天然气门站 c 供应的天然流量; $f_{y,t}^L$ 为 t 时刻与节点 n 相连的天然流量; $f_{y,t}^L$ 为 t 时刻与节点 n 相连的天然流量。

本文采用目前广泛使用的线性管存模型来描述天然气管道的动态效应^[5]。管存效应相关公式如下:

$$m_{mn,t} = L_{mn} \pi_{mn,\text{ave},t} \quad (32)$$

$$m_{mn,t} = m_{mn,t-1} + f_{mn,t}^h - f_{mn,t}^e \quad (33)$$

$$\pi_{mn,\text{ave},t} = (\pi_{m,t} + \pi_{n,t})/2 \quad (34)$$

$$f_{mn,\text{ave},t} = (f_{mn,t}^h + f_{mn,t}^e)/2 \quad (35)$$

式中: $m_{mn,t}$ 和 $m_{mn,t-1}$ 分别为 t 时刻和 $t-1$ 时刻管道 mn 的管存量; $\pi_{mn,\text{ave},t}$ 为 t 时刻管道 mn 的平均压力。

储气装置的运行约束如下:

$$G_{s,t} = G_{s,t-1} + f_{s,t}^{\text{in}} \eta_{s,\text{in}} - f_{s,t}^{\text{out}} / \eta_{s,\text{out}} \quad (36)$$

$$I_{s,t} \underline{f}_s^{\text{in}} \leq f_{s,t}^{\text{in}} \leq \bar{f}_s^{\text{in}} I_{s,t} \quad (37)$$

$$O_{s,t} \underline{f}_s^{\text{out}} \leq f_{s,t}^{\text{out}} \leq \bar{f}_s^{\text{out}} O_{s,t} \quad (38)$$

$$\underline{G}_s \leq G_{s,t} \leq \bar{G}_s \quad (39)$$

$$O_{s,t} + I_{s,t} \leq 1 \quad (40)$$

式中: $G_{s,t}$ 和 $G_{s,t-1}$ 分别为 t 时刻和 $t-1$ 时刻储气装置 s 的储气量; $\eta_{s,\text{in}}$ 和 $\eta_{s,\text{out}}$ 分别为储气装置 s 的充气和释气效率; $\bar{f}_s^{\text{in}}$ 、 $\underline{f}_s^{\text{in}}$ 分别为 t 时刻储气装置 s 充气功率 $f_{s,t}^{\text{in}}$ 的上、下限; $\bar{f}_s^{\text{out}}$ 、 $\underline{f}_s^{\text{out}}$ 分别为储气装置 s 释气功率 $f_{s,t}^{\text{out}}$ 的上、下限; $\bar{G}_s$ 、 $\underline{G}_s$ 分别为储气装置 s 储气量的上、下限; $I_{s,t}$ 、 $O_{s,t}$ 均为布尔变量,分别表示 t 时刻储气装置 s 充、释气的状态。式(36)为储气量平衡约束;式(37)和式(38)分别为储气装置充气和释气约束;式(39)为储气装置储气量上下限约束;式(40)为储气装置禁止同时充、释气约束。

节点气压运行约束、管道流量运行约束、天然气门站运行约束分别如下:

$$\underline{\pi} \leq \pi_t \leq \bar{\pi} \quad (41)$$

$$\underline{m} \leq m_{mn,t} \leq \bar{m} \quad (42)$$

$$\underline{f}_c^c \leq f_{c,t}^c \leq \bar{f}_c^c \quad (43)$$

式中: $\bar{\pi}$ 、 $\underline{\pi}$ 分别为节点气压的上、下限; $\bar{m}$ 、 $\underline{m}$ 分别为管存流量的上、下限; $\bar{f}_c^c$ 、 $\underline{f}_c^c$ 分别为天然气门站 c 向外供应天然流量的上、下限。

3.2.3 电-气耦合转换约束

现有多数研究常采用固定效率线性模型描述燃气轮机发电量与耗气量之间的能量转换关系,然而燃气轮机实际运行效率一般随着其运行功率的变化而变化,采用固定效率线性模型对其进行描述并不精准。由式(1)可知:燃气轮机耗气量是供气流量模型的一部分,其准确程度对供气流量模型精度有很大影响,采用动态转化效率也更合理。因此,采用非线性方程描述其转换关系,具体如下^[13]:

$$f_{g,t}^{\text{NGFU}} = H_g(P_{g,t}^{\text{NGFU}}) \quad (44)$$

式中: $H_g(\cdot)$ 为燃气轮机 g 非线性转换关系函数。

3.2.4 天然气供气流量限值机会约束

天然气供气流量限值机会约束如式(45)所示,净负荷随机误差下供气流量及燃气轮机耗气量计算公式分别如式(46)和式(47)所示。

$$P_r(\tilde{f}_t^{\text{sup}} \leq f_t^{\text{sup},\text{max}}) \geq \alpha \quad (45)$$

$$\tilde{f}_t^{\text{sup}} = \sum_{m \in \Omega_{p,s}} m_{mn,t} + \sum_{g \in \Omega_{\text{NGFU},s}} \tilde{f}_{g,t}^{\text{NGFU}} + \sum_{s \in \Omega_{s,s}} (f_{s,t}^{\text{in}} - f_{s,t}^{\text{out}}) + \sum_{m \in \Omega_{\text{ng},s}} f_{mn,t}^h \quad (46)$$

$$\tilde{f}_{g,t}^{\text{NGFU}} = H_g(P_{g,t}^{\text{NGFU}} + \tilde{e}_t) \quad (47)$$

式中: $P_r(\cdot)$ 为求事件 $(\cdot)$ 发生的概率; α 为置信水平; $\tilde{f}_t^{\text{sup}}$ 和 $\tilde{f}_{g,t}^{\text{NGFU}}$ 分别为 t 时刻考虑净负荷预测误差下的供气流量和燃气轮机 g 耗气量。

天然气供气流量模型相应的其余约束与式(2)~(7)相同,不再赘述。

3.3 求解方法及流程

原始基于机会约束的优化调度策略模型中式(2)、(30)、(44)及式(45)存在非线性项,因此该原始调度模型为混合整数非线性规划 MINLP (Mixed Integer NonLinear Programming) 模型,本质上为 NP-hard 问题,难以求解。为方便对其进行快速求解,需进行锥松弛、线性化以及分位数确定性转换。

对于式(2)中的绝对值项,可采用大 M 法进行处理,大 M 法处理绝对值可认为是等价转换,处理后的公式如下:

$$x_t^+ \bar{\Delta}_t - x_t^- M \leq f_{t+1}^{\text{sup}} - f_t^{\text{sup}} \leq x_t^+ \underline{\Delta}_t + x_t^- M \quad (48)$$

$$x_t^- \underline{\Delta}_t - x_t^+ M \leq f_{t+1}^{\text{sup}} - f_t^{\text{sup}} \leq x_t^- \bar{\Delta}_t + x_t^+ M \quad (49)$$

式中: M 为较大的正常数。

对于式(30),可采用二阶锥松弛技术处理非线性项,其可能出现的松弛间隙处理方法详见文献[14],处理后的约束如式(50)所示。松弛间隙的计算公式如附录 A 式(A1)所示。

$$f_{mn,ave,t}^2 + C_{mn}^2 \pi_{n,t}^2 \leq C_{mn}^2 \pi_{m,t}^2 \quad (50)$$

对于式(44)所示的非线性转换关系,可采用分段线性化方法进行处理,分段线性化的近似精度一般与其分段数有关,一般而言,分段数越多,近似精度越高,计算速度也会相应下降,详见文献[5,15]。处理后的公式如下:

$$f_{g,t}^{\text{NGFU}} = \sum_{l=1}^L [(A_{g,t}^l - d_{g,t}^{l-1} \delta_{g,t}^l) k_g^l + f_g^l \delta_{g,t}^l] \quad (51)$$

$$0 \leq A_{g,t}^l \leq \delta_{g,t}^l d_{g,t}^l \quad l=1 \quad (52)$$

$$\delta_{g,t}^l d_{g,t}^{l-1} \leq A_{g,t}^l \leq \delta_{g,t}^l d_{g,t}^l \quad l \geq 2 \quad (53)$$

$$\sum_{l=1}^L A_{g,t}^l = P_{g,t}^{\text{NGFU}} \quad (54)$$

$$\sum_{l=1}^L \delta_{g,t}^l = 1 \quad (55)$$

式中: L 为总分段数; l 为对应分段编号; $A_{g,t}^l$ 为 t 时刻燃气轮机 g 所需辅助连续变量; $d_{g,t}^l$ 、 f_g^l 和 k_g^l 分别为燃气轮机 g 第 l 段电功率(横坐标)数值、耗气量(纵坐标)数值和第 l 段由首末端点横纵坐标确定的线性化斜率; $\delta_{g,t}^l$ 为布尔变量,用于选择线性化所处区间。

对于式(45)中机会约束,其本身非凸,并且电-气转化关系为非线性化,难以处理。因此,采用分位数确定性转化以及上述线性化的方法来进行处理,其转换及处理后的公式如下:

$$P_r \left(f_t^{\text{sup}} + \sum_{l=1}^L k_g^l \delta_{g,t}^l \tilde{e}_t \leq f_t^{\text{sup,max}} \right) \geq \alpha \quad (56)$$

$$f_t^{\text{sup}} \leq f_t^{\text{sup,max}} - \sum_{l=1}^L k_g^l \delta_{g,t}^l Q_u(\alpha | \tilde{e}_t) \quad (57)$$

式中: $Q_u(\alpha | \tilde{e}_t)$ 为对应置信水平为 α 下的分位点,其数值可视作累积概率密度等于分位点处的根,可采用常用非线性方程的求根方法进行准确快速求解,本文采用 fzero 函数进行求解[16]。

经过上述锥松弛、线性化及分位数转换后,原始难以计算的随机 MINLP 问题被转换为容易求解的确定性混合整数二阶锥规划 MISOCP (Mixed Integer Second-Order Cone Programming) 问题,该规划问题可借助成熟的商业优化求解器进行快速求解。本文所提考虑供气流量约束与净负荷预测误差的电-气综合能源系统调度策略流程及框架如附录 A 图 A1 所示。

4 算例分析

4.1 算例参数及求解结果

为验证所提基于机会约束的优化调度策略模型的有效性,搭建了基于改进 IEEE 33 节点配电网[17]和 10 节点天然气网的电-气综合能源系统,其示意图如附录 A 图 A2 所示。图中电力系统 0 号节点为变电站节点,燃气轮机位于电力系统的 3 号、15 号节点,天然气门站位于天然气网的 0 号节点,储气装置位于天然气网的 1 号节点。该算例选取的基准值分别如下:电压为 4.16 kV,视在功率为 1 MV·A,气压为 32.5 bar,流量为 0.1 MMSCF/h。选取比利时电网运营商 Elia 公司 2014 年负荷的预测及实测数据作为净负荷预测误差初始数据[18]。将燃气轮机及其与天然气门站间的联络管道、储气装置以及剩余天然气负荷节点和相应管道等设备视为供气断面。

基于 Julipro 14.3 编程软件和 JuMP 软件搭建调度仿真计算环境,并调用商业求解器 Gurobi 9.0.3 进行求解[19-20]。仿真计算在配置为 AMD R7-4800U 处理器(1.8 GHz)和 16 GB 内存的计算机上实现。

为研究天然气供气流量模型和净负荷预测误差对电-气综合能源系统调度运行的影响,设置了 5 种不同场景以及 1 个仿真计算基准算例,具体如下:场景 1,不考虑天然气供气流量约束及净负荷预测误差,燃气轮机采用固定线性效率;场景 2,考虑天然气供气流量约束,但不考虑净负荷预测误差,燃气轮机采用固定线性效率;场景 3(确定性模型),考虑天然气供气流量约束,但不考虑净负荷预测误差,燃气轮机采用非线性模型描述其电-气耦合转换关系;场景 4,考虑天然气供气流量约束,采用正态分布描述净负荷预测误差,燃气轮机采用非线性模型描述其电-气耦合转换关系;场景 5,考虑天然气供气流量约束,采用高斯混合分布描述净负荷预测误差,燃气

轮机采用非线性模型描述其电-气耦合转换关系;仿真计算基准算例(原始MINLP模型),不考虑天然气供气流量约束及净负荷预测误差,燃气轮机采用非线性模型描述其电-气耦合转换关系,配电系统及天然气系统采用原始非线性关系。采用商用求解器BARON 22.3.21对仿真计算基准算例进行求解^[21]。5种不同算例场景间的关系见附录A表A1。

对上述5种场景分别进行仿真,不同场景下的调度运行费用结果及求解时间如表1所示。

表1 不同场景下的调度运行结果对比

Table 1 Comparison of scheduling operation results under different scenes

场景	费用 / \$	求解时间 / s
1	45016	12.27
2	47264	25.39
3	46600	51.02
4	46743	45.29
5	47161	63.85

由表1可知:场景1—5均为MISOCP模型,其求解速度均很快,最大求解时间为63.85 s;而原始调度模型(仿真计算基准算例)为MINLP模型,非常难以求解,即使采用成熟商用求解器BARON也无法对其进行有效求解。

4.2 供气流量约束对系统调度运行的影响

由表1可知,场景1的日运行费用最低,场景2的运行费用最高。相较于场景1,场景2由于增加了天然气供气流量约束,其天然气供气流量在调度周期内运行平稳,但该约束也导致其运行费用增加。

有无考虑天然气供气约束的结果对比和供气流量对比分别如表2和图2所示。由表2和图2可知,未考虑天然气供气调整约束时,天然气供气流量在整个调度周期(1 d)的各个时刻内都在不断进行爬坡、滑坡,调整次数过多。更重要的是,供气流量在前、后2个时刻内变化幅度很大。这说明电-气综合能源系统对天然气门站的影响过大,明显增加了其运营管理的难度。而在考虑天然气供气调整约束后,天然气供气流量的调整次数及调整幅度在整个调度周期(1 d)内明显减少,总调整次数降低了73.9%,总调整幅度减少了50.14%。采用本文所提策略后,天然气供气流量在调度周期内运行平稳,电-气综合能源系统对天然气门站的影响明显减小。

表2 有无考虑天然气供气约束的结果对比

Table 2 Comparison of results between with and without gas supplying flow constraint

场景	运行费用 / \$	爬坡次数	滑坡次数	总调整次数
1	45016	11	12	23
2	47264	4	2	6

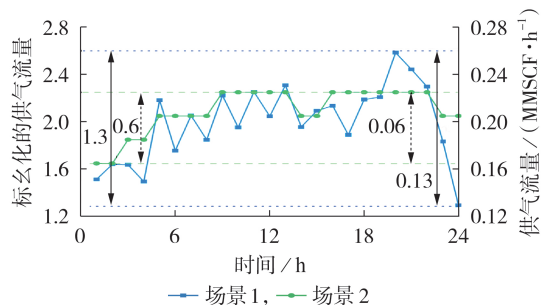


图2 有无考虑天然气供气约束的供气流量对比

Fig.2 Comparison of gas supplying flow between with and without gas supplying flow constraint

计算天然气流量时常采用MMSCF/h作为度量单位^[10,22-23],其等价于 $28316 \text{ m}^3/\text{h}$ 。然而,该度量单位数值较大,会导致天然气供气流量的数值相对较小(见图2右侧纵坐标),不易分析观察。采用所提标幺制转换策略,并选取适当流量基准值,可将供气流量的数值适当放缩,因本文所选取基准值为 0.1 MMSCF/h ,其为正小数,由式(8)可知,该值对供气流量进行了放大。由图2可知,在采用所提标幺制策略情况下,供气流量数值相当于扩大了10倍,便于观察其调整变化情况。

此外由表1可知,场景3的日运行费用相较于场景2减少了约1.4%。这是由于场景3采用动态转化效率,燃气轮机运行效率随其运行功率的变化而变化。此外,采用分段线性化方法处理原始难以求解的非线性方程,其求解速度很快,完全可以满足工程实际需要。

4.3 确定性优化及不同的概率分布下调度结果对比

由表1可知,在场景3—5中,场景3(确定性优化)的日运行费用最低。其原因在于场景3为确定性优化,未考虑净负荷预测误差,但其对实际运行中可能出现的净负荷随机性误差的应对能力也最弱。

如上文所述,GMM方法可以对海量净负荷预测误差数据的概率分布进行精准拟合,而以往许多研究中假设净负荷预测误差服从特定正态分布,存在较大偏差。图3及表3将场景4与场景5这2种场景的拟合结果进行了比较分析,仿真结果验证了此结论的正确性。

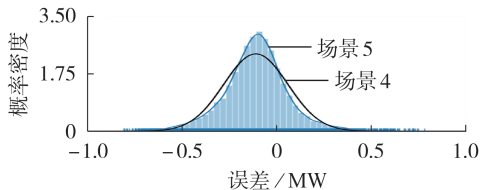


图3 2种概率分布效果对比

Fig.3 Comparison between two probability distribution functions

表3 统计指标比较

Table 3 Comparison of statistical index

场景	赤池信息准则	贝叶斯信息准则
4	-2.070×10^4	-2.068×10^4
5	-2.256×10^4	-2.248×10^4

由图3可明显直观看出,净负荷预测误差明显不是正态分布,若采用正态分布拟合此数据则会具有明显偏差。三分量混合高斯分布如附录A图A3所示。可见采用3个高斯分量的GMM方法可对净负荷预测误差分布进行精确拟合,其拟合分布与真实历史数据非常接近。并且由表3所示的统计指标也可得知,GMM的赤池信息准则和贝叶斯信息准则等统计指标明显小于正态分布(统计指标值越小说明拟合精度越高),这也说明其拟合精度更高。

此外,由于场景5的拟合精度明显高于场景4,在同一置信水平下其分位点数值明显高于场景4的相应分位点。由式(57)可知,天然气供气流量限值约束更为严格。相较于场景4,为应对净负荷随机预测误差,场景5在制定调度策略时天然气供气流量需要预留出更多的余量,这部分增加的预留余量导致其运行费用会相应高于场景4。需要说明的是,虽然场景3—5的运行费用在逐渐增加,但并不意味着其制订的调度运行策略效果逐渐变差。相较于场景3(确定性优化),场景4(正态分布下)和场景5(高斯混合分布下)对净负荷预测误差的拟合精度在逐渐增加,为应对净负荷随机性误差所预留的供气流量余量在逐渐增加,其对随机预测误差的应对能力也相应增强。

通过分析可知:当气-电耦合互联后,配电系统净负荷随机误差会通过影响燃气轮机用气量进而影响天然气系统。因此需要制定合理的调度运行策略以保障电-气综合能源系统的可靠经济运行。

5 结论

本文提出了考虑供气流量约束与净负荷预测误差的电-气综合能源系统调度策略,得到主要结论如下。

1)若忽略天然气供气流量调整约束,将会导致天然气供气流量在整个调度周期内都在不断进行爬坡及滑坡,调整次数过多,波动频繁。而采用所提天然气供气流量调整模型可明显降低供气流量的波动频次及幅度,显著减少天然气门站运行管理难度。此外,所提天然气系统标幺制方法可对天然气系统各运行关键参数进行合理放缩,便于分析。

2)配电系统中的随机净负荷预测误差通过影响燃气轮机的用气量进而会影响天然气门站,因此需要对供气断面天然气供气流量进行合理调控,以保障电-气综合能源系统的可靠经济运行。

附录见本刊网络版(<http://www.epae.cn>)。

参考文献:

- [1] IEA. World energy outlook 2019R / OL]. (2019-11-24)[2022-03-30]. <https://www.iea.org/reports/world-energy-outlook-2019?from=singlemessage&isappinstalled=0>18-22.
- [2] 高晗,李正烁.考虑电转气响应特性与风电出力不确定性的电-气综合能源系统协调调度[J].电力自动化设备,2021,41(9):24-30.
GAO Han, LI Zhengshuo. Coordinated scheduling of integrated electricity-gas energy system considering response characteristic of power-to-gas and wind power uncertainty[J]. Electric Power Automation Equipment, 2021, 41(9): 24-30.
- [3] 何宇斌.电-气综合能源系统的随机优化和分布式调度研究[D].杭州:浙江大学,2019.
HE Yubin. Research on stochastic optimization and decentralized dispatch for integrated electricity-natural gas system [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2019.
- [4] 许志恒.电-气互联系统优化运行及其电转气设备规划研究[D].广州:华南理工大学,2018.
XU Zhiheng. Optimal dispatching of integrated natural gas and electricity system and configuration of P2G facilities [D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2018.
- [5] CORREA-POSADA C M, SANCHEZ-MARTIN P. Integrated power and natural gas model for energy adequacy in short-term operation[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2015, 30(6): 3347-3355.
- [6] 黄靖雅.输气管道调峰方案模拟与优化研究[D].成都:西南石油大学,2017.
HUANG Jingya. Study on simulation and optimization of peak shaving scenarios for gas pipeline [D]. Chengdu: Southwest Petroleum University, 2017.
- [7] 许书伟,吴文传,朱涛,等.机会约束随机动态经济调度的凸松弛迭代求解法[J].电力系统自动化,2020,44(17):43-51.
XU Shuwei, WU Wenchuan, ZHU Tao, et al. Convex relaxation based iterative solution method for stochastic dynamic economic dispatch with chance constraints [J]. Automation of Electric Power Systems, 2020, 44(17): 43-51.
- [8] QI F, SHAHIDEHPOUR M, LI Z, et al. A chance-constrained decentralized operation of multi-area integrated electricity-natural gas systems with variable wind and solar energy [J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2020, 11(4): 2230-2240.
- [9] 刘阳,夏添,汪旸.区域电网内多输电断面有功协同控制策略在线生成方法[J].电力自动化设备,2020,40(7):204-210.
LIU Yang, XIA Tian, WANG Yang. On-line generation method of active power coordinated control strategy for multiple transmission sections in regional power grid [J]. Electric Power Automation Equipment, 2020, 40(7): 204-210.
- [10] 赵霞,杨仑,瞿小斌,等.电-气综合能源系统能流计算的改进方法[J].电工技术学报,2018,33(3):467-477.
ZHAO Xia, YANG Lun, QU Xiaobin, et al. An improved energy flow calculation method for integrated electricity and natural gas system [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2018, 33(3): 467-477.
- [11] ZHAO Y, XU X, QADRDAN M, et al. Optimal operation of compressor units in gas networks to provide flexibility to power systems [J]. Applied Energy, 2021, 290: 116740.
- [12] 彭春华,陈婧,郑聪.基于机会约束高斯混合模型的含光热电站热电联供型微网鲁棒经济调度[J].电力自动化设备,2021,41(4):77-84,93.

- PENG Chunhua, CHEN Jing, ZHENG Cong. Robust economic dispatch of CSP-CHPMG based on chance constrained Gaussian mixture model[J]. Electric Power Automation Equipment, 2021, 41(4): 77-84, 93.
- [13] WANG S X, YUAN S C. Interval optimization for integrated electrical and natural-gas systems with power to gas considering uncertainties[J]. International Journal of Electrical Power and Energy Systems, 2020, 119: 105906.
- [14] WANG C, WEI W, WANG J, et al. Convex optimization based distributed optimal gas-power flow calculation[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2018, 9(3): 1145-1156.
- [15] 王静, 徐箭, 廖思阳, 等. 计及新能源出力不确定性的电气综合能源系统协同优化[J]. 电力系统自动化, 2019, 43(15): 2-9.
- WANG Jing, XU Jian, LIAO Siyang, et al. Coordinated optimization of integrated electricity-gas energy system considering uncertainty of renewable energy output[J]. Automation of Electric Power Systems, 2019, 43(15): 2-9.
- [16] YANG Y, WU W C, WANG B, et al. Analytical reformulation for stochastic unit commitment considering wind power uncertainty with Gaussian mixture model[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2020, 35(4): 2769-2782.
- [17] BARAN M E, WU F F. Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 1989, 4(2): 1401-1407.
- [18] ELIA. Grid data[EB/OL]. [2022-03-15]. <https://www.elia.be/en/grid-data/data-download-page>.
- [19] IAIN D, JOEY H, MILES B. JuMP: a modeling language for mathematical optimization[J]. SIAM Review, 2017, 59(2): 295-320.
- [20] BIXBY B. The Gurobi optimizer[J]. Transportation Research Part B, 2007, 41(2): 159-178.
- [21] KHAHARIRAD A, SAHINIDIS N V. A hybrid LP/NLP paradigm for global optimization relaxations[J]. Mathematical Programming Computation, 2018, 10(3): 383-421.
- [22] PAUL M, KIRK L, ROBERT W. Natural gas compressors and processors-overview and potential impact on power system reliability[R/OL]. (2017-07-18)[2023-03-15]. https://netl.doe.gov/projects/files/NGCompressorsandProcessors%e2%80%999-30verviewandPotentialImpactonPowerSystemReliability_071817.pdf.
- [23] LUDTKEP R. Natural gas handbook[R]. Boulder, USA: Chemical Engineering Science Division, 1986.

作者简介:



赵曰浩

赵曰浩(1992—),男,博士研究生,通信作者,主要研究方向为综合能源电力弹性、优化及控制(E-mail: zhaoyuehao@zju.edu.cn);

鞠平(1962—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为新能源电力系统建模、分析与控制等(E-mail: pju@hhu.edu.cn)。

(编辑 李玮)

Scheduling strategy of integrated electricity and gas system considering constraint of gas supplying and prediction error of net power load

ZHAO Yuehao¹, JU Ping^{1,2}

(1. College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;

2. College of Energy and Electrical Engineering, Hohai University, Nanjing 211100, China)

Abstract: At present, there are some problems about the scheduling of the integrated electricity and gas system, such as large fluctuation of gas supplying flow and excessive adjustment times, etc., which leads to serious challenge for peak shaving of gas distribution system. For that, the natural gas supplying model is built, which includes the constraints of adjustment amplitude, adjustment direction, total adjustment times of gas supplying flow, etc. Then, the per unit of natural gas system is derived. The related parameters of natural gas system can be zoomed reasonably with the reasonable base value for observation and analysis. Furthermore, the Gaussian mixture model is used to fit the probability distribution about the prediction error of the net power load accurately. On this basis, the scheduling strategy of the electricity and gas system considering constraint of gas supplying flow and prediction error of net power load is proposed. The data-driven chance constraint programming is adopted to solve the randomness of prediction error of the net power load. Finally, the effectiveness of the proposed strategy is validated by the case study, and simulative results show that the proposed strategy can obviously reduce the fluctuation of gas supplying flow, and ensure the safe and economic operation of system.

Key words: integrated electricity and gas system; gas supplying flow; Gaussian mixture model; net power load; prediction error; data-driven

附录 A

定义配气系统中二阶锥松弛的最大松弛间隙为：

$$g = \max \left\{ \frac{C_{mn}^2 \pi_{m,t}^2 - C_{mn}^2 \pi_{n,t}^2 - f_{mn,ave,t}^2}{f_{mn,ave,t}^2} \right\} \quad \forall t \in T \tag{A1}$$

式中： g 为最大松弛间隙。经计算，本文的最大松弛间隙为 2.33×10^{-5} 。MATLAB 中 `fzero` 函数对累积概率密度等于分位点处根求解说明：`fzero` 函数为 MATLAB 成熟封装函数，对非线性方程的求解速度与精度均很高，因此其计算时间与计算误差均可忽略。

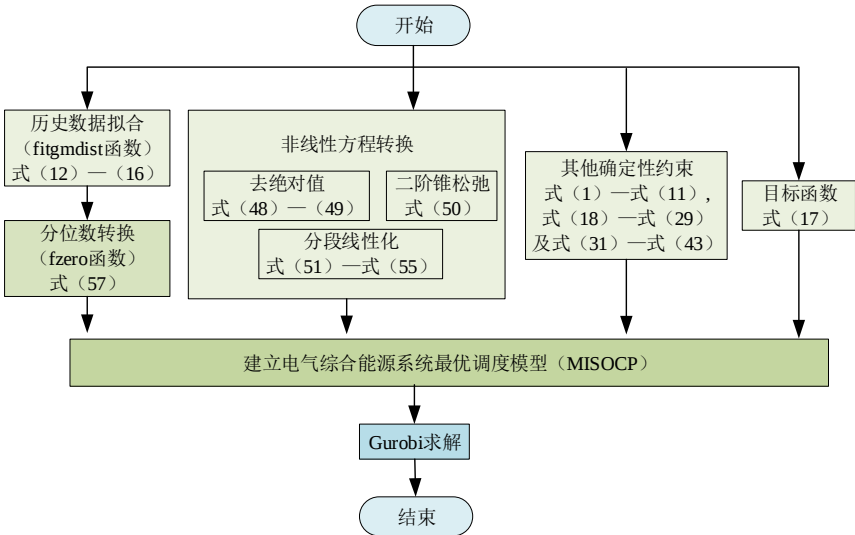


图 A1 调度策略流程图
Fig.A1 Flowchart of scheduling strategy

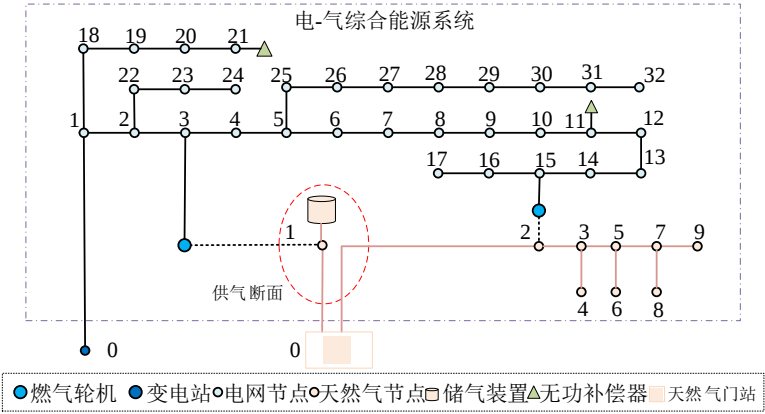


图 A2 改进 IEEE 33 节点配电网和 10 节点气网示意图
Fig.A2 Schematic diagram of modified IEEE 33-bus power system and 10-node natural gas system

表 A1 5 种不同算例场景

Table A1 Five kinds of different cases				
场景	供气 约束	非线性 效率	正态 分布	GMM
1				
2	✓			
3	✓	✓		
4	✓	✓	✓	
5	✓	✓		✓

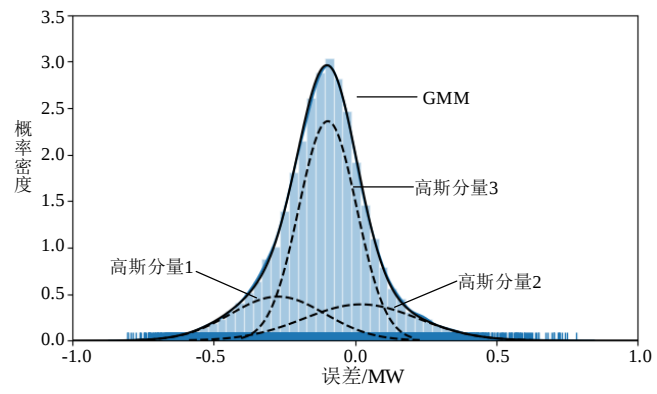


图 A3 三分量混合高斯分布
Fig.A3 GMM with three components