

基于事件触发控制的时滞电力系统负荷频率控制

周一辰¹, 覃露¹, 李永刚¹, 李沙¹, 孙佳辉¹, 马静^{1,2}

(1. 华北电力大学 新能源电力系统国家重点实验室, 河北 保定 071003;

2. 华北电力大学 电气与电子工程学院, 北京 102206)

摘要:区域电网间存在较高的数据传输,使有限的通信和计算资源变得拥塞。为降低区域电网间的通信负担,提出基于事件触发控制的时滞电力系统负荷频率控制(LFC)方法。针对具有通信延迟的LFC系统,建立基于事件触发控制的时滞LFC动态模型。进而采用多求和不等式,提出具有事件触发控制器的时滞相关LFC系统Lyapunov稳定分析判据;在此基础上,推导了基于事件触发通信和输出反馈的负荷频率控制器协同设计方案,以保证电力系统频率稳定性的同时提高数据传输效率。仿真结果表明,所提方法能够有效减小互联系统频率和联络线功率振荡,保证系统的时滞稳定性并减少网络通信的冗余传输。

关键词:事件触发控制;时滞负荷频率控制;多求和不等式;Lyapunov稳定分析;输出反馈控制

中图分类号:TM 761

文献标志码:A

DOI:10.16081/j.epae.202203025

0 引言

电力系统负荷频率控制(LFC)的基本目标是维持各区域间发电与负荷之间的平衡^[1]。在二次调频控制中,区域控制偏差(ACE)信号的传输需要借助通信网络实现大数量和大范围的信息交换,但是不可避免地会带来时间延迟、数据丢包、乱序等多种通信问题,给电力系统的安全稳定运行带来新的挑战^[2]。因此,在电力系统稳定性分析和控制器设计中,必须考虑通信延迟的影响。

目前,针对时滞LFC稳定分析和控制器设计已经展开了一系列研究^[3-4]。基于频域的分析方法主要在于求解特征值,但时滞项的存在加大了计算的复杂难度。另外,Pade变换^[5-6]、预测控制和时滞补偿^[7]都很难保留时滞的原本特性且只能处理定常时滞的情况。基于时域分析的时滞相关Lyapunov分析方法^[8]能够同时处理定常和时变时滞情况,其主要通过构建合适的泛函,对导数上限进行估计得到保守性更低的稳定性条件。文献[9]结合Lyapunov理论和线性矩阵不等式(LMI),采用Wirtinger积分不等式对具有采样和传输时延的LFC系统进行了稳定性分析。文献[10]运用Bessel-Legendre不等式处理泛函导数积分项,得到了不同控制器增益下的时滞上界,有效降低了时滞系统的保守性。文献[11]提

出一种基于频域直接法的延迟边际估计方法来设计控制器增益,具有良好的鲁棒控制性能。文献[12]考虑通信延迟的概率分布特性,利用凸组合技术,建立了时滞相关稳定性分析和控制器设计准则,得到基于LFC的PI控制器增益和时滞稳定上限。

基于传统周期采样的时间触发型时滞电力系统LFC虽然简单易于实现,但是频繁的通信会造成网络拥塞,较高的数据传输要求将大量占用有限的通信和计算资源^[13]。对于传输负担重和通信时间短的系统,需要设置合理的通信和控制方案来降低传输负担。实际应用中,ACE信号的传输受到网络通信约束的影响,期望LFC系统在保证频率控制效果的同时尽可能地减少通信次数来节约网络资源^[14]。事件触发控制(ETC)^[15-16]的通信间隔不再为常数,根据预定义的触发条件来决定是否传送数据,当触发条件成立时,传输控制信息,实现“按需通信”。文献[17-19]研究表明事件触发控制方案能够有效减少控制任务执行的次数,从而节省网络资源,减少通信堵塞。文献[20]在通信约束下结合事件触发规则来设计状态反馈控制器,但是需要反馈所有的状态信息。文献[21]设计了基于事件触发的输出反馈控制器,其比状态反馈更适用。因此,利用更少的通信资源实现系统控制性能,将事件触发机制和输出反馈控制器进行协同设计,具有实际应用价值。

考虑通信时滞和网络带宽资源受限对互联系统控制性能的影响,本文建立包含事件触发控制的时滞LFC动态模型;通过引入交叉项、增广变量和三次求和项来构造L-K泛函,利用多求和不等式技术对Lyapunov函数差分的上界进行估计,提出了时滞相关LFC系统稳定分析判据;在此基础上,采用变量替换法,推导基于事件触发通信和输出反馈的负荷频率控制器协同设计方案。

收稿日期:2021-07-09;修回日期:2022-01-26

在线出版日期:2022-03-16

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51822703);河北省自然科学基金资助项目(E2020502067);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(2019MS079)

Project supported by the National Natural Science Foundation of China(51822703), Hebei Province Natural Science Foundation(E2020502067) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities(2019MS079)

1 基于事件触发控制的时滞 LFC 动态模型

1.1 多区域 LFC 模型

本文研究的 LFC 所涉及的频率响应属于相对较慢的动态过程,因而往往忽略电网电压和功角等快速动态过程的影响,采用简化的低阶线性系统来表征系统在运行点附近的动态特征。

为便于公式推导,定义如下符号: \mathbf{R}^T 和 \mathbf{R}^{-1} 分别表示矩阵 \mathbf{R} 的转置和逆; $\text{diag}\{\cdot\}$ 表示对角矩阵; \mathbf{I}_M 和 $\mathbf{0}_M$ 分别表示 M 阶单位矩阵和零矩阵;“*”表示矩阵中的对称项; \perp 表示矩阵进行正交补运算。

多区域 LFC 子区域 i 的系统结构如图 1 所示,区域间通过联络线进行功率交换,原动机为非再热式汽轮机。图中: Δf_i 、 ΔP_{mi} 、 ΔP_{vi} 分别为子区域 i 的系统频率偏差、发电机机械输出功率变化量和阀门位置变化引起的功率变化量; T_{ti} 、 T_{gi} 分别为子区域 i 原动机和调速器的惯性时间常数; D_i 、 M_i 、 R_i 、 β_i 分别为子区域 i 发电机阻尼系数、转动惯量、调速器的速度跌落系数和频率偏差因子; T_{ij} 为子区域 i 和子区域 j 间联络线同步系数; ΔP_{ci} 和 E_{ACEi} 分别为子区域 i 控制器输出功率变化量和区域控制偏差信号; ΔP_{tiei} 为子区域 i 联络线上净交换功率; n 为状态变量的维数。

电力系统的频率调节系统包括一次调频和二次调频 2 个控制回路。当系统负荷变化 ΔP_d 造成频率变化 Δf 时,反馈环节根据频率偏差产生一个作用于调节原动机的功率信号 ΔP_v ,从而使发电机机械输出功率变化 ΔP_m 来补偿负荷波动,进而使得系统频率恢复到允许值。

根据图 1 所示的系统结构,选择合适的状态变量和输出变量,得到多区域 LFC 的动态模型为:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{F}\mathbf{w}(t), \quad \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_n(t)]^T \\ \mathbf{y}(t) &= [y_1(t) \ y_2(t) \ \dots \ y_p(t)]^T \\ \mathbf{w}(t) &= [\Delta P_{d1}(t) \ \Delta P_{d2}(t) \ \dots \ \Delta P_{dr}(t)]^T \\ \mathbf{u}(t) &= [\Delta P_{c1}(t) \ \Delta P_{c2}(t) \ \dots \ \Delta P_{cq}(t)]^T \\ \mathbf{x}_i(t) &= [\Delta f_i \ \Delta P_{mi} \ \Delta P_{vi} \ \int E_{ACEi} dt \ \Delta P_{tiei}]^T \end{aligned}$$

$$\mathbf{y}_i(t) = \left[E_{ACEi} \int E_{ACEi} dt \right]^T$$

$$\mathbf{A}_{ii} = \begin{bmatrix} -D_i/M_i & 1/M_i & 0 & 0 & -1/M_i \\ 0 & -1/T_{ti} & 1/T_{ti} & 0 & 0 \\ -1/(R_i T_{gi}) & 0 & -1/T_{gi} & 0 & 0 \\ \beta_i & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2\pi \sum_{j=1, j \neq i}^N T_{ij} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2\pi T_{ij} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \text{diag}\{\mathbf{B}_1, \dots, \mathbf{B}_i, \dots, \mathbf{B}_q\}, \quad \mathbf{B}_i = [0 \ 0 \ 1/T_{gi} \ 0 \ 0]^T$$

$$\mathbf{C} = \text{diag}\{\mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{C}_i, \dots, \mathbf{C}_n\}, \quad \mathbf{C}_i = \begin{bmatrix} \beta_i & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \text{diag}\{\mathbf{F}_1, \dots, \mathbf{F}_i, \dots, \mathbf{F}_r\}, \quad \mathbf{F}_i = [-1/M_i \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

式中: N 为控制区域总数; $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ 为系统状态向量; $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}^r$ 为系统控制输入向量; $\mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}^p$ 为系统输出向量; $\mathbf{w}(t) \in \mathbf{R}^r$ 为系统外部输入向量。在 LFC 系统中,各区域的频率偏差以及联络线功率偏差都应该保持在标称值。因此,将子区域 i 的 ACE 定义为:

$$E_{ACEi} = \beta_i \Delta f_i + \Delta P_{tiei} \quad (2)$$

选择 $\Delta P_{ci}(t)$ 信号作为系统的输入向量 $\mathbf{u}(t)$, 测量输出与输入存在如下的输出反馈关系:

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{y}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (3)$$

式中: \mathbf{K} 为 PI 控制器参数矩阵。

进一步地,将系统(式(1))按照采样周期 T 进行离散化处理,可得一阶离散近似模型为:

$$\mathbf{x}(k+1) = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{x}(k) + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u}(k) + \bar{\mathbf{F}}\mathbf{w}(k), \quad \mathbf{y}(k) = \bar{\mathbf{C}}\mathbf{x}(k) \quad (4)$$

$$\bar{\mathbf{A}} = e^{AT}, \quad \bar{\mathbf{B}} = \int_0^T \mathbf{B}e^{A^t} dt, \quad \bar{\mathbf{C}} = \mathbf{C}, \quad \bar{\mathbf{F}} = \int_0^T \mathbf{F}e^{A^t} dt$$

1.2 事件触发通信机制

二次调频 LFC 由电网调度中心进行控制,需要借助通信网络传输 ACE 信号,会引入系统时滞。为减少通信压力,本文提出基于事件触发的时滞电力系统 LFC 方法。事件触发器根据预定义的触发条件决定是否传送数据,当传输的控制信号 ACE 满足事

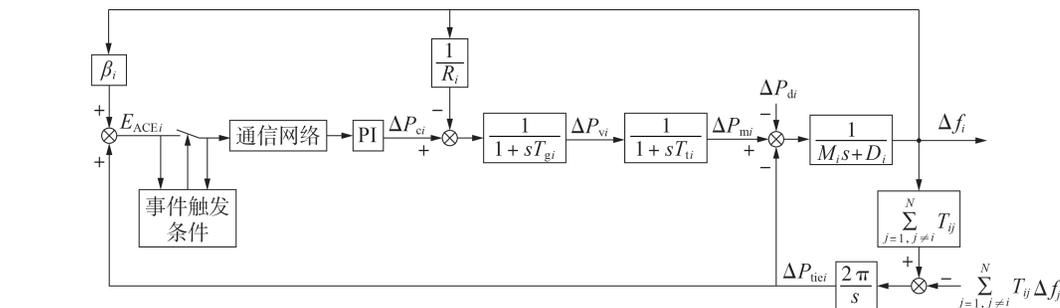


图 1 基于事件触发控制的多区域 LFC 子区域 i 的系统结构

Fig.1 System structure of Sub-area i in multi-area LFC based on event-triggered control

件触发器中设定的条件时,将传输采样信号并保存在零阶保持器中,当零阶保持器的输出值被更新时执行器才收到控制信号。此时,ACE信号不再为周期性触发,当其变化量超过相对增量的上限时进行通信,在系统平稳运行状态下节省了大量通信资源,而在系统状态变化较大时保证了系统的必要通信。

采用输出反馈控制,输入信号 $u(k)$ 可表示为:

$$u(k) = u(k_i) = Ky(k_i) = K\bar{C}x(k_i) \quad (5)$$

式中: k_i 为当前触发时刻; $y(k_i)$ 为事件触发控制下系统传输的输出信号,即ACE信号。可通过设计相应的事件触发控制来决定是否传输采样的ACE信号:

$$(\mathbf{x}(k) - \mathbf{x}(k_i))^T \boldsymbol{\Omega} (\mathbf{x}(k) - \mathbf{x}(k_i)) > \rho \mathbf{x}^T(k) \boldsymbol{\Omega} \mathbf{x}(k) \quad (6)$$

式中: $\boldsymbol{\Omega}$ 为正定加权矩阵; $\rho \in [0, 1)$ 为事件触发参数。当 $\rho = 0$ 时,事件触发机制由于没有对信号进行控制因而退化为周期触发机制。为了保证控制器的灵活性,事件触发器分布于各个区域中,当采样信号ACE满足式(6)时,触发对应的子区域进行数据交换,否则就会被丢弃,从而降低了采样信号的通信传输。

系统状态的传送由事件触发器所决定,事件触发的时刻集是系统采样的一个子集,存在如下关系: $\{k_0, k_1, k_2, \dots\} \subseteq \{0, 1, 2, \dots\}$ 。假设成功发送 $\mathbf{x}(0)$,事件触发的下一时刻 k_{i+1} 为:

$$k_{i+1} = k_i +$$

$$\min \left\{ j \left| \left[\mathbf{x}(k_i + j) - \mathbf{x}(k_i) \right]^T \boldsymbol{\Omega} (\mathbf{x}(k_i + j) - \mathbf{x}(k_i)) > \rho \mathbf{x}^T(k_i + j) \boldsymbol{\Omega} \mathbf{x}(k_i + j) \right. \right\} \quad (7)$$

图2为多区域LFC中ACE信号的采样与传输示意图。图中: τ_i 为 k_i 时刻事件触发器与零阶保持器之间的传输延时,且 $\tau_i \in [\tau_m, \tau_M]$, τ_m 为时滞下界, τ_M 为时滞上界。传感器为时间驱动型,控制器为事件驱动型,执行器端采用零阶保持器,使得控制输入信号一直保持到下一个控制输入到达执行器。传感器采样信号1、2、3、...,通过事件触发条件式(6)判断信号是否需要被传输,满足触发条件的采样信号1、4、5分别在 k_i 、 k_{i+1} 、 k_{i+2} 时刻将被传输。由于通信网络存在延时 τ_i ,到达执行器端的时刻分别为 $k_i + \tau_i$ 、 $k_{i+1} + \tau_{i+1}$ 、 $k_{i+2} + \tau_{i+2}$ 。

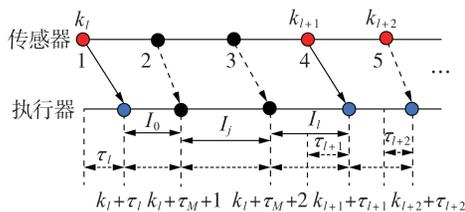


图2 ACE信号采样与传输示意图

Fig.2 Schematic diagram of sampling and transmission of ACE signal

将时滞系统分为以下2种情况进行处理。

1)当满足 $k_i + 1 + \tau_M \geq k_{i+1} + \tau_{i+1}$ 时, $d(k) = k - k_i$,则有以下关系: $\tau_i \leq d(k) \leq k_{i+1} - k_i + \tau_{i+1} \leq 1 + \tau_M$ 。

2)当满足 $k_i + 1 + \tau_M < k_{i+1} + \tau_{i+1}$ 时,将区间 $[k_i + \tau_i, k_{i+1} + \tau_{i+1}]$ 分割为 $l+1$ 个子区间,定义 $I_0 = [k_i + \tau_i, k_i + \tau_M + 1)$, $I_j = [k_i + \tau_M + j, k_i + \tau_M + j + 1)$, $I_l = [k_i + l + \tau_M, k_{i+1} + \tau_{i+1})$,其中 $j = 1, 2, \dots, l-1$,且 $[k_i + \tau_i, k_{i+1} + \tau_{i+1}) = \bigcup_{j=0}^{j=l} I_j$ 。

定义函数:

$$d(k) = \begin{cases} k - k_i & k \in I_0 \\ k - k_i - j & k \in I_j \\ k - k_i - l & k \in I_l \end{cases} \quad (8)$$

根据式(8),可得:

$$\begin{cases} \tau_i \leq d(k) \leq 1 + \tau_M & k \in I_0 \\ \tau_i \leq \tau_M \leq d(k) \leq 1 + \tau_M & k \in I_j \\ \tau_i \leq \tau_M \leq d(k) \leq 1 + \tau_M & k \in I_l \end{cases} \quad (9)$$

从式(9)可以看出,当 $k \in [k_i + \tau_i, k_{i+1} + \tau_{i+1}]$ 时,有 $0 \leq \tau_i \leq d(k) \leq 1 + \tau_M$ 。根据 $\boldsymbol{\eta}(k) = \mathbf{x}(k_i) - \mathbf{x}(k - d(k))$,对于情况1),有 $\boldsymbol{\eta}(k) = 0$,对于情况2),可得:

$$\boldsymbol{\eta}(k) = \begin{cases} 0 & k \in I_0 \\ \mathbf{x}(k_i) - \mathbf{x}(k_i + j) & k \in I_j \\ \mathbf{x}(k_i) - \mathbf{x}(k_i + l) & k \in I_l \end{cases} \quad (10)$$

将 $d(k)$ 和 $\boldsymbol{\eta}(k)$ 代入式(5)可得:

$$u(k_i) = K\bar{C}x(k_i) = K\bar{C}(\boldsymbol{\eta}(k) + \mathbf{x}(k - d(k))) \quad (11)$$

根据式(8)、(10),事件触发条件式(6)可描述为:

$$\boldsymbol{\eta}^T(k) \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\eta}(k) \leq \rho \mathbf{x}^T(k - d(k)) \boldsymbol{\Omega} \mathbf{x}(k - d(k)) \quad (12)$$

将式(11)代入系统模型(式(4)),构成新的闭环时滞LFC系统模型如下:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{x}(k) + \bar{\mathbf{A}}_d \boldsymbol{\eta}(k) + \bar{\mathbf{A}}_d \mathbf{x}(k - d(k)) + \bar{\mathbf{F}}\mathbf{w}(k) & k = 0, 1, 2, \dots \\ \mathbf{y}(k) = \bar{\mathbf{C}}\mathbf{x}(k) & k \in [k_i + \tau_i, k_{i+1} + \tau_{i+1}) \\ \mathbf{x}(k) = \boldsymbol{\phi}(k) & k \in [-\tau_M, 0) \end{cases} \quad (13)$$

式中: $\bar{\mathbf{A}}_d = \bar{\mathbf{B}}K\bar{C}$; $\boldsymbol{\phi}(k)$ 为 $k \in [-\tau_M, 0)$ 上的一个离散函数。综合考虑网络时延、事件触发条件和LFC的共同影响,构成新的基于事件触发控制的时滞LFC动态模型。下面将基于系统模型(式(13))进行稳定分析与控制器设计。

2 事件触发时滞LFC稳定分析

本节基于上述建立的基于事件触发控制的时滞LFC动态模型,推导出维持闭环系统稳定的充分条件。为降低所得结果的保守性,引入多求和项、增广变量和交叉项构造Lyapunov泛函,采用多求和不等式技术估计泛函导数上界,得到具有事件触发控制器的时滞相关LFC渐近稳定性条件。

定理1:对于给定事件触发条件 $0 \leq \rho < 1$,如果存

在正定矩阵 $P=[P_{ij}] \in \mathbf{R}^{5n \times 5n}$ 、 $Q_1, R_1 \in \mathbf{R}^{5n \times 5n}$ 、 $Q_2, R_2, R_3, S_1-S_4, \Omega \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 、对称矩阵 $T_1 \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 和矩阵 $Y \in \mathbf{R}^{3n \times 3n}$, 使得如式(14)~(16)所示的 LMI 成立, 则系统稳定。

$$R_1 + \begin{bmatrix} 0 & T_1 \\ * & T_1 \end{bmatrix} > 0 \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} \text{diag}\{R_2+S_4\} & Y \\ Y^T & \text{diag}\{R_2+S_4\} \end{bmatrix} > 0 \quad (15)$$

$$(\mathbf{r}^\perp)^T \Phi(d(k)) (\mathbf{r}^\perp) < 0 \quad (16)$$

式中: $\Phi(d(k)) = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_6$ 。 Φ_1 — Φ_6 及相关变量定义见附录 A。

具体证明如下。通过引入多求和项、增广变量和交叉项构造 L-K 泛函如下:

$$V(k) = V_1(k) + V_2(k) + \dots + V_5(k) \quad (17)$$

对 V_i 作差分运算, 令 $\Delta V_i(k) = V_i(k+1) - V_i(k)$ ($i=1, 2, \dots, 5$), 使用引理 1 的多求和不等式^[22]分别对 $\Delta V_i(k)$ 中的求和项进行差分上限估计, 得到:

$$\Delta V(k) = \sum_{i=1}^5 \Delta V_i(k) \leq \zeta^T(k) \tilde{\Phi}(d(k)) \zeta(k) \quad (18)$$

为减少系统通信次数, 结合式(6)所示的事件触发机制, 得到以下结论:

$$\Delta V(k) \leq \Delta V(k) + \rho x^T(k-d(k)) \Omega x(k-d(k)) - \eta^T(k) \Omega \eta(k) = \zeta^T(k) \Phi(d(k)) \zeta(k) \quad (19)$$

引理 1 及其他变量定义见附录 A。

在原有 L-K 泛函基础上, 引入事件触发控制条件。如果满足 $\Phi(d(k)) < 0$, 则 $\Delta V(k) < 0$, 具有事件触发条件的时滞 LFC 系统稳定。基于 Lyapunov 理论所提出的稳定判据能够保证系统整体的稳定性, 所有模式均能维持稳定, 从而保证了事件触发方案下互联多区域系统的稳定性。在此基础上, 可推导出基于事件触发控制的时滞负荷频率控制器设计判据。

3 事件触发时滞负荷频率控制器设计

本节提出基于事件触发控制的通信与输出反馈控制协同控制方案。对于控制器设计, 引入非线性项导致无法直接求解控制器参数, 故采用变量替换法进行解耦。

为使判据可解, 首先进行如下系统线性变换处理, 将输出矩阵转化为标准形式:

$$x(k+1) = L\tilde{x}(k) \quad (20)$$

式中: $L = [\bar{C}^{-1} \ \bar{C}^{-1}]$, 为非奇异变换阵。通过变换, 将 \bar{C} 转化为标准形式, 得到 $\tilde{C} = \bar{C}L = [I_p \ 0_{p \times (n-p)}]$ 。且有 $\tilde{A} = L^{-1}\bar{A}L$, $\tilde{B} = L^{-1}\bar{B}$, $\tilde{A}_d = -L^{-1}\bar{B}K\bar{C}L = -\tilde{B}K\tilde{C}$, $\tilde{F} = L^{-1}\bar{F}$ 。

定理 2: 对于给定的标量 $\varepsilon, 0 \leq \rho < 1$, 当存在正定矩阵 $\tilde{P} = [\tilde{P}_{ij}] \in \mathbf{R}^{5n \times 5n}$ 、 $\tilde{Q}_1, \tilde{R}_1 \in \mathbf{R}^{2n \times 2n}$ 、 $\tilde{Q}_2, \tilde{R}_2, \tilde{R}_3, \tilde{S}_1-S_4, \tilde{\Omega} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 、对称矩阵 $\tilde{T}_1 \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 、矩阵 $\tilde{Y} \in \mathbf{R}^{3n \times 3n}$ 、 $H \in \mathbf{R}^{2 \times p}$

和非奇异矩阵 $W_1 \in \mathbf{R}^{p \times p}$ 、 $W_2 \in \mathbf{R}^{(n-p) \times (n-p)}$ 、 $W_3 \in \mathbf{R}^{(n-p) \times p}$ 构成的矩阵 $W = \begin{bmatrix} W_1 & 0 \\ W_2 & W_3 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{(n-p) \times p}$, 且满足不等式(21)~(23)时, 具有事件触发条件的系统渐近稳定, 且使得系统稳定的控制器输出反馈增益 $K = HW_1^{-1}$ 。

$$\tilde{R}_1 + \begin{bmatrix} 0 & \tilde{T} \\ * & \tilde{T}_1 \end{bmatrix} > 0 \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} \text{diag}\{\tilde{R}_2+\tilde{S}_4\} & \tilde{Y} \\ \tilde{Y}^T & \text{diag}\{\tilde{R}_2+\tilde{S}_4\} \end{bmatrix} > 0 \quad (22)$$

$$\Phi + Z + Z^T < 0 \quad (23)$$

$$Z = e_1(\tilde{A}-I_n)W e_1^T + e_1[\tilde{B}H \ 0_{n \times (n-p)}]e_3^T - e_1W e_5^T +$$

$$\varepsilon e_5(\tilde{A}-I_n)W e_1^T + \varepsilon e_5[\tilde{B}H \ 0_{n \times (n-p)}]e_3^T - \varepsilon e_5W e_5^T$$

$$e_i = [0_{n \times (i-1)n} \ I_n \ 0_{n \times (13-i)n}]^T \quad i = 1, 2, \dots$$

具体证明如下。利用 Finsler 引理^[23], 对式(23)进行变换可得:

$$\Phi + X\mathbf{r} + \mathbf{r}^T X^T < 0, \quad X = e_1 F + e_5 \varepsilon F \quad (24)$$

用变量替换法对式(24)中 $X\mathbf{r}$ 的展开项中的 $F\tilde{A}_d$ 项控制参数 K, F 进行解耦, 对式(24)左乘矩阵 Γ^T 和右乘矩阵 Γ , 其中 $\Gamma = \text{diag}\{G, \dots, G, I_r\}$, $G = (F^{-1})^T$ 。

$$\Gamma^T X\mathbf{r}\Gamma = e_1(\tilde{A}-I_n)W e_1^T + e_1\tilde{A}_dW e_3^T - e_1W e_5^T +$$

$$\varepsilon e_5(\tilde{A}-I_n)W e_1^T + \varepsilon e_5\tilde{A}_dW e_3^T - \varepsilon e_5W e_5^T \quad (25)$$

$$\Gamma^T \Phi \Gamma = \text{diag}\{G^T, \dots, G^T, I_r\} \Phi \text{diag}\{G, \dots, G, I_r\} \quad (26)$$

式(25)的 $\tilde{A}_d W$ 项中控制参数 K 与 W 仍然存在耦合, 根据 $\tilde{C} = [I_p \ 0_{p \times (n-p)}]$ 可得:

$$\tilde{A}_d W = \tilde{B}K [I_p \ 0_{p \times (n-p)}] \begin{bmatrix} W_1 & 0 \\ W_2 & W_3 \end{bmatrix} = [\tilde{B}H \ 0_{p \times (n-p)}] \quad (27)$$

将式(25)~(27)代入式(24), 即可得式(21)~(23), 定理 2 得证。

4 算例分析

为验证本文所提方法的有效性, 针对图 1 所示的测试系统, 利用 MATLAB / Yalmip 工具箱分别求解基于事件触发控制的 LFC 系统时滞稳定裕度和输出反馈的负荷频率控制器增益。

4.1 时滞 LFC 系统稳定分析

时滞稳定裕度可用来衡量系统对时滞的容忍程度。为验证定理 1 推导的基于事件触发的 LFC 稳定分析判据的有效性, 采用图 1 所示的单区域 LFC 测试系统, 系统参数见附录 B 表 B1, 设置 $T=0.1$ s, $\tau_m = \tau_m$, 然后以一定的步长不断增加 τ_m , 寻找使得系统出现不稳定的临界值即为时滞稳定裕度。根据定理 1 分别求解系统在不同控制参数 K 和事件触发参数 ρ 下的时滞稳定裕度如表 1 所示。

从表 1 中可以看出, 对于相同的控制器参数, 触发参数 ρ 从 0 增加到 0.6 时, 系统允许的时滞上限逐

表1 不同 K 和 ρ 下的时滞稳定裕度
Table 1 Time-delay stability margin under different values of K and ρ

K	时滞稳定裕度 / s				
	$\rho=0$	$\rho=0.05$	$\rho=0.1$	$\rho=0.4$	$\rho=0.6$
[0.1 0.1]	15.9	12.4	11.5	8.6	7.6
[0.1 0.2]	7.7	6.0	5.5	4.0	3.5
[0.1 0.4]	3.6	2.7	2.5	1.7	1.5
[0.4 0.1]	15.1	12.5	10.5	8.0	6.9
[0.4 0.2]	8.5	6.6	6.0	4.4	3.7
[0.4 0.4]	4.0	3.0	2.7	1.8	1.4

渐减小。这是由于触发参数越大,采样数据停留的时间越长,最终导致系统的性能恶化,从而降低了时滞稳定上限。在实际中,采用事件触发控制可以通过适当增大触发参数来降低通信成本,同时保证期望的控制性能。

为对比判据保守性,进一步采用文献[24]和文献[25]所提方法求解在同样的参数设置下的单区域LFC时滞稳定裕度,结果如图3所示。

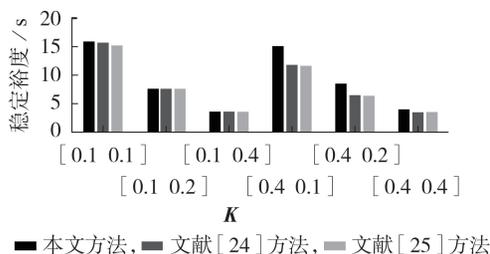


图3 不同方法求得的时滞稳定裕度

Fig.3 Time-delay stability margin obtained by different methods

从图3中可以看出,不同控制器参数对应的时滞稳定裕度不同,当 $K=[0.4 \ 0.1]$ 时,采用本文所提方法求得的时滞稳定裕度相比文献[24]和文献[25]的结果分别提高了27.97%和29.73%。可见,本文所提出的时滞LFC系统稳定分析判据能够求解更大的时滞稳定裕度,具有更低的保守性。

为进一步验证定理1所求解的时滞稳定裕度的准确性,取控制器参数 $K=[0.4 \ 0.4]$,触发参数 $\rho=0$,设系统在1~1.2 s发生0.1 p.u.的负荷扰动,得到LFC系统在不同时滞大小下的频率偏差响应曲线如图4所示,图中 Δf 为标幺值。

图4中,时滞为4 s对应系统不稳定的响应曲线,其他曲线对应系统稳定或临界稳定的响应曲线。从图4中可以看出,当时滞很小,系统在1~1.2 s出现负荷突增时,原动机快速释放动能来补偿负荷变化,频率出现跌落,经过一次调频和二次调频后,频率偏差收敛到0。当时滞增加到3.9 s时,系统出现振荡时间明显增加,时滞继续增加到4 s时,系统会出现发散的不稳定响应情况。时滞会降低系统的动态性能,导致系统不稳定,4 s是单区域LFC系统能允许

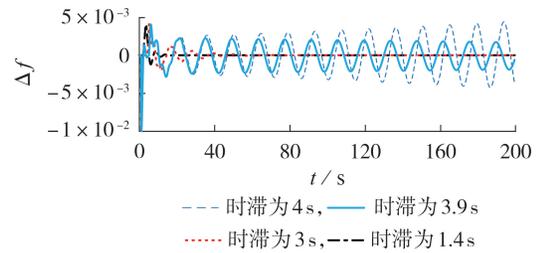


图4 系统频率偏差响应曲线

Fig.4 Response curves of system frequency deviation

的最大时滞,即系统的稳定裕度。而从表1中也可以看出,当 $K=[0.4 \ 0.4]$ 、 $\rho=0$ 时,通过定理1求得的时滞稳定裕度也为4 s。可见,采用定理1能够较为准确地求解系统时滞稳定裕度,具有较低的保守性。

4.2 触发参数对数据传送率的影响

继续设置控制器参数 $K=[0.4 \ 0.4]$,时滞为3.5 s,触发参数 $\rho=0.1$,当满足触发条件时系统进行通信,记为事件“1”,否则记为事件“0”。附录B图B1给出了事件触发结果,图5为释放间隔与触发时间的关系图。可见不同时刻下事件触发的释放间隔不同,且大于等于采样周期。相比周期触发机制,采用事件触发控制减少了数据传输量。

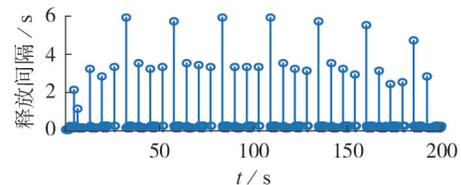


图5 事件触发释放间隔与释放时间的关系

Fig.5 Relationship between release interval and event-triggered release time

数据传输率可以用来衡量事件触发的效率,定义为 $\lambda_k=n_k/n_s$,其中 n_k 和 n_s 分别为事件触发器成功发送和接收到的数据量。事件触发阈值参数决定触发器释放信号的频率,进一步统计得到系统在不同触发参数下,触发次数和数据传送率具体情况如表2所示。从表中可以看出,当触发参数 $\rho=0$ 时,对采样信号不进行筛选,任意的采样信号都通过网络进行传送,此时为周期性触发方式。当 $\rho=0.01, 0.1, 0.4$ 时,触发事件在2000个仿真步长中分别通信了1105、640、554次。可见随着 ρ 的增大,触发次数越来越

表2 不同 ρ 对应的触发次数和数据传送率

Table 2 Number of trigger times and data transferring rate corresponding to different values of ρ

ρ	触发次数	数据传送率 / %
0	2000	100
0.01	1105	55.25
0.1	640	32
0.4	554	27.7

少,相应数据传送率越来越小;采用事件触发控制,可有效降低信号的传输频率。

4.3 时滞 LFC 系统控制器设计

随着电力系统规模的不断扩大,已经形成多区域互联的大型电力系统,通信传输压力进一步增加,系统受时滞影响更加明显。为验证定理 2 所提基于事件触发通信和输出反馈的负荷频率控制器协同设计方案的控制性能,假设不同区域的延迟相等,用一台等效单机模拟多机动态行为,对三区域三机互联系统进行控制器参数设计,系统参数见附录 B 表 B2。

设置系统时滞为 2 s,触发控制参数 $\rho=0.1$,采用定理 2 求解三区域互联 LFC 系统的输出反馈控制增益。为对比验证本文所提控制器设计判据的有效性和优越性,选择三区域频率偏差信号、联络线功率偏差信号与时间乘积之和的绝对值积分性能指标作为目标函数,采用遗传算法 GA(Genetic Algorithm)优化三区域控制器参数,并对比控制效果。设置区域 1 在 1~1.2 s 发生 0.1 p.u. 的负荷扰动,系统时滞为 2 s 时得到的三区域互联系统频率偏差响应曲线、联络线功率偏差响应曲线分别如图 6、7 所示,图中 $\Delta f_i(i=1, 2, 3)$ 和 $\Delta P_{tiei}(i=1, 2, 3)$ 均为标么值。

从图 6、7 中可以看出,系统在 1~1.2 s 负荷突增时,频率出现跌落,经过一次调频和二次调频后,频率偏差收敛到 0。在系统时滞为 2 s 的情况下,三区域频率偏差和联络线功率偏差均能在 60 s 左右恢复

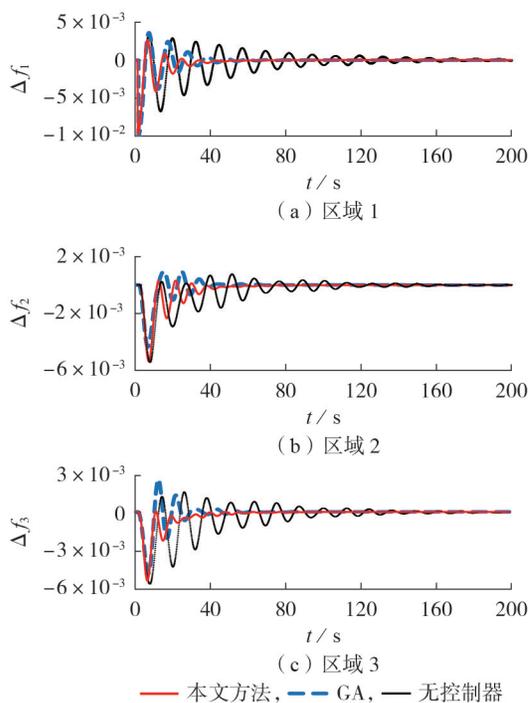


图 6 三区域频率偏差响应曲线
Fig.6 Frequency deviation response curves in three regions

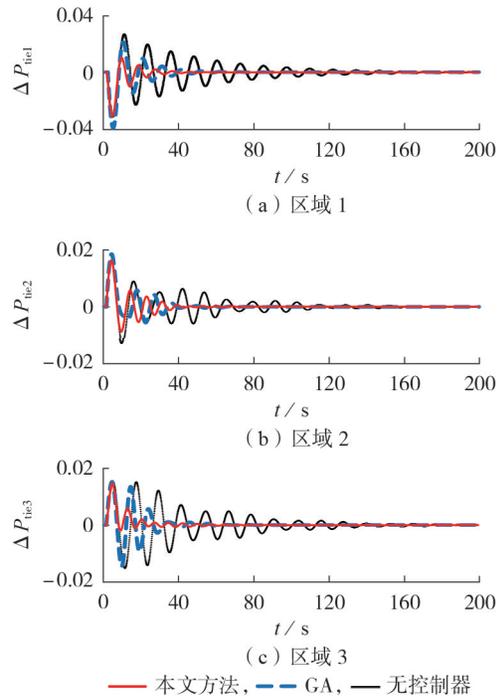


图 7 三区域联络线功率偏差响应曲线
Fig.7 Power deviation response curves of tie line in three areas

稳定。可见,相比于无控制器和采用 GA 的情况,采用本文所提的基于事件触发通信和输出反馈的负荷频率控制器协同设计方案,将控制器设计问题转为 LMI 的可行性问题,直接求解三区域互联 LFC 系统的输出反馈控制增益,避免了优化控制中反复迭代寻优的缺陷。当系统发生扰动后,在时滞环境下能够快速消除三区域互联系统的频率振荡和联络线功率振荡,明显减小系统的振荡次数,使得偏差响应曲线快速收敛到 0,从而保证系统的时滞稳定性。

进一步统计了在 0~50 s 中 500 个采样数据在本文所提定理 2 控制方式下对应的事件触发控制释放间隔与触发时间的关系如图 8 所示。从图中可以看出,采用事件触发控制,在 500 个仿真步长中事件触发了 259 次,数据传输率为 51.8%,相比传统的时间触发控制,资源利用率明显降低。由此可见,采用定理 2 所提基于事件触发通信和输出反馈的负荷频率控制器协同设计方案,在时滞环境下能够保证系统具有良好的控制性能,同时也大幅减少了系统触发通信次数,节省了通信量。

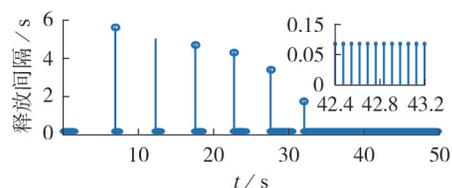


图 8 区域 1 事件触发情况
Fig.8 Event-triggered situation in Area 1

5 结论

本文考虑通信时滞和网络带宽资源受限对互联系统控制性能的影响,建立包含事件触发控制的时滞LFC动态模型。在此基础上,采用多求和不等式,提出了时滞相关LFC系统稳定分析判据,并推导了基于事件触发和输出反馈控制的控制器协同设计方法。通过算例仿真,得到以下结论。

1)提出的时滞相关稳定分析判据定理1可用于判别含事件触发控制的时滞LFC系统的稳定性,在此基础上可得到不同事件触发参数下系统的时滞稳定裕度。当时滞小于稳定裕度时,随着时滞增加,系统发生扰动后频率偏差响应时间增加,但能够保持稳定,当时滞超过稳定裕度时,系统将失稳。

2)综合考虑事件触发条件、控制器增益和通信时滞的共同影响,提出了基于事件触发和输出反馈控制的控制器协同设计方案,实现了LFC系统控制器参数设计。在时滞条件下可有效抑制系统频率和联络线功率振荡,减少振荡次数从而保证良好的控制性能。同时,也显著减少网络传输的通信量,减轻网络负担,为加强电网物理信息融合提供了新思路。

实际LFC系统受时滞不确定性等诸多因素的影响,后续将基于本文方法实现考虑事件触发条件和控制器增益的综合优化设计。

附录见本刊网络版(<http://www.epae.cn>)。

参考文献:

- [1] 文云峰,杨伟峰,林晓煌. 低惯量电力系统频率稳定分析与控制研究综述及展望[J]. 电力自动化设备, 2020, 40(9): 211-222.
WEN Yunfeng, YANG Weifeng, LIN Xiaohuang. Review and prospect of frequency stability analysis and control of low-inertia power systems[J]. Electric Power Automation Equipment, 2020, 40(9): 211-222.
- [2] 李晓萌,贾宏杰,穆云飞,等. 时滞环境下基于电动汽车与电热泵的协调频率控制[J]. 电力自动化设备, 2020, 40(4): 88-95, 110.
LI Xiaomeng, JIA Hongjie, MU Yunfei, et al. Coordinated frequency control based on electric vehicles and heat pumps considering time-delay[J]. Electric Power Automation Equipment, 2020, 40(4): 88-95, 110.
- [3] 陈中,唐浩然,严绍兴,等. 基于时滞灵敏度和多目标优化的广域电力系统稳定器参数设计[J]. 电力自动化设备, 2019, 39(10): 208-214.
CHEN Zhong, TANG Haoran, YAN Shaoxing, et al. Parameter design of wide area power system stabilizer based on time delay sensitivity and multi-objective optimization[J]. Electric Power Automation Equipment, 2019, 39(10): 208-214.
- [4] 古丽扎提·海拉提,王杰. 广义Hamilton多机电力系统的广域时滞阻尼控制[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(34): 6199-6208.
GULIZATI Hailati, WANG Jie. Wide-area time-delay damping control of generalized Hamilton multi-machine power system[J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(34): 6199-6208.
- [5] 聂永辉,张艺川,马彦超,等. 计及时滞影响的电力系统 H_{∞} 阻尼控制[J]. 电力自动化设备, 2018, 38(10): 96-100.

- NIE Yonghui, ZHANG Yichuan, MA Yanchao, et al. H_{∞} damping control of power system with time delay[J]. Electric Power Automation Equipment, 2018, 38(10): 96-100.
- [6] 曹靖洁,董朝宇,肖迁,等. 考虑控制与通信多成分时滞的多端MMC-HVDC信息物理系统统一建模与互联稳定性分析[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(10): 3547-3560.
CAO Jingjie, DONG Chaoyu, XIAO Qian, et al. State modeling and stability analysis of the multi-terminal MMC-HVDC cyber-physical system considering the control and communication delay[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(10): 3547-3560.
- [7] 杨德友,蔡国伟. 含规模化风电场/群的互联电网负荷频率广域分散预测控制[J]. 中国电机工程学报, 2015, 35(3): 583-591.
YANG Deyou, CAI Guowei. Decentralized model predictive control based load frequency control for high wind power penetrated power systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(3): 583-591.
- [8] 丁贵立,林涛,陈汝斯,等. 基于参量Lyapunov理论的广域时滞阻尼控制器设计[J]. 电力自动化设备, 2018, 38(8): 81-87.
DING Guili, LIN Tao, CHEN Rusi, et al. Design of wide-area time-delay damping controller based on parametric Lyapunov theory[J]. Electric Power Automation Equipment, 2018, 38(8): 81-87.
- [9] LUO H C, HISKENS I A, HU Z C. Stability analysis of load frequency control systems with sampling and transmission delay[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2020, 35(5): 3603-3615.
- [10] 肖仲平,张天,唐军,等. 基于PI控制的时滞电力系统稳定性分析[J]. 电网技术, 2020, 44(10): 3949-3954.
XIAO Shenping, ZHANG Tian, TANG Jun, et al. Stability analysis for power systems with time-delay based on PI control[J]. Power System Technology, 2020, 44(10): 3949-3954.
- [11] 熊林云,王杰. 三区延迟电力系统鲁棒负荷频率控制研究[J]. 电网技术, 2018, 42(3): 894-902.
XIONG Linyun, WANG Jie. Study of load frequency control for three-area time-delayed power system[J]. Power System Technology, 2018, 42(3): 894-902.
- [12] PENG C, ZHANG J. Delay-distribution-dependent load frequency control of power systems with probabilistic interval delays[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(4): 3309-3317.
- [13] ZHANG H, LIU J, XU S Y. H-infinity load frequency control of networked power systems via an event-triggered scheme[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67(8): 7104-7113.
- [14] ZHANG X M, HAN Q L, ZHANG B L. An overview and deep investigation on sampled-data-based event-triggered control and filtering for networked systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2017, 13(1): 4-16.
- [15] 孟庆伟,肖尧,陈红州. 基于事件触发的速动一次调频方法与控制策略[J]. 电力自动化设备, 2021, 41(1): 198-205.
MENG Qingwei, XIAO Yao, CHEN Hongzhou. Quick primary frequency regulation method and control strategy based on event trigger[J]. Electric Power Automation Equipment, 2021, 41(1): 198-205.
- [16] 张占强,窦春霞,岳东,等. 考虑通信时延的事件触发电压分布式协同控制[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(17): 5426-5435.
ZHANG Zhanqiang, DOU Chunxia, YUE Dong, et al. Event-triggered voltage distributed cooperative control with communication delay[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(17): 5426-5435.
- [17] 郭伟,赵洪山. 基于事件触发机制的直流微电网多混合储能系

- 统分层协调控制方法[J]. 电工技术学报, 2020, 35(5): 1140-1151.
- GUO Wei, ZHAO Hongshan. Coordinated control method of multiple hybrid energy storage system in DC microgrid based on event-triggered mechanism[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2020, 35(5): 1140-1151.
- [18] 曹永吉, 张恒旭, 张怡, 等. 基于事件驱动的机组快速频率响应控制方法[J]. 电力系统自动化, 2021, 45(19): 148-154.
- CAO Yongji, ZHANG Hengxu, ZHANG Yi, et al. Event-driven fast frequency response control method for generator unit[J]. Automation of Electric Power Systems, 2021, 45(19): 148-154.
- [19] 吴杭飞, 杨晓东, 张有兵, 等. 户用多微网系统的事件驱动型自动需求响应策略[J]. 电力系统自动化, 2020, 44(9): 119-127.
- WU Hangfei, YANG Xiaodong, ZHANG Youbing, et al. Event-driven automatic demand response strategy for residential multi-microgrid system[J]. Automation of Electric Power Systems, 2020, 44(9): 119-127.
- [20] ABDELRAHIM M, POSTOYAN R, DAAFOUZ J. Event-triggered control of nonlinear singularly perturbed systems based only on the slow dynamics[J]. Automatica, 2015, 52: 15-22.
- [21] 刘东明, 杨杨, 王军波, 等. 基于事件触发的互联网负荷频率模型预测输出反馈控制[J]. 电力建设, 2020, 41(2): 108-117.
- LIU Dongming, YANG Yang, WANG Junbo, et al. Event-triggered load frequency model predictive output feedback control of interconnected grid[J]. Electric Power Construction, 2020, 41(2): 108-117.
- [22] NAM P T, TRINH H, PATHIRANA P N. Discrete inequalities based on multiple auxiliary functions and their applications to stability analysis of time-delay systems[J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 352(12): 5810-5831.
- [23] 周坤, 齐淑楠, 黄天民, 等. 含状态和输入时滞的模糊系统的隶属函数依赖的稳定与镇定[J]. 控制与决策, 2019, 34(9): 1819-1830.
- ZHOU Kun, QI Shunan, HUANG Tianmin, et al. Membership-function-dependent stability and stabilization for fuzzy systems with state and input delays[J]. Control and Decision, 2019, 34(9): 1819-1830.
- [24] CHEN J, LU J W, XU S Y. Summation inequality and its application to stability analysis for time-delay systems[J]. IET Control Theory & Applications, 2016, 10(4): 391-395.
- [25] YANG F S, HE J, PAN Q. Further improvement on delay-dependent load frequency control of power systems via truncated B-L inequality[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(5): 5062-5071.

作者简介:



周一辰

周一辰(1990—),女,讲师,博士,主要研究方向为新能源电力系统稳定分析与控制(**E-mail**: zycncepu@163.com);

覃露(1995—),女,硕士研究生,主要研究方向为新能源电力系统稳定分析与控制(**E-mail**: 18871727325@163.com);

李永刚(1967—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为新能源电力系统与电气设备运行及监控(**E-mail**: lygzxm0@163.com)。

(编辑 李玮)

Load frequency control of power system with time-delay based on event-triggered control

ZHOU Yichen¹, QIN Lu¹, LI Yonggang¹, LI Sha¹, SUN Jiahui¹, MA Jing^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Alternate Electrical Power System with Renewable Energy Sources, North China Electric Power University, Baoding 071003, China;

2. School of Electrical and Electronic Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

Abstract: The higher data transmission between regional power grids congests limited communication and computing resources. In order to reduce the communication burden between regional power grids, the LFC (Load Frequency Control) method of power system with time-delay based on event-triggered control is proposed. As for LFC system with communication delay, the time-delay LFC dynamic model based on event-triggered control is established. Furthermore, the Lyapunov stability analysis criterion for time-delay correlation LFC system with event-triggered controller is proposed using multiple summation inequalities. On this basis, the collaborative design scheme of LFC controllers based on event-triggered communication and output feedback is derived to ensure the frequency stability of power system and improve the efficiency of data transmission at the same time. Simulative results show that the proposed method can effectively reduce the frequency of the interconnection system and the power oscillation of tie line, ensure the time-delay stability of system and reduce the redundant transmission of network communication.

Key words: event-triggered control; time-delay load frequency control; multiple summation inequality; Lyapunov stability analysis; output feedback control

附录 A

1) 定理 1 相关变量定义。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Y} &= [\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{I} \quad \mathbf{0}_{n \times n} \quad \bar{\mathbf{A}}_d \quad \mathbf{0}_{n \times n} \quad -\mathbf{I}_n \quad \mathbf{0}_{n \times 7n} \quad \bar{\mathbf{A}}_d] \\
 d_{12} &= d_M - d_m, \quad \mathbf{e}_i = [0_{n \times (i-1)n} \quad \mathbf{I}_n \quad 0_{n \times (13-i)n}]^T \quad i=1,2,\dots, n \\
 \mathbf{\Pi}_1 &= [\mathbf{e}_5 + \mathbf{e}_1 \quad \mathbf{e}_6 + \mathbf{e}_2 \quad (d_m + 1)\mathbf{e}_7 - \mathbf{e}_2 \quad (d(k) - d_m + 1)\mathbf{e}_8 + \\
 &\quad (d_M - d(k) + 1)\mathbf{e}_9 - \mathbf{e}_3 - \mathbf{e}_4 \quad \mathbf{e}_{10} + \frac{1}{d_m + 2}(\mathbf{e}_5 + \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_7)] \\
 \mathbf{\Pi}_2 &= [\mathbf{e}_1 \quad \mathbf{e}_2 \quad (d_m + 1)\mathbf{e}_7 - \mathbf{e}_1 \quad (d(k) - d_m + 1)\mathbf{e}_8 + \\
 &\quad (d_M - d(k) + 1)\mathbf{e}_9 - \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3 \quad \mathbf{e}_{10}] \\
 \boldsymbol{\rho} &= [(d_m + 1)\mathbf{e}_7 - \mathbf{e}_1 \quad \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2] \\
 \boldsymbol{\rho} &= [\sqrt{3}((d_m + 1)\mathbf{e}_7 + \mathbf{e}_1 - 2(d_m + 2)\mathbf{e}_{10}) \quad -\sqrt{3}(\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_7)] \\
 \boldsymbol{\rho}_2 &= [\mathbf{e}_3 - \mathbf{e}_4 \quad \sqrt{3}(\mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_4 - 2\mathbf{e}_9) \quad \sqrt{5}(\mathbf{e}_3 - \mathbf{e}_4 + 6\mathbf{e}_9 - 12\mathbf{e}_{12})] \\
 \boldsymbol{\rho}_3 &= [\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3 \quad \sqrt{3}(\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 - 2\mathbf{e}_8) \quad \sqrt{5}(\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3 + 6\mathbf{e}_8 - 12\mathbf{e}_{11})] \\
 \boldsymbol{\rho}_4 &= [\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 \quad \sqrt{3}(\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_7) \quad \sqrt{5}(\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 + 6\mathbf{e}_7 - 12\mathbf{e}_{10})] \\
 \boldsymbol{\rho}_5 &= [\sqrt{2}(\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_7) \quad 2(\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_7 - 6\mathbf{e}_{10})] \\
 \boldsymbol{\rho}_6 &= [\sqrt{2}(\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_7) \quad 2(\mathbf{e}_2 - 4\mathbf{e}_7 + 6\mathbf{e}_{10})] \\
 \boldsymbol{\rho}_7 &= [\sqrt{2}(\mathbf{e}_3 - \mathbf{e}_9) \quad 2(\mathbf{e}_3 + 2\mathbf{e}_9 - 6\mathbf{e}_{12})] \\
 \boldsymbol{\rho}_8 &= [\sqrt{2}(\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_8) \quad 2(\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_8 - 6\mathbf{e}_{11})] \\
 \boldsymbol{\rho}_9 &= [\sqrt{2}(\mathbf{e}_4 - \mathbf{e}_9) \quad 2(\mathbf{e}_4 - 4\mathbf{e}_9 + 6\mathbf{e}_{12})] \\
 \boldsymbol{\rho}_0 &= [\sqrt{2}(\mathbf{e}_3 - \mathbf{e}_8) \quad 2(\mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_8 + 6\mathbf{e}_{11})] \\
 \boldsymbol{\xi}^T(k) &= [\bar{\mathbf{x}}^T(k) \quad \bar{\mathbf{x}}^T(k - d_m) \quad \bar{\mathbf{x}}^T(k - d(k)) \quad \bar{\mathbf{x}}^T(k - d_M) \\
 &\quad \bar{\mathbf{y}}^T(k) \quad \bar{\mathbf{y}}^T(k - d_m) \quad \boldsymbol{\sigma}_{0,d_m}(k) \quad \boldsymbol{\sigma}_{d_m,d(k)}(k) \quad \boldsymbol{\sigma}_{d(k),d_M}(k) \\
 &\quad \boldsymbol{\sigma}_{0,d_m}(k) \quad \boldsymbol{\sigma}_{d_m,d(k)}(k) \quad \boldsymbol{\sigma}_{d(k),d_M}(k)] \\
 \boldsymbol{\zeta}(k) &= [\mathbf{x}^T(k) \quad \mathbf{x}^T(k - d_m) \quad \sum_{s=k-d_m}^{k-1} \mathbf{x}^T(s) \quad \sum_{s=k-d_M}^{k-d_m-1} \mathbf{x}^T(s) \quad \boldsymbol{\sigma}_{0,d_m}(k)] \\
 \boldsymbol{\zeta}(k) &= \mathbf{\Pi}_2^T \boldsymbol{\xi}(k), \quad \boldsymbol{\zeta}(k+1) = \mathbf{\Pi}_1^T \boldsymbol{\xi}(k) \\
 \boldsymbol{\beta}(k) &= [\mathbf{e}_1 \quad \mathbf{e}_5]^T \boldsymbol{\xi}(k), \quad \boldsymbol{\beta}(k - h_m) = [\mathbf{e}_2 \quad \mathbf{e}_6]^T \boldsymbol{\xi}(k) \\
 \boldsymbol{\Phi}_1 &= \mathbf{\Pi}_1 \mathbf{P} \mathbf{\Pi}_1^T - \mathbf{\Pi}_2 \mathbf{P} \mathbf{\Pi}_2^T \\
 \boldsymbol{\Phi}_2 &= [\mathbf{e}_1 \quad \mathbf{e}_5] \mathbf{Q}_1 [\mathbf{e}_1 \quad \mathbf{e}_5]^T - [\mathbf{e}_2 \quad \mathbf{e}_6] \mathbf{Q}_1 [\mathbf{e}_2 \quad \mathbf{e}_6]^T + \\
 &\quad \mathbf{e}_2 \mathbf{Q}_1 \mathbf{e}_2^T - \mathbf{e}_4 \mathbf{Q}_2 \mathbf{e}_4^T \\
 \boldsymbol{\Phi}_3 &= [\mathbf{e}_1 \quad \mathbf{e}_5] (d_m^2 \mathbf{R}_1) [\mathbf{e}_1 \quad \mathbf{e}_5]^T + \mathbf{e}_1 d_m \mathbf{T}_1 \mathbf{e}_1^T - \mathbf{e}_2 d_m \mathbf{T}_1 \mathbf{e}_2^T - \\
 &\quad \boldsymbol{\rho} \left(\mathbf{R}_1 + \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{T}_1 \\ * & \mathbf{T}_1 \end{bmatrix} \right) \boldsymbol{\rho}_0^T - \boldsymbol{\rho} \left(\mathbf{R}_1 + \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{T}_1 \\ * & \mathbf{T}_1 \end{bmatrix} \right) \boldsymbol{\rho}^T + \\
 &\quad \mathbf{e}_5 (d_{12}^2 \mathbf{R}_2) \mathbf{e}_5^T + d_m^2 \mathbf{e}_5 \mathbf{R}_3 \mathbf{e}_5^T - \boldsymbol{\rho}_4 \text{diag}(\mathbf{R}_3) \boldsymbol{\rho}_4^T \\
 \boldsymbol{\Phi}_4 &= \frac{(d_m + 1)d_m}{2} \mathbf{e}_5 (\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2) \mathbf{e}_5^T - \\
 &\quad (\boldsymbol{\rho}_5 \text{diag}(\mathbf{S}_1) \boldsymbol{\rho}_5^T + \boldsymbol{\rho}_6 \text{diag}(\mathbf{S}_2) \boldsymbol{\rho}_6^T) \\
 \boldsymbol{\Phi}_5 &= \frac{(d_{12} + 1)d_{12}}{2} \mathbf{e}_5 (\mathbf{S}_3 + \mathbf{S}_4) \mathbf{e}_5^T - \boldsymbol{\rho}_7 \text{diag}(\mathbf{S}_3) \boldsymbol{\rho}_7^T - \\
 &\quad \boldsymbol{\rho}_8 \text{diag}(\mathbf{S}_3) \boldsymbol{\rho}_8^T - \boldsymbol{\rho}_9 \text{diag}(\mathbf{S}_4) \boldsymbol{\rho}_9^T - \boldsymbol{\rho}_{10} \text{diag}(\mathbf{S}_4) \boldsymbol{\rho}_{10}^T + \\
 &\quad [\boldsymbol{\rho}_2 \quad \boldsymbol{\rho}_3] \boldsymbol{\Theta} [\boldsymbol{\rho}_2 \quad \boldsymbol{\rho}_3]^T
 \end{aligned}$$

$$\Phi_6 = \rho e_3 \Omega e_3^T - e_{13} \Omega e_{13}^T$$

2) 相关引理及变量定义。

引理 1(多求和不等式): 对于给定的 $n \times n$ 正定矩阵 D , 非负整数 a, b, k 满足 $a+2 < b \leq k$, 向量函数 $x(\cdot) \in \mathbf{R}^n$, 有不等式成立条件。

$$\begin{aligned} \sum_{s=k-b}^{k-a-1} \mathbf{y}^T(s) D \mathbf{y}(s) &\geq \frac{1}{b-a} \sum_{n=0}^2 (2n+1) (\tilde{\Omega}_{a,b}^n)^T D \tilde{\Omega}_{a,b}^n \\ \sum_{s=-b}^{-a-1} \sum_{u=k+s}^{k-a-1} \mathbf{y}^T(u) D \mathbf{y}(u) &\geq 2(\tilde{\Omega}_{a,b}^3)^T D \tilde{\Omega}_{a,b}^3 + 4(\tilde{\Omega}_{a,b}^4)^T D \tilde{\Omega}_{a,b}^4 \\ \sum_{s=-b}^{-a-1} \sum_{u=k-b}^{k+s} \mathbf{y}^T(u) D \mathbf{y}(u) &\geq 2(\tilde{\Omega}_{a,b}^5)^T D \tilde{\Omega}_{a,b}^5 + 4(\tilde{\Omega}_{a,b}^6)^T D \tilde{\Omega}_{a,b}^6 \\ \tilde{\Omega}_{a,b}^0 &= \mathbf{x}(k-a) - \mathbf{x}(k-b) \\ \tilde{\Omega}_{a,b}^1 &= \mathbf{x}(k-a) + \mathbf{x}(k-b) - \frac{2}{b-a+1} \sum_{u=k-b}^{k-a} \mathbf{x}(u) \\ \tilde{\Omega}_{a,b}^2 &= \tilde{\Omega}_{a,b}^0 + \frac{6}{b-a+1} \sum_{u=k-b}^{k-a} \mathbf{x}(u) - \\ &\quad \frac{12}{(b-a+2)(b-a+1)} \sum_{s=-b}^{-a} \sum_{u=k+s}^{k-a} \mathbf{x}(u) \\ \tilde{\Omega}_{a,b}^3 &= \mathbf{x}(k-a) - \frac{2}{b-a+1} \sum_{u=k-b}^{k-a} \mathbf{x}(u) \\ \tilde{\Omega}_{a,b}^4 &= \mathbf{x}(k-a) + \frac{2}{b-a+1} \sum_{u=k-b}^{k-a} \mathbf{x}(u) - \\ &\quad \frac{6}{(b-a+2)(b-a+1)} \sum_{s=-b}^{-a} \sum_{u=k+s}^{k-a} \mathbf{x}(u) \\ \tilde{\Omega}_{a,b}^5 &= \mathbf{x}(k-b) - \frac{1}{b-a+1} \sum_{u=k-b}^{k-a} \mathbf{x}(u) \\ \tilde{\Omega}_{a,b}^6 &= \mathbf{x}(k-b) - \frac{4}{b-a+1} \sum_{u=k-b}^{k-a} \mathbf{x}(u) + \\ &\quad \frac{6}{(b-a+2)(b-a+1)} \sum_{s=-b}^{-a} \sum_{u=k+s}^{k-a} \mathbf{x}(u) \\ V_1(k) &= \zeta(k)^T P \zeta(k) \\ V_2(k) &= \sum_{s=k-d_m}^{k-1} \beta^T(s) Q_1 \beta(s) + \sum_{s=k-d_M}^{k-d_m-1} \mathbf{x}^T(s) Q_2 \mathbf{x}(s) \\ V_3(k) &= d_m \sum_{s=-d_m}^{-1} \sum_{v=k+s}^{k-1} \beta^T(v) R_1 \beta(v) + d_{12} \sum_{s=-d_M}^{d_m-1} \sum_{v=k+s}^{k-1} \mathbf{y}^T(v) R_2 \mathbf{y}(v) + \\ &\quad d_m \sum_{s=-d_m}^{-1} \sum_{v=k+s}^{k-1} \mathbf{y}^T(v) R_3 \mathbf{y}(v) \\ V_4(k) &= \sum_{s=-d_m}^{-1} \sum_{u=s}^{-1} \sum_{v=k+u}^{k-1} \mathbf{y}^T(v) S_1 \mathbf{y}(v) + \sum_{s=-d_m}^{-1} \sum_{u=-d_m}^s \sum_{v=k+u}^{k-1} \mathbf{y}^T(v) S_2 \mathbf{y}(v) \\ V_5(k) &= \sum_{s=-d_M}^{-d_m-1} \sum_{u=s}^{-d_m-1} \sum_{v=k+u}^{k-1} \mathbf{y}^T(v) S_3 \mathbf{y}(v) + \sum_{s=-d_M}^{-d_m-1} \sum_{u=-d_m}^s \sum_{v=k+u}^{k-1} \mathbf{y}^T(v) S_4 \mathbf{y}(v) \\ \Delta V_1(k) &= \zeta^T(k+1) P \zeta(k+1) - \zeta^T(k) P \zeta(k) \\ \Delta V_2(k) &= \xi^T(k) \Phi_2 \xi(k) \\ \Delta V_3 &= \beta^T(k) h_m^2 R_1 \beta(k) - d_m \sum_{u=k-d_m}^{k-1} \beta^T(u) R_1 \beta(u) + \\ &\quad d_{12}^2 \mathbf{y}^T(k) R_2 \mathbf{y}(k) - d_{12} \sum_{u=k-d_M}^{k-d_m-1} \mathbf{y}^T(u) R_2 \mathbf{y}(u) + \\ &\quad d_m^2 \mathbf{y}^T(k) R_3 \mathbf{y}(k) - d_m \sum_{u=k-d_m}^{k-1} \mathbf{y}^T(u) R_3 \mathbf{y}(u) \end{aligned}$$

$$\Delta V_4 = \frac{d_m(1+d_m)}{2} \mathbf{y}^T(k)(S_1 + S_2)\mathbf{y}(k) - \sum_{s=-d_m}^{-1} \sum_{u=k+s}^{k-1} \mathbf{y}^T(u)S_1\mathbf{y}(u) - \sum_{s=-d_m}^{-1} \sum_{u=k-d_m}^{k+s} \mathbf{y}^T(u)S_2\mathbf{y}(u)$$

$$\Delta V_5 = \frac{d_{12}(1+d_{12})}{2} \mathbf{y}^T(k)(S_3 + S_4)\mathbf{y}(k) - \sum_{s=-d_M}^{-d_m-1} \sum_{u=k+s}^{k-d_m-1} \mathbf{y}^T(u)S_3\mathbf{y}(u) - \sum_{s=-d_M}^{-d_m-1} \sum_{u=k-d_M}^{k+s} \mathbf{y}^T(u)S_4\mathbf{y}(u)$$

附录 B

表 B1 单区域 LFC 系统参数

Table B1 Single-zone LFC system parameters

区域	T_i (s)	T_g (s)	R (Hz/p.u.)	D (p.u./Hz)	M (p.u./Hz)	β (p.u./Hz)
1	0.1	0.3	0.05	1	10	21

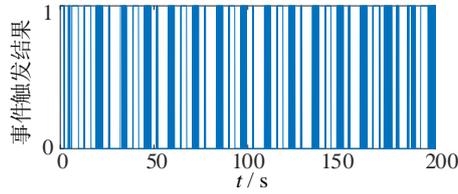


图 B1 事件触发情况($\rho=0.1$)

Fig.B1 Event-triggered situation($\rho=0.1$)

表 B2 三区域 LFC 系统参数

Table B2 Three-zone LFC system parameters

区域	T_i (s)	T_g (s)	R_i (Hz/ p.u.)	D_i (p.u./Hz)	M_i (p.u./Hz)	β_i (p.u./Hz)
1	0.5	0.05	3	0.15	10	0.4833
2	0.5	0.06	2.87	0.12	10	0.4684
3	0.5	0.08	2.92	0.15	10	0.4925

$T_{12}=0.15, T_{23}=0.25, T_{13}=0.12$