

# 基于气网动态精细化建模的区域电-气综合能源系统 机会约束最优能流计算

王敬尧<sup>1</sup>, 王程<sup>1</sup>, 许康平<sup>1</sup>, 毕天姝<sup>1</sup>, 王新刚<sup>2</sup>, 周专<sup>2</sup>

(1. 华北电力大学 新能源电力系统国家重点实验室, 北京 102206; 2. 国网新疆电力有限公司, 新疆 乌鲁木齐 830000)

**摘要:**随着国家能源转型和“双碳”目标的逐步实施,燃气发电在我国电力系统装机中占比不断提高,日益密切的电、气耦合关系使电-气综合能源系统受到更多关注。为此,研究了考虑气网动态精细化建模对含出力不确定的分布式新能源发电的区域电-气综合能源系统运行策略的影响。提出考虑管道气流方向灵活可变的气网动态复频域建模方法,提升了电-气最优能流的计算精度;采用机会约束建立分布式新能源发电不确定性对电网和气网运行影响的模型;算例测试结果表明气网动态精细化模型可有效提升区域电-气综合能源系统对运行不确定性的应对能力。

**关键词:**电-气综合能源系统;气网动态;偏微分方程;风电不确定性;机会约束建模

**中图分类号:**TM744;TK01

**文献标志码:**A

**DOI:**10.16081/j.epae.202208043

## 0 引言

伴随国家能源转型和“双碳”目标的逐步实施<sup>[1]</sup>,排放低、调节能力强、响应快速的燃气发电在我国电力系统装机中占比不断提高。《中国“十四五”电力发展规划研究》指出,要“适度发展燃气发电,有限布局在东中部”,预计“十四五”新增燃气发电装机5400万kW,主要分布在气源有保证、电价承受力较高的东中部地区<sup>[2]</sup>,至2025年燃气发电装机将达到1.52亿kW。

燃气发电在天然气系统和电力系统中分别作为负荷与电源,实现了异质能源系统在物理层面的耦合。对于含分布式发电的区域电-气能源系统,一方面,分布式新能源发电对电力系统引入不确定性,燃气发电将不确定性传递至天然气系统,系统最优能流难以求解;另一方面,电-气综合能源系统相关研究中气网模型以稳态或准稳态为主<sup>[3-4]</sup>,实时调度时气网动态与稳态偏差较大,影响了最优能流的准确性。

在求解最优能流时,不确定性应对方法有鲁棒优化、随机场景优化、分布式鲁棒优化、机会约束建模等。文献[5]通过随机场景优化提出了一种电-气最优能流的求解框架,但对于未选择场景无法保证解的灵活性。文献[6]构建了一种两阶段鲁棒电-气最优能流框架,相比随机场景优化保证了解的灵活性,但是解过于保守。机会约束建模通过选择合适的分布刻画不确定数据,使含随机变量的约束在预设概率下不越限<sup>[7]</sup>,求解相对灵活,本文拟采用机会

约束建模含不确定量的约束。

对于气网动态建模,其难点在于天然气管道动态偏微分方程的求解,为此,国内外学者围绕气网动态轻量化建模方面开展了大量富有成效的工作。文献[8]利用隐式差分法引入时间和空间维度的微元,将天然气管道动态偏微分方程近似为差分代数方程,保证了气网管道动态的准确建模。为了克服有限差分法计算时间过长的缺点,Králik确立了一种复频域天然气管道传递函数建模方法<sup>[9]</sup>,求解速度远超有限差分法。文献[10]完善了复频域建模工作,得到了复频域下的气压-流量线性关系。文献[10-13]基于复频域建模在不同场景下进行改进推广,本质都是对管道动态建立传递函数,结果差异是由不同的假设和参数选取引起的。文献[14]将管道时域动态方程映射到频域,类比电路构建气网管道频域动态模型,进一步地,可通过反傅里叶变换将多频率传递函数叠加建立时频转换关系<sup>[15]</sup>。文献[16]基于文献[15]引入时频转换约束求解了考虑气网动态的优化调度问题。已有气网动态建模方法,无论是有限差分法、复频域法还是频域法,在结果上都大同小异,主要区别在于所取时间步长(有限差分法额外考虑空间步长)不同引起的计算代价差异。但是,已有研究的假设仅考虑恒定的流速基准值,不仅降低了计算精度,而且无法适应配网管道变流向的场景。

对此,本文主要工作如下:提出了管道气流方向灵活可变的气网动态复频域模型,实现了对气网动态的精细化刻画;基于气网动态精细化模型,构建了区域电-气综合能源系统机会约束最优能流模型;设计了电网与气网机会约束等价转化方法及电-气最优能流求解算法;通过仿真算例验证了在电-气最优能流问题中考虑气网动态精细化模型的必要性。

收稿日期:2022-03-17;修回日期:2022-07-11

在线出版日期:2022-08-26

基金项目:国家电网公司总部科技项目(SGXJ0000FCJS2100539)  
Project supported by the Science and Technology Project of State Grid Corporation of China(SGXJ0000FCJS2100539)

## 1 气流方向灵活可变的天然气管道动态模型

天然气管道气压-流速动态可由如下偏微分方程组描述:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\Pi + \rho v^2)}{\partial x} + \rho g_0 \sin \alpha + \frac{\rho v |v|}{2D} f = 0 \quad (2)$$

式中: $\rho$ 为气体密度; $t$ 为时间; $v$ 为气体流速; $x$ 为管道轴向位移; $\Pi$ 为节点压力; $D$ 为管道直径; $f$ 为管道摩擦系数; $g_0$ 为重力加速度; $\alpha$ 为管道倾斜角度。式(1)为连续性方程,表示管道内天然气的质量守恒关系;式(2)为动量方程,表示管道内天然气的受力平衡关系。

同时,管道中的天然气满足如下状态方程:

$$\Pi \rho = Z_0 R_0 T_0 = c^2 \quad (3)$$

式中: $Z_0$ 为气体压缩因子; $R_0$ 为气体常数; $T_0$ 为温度; $c$ 为声音在气网管道中的传播速度。

管道内天然气流量与气体流速满足如下关系:

$$M = \rho v A \quad (4)$$

式中: $M$ 为气网管道流量; $A$ 为管道横截面积。

### 1.1 假设条件

假设1:管道埋在地下,管道周围温度不随时间和空间变化而改变,不考虑天然气能量平衡方程。

假设2:气体流速远小于声速,不大于15 m/s,忽略动量方程中的对流项,具体如式(5)所示。

$$\partial(\rho v^2)/\partial x = 0 \quad (5)$$

假设3:管道气流方向已知,与设定正方向一致,具体如式(6)所示。

$$v |v| = v^2 \quad (6)$$

假设4:对流速平方项利用平均气体流速线性化近似,具体如式(7)所示。

$$v^2 = (v_b + \Delta v)^2 \approx v_b^2 + 2v_b \Delta v = 2v_b v - v_b^2 \quad (7)$$

式中: $v_b$ 为流速的基准值; $\Delta v$ 为气体实际流速与基准值的偏差。

假设5:基于稳态运行点设定流速基准值 $v_b$ ,具体如式(8)所示。

$$v_b = \frac{(M_{in} + M_{out})c^2}{A(\Pi_{in} + \Pi_{out})} \quad (8)$$

式中: $M_{in}$ 、 $M_{out}$ 分别为气网管道的入口流量、出口流量; $\Pi_{in}$ 、 $\Pi_{out}$ 分别为气网管道的入口压力、出口压力。

将式(3)~(5)代入式(1)、(2),得到管道气压-流速的偏微分方程如下:

$$A \frac{\partial \Pi}{\partial t} + c^2 \frac{\partial M}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{1}{A} \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial \Pi}{\partial x} + \frac{\Pi g_0 \sin \alpha}{c^2} + \frac{fM |M| c^2}{2DA^2 \Pi} = 0 \quad (10)$$

### 1.2 流速基准精细化取值

在天然气管道动态模型中,流速基准值 $v_b$ 的选

取对结果精度有较大影响。对于气网动态建模,通常设置每根管道的流速基准值时不变,对建模引入主观因素,且模型不适用于运行工况多变场景。针对多时段运行优化,本节采用一种考虑场景变化的管道流速基准值取值方法。

天然气稳态一般通过Weymouth方程描述,具体如下:

$$M |M| = \left( \frac{\pi}{4} \right)^2 \frac{D^5}{L f Z_0 R_0 T_0} (\Pi_{in}^2 - \Pi_{out}^2) \quad (11)$$

式中: $L$ 为管道长度。

Weymouth方程是偏微分方程稳态条件下的特殊形式,作为初始条件与动态解的稳定值一致。

对于多时段优化调度,管道在每个时段的流速基准值都由管道各时段的入口流量、出口流量、入口压力和出口压力决定,不同时段的流速基准值非恒定。常用的流速基准值设置方法是根据稳态解对每根管道设置一个不变的参考数值,具体如附录A图A1(a)所示,该数值可根据第一时段的稳态解计算得到,也可根据运行经验任意设置,但如此设置的流速基准值往往只对第一时段求解的动态有效(红色虚线对应稳态参考值),在各时段运行状态差异较大的场景下,基于恒定基准值求解动态模型的精度往往不高。

为了设置合适的管道流速基准值以保证模型求解精度,本文基于稳态方程求得稳态解,根据假设5中定义式(8)求解各时段的管道流速基准值。在动态模型的求解过程中,对各时段分别设置管道流速基准值,如附录A图A1(b)所示,以保证各时段动态模型结果的准确性。在稳态方程的求解中,由于方程非线性,故使用分段线性化求解,详见文献[4]。

### 1.3 考虑管道气流方向变化

考虑到管道动态模型的推导基于假设1~5,而假设3认为气流方向与管道正方向相同,导致模型无法刻画气流方向改变的场。然而,若天然气系统中存在2个以上气源或拓扑局部成环(如图1所示),则气流方向可能发生改变,需将上文介绍气流方向固定的天然气管道动态模型拓展至气流方向可变的场景。

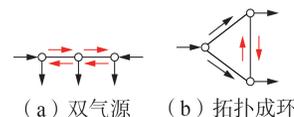


图1 管道气流方向变化示意图

Fig.1 Schematic diagram of changing pipeline gas flow direction

为此,忽略假设3,改写假设4,得到气流方向可变的的一般形式如下:

$$v |v| = (v_b + \Delta v) |v_b + \Delta v| \approx v_b |v| + v |v_b| - v_b |v_b| \quad (12)$$

应用1.2节提出的流速基准精细化选择方法,则流速基准值 $v_b$ 与真实流动速度 $v$ 方向相同,故式(12)可表示为:

$$v|v| \approx 2v|v_b| - v_b|v_b| \quad (13)$$

实际上,管道内气流方向由流速基准值 $v_b$ 的正负体现,而 $v_b$ 相对于参考正方向的正负情况可在初始化过程中求解得到。为此,可在参数表达中将模型表达为更一般的形式,将包含 $v_b$ 的项改为 $|v_b|$ ,包含 $v_b^2$ 的项改为 $v_b|v_b|$ ,管道气流方向由流速基准值的方向表示,即可适用于管道气流方向可变的场景。

#### 1.4 气网动态模型

气网管道复频域传递函数如下<sup>[9-11]</sup>:

$$\begin{bmatrix} \Delta\Pi_{\text{out}}(s) \\ \Delta M_{\text{in}}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{K_1}{1+Ts} & -K_2 \frac{1+T_2s}{1+Ts} \\ \frac{T_1s}{1+Ts} & \frac{1}{1+Ts} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\Pi_{\text{in}}(s) \\ \Delta M_{\text{out}}(s) \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$K_1 = e^\psi \quad (15)$$

$$K_2 = e^{\frac{\psi}{2}} \frac{fL|v_b|}{DA} \left(1 + \frac{1}{24} \psi^2\right) \quad (16)$$

$$T = e^{\frac{\psi}{2}} \frac{fL^2|v_b|}{2Dc^2} \left(1 - \frac{1}{6} \psi + \frac{1}{24} \psi^2\right) \quad (17)$$

$$T_1 = e^{\frac{\psi}{2}} \frac{AL}{c^2} \left(1 + \frac{1}{24} \psi^2\right) \quad (18)$$

$$T_2 = \frac{D}{f|v_b|} + \frac{1}{6} \left( \frac{fL^2|v_b|}{Dc^2} \frac{1}{1 + \frac{\psi^2}{24}} \right) \quad (19)$$

$$\psi = \frac{fLv_b|v_b|}{2Dc^2} - \frac{g_0L \sin \alpha}{c^2} \quad (20)$$

式中: $\Delta\Pi_{\text{out}}(s)$ 、 $\Delta M_{\text{in}}(s)$ 、 $\Delta\Pi_{\text{in}}(s)$ 、 $\Delta M_{\text{out}}(s)$ 分别为气网管道出口压力、入口流量、入口压力、出口流量的变化量;当管道参数已知时, $K_1$ 、 $K_2$ 、 $T$ 、 $T_1$ 、 $T_2$ 为常数。

将复频域传递函数利用拉普拉斯反变换到时域<sup>[11]</sup>,压力、流量的时域边界条件如下:

$$\Delta\Pi_{\text{in}}(t) = \Delta\Pi_{\text{in}}(kT_s) \quad kT_s \leq t \leq (k+1)T_s \quad (21)$$

$$\Delta M_{\text{out}}(t) = \Delta M_{\text{out}}(kT_s) \quad kT_s \leq t \leq (k+1)T_s \quad (22)$$

式中: $T_s$ 为采样时间间隔; $k$ 为时间序列索引。

应用卷积定理求拉普拉斯逆,对于第 $N$ 采样时间间隔的气网管道出口压力、入口流量,满足:

$$\begin{aligned} \Delta\Pi_{\text{out}}(NT_s) = & \sum_{i=1}^N K_1 e^{-(N-i)T_s/T} (1 - e^{-T_s/T}) \Delta\Pi_{\text{in}}(iT_s) + \\ & \sum_{i=1}^N -K_2 e^{-(N-i)T_s/T} (1 - e^{-T_s/T}) \Delta M_{\text{out}}(iT_s) - \\ & \left[ \frac{-K_2 T_2}{T} (1 - e^{-T_s/T}) \sum_{i=1}^N e^{-(N-i)T_s/T} \Delta M_{\text{out}}(iT_s) + \right. \\ & \left. \frac{K_2 T_2}{T} \Delta M_{\text{out}}(NT_s) \right] \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \Delta M_{\text{in}}(NT_s) = & \left[ -\frac{T_1}{T} (1 - e^{-T_s/T}) \sum_{i=1}^N e^{-(N-i)T_s/T} \Delta\Pi_{\text{in}}(iT_s) + \right. \\ & \left. \frac{T_1}{T} \Delta\Pi_{\text{in}}(NT_s) \right] + \sum_{i=1}^N e^{-(N-i)T_s/T} (1 - e^{-T_s/T}) \Delta M_{\text{out}}(iT_s) \end{aligned} \quad (24)$$

简化形式表示为:

$$\begin{bmatrix} \Delta\Pi_{\text{out}}(NT_s) \\ \Delta M_{\text{in}}(NT_s) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} A_s^i & B_s^i \\ C_s^i & D_s^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\Pi_{\text{in}}(iT_s) \\ \Delta M_{\text{out}}(iT_s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & B_s^0 \\ C_s^0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\Pi_{\text{in}}(NT_s) \\ \Delta M_{\text{out}}(NT_s) \end{bmatrix} \quad (25)$$

式中:当管道参数已知时, $A_s^i$ 、 $B_s^i$ 、 $C_s^i$ 、 $D_s^i$ 、 $B_s^0$ 、 $C_s^0$ 为常数,管道压力和流量满足由复频域推导得到的时域线性关系。在动态模型应用中,管道实际动态变化可由稳态解叠加变化量得到。

## 2 电-气综合能源系统最优能流模型

本节以区域电-气综合能源系统为对象,构建电-气综合能源系统最优能流模型。

### 2.1 目标函数

电-气综合能源系统以最小化系统运行总成本为目标,目标函数 $O$ 如式(26)所示。

$$O = \min \sum_t \left( \sum_h C_h P_{h,t} + \sum_u C_u (P_{u,t}) + \sum_z C_z M_{z,t} \right) \quad (26)$$

式中: $h$ 为变电站索引; $u$ 为柴油发电机索引; $z$ 为气源索引; $C_h$ 为变电站有功输出成本; $P_{h,t}$ 为变电站输出的有功功率; $C_u(\cdot)$ 为关于柴油发电机成本的二次函数; $P_{u,t}$ 为柴油发电机的有功出力; $C_z$ 为气源成本; $M_{z,t}$ 为气源的出气量。

### 2.2 配电网模型

配电网支路潮流模型的示意图如图2所示。

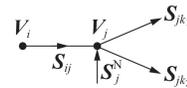


图2 支路潮流模型示意图

Fig.2 Schematic diagram of branch power flow model

#### 1) 支路潮流模型。

$$P_{ij,t} - r_{ij} I_{ij,t} + P_{j,t}^N = \sum_{k \in c(j)} P_{jk,t} \quad \forall ij, \forall t \quad (27)$$

$$Q_{ij,t} - x_{ij} I_{ij,t} + Q_{j,t}^N = \sum_{k \in c(j)} Q_{jk,t} \quad \forall ij, \forall t \quad (28)$$

$$V_{j,t} = V_{i,t} - 2(P_{ij,t} r_{ij} + Q_{ij,t} x_{ij}) + (r_{ij}^2 + x_{ij}^2) I_{ij,t} \quad \forall ij, \forall t \quad (29)$$

$$V_{i,t} I_{ij,t} = P_{ij,t}^2 + Q_{ij,t}^2 \quad \forall ij, \forall t \quad (30)$$

式中: $i$ 、 $j$ 为电节点索引; $P_{ij,t}$ 、 $Q_{ij,t}$ 分别为流过支路 $ij$ 的有功功率、无功功率; $r_{ij}$ 、 $x_{ij}$ 分别为支路 $ij$ 的电阻、电抗; $P_{j,t}^N$ 、 $Q_{j,t}^N$ 分别为注入节点 $j$ 的有功、无功功率; $c(j)$ 为与节点 $j$ 相连的节点集合; $V_{i,t}$ 为节点 $i$ 电压的平方; $I_{ij,t}$ 为流过支路 $ij$ 电流的平方。

对式(30)所示的非线性非凸方程作凸松弛处

理<sup>[17]</sup>,得到式(31)并替换式(30),使得构建的模型可被商业求解器高效求解。

$$(V_{i,t} + I_{ij,t})^2 \geq (2P_{ij,t})^2 + (2Q_{ij,t})^2 + (V_{i,t} - I_{ij,t})^2 \quad (31)$$

2)节点功率平衡模型。

$$P_{j,t}^N = \sum_{h \in \Phi_h(j)} P_{h,t} + \sum_{g \in \Phi_g(j)} P_{g,t} + \sum_{u \in \Phi_u(j)} P_{u,t} + \sum_{w \in \Phi_w(j)} \bar{P}_{w,t} - \sum_{d \in \Phi_d(j)} P_{d,t} \quad \forall j, \forall t \quad (32)$$

$$Q_{j,t}^N = \sum_{h \in \Phi_h(j)} Q_{h,t} + \sum_{g \in \Phi_g(j)} Q_{g,t} + \sum_{u \in \Phi_u(j)} Q_{u,t} - \sum_{d \in \Phi_d(j)} Q_{d,t} \quad \forall j, \forall t \quad (33)$$

式中: $g$ 、 $w$ 、 $d$ 分别为燃气发电机、风机、电负荷索引; $\Phi_h(j)$ 、 $\Phi_g(j)$ 、 $\Phi_u(j)$ 、 $\Phi_w(j)$ 、 $\Phi_d(j)$ 分别为与节点 $j$ 相连的变电站、燃气发电机、柴油发电机、风机、电负荷集合; $Q_{h,t}$ 为变电站输出的无功功率; $P_{g,t}$ 、 $Q_{g,t}$ 分别为燃气发电机的有功、无功出力; $Q_{u,t}$ 为柴油发电机的无功出力; $\bar{P}_{w,t}$ 为风电的预测出力; $P_{d,t}$ 、 $Q_{d,t}$ 分别为电负荷的有功、无功消耗。

3)配电网状态量上下限约束。

$$V_i^{\min} \leq V_{i,t} \leq V_i^{\max} \quad \forall i, \forall t \quad (34)$$

$$0 \leq I_{ij,t} \leq I_{ij}^{\max} \quad \forall ij, \forall t \quad (35)$$

$$P_X^{\min} \leq P_{X,t} \leq P_X^{\max} \quad X=\{h, g, u\}, \forall h, \forall g, \forall u, \forall t \quad (36)$$

$$Q_X^{\min} \leq Q_{X,t} \leq Q_X^{\max} \quad X=\{h, g, u\}, \forall h, \forall g, \forall u, \forall t \quad (37)$$

式中: $V_i^{\max}$ 、 $V_i^{\min}$ 分别为节点 $i$ 电压的平方上、下限; $I_{ij}^{\max}$ 为流过支路 $ij$ 的电流平方上限; $P_X^{\max}$ 、 $P_X^{\min}$ 分别为变电站/发电机输出的有功功率上、下限; $Q_X^{\max}$ 、 $Q_X^{\min}$ 分别为变电站/发电机输出无功功率上、下限。

### 2.3 配气网模型

1)气网管道气压-流量模型:采用气网动态复频域模型,即式(25)。

2)节点流量平衡模型。

$$\sum_{z \in \Phi_z(n)} M_{z,t} + \sum_{m \in c(n)} M_{mn,t} + \sum_{s \in \Phi_s(n)} (m_{s,t}^+ - m_{s,t}^-) = \sum_{m \in c(n)} M_{nm,t} + \sum_{g \in \Phi_g(n)} M_{g,t} + \sum_{q \in \Phi_q(n)} M_{q,t} \quad \forall t \quad (38)$$

式中: $m$ 、 $n$ 为气节点索引; $s$ 、 $q$ 分别为储气罐、气负荷索引; $c(n)$ 为与节点 $n$ 相连的节点集合; $\Phi_z(n)$ 、 $\Phi_s(n)$ 、 $\Phi_g(n)$ 、 $\Phi_q(n)$ 分别为与节点 $n$ 相连的气源、储气罐、燃气发电机、气负荷集合; $M_{mn,t}$ 为从节点 $m$ 流向节点 $n$ 的管道流量; $m_{s,t}^+$ 、 $m_{s,t}^-$ 分别为储气罐的进气量、出气量; $M_{g,t}$ 为燃气发电机的耗气量; $M_{q,t}$ 为气负荷的耗气量。

3)配气网状态量上下限约束。

$$M_z^{\min} \leq M_{z,t} \leq M_z^{\max} \quad \forall z, \forall t \quad (39)$$

$$\Pi_n^{\min} \leq \Pi_{n,t} \leq \Pi_n^{\max} \quad \forall n, \forall t \quad (40)$$

式中: $M_z^{\max}$ 、 $M_z^{\min}$ 分别为气源的出气量上、下限; $\Pi_n^{\max}$ 、 $\Pi_n^{\min}$ 分别为节点的压力上、下限。

4)储气罐约束。

$$M_s^{\min} \leq M_{s,t} = M_{s,t-1} + m_{s,t}^+ - m_{s,t}^- \leq M_s^{\max} \quad \forall s, \forall t \quad (41)$$

$$0 \leq m_{s,t}^+ \leq M_s^+, 0 \leq m_{s,t}^- \leq M_s^- \quad \forall s, \forall t \quad (42)$$

式中: $M_s^{\max}$ 、 $M_s^{\min}$ 分别为储气罐容量上、下限; $M_{s,t}$ 为储气罐的储气量; $M_s^+$ 、 $M_s^-$ 分别为储气罐进气量、出气量上限。

5)燃气发电机耗气量模型。

$$M_{g,t} = a'_g P_{g,t} \quad \forall g, \forall t \quad (43)$$

式中: $a'_g$ 为燃气发电机的耗气系数。

## 3 含机会约束的电-气最优能流模型

### 3.1 机会约束建模

考虑风电实际出力时,实际出力与预测出力的偏差为随机变量,具有不确定性。

$$\Delta \tilde{P}_{w,t} = \hat{P}_{w,t} - \bar{P}_{w,t} \quad \forall w, \forall t \quad (44)$$

式中: $\hat{P}_{w,t}$ 为风电实际出力; $\Delta \tilde{P}_{w,t}$ 为风电实际出力与预测出力的偏差量。

利用线性仿射规则<sup>[18]</sup>,由燃气发电机、柴油发电机提供备用应对风电所引入的不确定性,满足如下关系:

$$0 \leq r_{X,t}^+ \leq P_X^{\max} - P_{X,t} \quad X=\{g, u\}, \forall g, \forall u, \forall t \quad (45)$$

$$0 \leq r_{X,t}^- \leq P_{X,t} - P_X^{\min} \quad X=\{g, u\}, \forall g, \forall u, \forall t \quad (46)$$

式中: $r_{X,t}^+$ 、 $r_{X,t}^-$ 分别为发电机正、负备用。

燃气发电、柴油发电的机会约束如下:

$$P_r \left( -\alpha_{X,t} \sum_w \Delta \tilde{P}_{w,t} \leq r_{X,t}^+ \right) \geq 1 - \varepsilon \quad X=\{g, u\}, \forall g, \forall u, \forall t \quad (47)$$

$$P_r \left( \alpha_{X,t} \sum_w \Delta \tilde{P}_{w,t} \leq r_{X,t}^- \right) \geq 1 - \varepsilon \quad X=\{g, u\}, \forall g, \forall u, \forall t \quad (48)$$

式中: $P_r(\cdot)$ 为约束满足概率; $\varepsilon$ 为机会约束预设违背概率; $\alpha_{X,t}$ 为发电机仿射分配系数。该模型忽略网损影响,对于网损较大的场景,需额外计算最大网损增量按仿射系数分配给发电机以应对最坏场景。

不确定性通过燃气发电机由电网引入气网,燃气发电产生耗气不确定量为:

$$\Delta \tilde{M}_{s,t} = \Delta \tilde{M}_{g,t} = -a'_g \alpha_{g,t} \sum_w \Delta \tilde{P}_{w,t} \quad s \in \Phi_s(g), \forall g, \forall t \quad (49)$$

式中: $\Delta \tilde{M}_{g,t}$ 为燃气发电实际耗气与预测耗气的偏差量; $\Delta \tilde{M}_{s,t}$ 为储气罐应对 $\Delta \tilde{M}_{g,t}$ 的变化量; $\Phi_s(g)$ 为与燃气发电机 $g$ 相连的储气罐集合。

耗气不确定性由燃气发电相连气网节点处储气罐应对,满足如下关系:

$$0 \leq r_{s,t}^+ \leq M_s^+ - m_{s,t}^+ \quad \forall s, \forall t \quad (50)$$

$$0 \leq r_{s,t}^- \leq M_s^- - m_{s,t}^- \quad \forall s, \forall t \quad (51)$$

$$M_{s,t} + \sum_{\tau=1}^t r_{s,\tau}^+ \leq M_s^{\max} \quad \forall s, \forall t \quad (52)$$

$$M_s^{\min} \leq M_{s,t} - \sum_{\tau=1}^t r_{s,\tau}^- \quad \forall s, \forall t \quad (53)$$

式中： $r_{s,t}^+$ 、 $r_{s,t}^-$ 分别为储气罐提供的正、负备用。

储气罐机会约束如下：

$$P_r(\Delta\tilde{M}_{s,t} \leq r_{s,t}^-) \geq 1 - \varepsilon \quad \forall s, \forall t \quad (54)$$

$$P_r(\Delta\tilde{M}_{s,t} \geq -r_{s,t}^+) \geq 1 - \varepsilon \quad \forall s, \forall t \quad (55)$$

考虑柴油发电机的备用成本,电-气综合能源系统机会约束最优能流目标函数 $O'$ 如下：

$$O' = O + \min \sum_i \left[ \sum_u C'_u (r_{u,t}^+ + r_{u,t}^-) \right] \quad (56)$$

式中： $C'_u$ 为柴油发电机备用成本。

### 3.2 机会约束等价转化

机会约束通过选择合适的分布拟合不确定数据以保证建模准确性,相较于高斯分布、伽马分布等单分布,多分布叠加的混合分布具有更好的拟合效果。本文采用高斯混合模型(Gaussian mixture model, GMM)拟合不确定量,表示为：

$$F_{\text{GMM}}(X) = \sum_{i=1}^I \pi_i N_i(\boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i), \quad \sum_{i=1}^I \pi_i = 1 \quad (57)$$

式中： $X$ 为不确定数据； $I$ 为GMM的总成分数； $i$ 为GMM成分的索引； $\pi_i$ 为第 $i$ 个成分的权重； $N_i(\boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)$ 表示均值为 $\boldsymbol{\mu}_i$ 、协方差为 $\boldsymbol{\Sigma}_i$ 的多变量高斯分布。

机会约束紧凑形式如下：

$$P_r(\mathbf{a}^T \mathbf{x} + \mathbf{b}^T \boldsymbol{\xi} \leq e) \geq 1 - \varepsilon \quad (58)$$

式中： $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{b}$ 、 $e$ 为常数； $\mathbf{x}$ 为决策变量； $\boldsymbol{\xi}$ 为随机变量。

机会约束求解形式如下<sup>[19]</sup>：

$$e - \mathbf{a}^T \mathbf{x} \geq G_{b^T \boldsymbol{\xi}}^{-1}(1 - \varepsilon) \quad (59)$$

$$G_{b^T \boldsymbol{\xi}}(y) = \sum_{i=1}^I \pi_i G_N \left( \frac{y - \mathbf{b}^T \boldsymbol{\mu}_i}{\sqrt{\mathbf{b}^T \boldsymbol{\Sigma}_i \mathbf{b}}} \right) \quad (60)$$

式中： $G_{b^T \boldsymbol{\xi}}^{-1}(1 - \varepsilon)$ 为 $\mathbf{b}^T \boldsymbol{\xi}$ 在违背概率 $\varepsilon$ 的分位点； $G_{b^T \boldsymbol{\xi}}(y)$ 为随机变量 $\mathbf{b}^T \boldsymbol{\xi}$ 在分位点 $y$ 的累积分布函数； $G_N(\cdot)$ 为标准高斯分布的累积分布函数。

### 3.3 基于机会约束的电-气最优能流模型

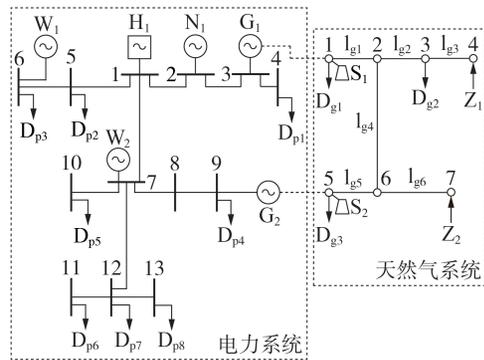
本文目标函数为式(56),约束条件为式(25)、(27)–(29)、(31)–(43)、(45)–(48)、(50)–(55)。

本文模型整体求解流程如附录A图A2所示。模型求解分含稳态机会约束能流计算的初始化过程与含动态模型的机会约束能流求解两部分,与稳态求解方法相比,动态机会约束能流计算仅需将稳态模型式(11)替换为动态线性约束式(25)。首先利用分段线性化求解含稳态模型的机会约束能流得到稳态解和流速基准值 $v_b$ 作为初始化解,模型数学形式为混合整数二阶锥规划(mixed-integer second-order cone programming, MISOCP);然后,使用管道第一个时段 $v_b$ 的方向作为管道参考正方向,根据设置的管道参考方向判断初始化所得各时段 $v_b$ 的正负;最后,基于初始化结果求解基于气网动态精细化建模的电-气综合能源系统机会约束能流模型,机会约束可

通过转换得到线性形式,动态模型约束为逆拉普拉斯变换得到的时域线性形式,凸松弛约束式(31)为求解器可解的二阶锥形式,模型的数学形式为二阶锥规划(second-order cone programming, SOCP)。

## 4 仿真分析

本文测试系统拓扑如图3所示,电力系统为中压配电网(10 kV),天然气系统为中压配气网(0.1~0.4 MPa),系统参数详见文献[20]。测试系统包含1座变电站、1台柴油发电机、2台风机、2个气源、2个储气罐,电力系统和天然气系统通过2台燃气发电机相连。气源给定压力0.4 MPa,天然气管道长度最大为8 km,天然气动态响应时间范围是5~10 min。决策时间间隔取5 min,总时间为1 h。计算机配置为Intel Core i5 4 GB RAM,仿真平台为MATLAB R2016b调用YALMIP工具包编码,优化求解器为GUROBI。



H—变电站;N—柴油发电机;G—燃气发电机  
D<sub>p</sub>—电负荷;W—风机;Z—气源;S—储气罐  
l<sub>g</sub>—管道;D<sub>g</sub>—气负荷

图3 测试系统拓扑

Fig.3 Topology of test system

### 4.1 气流方向可变的气网动态复频域模型有效性验证

不考虑风电出力及其不确定性的影响,比较管道气流方向灵活可变的气网动态复频域模型与已有模型的差异。

以节点5压力为例说明流速基准精细化取值对结果的影响,如图4所示。由图可知,当流速基准值以第一时段稳态下流速为参考保持恒定时,后续时段的流速偏离基准值越大,压力的计算偏差越大。在40 min时,第8个时段的稳态流速偏离基准值1.53 m/s,导致运行点处的压力在未达到稳态时存在 $4.8 \times 10^3$  Pa的差异,达到稳态时将存在更大的偏差。该偏差相对中压配气网0.4 MPa的气压等级仅占1.2%,但在气网为电网提供天然气支持的压力调节过程中不可忽略,更准确的动态建模能为气网提供额外的运行灵活性,且在流速偏差大的场景下压

力计算偏差也会增大,所以考虑流速基准精细化取值能有效提高动态方法的建模精度。

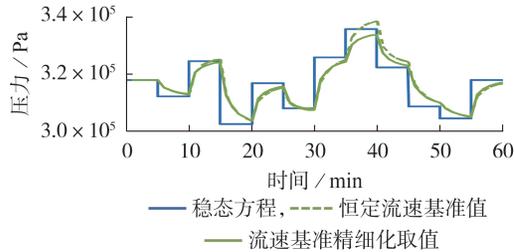


图4 流速基准精细化取值对压力的影响

Fig.4 Influence of determining accurate reference flow rate on pressure

流速基准精细化取值不仅能提高动态建模精度,更为考虑管道气流方向可变场景提供了参考方向。在仿真测试中,将管道 $l_{g4}$ 的参考方向取反,使管道 $l_{g4}$ 的天然气处于负向流动状态,将气流方向可变的气网动态复频域建模结果(本文所提方法)与不考虑气流方向变化的频域法建模结果进行比较,测试结果仅以管道 $l_{g3}$ — $l_{g5}$ 的入口流量为典型进行展示,如附录A图A3所示。

图A3(a)中,管道气流方向与参考方向一致,且在多时段场景中管道气流方向未改变,得到的管道入口流量始终为正,所提方法和频域法的曲线最终稳定于稳态参考结果,两者流量曲线偏差不大。图A3(b)中,将管道 $l_{g4}$ 的参考方向取反,管道 $l_{g4}$ 内的气流方向相较参考方向为负,所提方法能够考虑管道天然气反向流动的场景,得到的结果与图A3(a)一致,而频域法仅限气流方向与参考方向一致的场景,相较参考方向的反向流动使动量方程的阻力项变为助力项,违背了实际物理规律,导致计算结果出现偏差。图A3(b)中,仅将管道 $l_{g4}$ 实际为负的入口流量(紫色曲线)去除符号保留数值,以用于与图A3(a)进行比较。比较图A3(a)和图A3(b)所示的结果发现:所提方法因兼容了气流方向变化,在管道参考方向改变后其结果能够与原曲线一致,且可通过负号表明天然气相对于参考方向的反向流动状态(图A3(b)中管道 $l_{g4}$ 的结果去除了负号);频域法无法考虑气流方向的变化,管道 $l_{g4}$ 考虑负参考方向的计算结果与真实解存在较大偏差,管道 $l_{g3}$ 的管道流量也受到影响,管道 $l_{g5}$ 因燃气需求和气负荷需求不变,流量不受影响。

#### 4.2 基于气网动态精细化建模的机会约束最优能流

以风机 $W_1$ 第一时段不确定量拟合效果为例,风电不确定量拟合效果如图5所示。相较于高斯分布和GMM-2(即含两成分的GMM),GMM通过合适成分的高斯分布组合保证拟合准确度,且能应对多风机不确定量的相关性,利用gmdistribution.fit函数给

定随机向量实现。参考分布形状由训练集直方图绘制以作参考,说明GMM具有更好的拟合效果,保证机会约束建模的准确性。

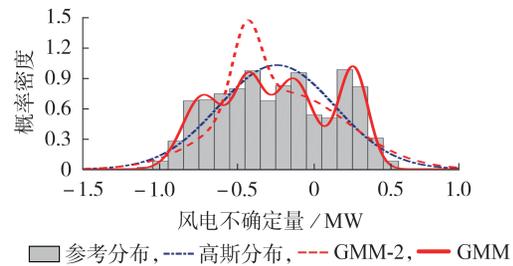


图5 风电不确定量拟合效果

Fig.5 Fitting effect of wind power uncertainty

在机会约束建模中,实际违背概率与预设值存在偏差,偏差将随训练集样本典型性的增强而减小。对于基于气网动态精细化建模的机会约束最优能流计算,机会约束平均违背概率如表1所示。采用GMM拟合的机会约束平均违背概率在预设值为10%、5%、1%时均能保证相近的结果,明显优于高斯分布和GMM-2,保证了机会约束建模的准确性,反映了GMM拟合的精确性。不确定性影响下稳态测试与动态测试的不确定性训练集相同,所得机会约束违背概率相同。

表1 机会约束平均违背概率

Table 1 Mean violation probability of chance constraints

预设值 / %	违背概率 / %		
	高斯分布	GMM-2	GMM
10	20.32	17.35	11.88
5	15.68	6.77	6.74
1	1.67	0	1.32

电力系统、天然气系统由调度员统一调度,分析考虑气网动态精细化建模分别对电网、气网运行的影响。对于给定的气源压力和气负荷,气网状态(压力、流量)唯一。当气源压力恒定时,基于气网动态精细化建模的机会约束能流运行优化空间有限,运行点仅通过燃气发电机耗气量的改变影响气网状态,气源限压与不限压时的目标函数(成本)如表2所示。不难发现:给定气源压力(0.4 MPa)时稳态与动态测试结果偏差不大,电网成本仅变化56.6元,电网所受影响较小;当不考虑给定气源压力后,机会约束能流的运行优化空间更加灵活,与给定气源压力的稳态结果相比,电网运行成本变化不大,气网成本下降明显;特别地,不给定气源压力时,考虑动态的气网成本相较于稳态减少了8131.1元,电网成本因燃气供应达到需求边界与限压动态时相同。天然气系统气压约束会限制燃气供应,从而限制电力系统燃气发电调节能力,甚至导致电力系统切负荷。当气负荷供应紧张时,考虑气网动态可提供更灵活的

运行优化空间,提高燃气的稳定供应力,保障电网的安全稳定运行。

表2 目标函数结果比较

Table 2 Comparison of objective function results

成本	限压稳态	限压动态	不限压稳态	不限压动态
电网成本	23 621.3	23 677.9	23 440.0	23 677.9
气网成本	29 482.9	28 848.8	28 377.8	20 246.7
电-气成本	53 104.2	52 526.7	51 817.8	43 924.6

比较稳态方法(采用Weymouth方程)、所提方法、频域法、有限差分法的计算性能,如表3所示。由表可知:有限差分法由于时间、空间分段更多而消耗最长的时间;所提方法的初始化需参考稳态结果,也可根据已有经验、数据设置参考值,动态计算比稳态计算时间短,具有较好的适用性;频域法计算时间受时间步长决定的频域成分影响,计算代价略高于所提方法,当仅考虑有效频域成分舍弃高频成分时,计算代价可进一步降低。

表3 计算性能比较

Table 3 Comparison of calculating performance

性能	稳态方法	所提方法	频域法	有限差分法
时间步长 / min	5	1	1	1/6
计算时间 / s	10.02	6.92	13.52	22.50

## 5 结论

本文研究了基于气网动态精细化建模的区域电-气综合能源系统机会约束最优能流问题。首先,提出了管道气流方向灵活可变的气网动态复频域模型,相较于气网动态已有建模方法,一方面改进了求解最优能流的计算精度,另一方面使模型能适应管道气流方向改变的场。然后,利用机会约束建立风电不确定性模型,研究了考虑气网动态对于机会约束最优能流的影响:①对于给定气源压力的场景,区域电-气综合能源系统运行优化空间受限,仅通过燃气发电机发电量/耗气量影响电网/气网运行状态,气网供气成本节省较少;②对于不给定气源压力的场景,气网运行优化空间更加灵活,考虑气网动态使气网供气成本降低,提供了更多供气裕度。算例结果表明,相较于稳态计算,考虑动态使气网短时间响应的计算精度提高,为气网提供了更灵活的调度空间,在气网局部阻塞、天然气供不应求等无法保证燃气发电机稳定供气的场景下,基于气网动态精细化建模的供气方案可提高天然气的供气上限,更有效地保障燃气发电机耗气需求,支撑电网的安全稳定运行。

附录见本刊网络版(<http://www.epae.cn>)。

## 参考文献:

[1] 陈胜,卫志农,顾伟,等. 碳中和目标下的能源系统转型与变

革:多能流协同技术[J]. 电力自动化设备,2021,41(9):3-12.  
CHEN Sheng,WEI Zhinong, GU Wei, et al. Carbon neutral oriented transition and revolution of energy systems:multi-energy flow coordination technology[J]. Electric Power Automation Equipment,2021,41(9):3-12.

- [2] 全球能源互联网发展合作组织. 中国“十四五”电力发展规划研究[EB/OL]. [2022-03-17]. [https://www.sohu.com/a/411045212\\_781358?f=index\\_pagefocus\\_5&\\_trans\\_=000014\\_bdss\\_dk315wh](https://www.sohu.com/a/411045212_781358?f=index_pagefocus_5&_trans_=000014_bdss_dk315wh).
- [3] 陈胜,卫志农,孙国强,等. 电-气互联综合能源系统安全分析与优化控制研究综述[J]. 电力自动化设备,2019,39(8):3-11.  
CHEN Sheng,WEI Zhinong,SUN Guoqiang, et al. Review on security analysis and optimal control of electricity-gas integrated energy system[J]. Electric Power Automation Equipment,2019,39(8):3-11.
- [4] CORREA-POSADA C M,SÁNCHEZ-MARTÍN P. Integrated power and natural gas model for energy adequacy in short-term operation[J]. IEEE Transactions on Power Systems,2015,30(6):3347-3355.
- [5] ZHANG X,SHAHIDEHPOUR M,ALABDULWAHAB A, et al. Hourly electricity demand response in the stochastic day-ahead scheduling of coordinated electricity and natural gas networks[J]. IEEE Transactions on Power Systems,2015,31(1):592-601.
- [6] HE Y,SHAHIDEHPOUR M,LI Z, et al. Robust constrained operation of integrated electricity-natural gas system considering distributed natural gas storage[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy,2018,9(3):1061-1071.
- [7] HUO D, GU C, MA K, et al. Chance-constrained optimization for multienergy hub systems in a smart city[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics,2019,66(2):1402-1412.
- [8] 艾小猛,方家琨,徐沈智,等. 一种考虑天然气系统动态过程的气电联合系统优化运行模型[J]. 电网技术,2018,42(2):409-416.  
AI Xiaomeng,FANG Jiakun,XU Shenzhi, et al. An optimal energy flow model in integrated gas-electric systems considering dynamics of natural gas system[J]. Power System Technology,2018,42(2):409-416.
- [9] KRÁLIK J,STIEGLER P,VOSTRÚ Z, et al. Modeling the dynamics of flow in gas pipelines[J]. IEEE Transactions on Systems,Man,and Cybernetics,1984(4):586-596.
- [10] BEHBAHANI-NEJAD M,BAGHERI A. The accuracy and efficiency of a MATLAB-Simulink library for transient flow simulation of gas pipelines and networks[J]. Journal of Petroleum Science and Engineering,2010,70(3/4):256-265.
- [11] REDDY H P,NARASIMHAN S,BHALLAMUDI S M. Simulation and state estimation of transient flow in gas pipeline networks using a transfer function model[J]. Industrial & Engineering Chemistry Research,2006,45(11):3853-3863.
- [12] 杨经纬,张宁,康重庆. 多能源网络的广义电路分析理论:(一)支路模型[J]. 电力系统自动化,2020,44(9):21-32.  
YANG Jingwei,ZHANG Ning,KANG Chongqing. Analysis theory of generalized electric circuit for multi-energy networks-part one branch model[J]. Automation of Electric Power Systems,2020,44(9):21-32.
- [13] YU S,ZHANG S,HAN Y, et al. Transfer function models of gas distribution networks for studying gas-electricity coupling: modeling, networking and evaluation[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems,2020,118:105737.
- [14] 陈彬彬,孙宏斌,陈瑜玮,等. 综合能源系统分析的统一能路理论(一):气路[J]. 中国电机工程学报,2020,40(2):436-443.

- CHEN Binbin, SUN Hongbin, CHEN Yuwei, et al. Energy circuit theory of integrated energy system analysis ( I ): gaseous circuit [J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(2): 436-443.
- [15] 尹冠雄, 陈彬彬, 孙宏斌, 等. 综合能源系统分析的统一能流理论(四): 天然气网动态状态估计 [J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(18): 5827-5837.
- YIN Guanxiong, CHEN Binbin, SUN Hongbin, et al. Energy circuit theory of integrated energy system analysis ( IV ): dynamic state estimation of the natural gas network [J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(18): 5827-5837.
- [16] 陈瑜玮, 孙宏斌, 郭庆来. 综合能源系统分析的统一能流理论(五): 电-热-气耦合系统优化调度 [J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(24): 7928-7937, 8230.
- CHEN Yuwei, SUN Hongbin, GUO Qinglai. Energy circuit theory of integrated energy system analysis ( V ): integrated electricity-heat-gas dispatch [J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(24): 7928-7937, 8230.
- [17] WANG C, WEI W, WANG J, et al. Convex optimization based distributed optimal gas-power flow calculation [J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2018, 9(3): 1145-1156.
- [18] LUBIN M, DVORKIN Y, BACKHAUS S. A robust approach to chance constrained optimal power flow with renewable generation [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(5): 3840-3849.
- [19] WANG Z, SHEN C, LIU F, et al. Chance-constrained economic dispatch with non-Gaussian correlated wind power uncertainty [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(6): 4880-4893.
- [20] 王敬尧. 算例数据 [CP / OL]. [https://www.researchgate.net/profile/Wang\\_Jingyao3/publication/361163664\\_jiyuqi-wangdongtaijingxihuajianmodequyudianqizonghenengyuanxitongjihuiyue-shuzuiyouengliu/data/62a062d1a3fe3e3df8669ac5/suanlishuju.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Wang_Jingyao3/publication/361163664_jiyuqi-wangdongtaijingxihuajianmodequyudianqizonghenengyuanxitongjihuiyue-shuzuiyouengliu/data/62a062d1a3fe3e3df8669ac5/suanlishuju.pdf).

#### 作者简介:



王敬尧

王敬尧(1996—),男,博士研究生,主要研究方向为电-气综合能源系统运行与控制(E-mail:wangjingyaonceptu@163.com);

王程(1990—),男,副教授,博士,通信作者,主要研究方向为综合能源系统运行与控制(E-mail:chengwang@ncepu.edu.cn);

毕天姝(1973—),女,教授,博士研究生导师,博士,主要研究方向为电力系统保护与控制、广域同步相量测量技术及其应用(E-mail:tsbi@ncepu.edu.cn)。

(编辑 李玮)

## Chance-constrained optimal energy flow calculation for regional integrated electricity-gas system based on accurate gas network dynamic modeling

WANG Jingyao<sup>1</sup>, WANG Cheng<sup>1</sup>, XU Kangping<sup>1</sup>, BI Tianshu<sup>1</sup>, WANG Xingang<sup>2</sup>, ZHOU Zhuan<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Alternate Electrical Power System with Renewable Energy Sources,

North China Electric Power University, Beijing 102206, China;

2. State Grid Xinjiang Electric Power Co., Ltd., Urumqi 830000, China)

**Abstract:** With the gradual implementation of the national energy transition and the “dual-carbon” goal, the proportion of installed gas-fired power generation unit in China’s power system has been increasing, and the integrated electricity-gas system has been paid more attention due to the increasingly close coupling relationship between electricity and gas. For that, the impact of accurate gas network dynamic modeling on the operation strategy of regional integrated electricity-gas system with uncertain output of distributed renewable generations is studied. The dynamic complex frequency-domain modeling method of gas network considering the flexible and variable gas flow direction of pipelines is proposed, which improves the calculation accuracy in solving the optimal electricity-gas energy flow. The chance-constraint is adopted to model the impact of the uncertainty of distributed renewable generations on the operation of electric network and gas network. Case study results show that the accurate gas network dynamic model can effectively improve the ability of regional integrated electricity-gas system to cope with the operational uncertainty.

**Key words:** integrated electricity-gas system; gas network dynamic; partial differential equation; wind power uncertainty; chance-constrained modeling

附录 A

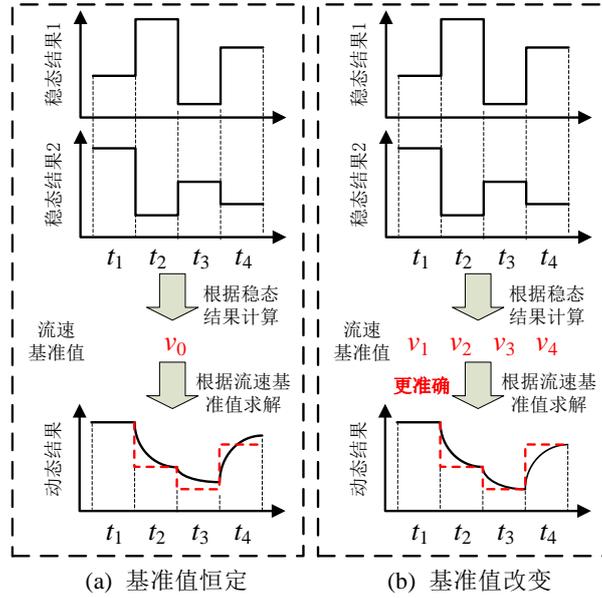


图 A1 流速基准值对管道动态建模影响示意图

Fig.A1 Schematic diagram of influence of reference flow rate on pipeline dynamic modeling

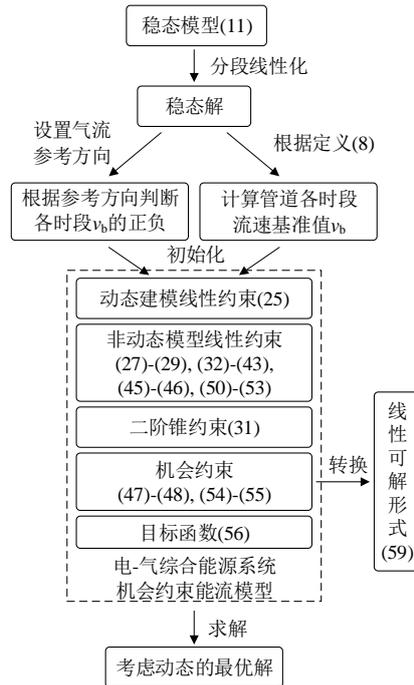


图 A2 模型求解流程图

Fig.A2 Model solving flowchart

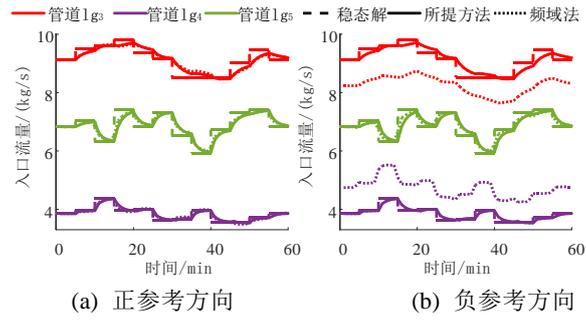


图 A3 考虑管道气流方向变化对结果的影响

Fig.A3 Influence of considering changed pipeline gas flow direction on results