# 基于 Predictive & Prescriptive 框架的鲁棒最优潮流

郑丽琴,谢东梅,白晓清

(广西大学 广西电力系统最优化与节能技术重点实验室,广西 南宁 530004)

## 0 引言

高比例可再生能源的接入导致电力系统呈现强 不确定性、建模复杂等特点[1]。随着不确定因素的 增加,考虑不确定性的最优潮流问题的时空复杂性 变得不可预测,对该问题的建模和求解过程愈发复 杂。有学者通过观测描述不确定参数的特征,利用 预测方法获取不确定参数的预测值,再基于预测值 采用优化方法对不确定性的潮流问题进行决策优 化。文献[2]提出结合k-means聚类和改进支持向量 机的光伏功率短期预测方法,通过该方法可获得准 确度较高的区域光伏功率预测值。文献[3]假设风 电功率预测误差服从独立正态分布,在可再生能源 功率预测值的基础上进一步求解概率潮流并分析配 电网的消纳能力。在上述研究中,预测和决策过程 相互独立。在预测阶段,利用统计学或机器学习分 析大量数据并获取不确定参数在下一阶段的情况; 在决策阶段,基于已知的预测值,利用优化方法获取 决策结果。但预测误差对决策结果的影响是不固定 的。文献[4]表明,较小的预测误差会劣化最优值。 文献[5]指出,仅0.05%的预测误差就可使目标函数 值降低15%~20%。因此,如何有效地融合预测与 决策过程,采用合适的预测技术和优化方法降低预 测误差对不确定性问题决策结果的影响,是一个值 得研究的方向。

目前,预测技术已由模型驱动过渡到数据驱动,

收稿日期:2022-05-01;修回日期:2022-09-19

在线出版日期:2022-11-22

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51967001);广西研 究生教育创新计划项目(YCSW2022119)

Project supported by the National Natural Science Foundation of China(51967001) and the Innovation Plan Project of Guangxi Graduate Education(YCSW2022119) 由机器学习算法转移到深度学习算法<sup>[6]</sup>,从回归模型发展到深度神经网络,未来预测技术将会深层次融合大量数据,以提升预测的准确性。鉴于对预测技术的研究已取得了丰硕的成果,本文将重点研究不确定性问题的优化方法。

在分析不确定性问题时,需要考虑不确定参数 的影响,根据不确定性分析的顺序,可将不确定性问 题的优化方法分为事后分析法[7]和事前分析法[8]。 现阶段,随机优化和鲁棒优化应用比较广泛。随机 优化需要事先得到含有不确定参数的分布模型,再 利用该模型来产生大量的样本,通过期望值代替不 确定参数的方式求解问题[9],但不确定参数规模的 增大会导致随机优化的场景数呈指数增长,大量场 景会增大优化问题的求解难度。鲁棒优化利用不确 定集对不确定参数进行描述[10],不确定集的紧致程 度影响决策结果的保守程度,对于结构复杂的不确 定集,鲁棒模型一般难于求解。不确定集包括盒式 不确定集、椭球不确定集、多面体不确定集、数据驱 动不确定集、多集合的并集等,此外,学者还会将常 规的不确定集进行组合。如何构造合适的不确定 集,提高不确定参数描述的准确度以及模型的分析 与计算效率,是一个值得研究的问题。

文献[11]提出将机器学习和运筹学/管理学结合的思想,以及从Predictive到Prescriptive分析的框架,其中采用Prescriptive分析方法解决运筹学/管理学中重点关注的决策问题。为了降低不确定性因素预测过程与潮流求解过程分离所导致的最优潮流解劣化的影响,以及提高不确定性最优潮流问题求解的准确度和效率,本文构建基于Predictive & Prescriptive框架的鲁棒最优潮流模型,并通过对偶理论将其转换成可求解的数学模型,实现预测与决策过程的融合。在该模型中,预测过程采用*k*近邻算法,决策过程采用鲁棒优化方法。首先,构造一个包含

不确定参数预测过程的最小体积椭球集(minimum volume ellipsoid set, MVES);然后,将基于该集合的 鲁棒模型转换成可求解的数学模型;最后,进行算例 仿真分析,结果表明,本文所提鲁棒最优潮流模型能 有效降低预测、决策过程分离时最优解的劣化程度, 降低现有鲁棒模型的保守性,提高现有鲁棒模型的 鲁棒性,对保证电力系统安全、经济运行具有积极 作用。

## 1 不确定性最优潮流问题

1.1 Predictive & Prescriptive 框架

预测与决策过程分离求解不确定性问题的示意 图如图1所示。图中:机器学习F(S)是对观测数据 的预测过程,本文采用k近邻算法进行预测,S为训 练样本;G(S)为不确定性问题的优化方法,即本文 所提的基于Predictive & Prescriptive框架的鲁棒最 优潮流模型。预测过程为Predictive框选部分,决策 过程为Prescriptive框选部分。首先,在预测过程中, 根据传统的统计指标,如平均绝对误差,得出满足精 度要求的预测值;然后,将预测值输入优化模型,进 行不确定性问题的优化并得到决策解。该方法将预 测结果单向传递到优化模型后再获取决策结果,对 预测精度要求较高。



Fig.1 Schematic diagram of solving uncertainty problem with separation of forecasting and decision-making processes

为了从大量的数据中获取最优的决策,利用 Predictive & Prescriptive框架将预测过程融入决策 过程,在优化决策时考虑预测过程中存在的情况,融 合的框架如图2所示。图中:*H*(*S*)为确定性的优化 方法;*G*(*S*,*F*(*S*))考虑了不确定参数的特性,且覆盖 了预测过程不确定量可能出现的情况,是对优化方 法*H*(*S*)的改进。





在预测过程中,机器学习根据不确定参数的观 测数据得到预测值以及其他预测输出。在决策过程 中,将预测结果通过不确定集的方式与优化方法相结合,得到不确定性问题优化模型,基于该框架的优化模型可转换成可求解的混合整数规划模型。预测 样本数越多,构造的不确定集越紧致,该优化模型求 解结果的保守性越低,得到的决策结果越趋近于 最优。

### 1.2 最优潮流问题

最优潮流问题是电力系统分析的基本问题,从 数学角度出发,该问题是一个变量多、维数高、约束 多且复杂的非线性优化问题<sup>[12]</sup>,其数学模型如附录 A式(A1)—(A4)所示。

# 基于 Predictive & Prescriptive 框架的鲁棒 最优潮流模型

在预测阶段,采用k近邻算法从训练样本S中获 取接近预测值的k个数(对应图1中的F(S)),即k近 邻样本集 $N_{km}(\bar{v})(\bar{v}$ 为预测值对应的辅助变量)。在决 策阶段,利用鲁棒优化方法对考虑不确定性的优化问 题进行建模,采用 MVES包含有限集 $\{u_i | u_i \in N_{km}(\bar{v})\}$ ( $u_i$ 为接近预测值的第l个训练样本)的方式完成不 确定集的构造,并将不确定集融入最优潮流模型中, 形成包含该集合的鲁棒最优潮流模型(对应图2中 的G(S, F(S))),可通过对偶理论将该模型转换成对 等模型。

### 2.1 基于k近邻算法的不确定集

2.1.1 k近邻算法

k近邻算法是一种用于分类和回归的非参数算法,在其非参数模型中,预测器不需要提前定义,而 是通过分析大量数据的信息获得。本文采用距离度 量2-范数来测量数据样本与中心值的距离,基于均 方根误差交叉验证的方式获取最优的k值。在标准 的k近邻算法模型中,不确定参数的预测值可通过 对训练样本中的k近邻样本求平均值获得,如式(1) 所示。

$$\begin{cases} \bar{u} = \pi_l^{\mathrm{knn}} u_l \\ \pi_l^{\mathrm{knn}} = \begin{cases} 1/k & u_l \in N_{\mathrm{knn}}(\bar{v}) \\ 0 & \ddagger \& \end{cases}$$
(1)

式中: *ū* 为预测值; *π*<sup>km</sup> 表示对接近预测值的训练样 本求平均值。为了减少预测误差对不确定性问题优 化的影响,本文采用MVES覆盖 *k* 近邻样本。

2.1.2 不确定集

相较于盒式集,椭球集的优势在于保守性较低, 可通过二阶锥规划(second-order cone programming, SOCP)将其转换成对等模型,提高鲁棒模型的求解 效率。MVES的表达式为:

$$\varepsilon_{\text{mve}} = \left\{ \boldsymbol{u} \, \middle| \, \left\| \boldsymbol{P} \boldsymbol{u} + \boldsymbol{\rho} \right\|_{2} \leq 1 \right\}$$
(2)

式中:u为不确定参数构成的列向量;P、 $\rho$ 为变量,P

是半正定矩阵,其特征向量和偏移量决定椭球的方向,使椭球尽可能覆盖大部分数据; $\varepsilon_{mve}$ 为MVES,  $\varepsilon_{mve}$ 包含的椭球体积与det $P^{-1}$ 有相同的变化趋势。 包含 $N_{km}(\bar{v})$ 的最小体积椭球问题可表示为:

$$\begin{cases} \min \ln (\det P^{-1}) \\ \text{s.t.} \| P u + \rho \|_{2} \leq 1 \end{cases}$$
(3)

一旦得到*P*和*ρ*,就可以将*P*、*ρ*分别转换为*R*、
 *V*,分别如式(4)和式(5)所示。

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{P}^{-1} \tag{4}$$

$$V = -R\rho \tag{5}$$

最终,包含 $N_{km}(\bar{v})$ 的不确定集,即k近邻-最小体积椭球集(k-nearest neighbor-minimum volume ellipsoid set,KMVES)可以表示为:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm kmve} = \left\{ \boldsymbol{V} + \boldsymbol{R} \boldsymbol{W} \, \big| \, \| \boldsymbol{W} \, \|_{2} \leq 1 \right\} \tag{6}$$

式中: $\varepsilon_{kmve}$ 为KMVES; $W = (W_h)$ 为不确定度向量,当  $W_h = 0$ 时,该集合所在的最优潮流模型为确定性模 型,当不确定量的真实值与预测值有偏差时,确定性 模型可能不收敛,为保证集合所在的鲁棒模型的鲁 棒性,不确定度取值范围为 $0 < W_h \le 1$ 。

可通过对偶理论将椭球集转换成对等模型,以 提高模型的求解效率,转换过程如下。

u和决策变量x之间存在如下线性不等式的关系:

$$\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} - d \leq 0 \quad \boldsymbol{u} \in \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{kmve}} \tag{7}$$

式中: d 为常数。式(7)不等式的对等模型表达 式为:

$$\sup\left\{\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} - d \,\middle|\, \boldsymbol{u} \in \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{kmve}}\right\} \leq 0 \tag{8}$$

式中:sup{·}表示上确界,即最小上界。

式(8)不等式左边可表示为:

 $\sup \left\{ \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{x} - d \right| \boldsymbol{u} \in \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{kmve}} \right\} = \left\{ (\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{x} - d) + \left\| \boldsymbol{R}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{x} \right\|_{2} \leq 1 \right\} (9)$ 最终,该鲁棒线性约束可表示成二阶锥不等式。

## 2.2 最优潮流模型

原始最优潮流问题是一个非线性且非凸的优 化问题,为保证模型的可求解性,本文采用SOCP来 凸化该问题。由第1节可知,潮流问题的非线性和 非凸性主要源自 $V_i^2 \setminus V_i V_j \cos \delta_{ij} - V_i V_j \sin \delta_{ij} (V_i, V_j 分)$ 别为节点i, j的电压幅值; $\delta_{ij}$ 为节点i, j间的相角)。 本文定义变量 $c_{ii} \cdot c_{ij} \cdot s_{ij}$ ,令 $c_{ii} = V_i^2 \cdot c_{ij} = V_i V_j \cos \delta_{ij} \cdot s_{ij} =$  $-V_i V_j \sin \delta_{ij}$ ,基于SOCP的最优潮流模型<sup>[13]</sup>如附录B 式(B1)—(B5)所示。

## 2.3 基于 Predictive & Prescriptive 框架的鲁棒最优 潮流模型

考虑风电不确定性对系统最优潮流的影响,将 2.1节的不确定集加入2.2节的确定性最优潮流模型 中。考虑风电有功出力与预测值偏差的鲁棒最优潮 流模型为:

$$\begin{cases} \text{obj} \quad \vec{\mathbb{R}} \ (B1) \\ \text{s.t.} \quad P_{i}^{\text{C}} + \overline{P}_{i}^{\text{w}} - P_{i}^{\text{L}} = G_{ii}c_{ii} + \sum_{i \neq j} (G_{ij}c_{ij} + B_{ij}s_{ij}) \quad i \in N \\ Q_{i}^{\text{C}} - Q_{i}^{\text{L}} = -B_{ii}c_{ii} + \sum_{i \neq j} (B_{ij}c_{ij} + G_{ij}s_{ij}) \quad i \in N \\ \vec{\mathbb{R}} \ (B3) - (B5) \\ P_{w}^{\text{C},\min} \leq P_{w} \leq P_{w}^{\text{C},\max} \quad P_{w} \in \varepsilon_{\text{kmve}} \\ \vec{\mathbb{R}} \ (7) - (9) \end{cases}$$

式中: $P_i^c$ 、 $Q_i^c$ 分别为节点*i*的发电机组输出的有功功 率、无功功率; $\overline{P}_i^w$ 为节点*i*的风电出力预测值;  $P_i^L$ 、 $Q_i^L$ 分别为节点*i*的负荷消耗的有功功率、无功功 率; $G_i, B_i$ 分别为节点*i*、*j*之间的电导、电纳; $G_i \ B_i$ 分 别为节点*i*的自电导、自电纳;*N*为系统节点集合; $P_w$ 为风电出力,受限于风机出力的上限 $P_w^{G,max}$ 和下限  $P_w^{G,min}$ 。在鲁棒优化模型中,仍以运行成本最低为目 标,式(B3)—(B5)为确定性变量的运行约束,风电 出力应满足 $\varepsilon_{kmve}$ ,可利用式(7)—(9)的对等转换过 程将该集合转换成二阶锥模型。基于 Predictive & Prescriptive框架的鲁棒最优潮流的 SOCP模型为:

$$\begin{array}{l} \text{obj} \quad \overrightarrow{\mathsf{T}}_{i} (\text{B1}) \\ \text{s.t.} \quad P_{i}^{\text{G}} + \overrightarrow{P}_{i}^{\text{w}} - P_{i}^{\text{L}} = G_{ii}c_{ii} + \sum_{i\neq j} \left( G_{ij}c_{ij} + B_{ij}s_{ij} \right) \quad i \in \mathbb{N} \\ Q_{i}^{\text{G}} - Q_{i}^{\text{L}} = -B_{ii}c_{ii} + \sum_{i\neq j} \left( B_{ij}c_{ij} + G_{ij}s_{ij} \right) \quad i \in \mathbb{N} \\ \overrightarrow{\mathsf{T}}_{i} (\text{B3}) - (\text{B5}) \\ V^{\text{T}}E - P_{w}^{\text{G,max}} + \left\| R^{\text{T}}E \right\|_{2} \leq 1 \\ P_{w}^{\text{G,min}} - V^{\text{T}}E - \left\| R^{\text{T}}E \right\|_{2} \leq 1 \end{array}$$

$$(11)$$

式中:E为元素全为1的列向量, $V^{T}E$ 表示对向量V的元素进行求和, $R^{T}E$ 表示对矩阵R的每一行元素进行求和。

### 3 求解方法

本文所提模型的求解过程主要分成4步,包括 获取k近邻样本、构造KMVES、建立所提模型以及求 解所提模型。KMVES是由机器学习和MVES组成 的;所提模型是基于Predictive & Prescriptive框架 的鲁棒最优潮流模型,由KMVES融入确定性最优潮 流模型的方式获得。具体求解方法如附录C所示。 附录C中步骤1属于对观测数据的预测过程,步骤 2、3属于不确定性问题的优化方法,通过步骤3得到 的所提模型实现了预测与决策的融合。

## 3.1 构造KMVES

在 k 近邻算法模型中,本文基于均方根误差交 叉验证的方式获取最优的 k 值,当均方根误差最小时,将接近预测值的 k 个样本用于构造不确定集。 在覆盖 k 近邻样本的前提下,通过最小化 MVES 体积 以及变量转换获得 KMVES,降低集合所在优化模型 的保守性。

3.2 求解基于 Predictive & Prescriptive 框架的鲁棒 最优潮流模型

将SOCP凸化常规最优潮流模型与KMVES模型 相结合,形成基于Predictive & Prescriptive框架的 鲁棒最优潮流模型,利用对偶转换理论形成可求解 的数学模型。该模型可利用现有的求解器,如Gurobi 等求解器进行求解。

## 4 算例分析

#### 4.1 算例系统

本文采用IEEE 14和IEEE 118节点测试系统作 为算例进行分析,基准容量均为100 MV·A,系统结 构参数见文献[14],系统基本参数如附录D表D1所 示。为对比所提框架下鲁棒模型与常规模型在计算 考虑风电出力不确定性的最优潮流方面的差异性, 在IEEE 14节点系统的节点6接入容量为70 MW的 风电场,在IEEE 118节点系统的节点9、59、65、80、 89、100分别接入容量为300 MW的风电场,风电历 史出力情况参考文献[15]。算例计算环境为:64位 操作系统,16 GB内存,CPU型号为Intel Core i7-10700F,2.90 GHz 主频。本文算法利用JuliaPro 1.5.4-1编程实现<sup>[16]</sup>,调用Gurobi 9.1.2软件包<sup>[17]</sup>求解 SOCP松弛模型。

#### 4.2 不同节点系统的仿真结果

本文采用蒙特卡罗方法随机生成符合正态分布 的风电场景,风电样本均值为预测值,标准差为0.3。 以IEEE 14节点系统为例分析不同风电样本数对所 提模型性能的影响,样本均值为0.631,分别设置风 电场景样本数为100、300、1000、2000、3000、5000、 7000、10000。附录D表D2为各风电场景样本数 下,当不确定度以0.2为步长,从0.2增大到1.0时,每 个过程的平均计算时间。随着样本数的增加,预测 过程分析时间逐渐增长,对风电场景的描述越精确, 决策过程分析时间越短。从3000开始,样本数的剧 增使得预测过程分析时间显著增长,但决策过程分 析时间缩短缓慢。

不同样本数下所提模型的目标函数见附录D表D3。由表可知:样本数越多,构造的KMVES模型越紧致,所提鲁棒最优潮流模型的目标函数越小;当样本数小于3000时,随着样本数的增加,目标函数具有明显减小的趋势;相较于样本数为3000时,当样本数达到5000后,平均目标函数仅减小了0.336%,但计算时间增加了5.08%。因此,训练样本的增加会使决策结果趋于最优,但也会增加模型的计算时间。综合考虑所提模型的计算时间和目标函数,选取风电场景样本数为3000进行详细分析。

下面从系统的经济性和安全性角度对比分析所

提模型的优越性,对比指标包括运行成本和潮流收 敛率。以所提模型的最优决策量为定值,通过计算 样本数为3000的风电实际出力下系统潮流收敛情 况,获取该模型的潮流收敛率。潮流收敛率*R*<sub>pe</sub>的计 算公式为:

$$R_{\rm pc} = \frac{N_{\rm pc}}{3\,000} \times 100\,\%$$

式中:N<sub>nc</sub>为潮流收敛场景数。

基于 Predictive & Prescriptive 框架的鲁棒最优 潮流仿真结果分析如下。

1)IEEE 14节点系统中所提模型的仿真结果。

图 3 为 IEEE 14 节点系统中 k 近邻算法的交叉 验证结果。当 k=96 时,均方根误差最小。利用接近 预测值的 96 个样本求解式(3)—(5),得到 R 为 96× 96 阶的对角矩阵,矩阵的对角线元素值介于 0.060~ 0.073 之间, V 为含 96 个元素的列向量,元素值介于 0.57~0.70之间。



图 3 IEEE 14 节点系统中 k 近邻算法的交叉验证结果

Fig.3 Cross-validation results of k-nearest neighbor algorithm in IEEE 14-bus system

IEEE 14节点系统中所提模型的仿真结果如 表1所示(表中风电出力、运行成本均为标幺值)。

表1 IEEE 14节点系统中所提模型的仿真结果

Table 1 Simulative results of proposed model in IEEE 14-bus system

$W_h$	风电出力	预测误差 / %	运行成本	潮流收敛率 / %
0.2	0.644	2.06	6.628	100
0.4	0.657	4.12	6.677	100
0.6	0.670	6.18	6.727	100
0.8	0.682	8.08	6.777	100
1.0	0.695	10.14	6.827	100

在IEEE 14节点系统中,随着不确定度的增大, 风电出力增大,与预测值的偏差也逐渐增大,运行成 本呈现递增的趋势。在鲁棒优化模型中,当 $W_h$ =0.2 时,运行成本最低,为6.628 p.u.,潮流收敛率为 100%,因此,此时所提模型的鲁棒集覆盖了机器学 习提取的k个数,而且在保证系统安全稳定的同时 实现了系统经济性最优。当 $W_h$ =0时,该优化模型 为确定性模型,风电出力为预测值,此时预测误差为 0,潮流收敛率为2%,运行成本最低但潮流收敛率 也较低。这表明,在不考虑鲁棒优化的前提下,确定 性最优潮流模型在面对风电出力变化时的收敛性较 差,鲁棒性也较差。由于考虑了最坏的情况,所提模 型的运行成本略高,但是潮流收敛率为100%,可保 证系统安全运行,因此鲁棒优化可以平衡经济性和 安全性。

2)IEEE 118节点系统中所提模型的仿真结果。

IEEE 118节点系统中*k*近邻算法的交叉验证结 果见附录D图D1。当*k*=89时,均方根误差最小。此 时*R*为89×89阶的对角矩阵,对角线元素值介于 2.16~2.42之间,*V*为含89个元素的列向量,元素值 介于20.55~22.94之间。

为进一步验证 Predictive & Prescriptive 框架下 鲁棒优化模型的可行性和有效性,对 IEEE 118节点 测试系统进行仿真分析,结果如附录 D表 D4 所示。 在 IEEE 118节点系统中,所提模型在各不确定度下 仍可以实现潮流收敛,对风电出力变化具有较好的 适应性。在 $W_h$ =0.2时,潮流收敛率为100%,所提模 型的鲁棒集覆盖了机器学习提取的k个数,在保证 系统安全稳定的同时实现了系统经济性最优。

3)预测、决策分离模型的仿真结果。

为了验证在所提 Predictive & Prescriptive 框架 下求解不确定性问题的优越性,将预测与决策过程 分离。首先,采用文献[18]的短期预测技术获取风 电出力的预测值,此时平均绝对误差百分比为 7.98%;然后,采用式(11)的基于椭球集的常规鲁棒 优化模型计算考虑风电不确定性的最优潮流。为保 证对比的公平性,椭球集的中心为风电出力预测值, 不确定度在[0,1.0]内取值。在 IEEE 14节点系统 中,椭球中心的运行成本为7.460 p.u.;在 IEEE 118 节点系统中,椭球中心的运行成本为50.603 p.u.。 利用分离方法得到的运行成本在2个系统中均高于 利用本文方法得到的运行成本,其中,在 IEEE 14节 点系统中,分离方法比本文方法的运行成本高出 12.55%。因此,本文方法更有助于降低因预测过程 和决策过程分离而引起的最优解劣化程度。

## 4.3 不同集合的鲁棒优化模型比较

以IEEE 14节点系统为例,本节将基于盒式集的 鲁棒优化最优潮流(box robust optimization-optimal power flow, BRO-OPF)模型和基于椭球集的鲁棒 优化最优潮流(ellipsoid robust optimization-optimal power flow, ERO-OPF)模型作为对比模型,仍从经济 性和安全性的角度分析验证本文基于k近邻-最小 体积椭球集的鲁棒优化最优潮流(KMVES robust optimization-optimal power flow, KMVESRO-OPF)模 型在不同不确定度下的有效性。各个集合均包含  $N_{km}(\bar{v})$ 。

盒式集U的表达式为:

$$U = \left\{ \zeta \mid \left| \zeta \right| \leq 1, \zeta \leq W_h \right\}$$

$$(12)$$

式中: $\zeta$ 为区间调度系数。不确定性参数的区间为  $[\bar{u}-\zeta u_{err}^{max}, \bar{u}+\zeta u_{err}^{max}], u_{err}^{max}$ 为最大预测误差,本文风电最 大预测误差为预测值的30%。

椭球集 $\Omega$ 的表达式为:

$$\Omega = \left\{ \boldsymbol{u} \in \mathbf{R}^{n_u} \middle| \left( \boldsymbol{u} - \bar{\boldsymbol{u}}' \right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Sigma}_1 \left( \boldsymbol{u} - \bar{\boldsymbol{u}}' \right) \leqslant \boldsymbol{W}_h \right\}$$
(13)

式中: $n_u$ 为不确定量的总数; $\vec{u}$ '为预测值构成的列向量; $\Sigma_1$ 为相关性矩阵<sup>[19]</sup>。

1)紧致度对比分析。

为对比不同集合的紧致度,本文以盒式集为参考,对比不同的不确定度下3种集合约束范围的最 恶劣情况。紧致度*C*,的表达式为:

$$C_{\rm p} = \Xi_m / \Xi_{\rm Box} \tag{14}$$

式中: $\Xi_m$ 为集合m的覆盖区域上限,集合m表示盒 式集、椭球集或本文集合; $\Xi_{Box}$ 为盒式集的覆盖区域 上限。 $C_p$ 值越小,说明不确定集越紧致,相应鲁棒优 化模型的保守性越低。在同一集合内,当 $C_p$ 值随着 不确定度 $W_h$ 单调变化时,说明集合覆盖区域的变化 趋势与盒式集相似。

不同集合的紧致度对比如表2所示。

表2 不同集合的紧致度对比

 Table 2
 Comparison of compactness among

different uncertainty sets

W/	$C_{ m p}$				
W <sub>h</sub>	盒式集	椭球集	本文集合		
0.2	1.00	1.02	0.95		
0.4	1.00	0.96	0.92		
0.5	1.00	1.19	0.90		
0.6	1.00	0.97	0.89		
0.8	1.00	1.20	0.86		
1.0	1.00	1.00	0.82		

由表2可知:在同一不确定度下,本文集合的*C*<sub>p</sub> 值均小于盒式集和椭球集,这使得通过KMVESRO-OPF模型得到的解的保守性更低;随着不确定度的 增大,本文集合的*C*<sub>p</sub>值单调递减,这表明本文集合 覆盖区域的扩大速度比盒式集慢,有利于更加精细 地调整风电约束范围,而椭球集的*C*<sub>p</sub>值没有明显的 变化规律,这不利于直观地根据不确定度确定风电 约束范围的紧致度。

2) 期望成本对比分析。

在保证集合包含的预测过程全部存在的情况 下,对潮流收敛场景的运行成本求平均值,所得结果 即为期望成本。

不同模型的期望成本对比如图4所示(图中期 望成本为标幺值)。由图可知:KMVESRO-OPF模型 的期望成本整体低于 BRO-OPF和 ERO-OPF模型, 且随着不确定度的增大,KMVESRO-OPF模型的期 望成本增长速度比 BRO-OPF模型的慢;当突发极端 情况时,可选择具有更大不确定度的不确定集,以包 含可能发生的情况,但此时 BRO-OPF模型的成本更 高;随着不确定度的增大,BRO-OPF 和 KMVESRO-OPF模型的期望成本逐渐增加,而 ERO-OPF模型的 期望成本变化没有明显的规律。因此,KMVESRO-OPF模型在降低模型保守性、提高系统运行的经济 性方面更具优越性。

180



图4 不同模型的期望成本对比

Fig.4 Comparison of expected costs among different models

3) 潮流收敛率对比分析。

分别设定3种模型的最优决策量为定值,不同 模型的潮流收敛率对比如表3所示。

#### 表3 不同模型的潮流收敛率对比

Table 3 Comparison of convergence rates among different models

W/	潮流收敛率 / %				
W <sub>h</sub>	BRO-OPF	ERO-OPF	KMVESRO-OPF		
0.2	98.6	99.7	100		
0.4	100	97.2	100		
0.5	100	100	100		
0.6	100	100	100		
0.8	100	100	100		
1.0	100	100	100		

由表3可知:当不确定度较小(W<sub>h</sub><0.5)时,在风 电出力较大的情况下,BRO-OPF和ERO-OPF模型均 出现无法收敛的现象,存在收敛率不能达到100% 的情况,而 KMVESRO-OPF模型的收敛率均为 100%;随着不确定度的增大,BRO-OPF和ERO-OPF 模型分别在不确定度为0.4、0.5时才开始出现潮流 全收敛的情况;KMVESRO-OPF模型考虑了系统风 电可能出现的最坏情况,在不同的不确定度下均可 有效应对风电出力的变化,保证系统潮流收敛,通过 该模型获得的解具有较好的鲁棒性,该模型的潮流 收敛效果优于其他模型。

4)小结。

当3种模型的潮流收敛率均达到100%时, KMVESRO-OPF模型的期望成本低于另外2种模型, 因此,KMVESRO-OPF模型可在保证潮流收敛的情况下实现经济性最优。

当各模型达到潮流全收敛且经济性最优时,本

文集合的紧致度优于盒式集和椭球集。此外,随着 不确定度的增大,本文集合的*C*<sub>p</sub>值单调递减,相较 于椭球集,这种规律性的变化和递减的特性更有利 于工作人员结合预计的风电出力,更加精准地确定 合适的不确定度。因此,KMVESRO-OPF模型可有 效提高最优潮流模型的鲁棒性,降低模型的保守性, 且更具实用价值。

# 5 结论

本文提出基于 Predictive & Prescriptive 框架求 解考虑风电出力不确定的最优潮流问题。该框架实 现了预测与决策过程的有机融合,将预测过程中不可 避免的误差融入问题的优化求解过程中。在预测部 分:首先,采用 k 近邻算法获取可能存在的风电出力 情况;然后,构造包含风电出力情况的体积最小化椭 球集,以降低模型的保守性;最后,通过求解基于优化 集合的鲁棒最优潮流模型获取最优解。研究结论为:

1)基于 Predictive & Prescriptive 框架的鲁棒最 优潮流模型可有效地在决策过程中考虑预测误差, 降低了预测和决策分离引起的最优解劣化程度;

2)通过综合分析紧致度、期望成本、潮流收敛率 这3个指标发现,相较于其他不确定集合,本文集合 在降低模型的保守性和提高模型的鲁棒性方面具有 优越性;

3)可通过对偶理论将基于 Predictive & Prescriptive 框架的鲁棒最优潮流模型转换成易于求解 的模型,并利用现有求解器进行求解。

本文仅研究考虑源侧不确定性的电力系统运行的基本问题,尚未考虑网侧和荷侧的不确定性因素,后续笔者将基于 Predictive & Prescriptive 框架,考虑源、网、荷侧不确定性之间的关系,选取合适的预测、优化算法,提高模型的求解效率和质量。

附录见本刊网络版(http://www.epae.cn)。

#### 参考文献:

- [1] 竺如洁,韦化,白晓清. 多源动态最优潮流的分布鲁棒优化方法[J]. 中国电机工程学报,2020,40(11):3489-3498.
   ZHU Rujie, WEI Hua, BAI Xiaoqing. Distributionally robust optimization of multi-energy dynamic optimal power flow[J].
   Proceedings of the CSEE,2020,40(11):3489-3498.
- [2]张扬科,李刚,李秀峰.基于典型代表电站和改进SVM的区域 光伏功率短期预测方法[J].电力自动化设备,2021,41(11): 205-210.
   ZHANG Yangke, LI Gang, LI Xiufeng. Short-term forecasting method for regional photovoltaic power based on typical representative power stations and improved SVM[J]. Electric Power Automation Equipment,2021,41(11):205-210.
- [3]朱俊澎,黄勇,马良,等.基于不确定性最优潮流的配电网分布 式发电消纳能力评估[J].电力系统自动化,2022,46(14):46-54.
   ZHU Junpeng,HUANG Yong,MA Liang, et al. Assessment on distributed generation accomodation capability for distribution network based on uncertain optimal power flow[J]. Automa-

tion of Electric Power Systems, 2022, 46(14): 46-54.

- [4] BEN-TAL A, EL GHAOUI L, NEMIROVSKIĬ A S. Robust optimization [M]. Princeton, USA: Princeton University Press, 2009.
- [5] DRAGOON K, MILLIGAN M. Assessing wind integration costs with dispatch models: a case study of PacifiCorp[R]. San Francisco, USA: National Renewable Energy Laboratory, 2003.
- [6] 苗长新,李昊,王霞,等. 基于数据驱动和深度学习的超短期风 电功率预测[J]. 电力系统自动化,2021,45(14):22-29.
   MIAO Changxin,LI Hao,WANG Xia, et al. Data-driven and deep-learning-based ultra-short-term wind power prediction[J].
   Automation of Electric Power Systems,2021,45(14):22-29.
- [7] 马瑞,秦佳倩.含DFIG风电场电-气耦合系统的概率连续混合 潮流方法及其负荷裕度分析[J].电力自动化设备,2019,39(8): 38-46.

MA Rui, QIN Jiaqian. Probabilistic continuous hybrid flow method for electricity-gas coupling system integrated with DFIG wind farm and its load margin analysis [J]. Electric Power Automation Equipment, 2019, 39(8):38-46.

- [8] 田园,汪可友,李国杰,等. 计及风电相关性的二阶锥动态随机 最优潮流[J]. 电力系统自动化,2018,42(5):41-47. TIAN Yuan,WANG Keyou,LI Guojie, et al. Dynamic stochastic optimal power flow based on second-order cone programming considering wind power correlation[J]. Automation of Electric Power Systems,2018,42(5):41-47.
- [9] 卫志农,裴蕾,陈胜,等.高比例新能源交直流混合配电网优化 运行与安全分析研究综述[J].电力自动化设备,2021,41(9): 85-94.

WEI Zhinong, PEI Lei, CHEN Sheng, et al. Review on optimal operation and safety analysis of AC / DC hybrid distribution network with high proportion of renewable energy[J]. Electric Power Automation Equipment, 2021, 41(9):85-94.

- [10] JIN X L, WU Q W, JIA H J, et al. Optimal integration of building heating loads in integrated heating / electricity community energy systems: a bi-level MPC approach [J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2021, 12(3):1741-1754.
- [11] BERTSIMAS D, KALLUS N. From predictive to prescriptive analytics[J]. Management Science, 2020, 66(3):1025-1044.

- [12] CAIN M B,O' NEILL R,CASTILLO A. History of optimal power flow and formulations [J]. Federal Energy Regulatory Commission, 2012, 1:1-36.
- [13] LORCA Á, SUN X A. The adaptive robust multi-period alternating current optimal power flow problem [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(2):1993-2003.
- [14] DANIEL Z R, MURILLO-SÁNCHEZ C E, THOMAS R J. MAT-POWER: steady-state operations, planning, and analysis tools for power systems research and education [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2011, 26(1):12-19.
- [15] ZHENG L Q, LI Y Y, WEI C, et al. A data-driven method for operation pattern analysis of the integrated energy microgrid[J]. Energy Conversion and Management:X,2021,11: 100092.
- [16] Julia Computing, Inc. JuliaPro documentation [EB / OL]. [2022-05-01]. https://juliacomputing.com / docs.
- [17] Gurobi Optimization, Inc. Gurobi optimizer reference manual [EB / OL]. [2022-05-01]. http://www.gurobi.com.
- [18] WANG S, LI B, LI G Z, et al. Short-term wind power prediction based on multidimensional data cleaning and feature reconfiguration[J]. Applied Energy, 2021, 292:116851.
- [19] KURYATNIKOVA O, GHADDAR B, MOLZAHN D K. Twostage robust quadratic optimization with equalities and its application to optimal power flow [EB / OL]. [2022-05-01]. https://arxiv.org / abs / 2104.03107.

#### 作者简介:



郑丽琴

郑丽琴(1998—),女,硕士研究生,主 要研究方向为电力系统最优化(E-mail: zhengliqin@st.gxu.edu.cn);

谢东梅(1999—),女,研究方向为电力 系统最优化(E-mail:2451265238@gxu.edu. cn);

白晓清(1969—),女,教授,博士,主要研 究方向为电力系统最优化(**E-mail**: baixq@ gxu.edu.cn)。

(编辑 王锦秀)

# Robust optimal power flow based on Predictive & Prescriptive framework

ZHENG Liqin, XIE Dongmei, BAI Xiaoqing

(Guangxi Key Laboratory of Power System Optimization and Energy Technology,

Guangxi University, Nanning 530004, China)

Abstract: The current main approach to solve uncertain power flow problems is to predict the uncertainty quantity firstly, and then analyze and make decisions based on the predicted results, but the separation of prediction and decision-making may lead to suboptimal solutions. The prediction process is embedded to the decision-making process of solving the uncertain power flow problems, and a robust optimal power flow model based on Predictive & Prescriptive framework is proposed. The *k*-nearest neighbor algorithm is used to predict and construct a minimum volume ellipsoid set representing the uncertainty of wind power, a robust second-order cone optimal power flow model into a solvable mixed-integer programming model for efficient solution. The case simulative results of IEEE 14-bus and IEEE 118-bus systems show that the proposed model can effectively reduce the deterioration degree of the optimal solution when the prediction and decision-making processes are separated, and improve the system economy under the premise of ensuring the safe operation of the system.

Key words: Predictive & Prescriptive framework; uncertainty optimization problem; robust optimization; duality theory; optimal power flow



# 附录 A

最优潮流问题作为电力系统分析的基本问题,从数学角度来看,该问题是一个变量多、维数高、约束多且复杂的非线性优化问题,其数学模型如下所示:

$$\begin{cases} \min f(x) \\ \text{s.t. } h(x) = 0 \\ \underline{g} \le g(x) \le \overline{g} \end{cases}$$
(A1)

式中: x包括控制变量和状态变量; f(x)为目标函数,用于描述系统的运行效益; h(x)、g(x)分别为等式约束和不等式约束,用于满足系统安全运行和元件运行限制的要求;  $\overline{g}$ 、g分别为不等式约束的上、下限。

一般目标函数为系统运行成本最小:

$$\min\left(\sum_{i\in N_{\rm G}} \left(a_i \left(P_i^{\rm G}\right)^2 + b_i P_i^{\rm G} + d_i\right)\right)$$
(A2)

等式约束为:

$$\begin{cases} P_i^{G} - P_i^{L} = P_i \\ Q_i^{G} - Q_i^{L} = Q_i \end{cases} \quad i \in N \end{cases}$$
(A3)

$$\vec{x} \oplus : P_i = \sum_{j \in \delta(i)} G_{ij} V_i V_j \cos \theta_{ij} + \sum_{j \in \delta(i)} B_{ij} V_i V_j \sin \theta_{ij}; Q_i = -\sum_{j \in \delta(i)} B_{ij} V_i V_j \cos \theta_{ij} + \sum_{j \in \delta(i)} G_{ij} V_i V_j \sin \theta_{ij}; a_i \land b_i \land d_i$$

为发电机的耗量特性参数;  $\theta_{ij}$ 为节点i与节点j的相角差;  $N_{G}$ 、 $\delta(i)$ 分别为发电机集合、与节点 i 的相邻节点的集合。

不等式约束为:

$$|V_{i}|^{\min} \leq |V_{i}| \leq |V_{i}|^{\max} \quad \forall i \in N$$

$$P_{i}^{G,\min} \leq P_{i}^{G} \leq P_{i}^{G,\max} \quad \forall i \in N_{G}$$

$$P_{ij} \leq P_{ij}^{\max} \qquad \forall (i, j) \in T$$

$$Q_{i}^{G,\min} \leq Q_{i}^{G} \leq Q_{i}^{G,\max} \quad \forall i \in N_{G}$$
(A4)

式中:  $P_{ij} = V_i^2 |Y_{ij}| \cos \theta_{ij} - V_i V_j |Y_{ij}| \sin \theta_{ij}$ ; *T*为母线集合;  $|V_i|^{\max} |V_i|^{\min}$ 分别为节点电压的上、 下界;  $P_{ij}$ 、 $P_{ij}^{\max}$ 分别为线路传输功率以及传输功率上限;  $P_i^{G,\max}$ 、 $P_i^{G,\min}$ 分别为发电机组的有功 上、下界;  $Q_i^{G,\min}$ 、 $Q_i^{G,\max}$ 分别为发电机组无功上、下界。

## 附录 B

由第1节可知, 潮流问题的非线性和非凸性主要源自于 $V_i^2$ ,  $V_iV_j\cos\delta_{ij}$ ,  $-V_iV_j\sin\delta_{ij}$ 对于每一个 节点,本文定义变量 $c_{ii}$ ,  $c_{ij}$ 和 $s_{ij}$ 。令 $c_{ii}=V_i^2$ ,  $c_{ij}=V_iV_j\cos\delta_{ij}$ ,  $s_{ij}=-V_iV_j\sin\delta_{ij}$ ,因此基于 SOCP 的最优 潮流模型如下:

B.1 目标函数

本文采用发电燃料总费用 C<sub>1</sub> 最小为目标:

$$\min C_1^{d} = \min\left(\sum_{i \in N_G} \left(a_i \left(P_i^{G}\right)^2 + b_i P_i^{G} + d_i\right)\right)$$
(B1)

B.2 约束条件

1) 系统功率约束

$$\begin{cases} P_i^{G} - P_i^{L} = G_{ii}c_{ii} + \sum_{i \neq j} \left( G_{ij}c_{ij} + B_{ij}s_{ij} \right) & i \in N \\ Q_i^{G} - Q_i^{L} = -B_{ii}c_{ii} + \sum_{i \neq j} \left( B_{ij}c_{ij} + G_{ij}s_{ij} \right) & i \in N \end{cases}$$
(B2)

$$\begin{cases} c_{ij} = c_{ji} \\ s_{ij} = -s_{ji} \end{cases} \quad (i, j) \in T$$
(B3)

2) 系统运行约束

$$\begin{cases} \left(-G_{ij}c_{ii} + G_{ij}c_{ij} - B_{ij}s_{ij}\right)^{2} + \left(B_{ij}c_{ii} - B_{ij}c_{ij} - G_{ij}s_{ij}\right)^{2} \le \left(P_{ij}^{\max}\right)^{2} \quad (i, j) \in T \\ P_{i}^{G,\min} \le P_{i}^{G} \le P_{i}^{G,\max} \quad i \in N_{G} \\ Q_{i}^{G,\min} \le Q_{i}^{G} \le Q_{i}^{G,\max} \quad i \in N_{G} \\ \left(|V_{i}|^{\min}\right)^{2} \le c_{ii} \le \left(|V_{i}|^{\max}\right)^{2} \quad i \in N \end{cases}$$
(B4)

式中第 1—4 个公式分别表示约束线路功率不超过最大传输功率、发电机有功功率介于其 发电能力的上下限、发电机无功功率满足其无功出力的范围以及各母线电压稳定在系统安全运 行的电压水平。

3) 二阶锥约束。

$$c_{ij}^{2} + s_{ij}^{2} \le c_{ii}c_{jj} \quad (i,j) \in T$$
(B5)

# 附录 C

本文算》	去流程
步骤1:	获取 k 近邻样本 $N_{knn}(\bar{v})$
1) 步骤 2:	基于 k 近邻算法获取接近预测值的 k 个数 构造不确定集合 KMVES
1)	求解包含 $N_{knn}(\bar{v})$ 的最小体积椭球的问题,式(3)
2)	计算R、V,式(4)、(5)
3)	形成不确定集合,式(6)
步骤 3:	建立模型
1)	建立 SOCP 最优潮流模型,式(B1)一(B5)
2)	结合步骤 2,形成所提模型,式(6)
步骤 4:	求解模型
1)	采用对偶理论转换所提模型为可求解的模型
对	偶理论(对偶范数为欧几里德范数)如下:
	$\sup\{\boldsymbol{W}^{T}\boldsymbol{x} - \mathbf{d} \  \ \boldsymbol{W}\ _{2} \le 1\} \Leftrightarrow \boldsymbol{f} \uparrow \ \boldsymbol{x}\ _{2} - d$

该理论应用到本文不确定集合对等转换过程中时, ₩ 与不确定参数之间满足式(7),不确定集合最终可转换成 可求解的式(9)。

2) 调用现有求解器,如 Gurobi,求解所提模型。 输出结果

		1/1 1201111			
Tabl	e D1 Pa	arameters o	f test syster	ns	
系统	节点数	发电机数	无功源数	线路数	
IEEE 14	14	5	5	20	
IEEE 118	118	54	54	179	

#### 表 D1 测试系统参数

# 表 D2 不同样本数下所提模型的计算时间

Table D2	Time of the proposed model am	ong different sample size	S
场景数	预测过程分析时间/s	决策过程分析时间/s	总计算时间/s
100	0.188	0.835	1.023
300	0.195	0.82	1.015
1 000	0.203	0.796	0.999
2 000	0.206	0.793	0.999
3 000	0.216	0.783	0.999
5 000	0.270	0.78	1.05
7 000	0.310	0.761	1.071
10 000	0.345	0.760	1.105

表 D3 不同样本数下所提模型的目标函数

and model among diffe

fthe

Table D.	5 Objective valu	es of the proposed	model among unite	stent sample sizes	
场景数			目标函数值		
-	$W_{h} = 0.2$	$W_{h} = 0.4$	$W_{h} = 0.6$	$W_{h} = 0.8$	$W_{h} = 1.0$
100	6.731	6.783	6.835	6.888	7.428
300	6.692	6.743	6.795	6.847	7.313
1 000	6.684	6.736	6.788	6.840	7.249
2 000	6.678	6.729	6.781	6.832	7.15
3 000	6.626	6.676	6.726	6.776	6.827
5 000	6.605	6.654	6.703	6.753	6.803
7 000	6.605	6.654	6.703	6.753	6.803
10 000	6.605	6.654	6.703	6.753	6.803

注:目标函数值为标幺值。

Table D2

Ohiastina



图 D1 IEEE 118 节点系统下的交叉验证结果 Fig.D1 Cross-validation results of k-nearest neighbor algorithm under IEEE 118-bus system

$W_h$	风电出力	预测误差/%	运行成本	潮流收敛率/%
0	21.348	0	49.342	2.56
0.2	21.797	2.10	49.457	100
0.4	22.246	4.21	49.466	100
0.6	22.695	6.31	49.699	100
0.8	23.144	8.41	49.933	100
1.0	23.593	10.52	50.167	100

表 D4 IEEE 118 节点系统下所提模型的仿真结果 Table D4 Simulative results of proposed model under IEEE 118-bus system

注:风电出力、运行成本为标幺值。