

# 基于s域节点导纳矩阵的谐振稳定性分析方法

徐 政

(浙江大学 电气工程学院, 浙江 杭州 310027)

**摘要:**谐振稳定性问题在新型电力系统背景下日益突出,目前缺乏在大系统层面进行谐振稳定性分析的有效方法。在阐述谐振稳定性的定义和机理的基础上,提出了基于s域节点导纳矩阵原理实现谐振稳定性分析的完整方法。该方法分2个阶段完成,首先在假定系统阻尼为0的条件下确定各谐振模态的无阻尼谐振频率、节点电压振型和最佳可控可观节点;然后在考虑系统所有阻尼的条件下,基于系统降阶和系统辨识的思路,采用测试信号法精确计算出谐振模态对应的特征根。进一步还可计算出各谐振模态对特定元件参数的灵敏度。该方法避免了直接求解s域节点导纳矩阵行列式零点的困难,为在大系统层面开展电力系统谐振稳定性分析提供了可靠途径。

**关键词:**谐振稳定性;s域节点导纳矩阵;谐振模态;无阻尼网络;有阻尼网络;分流比;测试信号法

**中图分类号:**TM712

**文献标志码:**A

**DOI:**10.16081/j.epae.202309010

## 0 引言

随着新型电力系统建设的深入,电力系统在源-网-荷-储4个层面逐渐表现出电力电子化特征,使得以往较少出现的谐振不稳定问题变得越来越普遍。国内外已有大量文献报道了发生谐振不稳定现象的案例<sup>[1-3]</sup>,包括交流电网中的谐振不稳定现象<sup>[1-2]</sup>和直流电网中的谐振不稳定现象<sup>[3]</sup>。

当发生谐振不稳定时,电力系统中该谐振频率下的电流和电压会很大,有可能造成设备损坏和保护跳闸<sup>[1]</sup>;当谐振频率落在次同步频段时,谐振频率电流流过汽轮发电机的定子绕组后,会在发电机的转子上产生振荡频率与此谐振频率互补的转矩,从而有可能激发汽轮发电机的固有扭振模态<sup>[4-5]</sup>,造成以往只在汽轮发电机经串联补偿线路送出系统中才会出现的机网复合共振现象<sup>[4-5]</sup>。随着电力系统电力电子化程度的不断加深,谐振稳定性问题日益突出,并将成为继同步稳定性、电压稳定性和频率稳定性之后的第四大电力系统稳定性问题。电力系统谐振稳定性分析将与经典的电力系统三大计算,即潮流计算、暂态稳定计算和短路电流计算具有同等重要的地位。因此,迫切需要有效的理论和工具对电力系统的谐振稳定性进行分析,并在此基础上提出改善谐振稳定性的措施。

然而,关于电力系统谐振稳定性分析的工具还比较匮乏,缺乏能够应用于大系统层面的谐振稳定性分析工具。目前业界普遍使用基于Nyquist判据的方法来分析谐振稳定性问题<sup>[6-9]</sup>。这种方法将整个系统分为待接入装置和既有系统2个部分,分别求出待接入装置的增量阻抗频率特性和既有系统的

增量阻抗频率特性,然后基于Nyquist判据,判断装置接入后整个系统是否会发生谐振不稳定问题。这种方法对单个装置接入系统的谐振稳定性分析比较方便,但难以提供谐振模态的精确信息,不适用于大系统层面的谐振稳定性分析。这是因为对于一般性电力系统而言,谐振稳定性分析需要确定该系统存在哪种谐振模态、各谐振模态的阻尼和谐振频率、各谐振模态的节点电压振型和参与因子、各谐振模态对特定元件参数的灵敏度等。

理论上,能满足上述大系统层面谐振稳定性分析需求的方法主要有状态空间法<sup>[10]</sup>和本文将要阐述的s域节点导纳矩阵法<sup>[10-14]</sup>。采用状态空间法分析谐振稳定性主要存在如下困难:①当考虑输电线路等分布参数元件时,因描述分布参数元件特性的方程是偏微分方程,整个电力网络已不能用线性时不变网络的标准状态空间模型来描述;②进一步考虑元件参数随频率变化的特性,即使对于由集总参数元件构成的电力网络,也无法用线性时不变网络的标准状态空间模型来描述;③对于电力电子装置,不易建立其在某个工作点上的增量线性化状态空间模型。

s域节点导纳矩阵法处理分布参数元件和频变参数元件不存在任何困难,故具有更好的适用性。但应用s域节点导纳矩阵法的主要问题是高效求解s域节点导纳矩阵行列式的根<sup>[11-14]</sup>。以往提出的方法还不能满足大系统层面电力系统谐振稳定性分析的要求<sup>[11-15]</sup>,本文将对如何解决此问题进行详细阐述。

## 1 谐振稳定性的定义和物理机理

关于谐振稳定性,目前业界并没有统一的定义,笔者将其定义为电力系统中以“固有谐振频率”振荡的自由分量的衰减特性<sup>[16]</sup>。当电力系统遭受扰动后,必然进入电磁暂态振荡过程,其电压、电流响应

中除了具有基波频率的强制分量外,还包含以“固有谐振频率”振荡的自由分量。如果所有以“固有谐振频率”振荡的自由分量都是衰减的,则称电力系统是谐振稳定的,否则就称电力系统是谐振不稳定的。下面以图1所示三调谐滤波器合闸到理想电源的简单系统为例说明谐振稳定性的概念。图中: $u_s$ 、 $i_s$ 分别为电源电压、流过三调谐滤波器的电流; $U_s$ 为电源电压幅值; $\omega_0$ 为电源角频率; $C_1$ — $C_3$ 、 $L_1$ — $L_3$ 、 $R_1$ — $R_3$ 分别为三调谐滤波器的电容、电感、电阻; $K$ 为电源开关; $N_1$ — $N_3$ 、 $N_s$ 为节点。

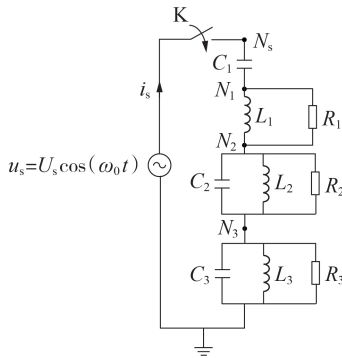


图1 三调谐滤波器合闸到电源的简单系统

Fig.1 Simple system with triple tuned filter closing to power source

电源开关  $K$  右侧为1个三调谐滤波器<sup>[17]</sup>,其由1个RL串联电路和2个RLC并联电路串联而成。当电源开关  $K$  合上时,图1所示的简单系统进入电磁暂态振荡过程,其特性可以由流过三调谐滤波器的电流  $i_s$  来呈现。 $i_s$  的表达式为:

$$i_s = i_{s, \text{forced}} + i_{s, \text{free}} = I_{sm} \cos(\omega_0 t - \varphi_{z\text{filter}}) + I_{res1} e^{\sigma_{res1} t} \cos(\omega_{res1} t + \varphi_{res1}) + I_{res2} e^{\sigma_{res2} t} \cos(\omega_{res2} t + \varphi_{res2}) + I_{res3} e^{\sigma_{res3} t} \cos(\omega_{res3} t + \varphi_{res3}) \quad (1)$$

式中: $i_{s, \text{forced}}$ 、 $i_{s, \text{free}}$  分别为  $i_s$  的强制分量部分和自由分量部分。强制分量部分仅包含1个分量  $I_{sm} \cos(\omega_0 t - \varphi_{z\text{filter}})$ ,其角频率与电源  $u_s$  的角频率相同, $\varphi_{z\text{filter}}$  为三调谐滤波器在角频率  $\omega_0$  下的阻抗角,幅值  $I_{sm} = U_s / Z_{\text{filter}}$ ,  $Z_{\text{filter}}$  为三调谐滤波器在角频率  $\omega_0$  下的阻抗模值。另一方面,自由分量部分包含3个分量  $I_{res1} e^{\sigma_{res1} t} \cos(\omega_{res1} t + \varphi_{res1}) - I_{res3} e^{\sigma_{res3} t} \cos(\omega_{res3} t + \varphi_{res3})$ ,分别与三调谐滤波器的3种固有谐振模式相对应,分别为  $\sigma_{res1} \pm j\omega_{res1}$ 、 $\sigma_{res2} \pm j\omega_{res2}$ 、 $\sigma_{res3} \pm j\omega_{res3}$  ( $\sigma_{res1} - \sigma_{res3}$ 、 $\omega_{res1} - \omega_{res3}$  分别为3种固有谐振模式的实部、虚部),而幅值  $I_{res1} - I_{res3}$ 、阻抗角  $\varphi_{res1} - \varphi_{res3}$  由三调谐滤波器的参数和初始条件决定。对应每种谐振模式,其分别由实部和虚部组成;其中实部与该分量的衰减特性相对应,虚部与该分量的振荡频率相对应。

由式(1)可知:当三调谐滤波器的3种固有谐振模式的实部  $\sigma_{res1} - \sigma_{res3}$  为负时,式(1)中的自由分量

是衰减的,此时称图1所示的简单系统是谐振稳定的;若3种固有谐振模式中存在实部为正的谐振模式,则意味着  $i_s$  的3个自由分量中存在不衰减的自由分量,此时就称图1所示的简单系统是谐振不稳定的。

值得指出的是,以往在进行电力系统机电暂态过程分析时,假定电力网络中以“固有谐振频率”振荡的自由分量是迅速衰减的。也就是说,假定在机电暂态振荡的时间尺度内,电压、电流中以“固有谐振频率”振荡的自由分量已衰减到0<sup>[5]</sup>,即电力系统不仅是谐振稳定的,而且其谐振模式具有很强的阻尼。基于上述假设条件,在进行电力系统机电暂态过程分析时不考虑电力网络本身的电磁暂态过程,电力网络仅被看作用于功率传递的静态元件,从而采用正序基频阻抗和代数方程进行描述,网络物理量为正序基频相量<sup>[5]</sup>。

通常情况下,固有谐振模式的实部是负的,但若在某些频段的电力系统中部分元件的增量阻抗呈现为负电阻特性(如同步发电机在次同步频段会呈现出负电阻效应<sup>[4-5]</sup>,两电平换流器、双馈风机等在一定的频段会呈现出负电阻效应<sup>[18-19]</sup>),那么固有谐振模式的实部可能由负变正,导致扰动后电压、电流响应中以固有谐振频率振荡的自由分量不会衰减,系统进入谐振不稳定状态。

## 2 s域节点导纳矩阵法的理论基础

1969年,N. Balabanian 等人在《电网络理论》的专著中<sup>[20]</sup>给出了这样一个定理:对于线性时不变网络,其  $s$  域回路阻抗矩阵  $Z_{\text{loop}}(s)$  的行列式  $\det(Z_{\text{loop}}(s))$ 、 $s$  域节点导纳矩阵  $Y_{\text{node}}(s)$  的行列式  $\det(Y_{\text{node}}(s))$  和系统状态方程的特征多项式  $\det(sI - A)$  三者之间具有相同的非零值零点。

下面基于图2所示的RLC串联电路,对上述定理所给出的三者之间的关系进行验证。图中: $R$ 为电阻; $i_L$ 为流经电感  $L$  的电流; $u_C$ 为电容器  $C$  两端电压。

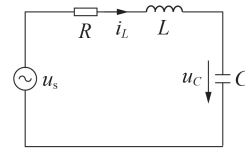


图2 RLC串联电路

Fig.2 RLC series circuit

图2所示RLC电路的状态空间方程为:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ u_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ u_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u_s = Ax + bu \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{b}$  为系数矩阵;  $\mathbf{x}$  为状态变量;  $u$  为输入变量。可以求出系统的特征方程为:

$$\det(s\mathbf{I}-\mathbf{A})=\begin{vmatrix} s+\frac{R}{L} & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & s \end{vmatrix}=s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC} \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{I}$  为单位矩阵。若采用  $s$  域节点导纳矩阵法, 则该电路的  $s$  域节点导纳矩阵为:

$$\mathbf{Y}_{\text{node}}(s)=\begin{bmatrix} \frac{1}{R}+\frac{1}{sL} & -\frac{1}{sL} \\ -\frac{1}{sL} & \frac{1}{sL}+sC \end{bmatrix} \quad (4)$$

从而有:

$$\det(\mathbf{Y}_{\text{node}}(s))=\frac{C}{R} \frac{1}{s} \left( s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC} \right) \quad (5)$$

若采用  $s$  域回路阻抗矩阵法, 则该电路的  $s$  域回路阻抗矩阵为:

$$\mathbf{Z}_{\text{loop}}(s)=R+sL+\frac{1}{sC} \quad (6)$$

从而有:

$$\det(\mathbf{Z}_{\text{loop}}(s))=\frac{L}{s} \left( s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC} \right) \quad (7)$$

显然, 在  $s \neq 0$  的条件下, 式(3)、式(5)和式(7)具有相同的零点。这样, 状态方程的特征根计算可以转化为  $s$  域回路阻抗矩阵行列式  $\det(\mathbf{Z}_{\text{loop}}(s))$  或  $s$  域节点导纳矩阵行列式  $\det(\mathbf{Y}_{\text{node}}(s))$  的零点计算。

在基于数字计算机的电网络分析方法中, 节点导纳矩阵分析法极易实现<sup>[21]</sup>。因此本文将基于  $s$  域节点导纳矩阵  $\mathbf{Y}_{\text{node}}(s)$  来求解系统的特征根, 进而分析系统的谐振稳定性。状态空间分析法<sup>[10]</sup>与  $s$  域节点导纳矩阵分析法<sup>[11-15]</sup>的优势比较如表 1 所示。由表可知, 在大系统层面进行谐振稳定性分析时,  $s$  域节点导纳矩阵法具有更强的适应性。

### 3 基于 $s$ 域节点导纳矩阵的谐振模态两阶段计算方法

#### 3.1 电力系统谐振不稳定的基本表现形式及其内在特性

根据线性系统的基本理论, 1 种谐振模态与特征根中的 1 对共轭复根相对应, 其中该共轭复根的实部表示该谐振模态的阻尼, 该共轭复根的虚部表

示该谐振模态的谐振频率。电力系统中所有谐振模态的阻尼特性决定于元件的电阻(电导)特性。由于谐振不稳定是由电力系统元件在某些频段的负电阻特性引起的, 但这种负电阻特性所产生的能量通常不足以引起电气量的单调发散, 因此, 谐振不稳定一般表现为电气量的振荡发散。当研究电力系统的谐振不稳定性时, 可以排除由实数特征根引起的不稳定情形, 仅关注由成对共轭复根引起的不稳定情形即可。在以下的  $\det(\mathbf{Y}_{\text{node}}(s))$  零点分析过程中本文仅关注  $\det(\mathbf{Y}_{\text{node}}(s))$  的共轭复根。

一般情况下, 电力系统元件的电阻特性并不会对谐振模态的谐振频率产生明显影响。即在电力系统中, 谐振模态所对应特征根的实部和虚部分别与电力系统中的电阻元件和电抗元件相对应, 两者之间存在一定程度的解耦关系。

#### 3.2 基于 $s$ 域节点导纳矩阵计算谐振模态的总体思路

根据电力系统中阻尼与谐振频率分别与电力系统中的电阻和电抗相对应的解耦特性, 基于  $s$  域节点导纳矩阵计算谐振模态的数值方法分为 2 个阶段。①第 1 阶段, 在无阻尼系统中进行分析: 此时电力系统所有元件中的电阻(电导)性参数置 0, 计算谐振模态的无阻尼谐振频率, 从而确定系统在所研究频段内的谐振模态数目, 再进一步确定每个谐振模态的节点电压振型和节点参与因子。②第 2 阶段, 在考虑所有阻尼的完整系统中进行分析: 此时考虑所有元件中的电阻(电导)特性, 基于测试信号法<sup>[5]</sup>精确计算谐振模态的阻尼和谐振频率, 从而判断系统的稳定性, 必要时可以进一步计算各谐振模态对特定元件参数的灵敏度等。

在以下的分析中, 采用图 1 所示的简单系统具体展示各阶段的实现过程。图 1 中三调谐滤波器的调谐次数分别设置为 3 次、24 次和 37 次, 具体参数如表 2 所示<sup>[17]</sup>。

表 2 三调谐滤波器参数

Table 2 Parameters of triple tuned filter

| 参数    | 参数值                    | 参数    | 参数值                    | 参数    | 参数值                    |
|-------|------------------------|-------|------------------------|-------|------------------------|
| $R_1$ | 1 500 $\Omega$         | $R_2$ | 400 $\Omega$           | $R_3$ | 1 000 000 $\Omega$     |
| $L_1$ | 8.047 mH               | $L_2$ | 126.556 mH             | $L_3$ | 1.608 mH               |
| $C_1$ | 1.579 29 $\mu\text{F}$ | $C_2$ | 7.294 61 $\mu\text{F}$ | $C_3$ | 7.768 31 $\mu\text{F}$ |

表 1 2 种大系统层面谐振稳定性分析方法比较

Table 1 Comparison of two resonance stability analysis methods for large scale system

| 项目         | 状态空间法                             | $s$ 域节点导纳矩阵法                   |
|------------|-----------------------------------|--------------------------------|
| 数学模型       | 状态空间方程, 见式(2)                     | $s$ 域节点导纳矩阵, 见式(4)             |
| 谐振模态算法     | 求系统特征方程的根, 见式(3)                  | 求 $s$ 域节点导纳矩阵行列式的根, 见式(5)      |
| 谐振模态数目     | 有限个                               | 包含分布参数元件时无限个                   |
| 分布参数元件处理能力 | 输电线路等分布参数元件需要近似简化为集总参数元件并用常微分方程描述 | 能够直接处理偏微分方程, 输电线路等分布参数元件可以精确描述 |
| 频变参数元件处理能力 | 不能处理                              | 可以方便地处理                        |



需注意列写  $s$  域节点导纳矩阵时,电压源按短路处理,电流源按开路处理,此时图1所示系统中的节点  $N_s$  变为参考电压节点,图1所示系统就变为一个3节点系统。设节点  $N_1$ — $N_3$  分别对应1—3号节点,则图1所示系统的  $s$  域节点导纳矩阵为:

$$\begin{cases} Y_{\text{node}}(s) = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & 0 \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ 0 & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \\ Y_{11} = C_1 s + \frac{1}{L_1 s} + \frac{1}{R_1} \\ Y_{12} = Y_{21} = -\frac{1}{L_1 s} - \frac{1}{R_1} \\ Y_{22} = \frac{1}{L_1 s} + \frac{1}{R_1} + C_2 s + \frac{1}{L_2 s} + \frac{1}{R_2} \\ Y_{23} = Y_{32} = -C_2 s - \frac{1}{L_2 s} - \frac{1}{R_2} \\ Y_{33} = C_2 s + \frac{1}{L_2 s} + \frac{1}{R_2} + C_3 s + \frac{1}{L_3 s} + \frac{1}{R_3} \end{cases} \quad (8)$$

#### 4 在无阻尼系统中实现第1阶段算法的过程

电力系统中所有元件中的电阻(电导)性参数置0后,重点分析谐振模态结构、 $s$  域节点导纳矩阵结构。

##### 4.1 无阻尼系统的谐振模态结构

在有阻尼的电力系统中,与第  $i$  种谐振模态相对应的1对共轭复根的一般形式为:

$$\begin{cases} s_i = \sigma_i + j\omega_i = \sigma_i + j2\pi f_i \\ s_i^* = \sigma_i - j\omega_i = \sigma_i - j2\pi f_i \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $s_i$  为第  $i$  种谐振模态的特征根,  $\sigma_i$  为  $s_i$  的实部,  $\omega_i$  为  $s_i$  的虚部;  $s_i^*$  为  $s_i$  的共轭;  $f_i$  为第  $i$  种谐振模态的谐振频率。

而在无阻尼的电力系统中,代表谐振模态阻尼的系统特征根实部必然为0,这样  $s_i$  就变为1个纯虚数,即:

$$s_i = j\omega_i = j2\pi f_i \quad (10)$$

当  $s_i$  取纯虚数时,  $Y_{\text{node}}(s_i)$  的计算就退化为正弦稳态分析时的常规节点导纳矩阵计算。目前正弦稳态分析时的常规节点导纳矩阵计算已有较成熟的模型和算法<sup>[21]</sup>。

##### 4.2 无阻尼系统的 $s$ 域节点导纳矩阵结构

在系统无阻尼的条件下,系统特征根为纯虚数。设  $s_i = j\omega_i = j2\pi f_i$ , 则  $s_i$  对应的  $Y_{\text{node}}(s_i)$  变为:

$$Y_{\text{node}}(s_i) = Y_{\text{node}}(j\omega_i) = G_{\text{node}}(j\omega_i) + jB_{\text{node}}(j\omega_i) = jB_{\text{node}}(j\omega_i) \quad (11)$$

式中:  $Y_{\text{node}}(j\omega_i)$  为常规正弦稳态分析中的节点导纳矩阵;  $G_{\text{node}}(j\omega_i)$  为  $Y_{\text{node}}(j\omega_i)$  的实部,表示节点电导矩阵;  $B_{\text{node}}(j\omega_i)$  为  $Y_{\text{node}}(j\omega_i)$  的虚部,表示节点电纳矩阵。

由于已设系统的阻尼为0,则节点电导矩阵  $G_{\text{node}}(j\omega_i) = 0$ , 从而有  $Y_{\text{node}}(s_i) = jB_{\text{node}}(j\omega_i)$ , 其中  $B_{\text{node}}(j\omega_i)$  为实对称矩阵。

##### 4.3 无阻尼系统谐振频率的计算方法

根据式(11),由于  $s_i$  为系统的特征根,从而满足如下关系:

$$\det(Y_{\text{node}}(s_i)) = 0 \Rightarrow \det(jB_{\text{node}}(j\omega_i)) = 0 \Rightarrow \det(B_{\text{node}}(j\omega_i)) = 0 \quad (12)$$

因而可以通过求解  $\det(B_{\text{node}}(j\omega_i)) = 0$  来得到  $\omega_i$ 。即可得到无阻尼谐振频率  $f_i$  的计算步骤如下:

- 1) 设谐振稳定性分析所关注的频段为  $[f_{\text{st}}, f_{\text{end}}]$ ,  $f_{\text{st}}$ 、 $f_{\text{end}}$  分别为起始频率和终止频率;
- 2) 在  $[f_{\text{st}}, f_{\text{end}}]$  频段内以一定的步长计算  $\det(B_{\text{node}}(j2\pi f_k))$ , 这里  $f_k$  为离散频率点;
- 3) 检查相邻2个离散频率点之间  $\det(B_{\text{node}}(j\omega))$  是否存在过零点,本文中根据  $\det(B_{\text{node}}(j2\pi f_{k-1})) \times \det(B_{\text{node}}(j2\pi f_k))$  的计算结果进行判断,若此值大于0,则表示没有过零点,若此值小于0,则表示存在过零点;
- 4) 若存在过零点,则通过2点线性插值求出过零点频率  $f_{\text{zero}}$ 。

##### 4.4 谐振模态的节点电压振型与最佳可控可观测节点

文献[11]对谐振模态的节点电压振型与节点参与因子进行了分析,得到如下结果:

- 1)  $B_{\text{node}}(j\omega_i)$  的特征值  $\lambda_1 = 0$ ;
- 2) 与零特征值相对应的右特征向量  $M_1$  被称为节点电压振型,其标示了在谐振模态  $j\omega_i$  下各节点电压的相对振幅大小和相对相位关系;
- 3) 节点电压振型中振幅最大的节点既是谐振模态  $j\omega_i$  的最佳可观测节点,又是谐振模态  $j\omega_i$  的最佳可控制节点,后文中将这个节点称为最佳可控可观测节点。

下面讨论与零特征值相对应的右特征向量  $M_1$  的数值计算方法。推荐的计算步骤如下。

- 1) 对  $B_{\text{node}}(j\omega_i)$  进行 QR 分解,得到  $B_{\text{node}}(j\omega_i) = QR$ , 这里  $Q$  为正交矩阵,  $R$  为上三角矩阵。由于  $B_{\text{node}}(j\omega_i)$  具有一个零特征值,因此矩阵  $R$  为:

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1(n-1)} & R_{1n} \\ 0 & R_{22} & \cdots & R_{2(n-1)} & R_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & R_{(n-1)(n-1)} & R_{(n-1)n} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

- 2) 与零特征值相对应的右特征向量  $M_1 \neq 0$ , 且满足如下关系:

$$B_{\text{node}}(j\omega_i)M_1 = 0 \Rightarrow QR M_1 = 0 \Rightarrow R M_1 = 0 \quad (14)$$

即:

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1(n-1)} & R_{1n} \\ 0 & R_{22} & \cdots & R_{2(n-1)} & R_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & R_{(n-1)(n-1)} & R_{(n-1)n} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_{n-1} \\ m_n \end{bmatrix} = 0 \quad (15)$$

3) 由于特征向量  $\mathbf{M}_1$  不是唯一的,不妨设  $m_n=1$ 。这样  $\mathbf{M}_1$  中的其他元素可以通过求解如下方程得到:

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1(n-1)} \\ 0 & R_{22} & \cdots & R_{2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & R_{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_{n-1} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R_{1n} \\ R_{2n} \\ \vdots \\ R_{(n-1)n} \end{bmatrix} \quad (16)$$

求解方程式(16)可得特征向量  $\mathbf{M}_1$ ,找出  $\mathbf{M}_1$  中的最大元素序号,即可确定与谐振模态  $j\omega_i$  对应的最佳绝对值可控可观测节点。

#### 4.5 第 1 阶段算法的具体实施示例

以图 1 所示简单系统为例展示第 1 阶段算法计算过程。构造无阻尼系统的方法是将图 1 系统中的所有电阻(电导)性参数置 0,具体做法为:对于 2 个节点之间唯一的电阻性元件将其电阻值置 0;对于 2 个节点之间存在其他元件的电阻性元件将其电导值置 0。

假设谐振稳定性分析所关注的频段  $[f_{st}, f_{end}] = [50, 2500]$  Hz,在此频段内以 1 Hz 为步长扫描计算  $\det(\mathbf{B}_{\text{node}}(j2\pi f_k))$ ,然后检查相邻 2 个离散频率点之间  $\det(\mathbf{B}_{\text{node}}(j\omega))$  是否存在过零点,若存在过零点,则通过 2 点线性插值求出过零点频率  $f_{\text{zero}}$ 。

计算结果得到 3 个过零点如下:第 1 种谐振模态无阻尼谐振的过零点频率  $f_{\text{zero1}} = 150.0$  Hz;第 2 种谐振模态无阻尼谐振的过零点频率  $f_{\text{zero2}} = 1200.1$  Hz;第 3 种谐振模态无阻尼谐振的过零点频率  $f_{\text{zero3}} = 1850.0$  Hz。

与第 1 种谐振模态频率  $f_{\text{zero1}} = 150.0$  Hz 对应的节点电压振型  $\mathbf{V}_{\text{ms1}} = [1.0000 \ 0.9887 \ 0.0023]^T$ ,与第 2 种谐振模态频率  $f_{\text{zero2}} = 1200.1$  Hz 对应的节点电压振型  $\mathbf{V}_{\text{ms2}} = [1.0000 \ 0.2775 \ 0.4982]^T$ ,与第 3 种谐振模态频率  $f_{\text{zero3}} = 1850.0$  Hz 对应的节点电压振型  $\mathbf{V}_{\text{ms3}} = [-1.0000 \ 0.7171 \ 0.4989]^T$ 。在 3 组节点电压振型中,第 1 个元素的绝对值均是最大的,这表明 1 号节点( $N_1$ )是最佳可控可观测节点。

### 5 在有阻尼的完整系统中实现第 2 阶段算法的过程

#### 5.1 采用测试信号法的理论依据

考虑所有元件中的电阻(电导)特性后进行第 2 阶段的计算过程。 $s$  域下系统的节点电压方程为:

$$\mathbf{Y}_{\text{node}}(s)\mathbf{V}_{\text{node}}(s) = \mathbf{I}_{\text{node}}(s) \quad (17)$$

式中:  $\mathbf{V}_{\text{node}}(s)$  和  $\mathbf{I}_{\text{node}}(s)$  分别为  $s$  域节点电压向量和

域节点注入电流向量。考察  $\mathbf{I}_{\text{node}}(s)$  为单个输入时的情况,设节点  $k$  为最佳可控可观测节点,在节点  $k$  上注入电流  $i_k(s)$ ,计算与节点  $k$  相连接的某条(或某几条)分流支路(并联支路)的电流  $i_{\text{shunt}}(s)$ 。设分流支路的一端为节点  $k$ ,另一端为节点  $l$ ,且分流支路的导纳为  $y_{\text{shunt}}(s)$ 。则式(17)可变为:

$$\mathbf{Y}_{\text{node}}(s)\mathbf{V}_{\text{node}}(s) = \boldsymbol{\beta} i_k(s) \quad (18)$$

式中:  $\boldsymbol{\beta}$  为  $n \times 1$  维列向量,其第  $k$  个元素为 1,其余元素为 0。而  $i_{\text{shunt}}(s)$  可以表示为:

$$i_{\text{shunt}}(s) = y_{\text{shunt}}(s) \cdot \boldsymbol{\gamma} \mathbf{V}_{\text{node}}(s) = y_{\text{shunt}}(s) \cdot \boldsymbol{\gamma} \mathbf{Y}_{\text{node}}^{-1}(s) \cdot \boldsymbol{\beta} i_k(s) \quad (19)$$

式中:  $\boldsymbol{\gamma}$  为  $1 \times n$  维行向量,其第  $k$  个元素为 1,第  $l$  个元素为 -1,其余元素为 0。定义分流比  $\eta_{\text{shunt}}$  为流过分流支路的电流  $i_{\text{shunt}}(s)$  与注入电流  $i_k(s)$  之比,则根据式(19)可得:

$$\eta_{\text{shunt}}(s) = \frac{i_{\text{shunt}}(s)}{i_k(s)} = y_{\text{shunt}}(s) \cdot \boldsymbol{\gamma} \frac{\mathbf{Y}_{\text{node}}^*(s)}{\det(\mathbf{Y}_{\text{node}}(s))} \boldsymbol{\beta} \quad (20)$$

式中:  $\mathbf{Y}_{\text{node}}^*(s)$  为  $\mathbf{Y}_{\text{node}}(s)$  的伴随矩阵。显然,  $\eta_{\text{shunt}}(s)$  是一个标量,可以理解为是一种传递函数,其分母为系统的特征方程  $\det(\mathbf{Y}_{\text{node}}(s))$ 。因此  $\eta_{\text{shunt}}(s)$  的分母多项式一定包含系统特征方程的信息。

一般情况下,  $\eta_{\text{shunt}}(s)$  的分子和分母都是  $s$  的高次多项式。但当  $s$  处于系统特定特征根的邻域中时,  $\eta_{\text{shunt}}(s)$  的分母可以用与该特征根对应的二次多项式来表示,而  $\eta_{\text{shunt}}(s)$  的分子则同样可用 1 个二次多项式来逼近。这样,在系统特定特征根的邻域中,  $\eta_{\text{shunt}}(s)$  可以表示为:

$$\eta_{\text{shunt}}(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad (21)$$

式中:  $a_0, a_1, b_0, b_1, b_2$  为待定的多项式系数,均为实数。

值得指出的是,在最佳可控可观测节点  $k$  注入电流信号的条件下,可以得到多种分母为系统特征方程的传递函数,比如节点  $k$  本身的策动点阻抗  $Z_{kk}(s)^{[11]}$ 。但就传递函数在系统特征根邻域中进行 2 阶近似的可适用性而言,分流比  $\eta_{\text{shunt}}$  优于策动点阻抗  $Z_{kk}(s)$ 。

#### 5.2 测试信号法的具体实施示例

为了确定  $\eta_{\text{shunt}}(s)$  在特定特征根邻域中的近似表达式(21),可以让  $s$  沿着虚轴在  $j2\pi f_{\text{zero}}$  的邻域内变化,然后再辨识出式(21)中的多项式系数。具体的实现步骤如下。

1) 对应第 1 阶段已经计算出的特定无阻尼谐振频率  $f_{\text{zero}}$ ,在  $\pm 3\% f_{\text{zero}}$  的频率范围内构造 5 个临近的频率计算点,分别为  $f_1 = 0.97 f_{\text{zero}}$ 、 $f_2 = 0.985 f_{\text{zero}}$ 、 $f_3 = f_{\text{zero}}$ 、 $f_4 = 1.015 f_{\text{zero}}$ 、 $f_5 = 1.03 f_{\text{zero}}$ 。

2) 在与  $f_{\text{zero}}$  相对应的最佳可控可观测节点  $k$  中注入单位电流相量。然后在上述的 5 个频率点中

分别计算出  $\eta_{\text{shunt}}(j2\pi f_1)$ 、 $\eta_{\text{shunt}}(j2\pi f_2)$ 、 $\eta_{\text{shunt}}(j2\pi f_3)$ 、 $\eta_{\text{shunt}}(j2\pi f_4)$  和  $\eta_{\text{shunt}}(j2\pi f_5)$ 。

3) 根据  $s$  分别取  $j2\pi f_1$ 、 $j2\pi f_2$ 、 $j2\pi f_3$ 、 $j2\pi f_4$  和  $j2\pi f_5$  时的  $\eta_{\text{shunt}}(j2\pi f_1)$ 、 $\eta_{\text{shunt}}(j2\pi f_2)$ 、 $\eta_{\text{shunt}}(j2\pi f_3)$ 、 $\eta_{\text{shunt}}(j2\pi f_4)$  和  $\eta_{\text{shunt}}(j2\pi f_5)$ , 辨识式 (21) 中的  $a_0$ 、 $a_1$ 、 $b_0$ 、 $b_1$ 、 $b_2$  这 5 个待定实系数。

4) 求解式 (21) 分母的二次多项式, 得到与特定无阻尼谐振过零点频率  $f_{\text{zero}}$  对应的精确谐振模式特征根  $\sigma_{\text{res}} \pm j\omega_{\text{res}}$ 。

值得指出的是, 上述  $\pm 3\% f_{\text{zero}}$  的频率范围和 5 个临近的频率计算点并不绝对。但改变这 2 组参数, 并不会对结果有太大影响。比如, 将  $\pm 3\% f_{\text{zero}}$  的频率范围改变为  $\pm 2\% f_{\text{zero}}$  或  $\pm 4\% f_{\text{zero}}$ , 以及将 5 个临近的频率计算点变为 7 个或 9 个, 对结果的影响都不大。

仍然以图 1 所示简单系统为例展示第 2 阶段算法的过程。计算结果如附录 A 表 A1 所示。对上述计算结果的准确性进行检验, 方法是验证所得到的特征根是否满足  $\det(\mathbf{Y}_{\text{node}}(s))=0$  的条件。将上述特征根代入式 (8) 中, 得到:

$$\begin{cases} s_1 = -1.411\,467 \times 10^2 \pm j9.319\,471 \times 10^2 \\ \det(\mathbf{Y}_{\text{node}}(s_1)) = 1.361\,43 \times 10^{-6} \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} s_2 = -6.066\,15 \times 10 \pm j7.542\,206\,5 \times 10^3 \\ \det(\mathbf{Y}_{\text{node}}(s_2)) = 1.665\,46 \times 10^{-9} \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} s_3 = -2.701\,758 \times 10^2 + j1.161\,600\,96 \times 10^4 \\ \det(\mathbf{Y}_{\text{node}}(s_3)) = 9.758\,86 \times 10^{-10} \end{cases} \quad (24)$$

可见, 第 2 阶段计算得到的谐振模式特征根, 在很高的精度上满足了  $\det(\mathbf{Y}_{\text{node}}(s))=0$  的条件。

### 5.3 谐振模式阻尼的灵敏度分析

显然, 特征根的实部决定于系统中的电阻(电导)性参数, 通过改变系统中的特定电阻(电导)参数, 可以计算特征根的阻尼对特定电阻(电导)参数的灵敏度。仍以图 1 所示简单系统为例进行分析。分别改变图 1 中并联电阻  $R_1$ 、 $R_2$  的取值, 观察 3 个特征根的变化情况。计算结果分别见表 3、4。

由表 3 可知, 谐振模式 2 和谐振模式 3 的阻尼值

表 3 谐振模式阻尼关于并联电阻  $R_1$  的灵敏度

Table 3 Sensitivity of resonance mode damping to parallel resistance  $R_1$

| $R_1 / \Omega$ | 特征根                    |                       |                        |
|----------------|------------------------|-----------------------|------------------------|
|                | 谐振模式 1                 | 谐振模式 2                | 谐振模式 3                 |
| 1 500          | -141.1467±<br>j931.947 | -60.6615±<br>j7542.21 | -270.1758±<br>j11616.0 |
| 3 000          | -141.1423±<br>j931.951 | -38.2341±<br>j7540.37 | -142.5601±<br>j11621.3 |
| 4 500          | -141.1408±<br>j931.952 | -30.7402±<br>j7539.99 | -100.1241±<br>j11622.4 |
| -1 500         | -141.1292±<br>j931.961 | 29.1242±<br>j7 541.09 | 239.3299±<br>j11618.6  |

表 4 谐振模式阻尼关于并联电阻  $R_2$  的灵敏度

Table 4 Sensitivity of resonance mode damping to parallel resistance  $R_2$

| $R_2 / \Omega$ | 特征根                    |                       |                        |
|----------------|------------------------|-----------------------|------------------------|
|                | 谐振模式 1                 | 谐振模式 2                | 谐振模式 3                 |
| 400            | -141.1467±<br>j931.947 | -60.6615±<br>j7542.21 | -270.1758±<br>j11616.0 |
| 800            | -70.2147±<br>j939.881  | -52.7585±<br>j7542.35 | -262.5072±<br>j11617.0 |
| 1 200          | -46.7666±<br>j941.325  | -50.1266±<br>j7542.33 | -259.9452±<br>j11617.3 |
| -400           | -141.1292±<br>j931.961 | -29.1883±<br>j7541.09 | -239.3956±<br>j11618.6 |

对  $R_1$  的改变很敏感, 特别是当  $R_1$  取负值时, 谐振模式 2、3 变得不稳定。说明谐振模式 2、3 的阻尼与  $R_1$  强相关, 而谐振模式 1 的阻尼与  $R_1$  几乎不相关。由表 4 可知, 谐振模式 1 的阻尼值对  $R_2$  的改变十分敏感, 特别是当  $R_2$  取负值时, 谐振模式 1 变得不稳定。说明谐振模式 1 的阻尼与  $R_2$  强相关, 而谐振模式 2 和谐振模式 3 的阻尼与  $R_2$  仅为弱相关。

另外, 对于阻尼很强的谐振模式(如表 3 中的谐振模式 1), 其 5 个频率点上的分流比模值是单调变化的, 与阻尼较弱的谐振模式 2、3 存在峰值有所不同。当改变  $R_2$  的取值, 使得谐振模式 1 变为弱阻尼时, 对应谐振模式 1 的 5 个频率点上的分流比模值也会呈现峰值特征。 $R_2=1200\,\Omega$  时, 谐振模式 1 的阻尼比为 0.0496, 谐振频率为 149.8166 Hz。对应谐振模式 1 的 5 个频率点上的分流比分别为  $2.2194 \angle 144.44^\circ$ 、 $2.2435 \angle 132.54^\circ$ 、 $2.0967 \angle 118.91^\circ$ 、 $1.7819 \angle 106.31^\circ$ 、 $1.4086 \angle 97.40^\circ$ 。显然, 第 2 个频率点上的模值是这 5 个值中的峰值。

综上所述, 对于弱阻尼的谐振模式, 其有阻尼谐振频率与无阻尼谐振频率非常相近, 分流比  $\eta_{\text{shunt}}$  的模值在有阻尼谐振频率点上会出现峰值。

另外, 还需指出, 表 3、4 中, 当设置电阻为负时, 基于  $s$  域节点导纳矩阵的分析方法会出现不稳定的谐振模式, 但该结果在基于电磁暂态仿真方法研究系统谐振稳定性的过程中难以复现。这是因为在这种系统条件下, 电磁暂态仿真方法不可能建立初始工作点。这也是  $s$  域节点导纳矩阵法相较于电磁暂态仿真方法在分析系统谐振稳定性时的优势之一。

## 6 大系统层面谐振稳定性分析实例

考察 1 个四端直流电网的谐振稳定性问题。该四端直流电网接线如附录 A 图 A1 所示。该电网为双极带金属回线的直流电网, 金属回线全网单点接地, 接地点设在换流站 C。

设图 A1 所示直流电网中所有平波电抗器的电感值均为 100 mH; 从直流侧看进去的每个模块化多电平换流器(modular multilevel converter, MMC)的



阻抗频率特性如式(25)所示;三线耦合输电线路的单位长度电阻参数如式(26)所示,单位长度电感参数如式(27)所示,单位长度电容参数如式(28)所示。

$$Z_{\text{MMC}} = (8 \times 10^{-1} - 6.6 \times 10^{-2}f + 6 \times 10^{-4}f^2) + j(-1.086 \times 10^2 + 4.618f - 6.31 \times 10^{-2}f^2 + 3.046 \times 10^{-4}f^3) \quad (25)$$

$$\begin{cases} R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \\ R_{11} = R_{33} = 7.426 \times 10^{-2} + 1.447 \times 10^{-2}f/50 \\ R_{22} = 7.368 \times 10^{-2} + 1.346 \times 10^{-2}f/50 \\ R_{12} = R_{21} = R_{23} = R_{32} = 4.698 \times 10^{-2} + 1.237 \times 10^{-2}f/50 \\ R_{13} = R_{31} = 4.504 \times 10^{-2} + 1.157 \times 10^{-2}f/50 \end{cases} \quad (26)$$

$$\begin{cases} L = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \\ L_{11} = L_{33} = 1.331 - 4.7 \times 10^{-2}f/50 \\ L_{12} = L_{23} = 4.839 \times 10^{-1} - 4.3 \times 10^{-2}f/50 \\ L_{13} = 3.563 \times 10^{-1} - 3.9 \times 10^{-2}f/50 \\ L_{22} = 1.330 - 4.4 \times 10^{-2}f/50 \end{cases} \quad (27)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1.177 \times 10 & -1.823 & -4.646 \times 10^{-1} \\ -1.823 & 1.189 \times 10 & -1.823 \\ -4.646 \times 10^{-1} & -1.823 & 1.177 \times 10 \end{bmatrix} \text{ nF/km} \quad (28)$$

式中: $f$ 为频率。由式(25)可见,MMC的阻抗频率特性在100 Hz范围内存在负电阻频段,因此图A1所示直流电网的谐振稳定性问题是一个需关注的问题。

对图A1所示直流电网进行谐振稳定性分析,计算结果如附录A表A2所示。由表可知,在100 Hz的频率范围内,该系统存在6个谐振模态,尽管阻尼比小于5%的有3个,但这6个谐振模态都是稳定的。

基于此实际案例的分析,以下2点需特别指出:

1)输电线路具有多相耦合、分布参数和参数随频率变化的特点,这些特点限制了状态空间模型在谐振稳定性分析方面的有效应用,而s域节点导纳矩阵法可以完全克服这些困难;

2)即使MMC的阻抗频率特性存在负电阻频段,谐振不稳定也并非必然发生的现象,实际系统是否会出现谐振不稳定问题需要基于具体的系统参数进行精确计算。

## 7 结论

本文根据谐振稳定性的定义,基于s域节点导纳矩阵原理,将谐振稳定性分析分解为无阻尼网络分析和有阻尼网络分析2个阶段来完成,避免了直接求解s域节点导纳矩阵行列式零点的困难,为在大系统层面开展电力系统谐振稳定性分析提供了一条可靠途径。主要结论如下。

1)谐振稳定性的实质是电力系统中以“固有谐振频率”振荡的自由分量的衰减特性,谐振稳定性属于小扰动稳定性,可以采用线性系统理论进行分析。

2)s域节点导纳矩阵法的理论基础是s域回路阻抗矩阵的行列式、s域节点导纳矩阵的行列式以及系统状态方程的特征多项式,三者之间具有相同的非零值零点。

3)两阶段s域节点导纳矩阵分析法的根本优势是将原本属于s平面上的2维问题简化为了j $\omega$ 轴上的1维问题。第1阶段简化通过假设全系统零阻尼来实现,第2阶段简化通过测试信号法来实现。任一阶段简化后的系统都可以采用完全成熟的交流稳态电路分析方法来进行计算。

4)本文提出的以分流比为基础实现谐振模态精确辨识的方法非常有效。大量算例表明,当s处于系统特定特征根的邻域中时,分流比的分子和分母都可以简化为s的二次多项式。

5)基于无阻尼谐振频率 $\pm 3\% f_{\text{zero}}$ 范围的5个频率点上的分流比,可以精确辨识出分流比的s域表达式,从而精确地确定谐振模态的实部和虚部及其谐振频率和阻尼比。

附录见本刊网络版(<http://www.epae.cn>)。

## 参考文献:

- [1] 李明节,于钊,许涛,等. 新能源并网系统引发的复杂振荡问题及其对策研究[J]. 电网技术,2017,41(4):1035-1042.  
LI Mingjie, YU Zhao, XU Tao, et al. Study of complex oscillation caused by renewable energy integration and its solution [J]. Power System Technology, 2017, 41(4): 1035-1042.
- [2] 吕敬,董鹏,施刚,等. 大型双馈风电场经MMC-HVDC并网的次同步振荡及其抑制[J]. 中国电机工程学报,2015,35(19):4852-4860.  
LÜ Jing, DONG Peng, SHI Gang, et al. Subsynchronous oscillation and its mitigation of MMC-based HVDC with large doubly-fed induction generator-based wind farm integration [J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(19): 4852-4860.
- [3] 李云丰,汤广福,贺之渊,等. MMC型直流输电系统阻尼控制策略研究[J]. 中国电机工程学报,2016,36(20):5492-5503.  
LI Yunfeng, TANG Guangfu, HE Zhiyuan, et al. Damping control strategy research for MMC based HVDC system [J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(20): 5492-5503.
- [4] ANDERSON P M, AGRAWAL B L, VAN NESS J E. Subsynchronous resonance in power systems [M]. New York, USA: IEEE, 1990: 227-242.
- [5] 徐政. 交直流电力系统动态行为分析 [M]. 北京:机械工业出版社, 2004: 157-164.
- [6] SUN J. Impedance-based stability criterion for grid-connected inverters [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2011, 26(11): 3075-3078.
- [7] CESPEDES M, SUN J. Impedance modeling and analysis of grid-connected voltage-source converters [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2014, 29(3): 1254-1261.
- [8] 陆秋瑜,杨银国,郑建平,等. 功率同步控制的模块化多电平换流器阻抗建模及谐振稳定性分析[J]. 电力自动化设备, 2022, 42(8): 160-166.

- LU Qiuyu, YANG Yinguo, ZHENG Jianping, et al. Impedance modeling and resonance stability analysis of modular multilevel converter with power synchronization control[J]. Electric Power Automation Equipment, 2022, 42(8): 160-166.
- [9] 李杨, 帅智康, 方俊彬, 等. 基于阻抗测量的多逆变器系统稳定性校验方法[J]. 电力系统自动化, 2021, 45(11): 95-101.
- LI Yang, SHUAI Zhikang, FANG Junbin, et al. Stability check method for multi-inverter system based on impedance measurement[J]. Automation of Electric Power Systems, 2021, 45(11): 95-101.
- [10] 刘豹. 现代控制理论[M]. 2版. 北京: 机械工业出版社, 2000: 8-48.
- [11] 徐政, 王世佳, 邢法财, 等. 电力网络的谐振稳定性分析方法研究[J]. 电力建设, 2017, 38(11): 1-8.
- XU Zheng, WANG Shijia, XING Facai, et al. Qualitative analysis method of electric network resonance stability[J]. Electric Power Construction, 2017, 38(11): 1-8.
- [12] 邢法财, 徐政, 王世佳. 非同步机电源接入电网后的谐振问题分析及抑制[J]. 电力系统自动化, 2019, 43(15): 71-79.
- XING Facai, XU Zheng, WANG Shijia. Analysis and suppression of resonance problem in power system with unconventional generators[J]. Automation of Electric Power Systems, 2019, 43(15): 71-79.
- [13] 邢法财, 武诚, 蒋哲, 等. 计及网络谐振结构的双馈风电场次同步振荡问题分析及抑制[J]. 电力自动化设备, 2022, 42(8): 126-132.
- XING Facai, WU Cheng, JIANG Zhe, et al. Analysis and suppression on sub-synchronous oscillation problems of DFIG-based wind farm considering network resonance structure[J]. Electric Power Automation Equipment, 2022, 42(8): 126-132.
- [14] 徐政. 高比例非同步机电源电网面临的三大技术挑战[J]. 南方电网技术, 2020, 14(2): 1-9.
- XU Zheng. Three technical challenges faced by power grids with high proportion of non-synchronous machine sources[J]. Southern Power System Technology, 2020, 14(2): 1-9.
- [15] SEMLYEN A I. S-domain methodology for assessing the small signal stability of complex systems in nonsinusoidal steady state[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1999, 14(1): 132-137.
- [16] 徐政. 电力系统广义同步稳定性与宽频谐振稳定性专辑特约主编寄语[EB/OL]. (2020-09-10)[2023-08-06]. <https://kns.cnki.net/kcms2/article/abstract?v=3uoqIhG8C44YLTIOAiTR-KibY1V5Vjs7i8oRR1PAr7RxjuAJk4dHXomgyxXafE9EOS6b4Rwl-GjFbTR1EoW6zD8Kwkn8qb-QFi&uniplatform=NZKPT>.
- [17] 李普明, 徐政, 黄莹, 等. 高压直流输电交流滤波器参数的计算[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(16): 115-121.
- LI Puming, XU Zheng, HUANG Ying, et al. Algorithm for the parameters of AC filters in HVDC transmission system[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(16): 115-121.
- [18] 邢法财, 徐政. 两电平电压源型换流器负阻性与容性效应特征指标研究[J]. 电力系统自动化, 2021, 45(13): 12-19.
- XING Facai, XU Zheng. Research on characteristic indices for negative resistive and capacitive effect of two-level voltage-source converter[J]. Automation of Electric Power Systems, 2021, 45(13): 12-19.
- [19] 邢法财, 徐政. 双馈感应风力发电机的负电阻效应研究[J]. 太阳能学报, 2022, 43(4): 324-332.
- XING Facai, XU Zheng. Investigation on negative-resistance effect of doubly-fed induction generator[J]. Acta Energiae Solaris Sinica, 2022, 43(4): 324-332.
- [20] BALABANIAN N, BICKART T A. Electrical network theory[M]. New York, USA: Wiley, 1969: 393-394.
- [21] ARRILLAGA J, ARNOLD C P, HARKER B J. Computer modelling of electrical power systems[M]. New York, USA: Wiley, 1983: 82-88.

#### 作者简介:

徐 政(1962—), 男, 教授, 博士, IEEE Fellow, 主要研究方向为大规模交直流电力系统分析、直流输电与柔性交流输电、新能源并网、电力谐波与电能质量(E-mail: xuzheng007@zju.edu.cn)。

(编辑 王欣竹)

## Resonance stability analysis method based on $s$ -domain node admittance matrix

XU Zheng

(College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

**Abstract:** The issue of resonance stability has become increasingly prominent in the context of new type power systems, with lack of effective methods for its analysis at the large scale system level so far. The definition and mechanism of resonance stability are given, and a complete method for achieving resonance stability analysis based on the principle of  $s$ -domain node admittance matrix is proposed. The proposed method is completed in two stages. Firstly, the undamped resonant frequency, the node voltage mode shape and the best controllable and observable node of each resonance mode are determined under the assumption of zero system damping. Then, based on the ideas of system order-reduction and system identification, the eigenvalue corresponding to each resonance mode is accurately calculated by the test signal method, with all damping of the system considered. Further, the sensitivity of each resonance mode to some specific component parameters can be calculated. The proposed method avoids the difficulties of directly solving the zero point of determinant of the  $s$ -domain node admittance matrix, and provides a reliable approach for conducting resonance stability analysis of large scale system level.

**Key words:** resonance stability;  $s$ -domain node admittance matrix; resonance modes; undamped network; damped network; shunt current ratio; test signal method



## 附录 A

表 A1 第 2 阶段计算过程列表

Table A1 List of Phase 2 calculation process

| 项目                 | 谐振模式 1                                                                                                             | 谐振模式 2                                                                                                   | 谐振模式 3                                                                                                |
|--------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 电流注入节点             | 1 号节点                                                                                                              | 1 号节点                                                                                                    | 1 号节点                                                                                                 |
| 分流支路末端节点           | 2 号节点                                                                                                              | 2 号节点                                                                                                    | 2 号节点                                                                                                 |
| 5 个频率点上            | 1.264 5, 153.27° ;<br>1.228 2, 150.97° ;<br>分流比 1.184 1, 148.88° ;<br>模值和相角 1.134 0, 147.13° ;<br>1.080 6, 145.81° | 7.279 1, 164.29° ;<br>12.538 6, 151.32° ;<br>25.373 9, 91.03° ;<br>11.456 5, 27.70° ;<br>5.828 2, 14.10° | 5.299 1, 146.53° ;<br>7.398 4, 126.58° ;<br>8.822 9, 93.27° ;<br>7.413 9, 60.95° ;<br>5.461 3, 42.13° |
| 系数 $b_2, b_1, b_0$ | -0.825 893, -286.035,<br>-896 563                                                                                  | -0.707 002, 61.916 4, $-6.339\ 83 \times 10^7$                                                           | 0.299 775, -356.06, $-1.463\ 47 \times 10^7$                                                          |
| 系数 $a_1, a_0$      | 282.293, 888 448                                                                                                   | 121.323, $5.688\ 86 \times 10^7$                                                                         | 540.352, $1.350\ 05 \times 10^8$                                                                      |
| 特征根                | -141.146 7±j931.947 1                                                                                              | -60.661 5±j7 542.206 5                                                                                   | -270.175 8±j11 616.009 6                                                                              |
| 谐振频率/Hz            | 148.324 0                                                                                                          | 1 200.379 4                                                                                              | 1 848.745 4                                                                                           |
| 阻尼比                | 0.149 7                                                                                                            | 0.008 0                                                                                                  | 0.023 3                                                                                               |

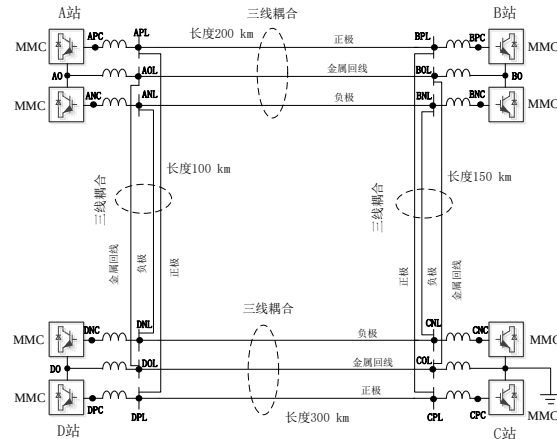


图 A1 双极带金属回线的四端直流电网接线

Fig.A1 Bipolar four terminal DC power grid with metal return lines

表 A2 直流电网谐振稳定性分析结果

Table A2 Resonance stability analysis results of DC power grid

| 项目     | 第一阶段无阻尼网络分析 |           | 第二阶段有阻尼网络分析         |          |         |
|--------|-------------|-----------|---------------------|----------|---------|
|        | 谐振频率/Hz     | 最佳可控可观测节点 | 系统特征根               | 谐振频率/Hz  | 阻尼比     |
| 谐振模式 1 | 15.77       | BO        | -7.750 1±j96.335 8  | 15.332 3 | 0.080 2 |
| 谐振模式 2 | 17.88       | AO        | -3.883 5±j111.741   | 17.784 2 | 0.034 7 |
| 谐振模式 3 | 23.21       | CPC       | -7.712 1±j143.882   | 22.899 5 | 0.053 5 |
| 谐振模式 4 | 25.80       | BNC       | -3.509 6 ±j161.672  | 25.730 9 | 0.021 7 |
| 谐振模式 5 | 27.13       | ANC       | -1.497 8 ±j171.302  | 27.263 6 | 0.008 7 |
| 谐振模式 6 | 63.65       | AOL       | -32.789 5 ±j392.649 | 62.492 0 | 0.083 2 |