考虑光储协调的配电网多阶段就地-分布式电压控制策略

王守相^{1,2},程耀祥^{1,2},赵倩宇^{1,2},董逸超³ (1. 天津大学 智能电网教育部重点实验室,天津 300072; 2. 电力系统仿真控制天津市重点实验室,天津 300072;3. 国网天津市电力公司,天津 300010)

摘要:针对高渗透率光伏并网点附近线路的电压越限问题,基于对含分布式电源配电网的功率调压原理的分析,提出了考虑光储协调的多阶段电压控制方法。采用切比雪夫多项式滤波方法改进基于一致性原理迭代的分布式控制方式,有效加快了分布式控制的收敛速度;提出了多阶段就地-分布式电压控制策略,包括光伏逆变器就地无功补偿的阶段 II 调压、全网光伏逆变器分布式无功调节的阶段 II 调压、全网储能一致性分布式 有功调节的阶段 III 调压。以改进的某实际55节点中压配电系统为算例进行仿真,验证了所提多阶段就地-分 布式电压控制策略的有效性和优越性。

关键词:光储系统;电压控制;就地控制;多项式滤波;一致性算法;分布式控制;配电网 **中图分类号:**TM615;TM761 **文献标志码:**A DOI:10.16081/j.epae.202303037

0 引言

分布式光伏在配电网大规模并入会造成系统短路容量、电压稳定能力降低,大幅提高了系统电压越限、载流量超标等问题的发生率。当系统发生电压越限时,若不及时介入调压,则有可能发生分布式电源脱网乃至电压崩溃事故。因此,开展支撑高比例光伏接入配电网的电压优化控制研究十分必要。

目前,针对光伏接入的配电网调压手段主要包 括线路功率调压、有载变压器分接头调压、串联补偿 调压^[1-9]。文献[1]将基于多代理技术的调压模型解 耦,提出了一种随机算法用于协调光伏的有功、无功 功率,提高了调压策略对配电网重构的弹性,但该策 略的光伏削减成本较大,且单一调压设备具有调压 范围小的弊端。文献[2]提出了一种协调有载变压 器分接头预防控制和光伏逆变器无功调节的调压策 略。文献[3]以交直流系统的无功交换量最小为目 标,研究了换流站电容器与同步调相机无功置换协 调策略。然而,并联电容器不能连续调节、变压器分 接头调压磨损大、静止无功发生器投资成本高等问 题使上述调压手段均具有一定的局限性。利用光伏 逆变器进行调压具有响应速度快且调压成本低的优 势。储能系统的有功控制成本逐年下降,且具有调 压平滑、迅速的优点。因此,考虑使用光伏与储能设 备调压成为电压优化的研究热点。文献[4]基于一

收稿日期:2022-08-07;修回日期:2023-01-04 在线出版日期:2023-03-31

基金项目:国家自然科学基金资助项目(U2166202,52077149); 国家电网有限公司总部科技项目(5400-202199280A-0-0-00) Project supported by the National Natural Science Foundation of China(U2166202,52077149) and the Science and Technology Project of State Grid Corporation of China(5400-202199280A-0-0-00) 致性算法控制户用光伏逆变器的无功补偿功率,并 优化了低压配电网中逆变器的配置方式;文献[5]基 于模型预测方法,提出了支撑高渗透率光伏接入配 电网的储能自主实时调压策略;考虑到直流系统中 电容惯性低且易发生电压波动的问题,文献[6]引入 蓄电池附加虚拟惯性控制以配合光伏系统,保证了 直流电压的稳定性。

结合不同的通信控制方式,已有电压控制策略 可以分为以下3种[7-9]。①集中式控制,其全局最优 性强,但数据传输量和计算密度巨大,高度依赖发达 的通信网络。文献[7]提出了一种考虑通信延迟的 微电网集中控制策略,优化效果显著,但通信负担 重,计算时间长。②就地控制,通过本地控制器进行 测算与控制,无网络通信成本,计算量小,但是不具 备全局协调能力,往往作为预防控制环节^[8]。文献 [9]引入就地控制改善了考虑光伏不确定性时集中 控制调压的优化效果:文献[10]采用模型预测方法 分阶段调整就地控制无功-电压曲线,增强了对源荷 随机性的适应性,但仅采用就地控制时调压范围小。 ③分布式控制,通过各个子环节或子系统的协同控 制实现全局调节,具有一定的全局寻优能力,对整个 系统通信网络性能的依赖较小。文献[11]基于梯度 投影法实现了光伏逆变器与电容器组的无功协调控 制,但其调压结果易受配电网轻载情况下线路容升 效应的影响;文献[12]引入分布式通信下本地光伏 调压能力指标的计算方法,并选择具有最大调压能 力的节点进行无功补偿或有功缩减,但其计算和交 互过程较为复杂,且部分调压资源的利用率较低。

一致性算法是一种原理简单、易于实现的分布 式控制方法,能有效计及各分布式电源容量的差异 性来平衡各调压资源的利用率,使部分调压设备尤 其是近变压器出口的一些调压资源得到充分利用。 文献[13]考虑通信延迟对无功均分偏差的影响,提 出了基于一致性算法的触发电压二次控制策略,但 也暴露了传统一致性算法在高维状态空间中收敛速 度变慢的问题。文献[14]采用定步长的一致性迭代 方式协调光伏逆变器与储能进行调压,但其分布式 迭代固定步长易使系统陷入局部最优,造成不必要 的调压资源浪费。另外,由于一致性算法侧重于系 统均衡性目标,而对经济性目标欠缺考虑,上述方法 直接进行一致性控制,恶化了光伏的无功调压经济 性。因此,结合各方法的特点来协调不同电压越限 程度下的调压策略具有重要的意义。

本文提出了一种考虑光储协调的配电网多阶段 就地-分布式电压控制策略。该策略不进行光伏有 功缩减,且考虑到逆变器无功控制比储能控制更具有 灵活性的特征,引入就地控制作为初始调压阶段,改 善一致性原则下光伏分布式控制的经济性。在分布 式调压环节,采用多项式滤波与自适应变步长弥补 传统一致性算法在收敛速度、稳态误差方面的短板。

1 光储系统的调压原理

相比于输电线路,配电网的电压等级低且架空 线路短,在简化分析潮流时,可以忽略线路对地导纳 与线路互阻抗^[12]。以含分布式电源接入的辐射状配 电网为例,其拓扑结构如附录A图A1所示。设系统 节点数为*M*,*U_i*为节点*i*的电压幅值,*P_i、Q_i、R_i、X_i分* 别为节点*i*-1与节点*i*之间线路的有功功率、无功功 率、等效电阻、等效电抗,*P*_{DG,i}、Q_{DG,i}分别为节点*i*处 并网分布式电源的有功出力、无功出力,*P*_{Li}、Q_{Li}分 别为节点*i*处负荷的有功功率、无功功率,则节点间 的潮流遵循如下方程:

 $U_i^2 = U_{i-1}^2 - 2(P_i R_i + Q_i X_i) - (R_i^2 + X_i^2)(P_i^2 + Q_i^2)/U_i^2 \quad (1)$

忽略式(1)等号右侧数值极小的第3项,可得节 点*i*的电压*U_i*与馈线根节点电压*U₀*之间的关系为:

$$U_i^2 = U_0^2 - 2\sum_{n=1}^{M} (P_n R_n + Q_n X_n)$$
(2)

一般设定馈线根节点电压U。为系统的参考电 压,则由式(2)可知,配电网节点有功功率、无功功率 的变化均会对节点电压偏移产生影响。当分布式光 伏的并网功率大于并网点负荷消耗功率时,线路上 正向传输的功率流减小,倒送功率流增大,从而使光 伏并网点及其附近节点的电压增大,且光伏并网点 电压抬升最为严重;当线路上的传输功率完全倒送 时,甚至会导致并网点附近电压越限。

相较于输电线路,配电线路具有更高的阻抗比, 其有功-电压灵敏度有时会大于无功-电压灵敏度, 因此不可忽视有功控制的调压作用。本文划分以下 2种调压场景来阐述调压原理。

1) 控制节点 j 与受控节点 i 属于同一条前向

通路。

设节点*i*的初始电压为 $U_{i,0}$,当改变节点*j*处的 分布式电源出力,有功、无功出力变化量分别为 $\Delta P_{DC,j}$ 、 $\Delta Q_{DC,j}$ 时,由功率平衡可得节点*i*的电压由初 始电压 $U_{i,0}$ 变化为 $U_{i,1}$,且 $U_{i,1}$ 满足:

$$U_{i,1}^{2} = \begin{cases} U_{i,0}^{2} - 2\Delta P_{\text{DG},j} \sum_{n=1}^{j} R_{n} - 2\Delta Q_{\text{DG},j} \sum_{n=1}^{j} X_{n} \quad j \leq i \\ U_{i,0}^{2} - 2\Delta P_{\text{DG},j} \sum_{n=1}^{i} R_{n} - 2\Delta Q_{\text{DG},j} \sum_{n=1}^{i} X_{n} \quad j > i \end{cases}$$
(3)

式中: $j \leq i$ 表示节点j处于节点i的上游;j > i表示节 点j处于节点i的下游。

2) 控制节点 *j* 与受控节点 *i* 不属于同一条前向 通路。

当改变节点 j 的分布式电源出力,有功、无功出 力变化量分别为 $\Delta P_{DC,j}$ 、 $\Delta Q_{DC,j}$ 时,由式(3)可得,线 路分支节点 i-1 的电压将由初始电压 $U_{i-1,0}$ 变化为 $U_{i-1,2}$,且 $U_{i-1,2}$ 满足:

$$U_{i-1,2}^{2} = U_{i-1,0}^{2} - 2\Delta P_{\text{DG},j} \sum_{n=1}^{i-1} R_{n} - 2\Delta Q_{\text{DG},j} \sum_{n=1}^{i-1} X_{n} \quad (4)$$

结合式(2)可得,节点*i*的电压将由初始电压*U_i*,0 变化为*U_i*,2,且*U_i*,2满足:

$$U_{i,2}^{2} = U_{i,0}^{2} - 2\Delta P_{\text{DG},j} \sum_{n=1}^{i-1} R_{n} - 2\Delta Q_{\text{DG},j} \sum_{n=1}^{i-1} X_{n}$$
(5)

式(5)表明:当控制节点 j 与受控节点 i 不属于 同一条前向通路时,节点 i 的电压变化量由两前向通 路分支节点及其上游节点的功率变化量决定。

2 改进的一致性分布式控制原理

基于一致性算法的分布式控制是在多智能体系 统中仅利用相邻智能体进行通信交互的分布式控制 策略^[14]。设第k次迭代时节点i的控制状态变量为 $x_{i,k}$,节点i,j间链路的状态转移权重为 w_{ij} 。当控制 变量数量为N时,第k次迭代时系统状态变量向量 $X_k=[x_{i,k}]_{N\times 1}$,由各通信链路状态转移权重组成的状态 转移矩阵 $W=[w_{ij}]_{N\times N}$ 。当系统由 X_1 迭代到 X_k 时,有:

$$\boldsymbol{X}_{k} = \boldsymbol{W}^{k-1} \boldsymbol{X}_{1} = \sum_{i=1}^{N} m_{i} \boldsymbol{\lambda}_{i}^{k-1} \boldsymbol{\alpha}_{i}$$
(6)

式中: m_i 为实数; λ_i 、 α_i 分别为W的特征值、特征向量。 当迭代次数 k 足够大时,系统状态变量将收敛于 $m_i\alpha_1$ 。基于一致性算法的分布式控制原理见附录B。

由于分布式光伏的并网比例日益增长,配电网 中用于调压的可控设备数量增多,分布式控制通信 网络的拓扑变得更加复杂,使得系统状态转移矩阵 与状态变量的维度变得更大,这会减慢基于一致性 算法的分布式控制的收敛速度。为了加快一致性算 法在多元复杂网络中的收敛速度,可采用多项式滤 波原理对一致性算法进行改进^[15]。

采用滤波方法加快算法收敛速度是指将式(6)

中 $\sum_{i=1}^{n} m_i \lambda_i^{k-1} \alpha_i$ 的第2—N项看作控制节点状态迭代 过程中的干扰信号,并将其增益降到最小。假设用k阶多项式 $P_k(x)$ 对式(6)所示迭代过程进行滤波,则 滤波后第k次迭代时的状态向量 X'_k 为:

$$\boldsymbol{X}_{k}^{\prime} = \boldsymbol{P}_{k}(\boldsymbol{W})\boldsymbol{X}_{1} = \sum_{i=1}^{N} m_{i}\boldsymbol{P}_{k}(\boldsymbol{\lambda}_{i})\boldsymbol{\alpha}_{i}$$
(7)

对比式(6)可知,为了使一致性算法收敛并加快 其收敛速度,所构建的多项式应满足 $P_k(\lambda_1)=1$ 且 $\lim_{k \to \infty} |P_k(\lambda_2)/\lambda_2^k|=0$ 。

引入 $k(k \ge 0)$ 阶切比雪夫多项式 $C_k(x)$,表达式为:

$$C_{k}(x) = \begin{cases} \cos(k \sec x) & x \in [-1, 1] \\ \cosh(k \sec h x) & x \in (1, +\infty) \\ (-1)^{k-1} \cosh[k \operatorname{sech}(-x)] & x \in (-\infty, -1) \end{cases}$$
(8)

利用式(8)构造滤波多项式 $F_k(\mathbf{W})$,见式(9)。

$$F_{k}(\boldsymbol{W}) = \frac{C_{k}(\boldsymbol{W}/\tau)}{C_{k}(1/\tau)} \quad \tau \in \left(0, \frac{2|\lambda_{2}|}{\lambda_{2}^{2}+1}\right)$$
(9)

式中: τ 为加速因子; λ_2 为W的模值非1的最大特征 值,且有 $|\lambda_2| < 1$ 。可见, $F_k(\lambda_1) = F_k(1) = 1$ 。根据附录 C进行数学推导可得, $\lim_{k \to +\infty} |F_k(\lambda_2)/\lambda_2^k| = 0$,即 $F_k(W)$ 可以对一致性算法起到滤波加速的效果。

基于式(9)进行滤波加速的一致性算法可表 示为: X.=

$$\begin{cases} X_{k+1} - K_{k+1} - K_{k} = WX_{k} & k = 1 \\ F_{k}(W)X_{1} = \frac{2(W/\tau)C_{k-1}(W/\tau) - C_{k-2}(W/\tau)}{C_{k}(1/\tau)} \frac{X_{k}}{F_{k-1}(W)} = \\ \frac{2C_{k-1}(1/\tau)}{\tau C_{k}(1/\tau)} WX_{k} - \frac{C_{k-2}(1/\tau)}{C_{k}(1/\tau)} X_{k-1} & k = 2, 3, \cdots \end{cases}$$
(10)

在实际的迭代过程中,各相邻控制节点交换其 当前的状态变量*x_{i,k}*与上一次迭代过程中的状态变 量*x_{i,k-1}*,并据此计算下一阶段的状态变量*x_{i,k+1}*,直至 系统收敛为止。滤波方法对一致性算法收敛速度的 提升效果显著,且加速因子τ的选取只需经过简单 计算即可得到,可见改进的一致性算法对实际工程 应用具有良好的适应性。

3 考虑光储协调的配电网多阶段电压控制 策略

本文所提考虑光储协调的配电网多阶段电压控制策略要求每个光储并网点都安装控制器,且各负荷节点处的电压传感器接入控制器通信网络中。当线路发生电压越限时,各控制器首先确认是否收到来自其他控制器的分布式调压请求,若没有收到,则执行阶段 I 的光伏逆变器就地无功补偿;若收到,则

越过阶段Ⅰ,优先执行阶段Ⅱ的全网光伏逆变器分 布式无功调节。若阶段Ⅱ的光伏调节能力用尽,则 执行阶段Ⅲ的全网储能一致性分布式有功调节。在 各调压阶段结束时重新监测电压,若电压恢复正常, 则结束电压控制过程;否则,转入下一过程调压,直 至电压恢复正常或全网调压资源用尽。考虑光储协 调的配电网多阶段电压控制流程图见附录D图D1。

当发生某负荷节点欠电压而光储并网点电压正 常的特殊情况时,负荷节点经过最短通信路径向控 制器发送调压请求与电压偏差值,控制器根据该偏 差值执行调压策略。另外,配电网在轻载情况下的 线路对地导纳易导致节点电压升高,忽略对地导纳 对调压结果的影响是已有部分电压控制策略存在的 缺陷。本文所提基于一致性分布式控制的电压控制 策略是按照设备容量利用率均衡分配功率补偿量, 并不断地缩小电压偏差,直至满足控制精度。该过 程不涉及电压灵敏度分析与简化模型的潮流计算, 因此可以消除线路对地导纳对调压结果的影响。

3.1 光伏逆变器的最大无功可调容量

光伏逆变器是连接光伏电池与配电网的重要中转器件,其在向配电网输出有功功率的同时,能保有 一定的无功调节容量以动态调节系统电压。光伏逆 变器的功率输出关系示意图如附录D图D2所示。

当仅考虑逆变器容量约束时,其最大无功可调 容量为:

$$Q_{\text{pv},i,t}^{\max,S} = \pm \sqrt{S_{\text{pv},i}^2 - P_{\text{pv},i,t}^2}$$
(11)

式中: $Q_{\text{pv},i,t}^{\text{max},S}$ 为仅考虑容量约束时t时刻节点i处光伏 逆变器的最大无功可调容量; $P_{\text{pv},i,t}$ 为t时刻节点i处 光伏逆变器的有功出力; $S_{\text{pv},i}$ 为节点i处光伏逆变器 的额定容量。当光伏逆变器的有功出力为图 D2 中 的 P_A 时, Q_A 即为此时的最大无功可调容量。

本文在调压过程中不进行光伏有功出力缩减以 最大化光伏发电收益,因此光伏逆变器的最大无功 可调容量还受逆变器的功率因数约束限制,即:

 $Q_{\text{pv},i,t}^{\max,\varphi} = \pm P_{\text{pv},i,t} \tan(\sec \rho_{\min})$ (12) 式中: $Q_{\text{pv},i,t}^{\max,\varphi}$ 为仅考虑功率因数约束时t时刻节点i处 光伏逆变器的最大无功可调容量; ρ_{\min} 为光伏逆变 器的最小功率因数。当光伏逆变器的有功出力为图 D2中的 P_{s} 时, Q_{s} 即为此时的最大无功可调容量。

当光伏工作在图 D2 中 OD 段时,光伏逆变器的 有功出力 P_{pv}=0,逆变器进入固定无功工作模式,可 将其看作无功电源。

因此,综合考虑光伏逆变器的容量约束、功率因数约束及其固定无功工作模式,其最大无功可调容量*Q*^{max}为:

$$Q_{\text{pv},i,t}^{\max} = \begin{cases} \min\{Q_{\text{pv},i,t}^{\max,S}, Q_{\text{pv},i,t}^{\max,\varphi}\} & P_{\text{pv},i,t} \neq 0\\ \gamma S_{\text{pv},i} & P_{\text{pv},i,t} = 0 \end{cases}$$
(13)

式中:γ为无功可调系数,取值范围为0~1。

光伏在晴天的午间往往处于发电高峰时段,此 时配电线路尤其是并网点易发生过电压问题;而光 伏在夜间的有功出力为0,当系统负荷需求较大时, 又易引发欠电压问题。当发生过电压问题时,光伏 逆变器吸收无功来降低越限电压;当发生欠电压问 题时,光伏逆变器输出无功来抬升越限电压。

3.2 光伏逆变器就地无功补偿

一致性分布式控制策略考虑了调压设备间的容量差异来协调各设备分摊调压负担,但在一些电压越限不严重且本地逆变器无功可调容量充裕的场景下,直接进行一致性分布式无功控制会增加不必要的通信时间与成本。另外,越限节点电压值受自身或下游节点功率变化的影响最大^[12],引入就地控制可以减少单纯一致性分布式控制策略的无功补偿成本。因此,将光伏逆变器就地无功补偿控制环节作为阶段 I 的调压,相比于直接执行一致性分布式控制更具调压经济性。

当监测到本地电压越过临界电压时,电压控制器立刻计算当前最大无功可调容量并执行无功补偿。根据式(3),t时刻节点i处光伏逆变器的无功补偿量 ΔQ_{main} 为:

$$\Delta Q_{\text{pv},i,t} = \frac{U_{i,t}^2 - (\varepsilon U_{\text{lim}})^2}{2\sum_{i=1}^i X_j}$$
(14)

式中: $U_{i,t}$ 为t时刻节点i处的电压幅值; $U_{lim} \in \{\underline{U}, \overline{U}\}$ 为系统电压边界, \overline{U} 、 \underline{U} 分别为电压边界的上、下限; ε 为调压裕度; εU_{lim} 为调压目标值。

此外,无功功率补偿量应满足如下约束:

$$\left| Q_{\mathrm{pv},i,t} + \Delta Q_{\mathrm{pv},i,t} \right| \leq \left| Q_{\mathrm{pv},i,t}^{\mathrm{max}} \right| \tag{15}$$

式中: $Q_{\text{pv,i,t}}$ 为t时刻节点i处光伏逆变器的无功输出。

为了使就地调压环节具有对配电网拓扑变化的 弹性,调压控制器通信网络还应接入各联络开关控 制器。当配电网重构时,调压控制器接收来自配电 自动化系统下发的联络线开关状态,进而更新本地 节点至供电首节点的路径及线路阻抗值,保证逆变 器就地调压环节的可靠执行。

当系统中存在节点*i*经阶段 I 后仍无法满足调 压要求时,该节点的无功可调容量已用尽,因此向系 统扩散分布式控制请求。其他节点在收到该分布式 控制请求后,为了保证节点*i*的调压效果,应越过各 自的阶段 I 并参与执行阶段 II 的分布式控制;否则, 节点*i*将因本地无功容量不足而调压失败。

3.3 基于一致性的光伏逆变器分布式无功调节

当根据电压灵敏度原理制定调压策略时,容易 造成配电网逆变器无功容量利用不均衡、不充分的 问题。部分(尤其是近变压器侧)调压设备的可调容 量易出现冗余,而电压易越限节点处的调压设备频 繁处于重补偿状态,这不利于设备的长期投运。为 此,考虑到各光伏逆变器的安装容量存在差异,基于 各逆变器无功输出的均衡性需求,采用逆变器的无 功输出率作为一致性变量^[16],t时刻节点*i*处光伏逆 变器的无功输出率*r*_{w,it}可表示为:

$$r_{\rm pv, i, t} = Q_{\rm pv, i, t} / Q_{\rm pv, i, t}^{\rm max}$$
 (16)

假设*t*时刻收到电压越限信息的光伏并网点集 合为*V_{isk,t}*,设置各光伏逆变器无功输出率的初始状 态向量为*X₁*,其元素可表示为:

$$x_{i,1} = \begin{cases} r_{\text{pv},i,t} + \mu \delta_{i,t,0} & i \in V_{\text{risk},t} \\ r_{\text{pv},i,t} & i \notin V_{\text{risk},t} \end{cases}$$
(17)

$$\delta_{i,t,0} = \varepsilon U_{\lim} - U_{i,t} \tag{18}$$

式中: $\delta_{i,t,0}$ 为t时刻节点i调压开始前的电压偏差; μ 为调节步长。 μ 的设置使调压速度与调压结果稳态 误差之间存在矛盾:若 μ 设置得过小,则系统迭代次 数较多,收敛速度变慢;若 μ 设置得过大,则在迭代 过程中的稳态误差较大,易出现局部最优。

为了解决稳态误差与收敛速度之间的矛盾关系,受变步长最小均方误差算法的启发^[17],构建式(19)所示调节步长与电压偏差之间的非线性函数。

$$\mu_{k} = a \left[1 - \exp\left(-b \left| \delta_{i,i,k} \right|^{c} \right) \right] + d \qquad (19)$$

式中: μ_k 、 $\delta_{i,t,k}$ 分别为第k次迭代时的调节步长、稳态 误差;a、b、c、d均为形状参数。该函数可以使迭代初 始阶段采用大步长以加快收敛速度,在趋近收敛时 采用小步长以降低稳态误差。形状参数取值不同时 的变步长函数曲线如附录D图D3所示。

系统中相邻控制器间交换状态变量,并基于式 (10)进行逆变器无功输出率的一致性迭代,最终得 到 $X_k = [x_{i,k}]_{N\times 1} = [r_{pv.i.t.k}]_{N\times 1}$,其中 $r_{pv.i.t.k}$ 为第k次迭代 时t时刻节点i处光伏逆变器的无功输出率。则第k次迭代时t时刻节点i处逆变器的无功输出 $Q_{pv.i.t.k}$ 为:

$$Q_{\mathrm{pv},i,t,k} = r_{\mathrm{pv},i,t,k} Q_{\mathrm{pv},i,t}^{\mathrm{max}}$$
(20)

需要指出的是,开始执行一致性算法迭代时,当 式(17)中|x_{i,1}|>1时,应使调节步长函数中的参数*a* 取值适当减小,以使无功输出率满足约束。

此外,该分布式调压过程考虑了如下功率因数 约束:

$$\cos\varphi_{i,t,k} \ge \rho_{\min} \tag{21}$$

式中: $\cos \varphi_{i,t,k}$ 为第k次迭代时t时刻节点i处逆变器的功率因数。

光伏逆变器分布式无功调节作为多阶段调压策略的阶段 II,可以提升就地无功补偿调节能力小的 短板。以光伏无功输出率作为一致性变量,有利于 全网逆变器无功容量的均衡化利用,且传输数据量 少,调压通信成本较低。

3.4 基于一致性的储能系统分布式有功调节

当前储能投资成本逐年降低,但相比于光伏等 其他分布式电源,其建设与运维费用仍处于较高的 水平,进而使储能调压成本较逆变器调压成本更 高^[18-19]。因此,将储能调压作为逆变器调压阶段之 后的阶段Ⅲ。

相较于光伏逆变器,储能设备除了需考虑功率 约束外,还需考虑荷电状态约束。若储能设备间容 量利用不均衡,则会使部分储能频繁以较大的功率 充放电,并提前达到临界荷电状态,这不利于储能系 统整体的协调控制,且易导致部分储能设备损耗太 大、投运寿命减短。因此,有必要构建设备利用更均 衡的储能运行策略,以延长其投运寿命,最大化建设 收益。考虑到各储能设备容量的差异性,选取储能 设备的荷电状态变化量作为一致性变量^[14],t时刻节 点*i*处储能设备的荷电状态变化量ΔS_{sec,i}可表示为:

 $\Delta S_{\text{soc,}i,t} = \eta P_{\text{es,}i,t} \Delta t / S_{\text{es,}i}$ (22) 式中: η 为储能设备效率; $P_{\text{es,}i,t} \Delta t$ 时刻节点i处储能 设备的有功功率; Δt 为储能调节充放电时间; $S_{\text{es,}i}$ 为 节点i处储能设备的容量。

与逆变器补偿阶段类似,储能有功调压开始时 设置各储能设备荷电状态变化量的初始状态向量为 *X*₁,其元素可表示为:

$$x_{i,1} = \begin{cases} \Delta S_{\text{soc},i,t} - \mu \delta_{i,t,0} & i \in V_{\text{risk},t} \\ \Delta S_{\text{soc},i,t} & i \notin V_{\text{risk},t} \end{cases}$$
(23)

基于式(10)进行各储能设备荷电状态变化量的 一致性迭代,最终得到各元素收敛于共同的稳定值 $X_{k} = [x_{i,k}]_{N \times 1} = [\Delta S_{\text{soc},i,t,k}]_{N \times 1},其中\Delta S_{\text{soc},i,t,k}$ 为第k次迭 代时t时刻节点i处储能设备的荷电状态变化量。则 第k次迭代时t时刻节点i处储能设备的有可功功 率 $P_{\text{es},i,t,k}$ 为:

$$P_{\mathrm{es},i,t,k} = \Delta S_{\mathrm{soc},i,t,k} S_{\mathrm{es},i} / (\eta \Delta t)$$
(24)

在全网储能分布式有功调节过程中,需遵循如 下约束:

$$\underline{S}_{\text{sec}} \leq S_{\text{sec}, i, t, k} \leq \overline{S}_{\text{sec}} \tag{25}$$

$$-P_{es,i} \leqslant P_{es,i,t,k} \leqslant P_{es,i} \tag{26}$$

式中: $S_{\text{soc, i, t, k}}$ 为第k次迭代时t时刻节点i处储能设 备的荷电状态; $\overline{S}_{\text{soc}}$ 分别为储能设备荷电状态 上、下限; P_{sec} 为节点i处储能设备的额定有功功率。

与就地调节阶段不同的是,一致性分布式电压 控制环节不受配电网拓扑变化的影响,这是因为一 致性分布式控制无需越限节点的上下游信息。因 此,本文所提多阶段调压策略对配电网重构等拓扑 变化具有很强的适应性。

4 算例分析

4.1 参数设置

本文选用附录D图D4所示改进的我国某实际

55节点中压配电网为例^[20],对所提考虑光储协调的 多阶段电压控制策略进行仿真分析。某典型日下各 类型负荷的平均功率曲线及光伏有功出力曲线如附 录D图D5所示,其中采样时间、电压控制时间间隔 为0.25h。系统接入光储系统的配置见附录D表 D1,设定逆变器的最小功率因数 $\rho_{min}=0.98$,按照光 伏总装机容量的10% 配置储能系统,储能系统以额 定功率连续充放电的最长时间为2h。设置电压边 界上限 $\overline{U}=1.07$ p.u.,下限 $\underline{U}=0.93$ p.u.,则调压目标 值 $\varepsilon_1\overline{U}=1.065$ p.u., $\varepsilon_2\underline{U}=0.935$ p.u.;步长形状参数 a=80,b=200,c=2,d=1,该参数对应的自适应步长函数曲线见附录D图D3;逆变器的无功可调系数 $<math>\gamma=0.6$ 。电压控制器的通信拓扑如附录D图D6所示。

4.2 不同调压策略对比分析

采取本文所提控制策略调压前、后的光伏并网 点电压幅值(标幺值)曲线如图1所示,调压前、后节 点电压的局部放大图分别见附录D图D7和图D8。 由图可知:由于午间光伏出力较大,光伏并网节点 16、35、47、48、54附近线路在11:30—15:00时段发 生潮流倒送,引起节点过电压;而在晚间光伏出力为 0且线路负荷过重,处于线路末端的节点16、47在 18:00—20:00时段发生欠电压问题。当系统发生电 压越限时,各光伏并网点的电压控制器基于本文所



图1 本文所提控制策略下调压前、后光伏并网点的 电压幅值曲线

Fig.1 Voltage amplitude curves of photovoltaic grid-connected points before and after voltage regulation based on proposed control strategy

提控制策略的控制请求如附录D表D2所示。可以 发现,本文所提控制策略能在不进行光伏有功缩减 的情况下,有效平抑高渗透率光伏并网引起的电压 偏差,提高并网光伏的接纳能力。

在电压控制期间,不同节点处光伏逆变器的 无功输出、储能设备有功功率见图2。选取11:30、 12:00、18:15、19:30这4个时刻的电压越限场景对本 文所提电压控制策略进行详细说明,并将本文所提 控制策略与以下4种策略进行对比分析以进一步验 证本文所提控制策略的优越性:①策略1,光伏就地 控制策略;②策略2,光伏就地-分布式控制策略;③ 策略3,光储定步长分布式控制策略^[17];④策略4,光 储变步长分布式控制策略。策略1—4的调压结果 分别见附录D图D9—D12。由于仅利用储能进行 调压的成本巨大,本文对该策略不予考虑。



图 2 本文所提控制策略下不同节点处光伏逆变器的 无功输出、储能设备有功功率

Fig.2 Reactive power output of photovoltaic inverters and active power of energy storage devices at different buses under proposed control strategy

1)场景1:当无电压控制策略时,节点16、47在 11:30首先发生过电压问题。由表D2可知:此时节 点16的最大无功可调容量充足,其控制器发起阶段 I就地控制请求;而节点47由于本地最大无功可调 容量不足以消除电压越限,其控制器向相邻控制器 发起阶段 II 分布式控制请求。若此时节点16拒绝 来自系统的分布式控制指令而执行就地电压调节, 则相当于采取策略1,其调压结果如图D9所示。由 图可知,在策略1下节点16电压恢复正常,而节点 47的过电压虽然有所缓解但并未完全消除。因此, 本文设置阶段 II 的请求优先级高于阶段 I。

本文所提策略下,系统执行光伏逆变器分布式 无功控制请求,全网光伏逆变器基于无功输出率一 致性原则发出容性无功,由图D8可知,调压后节点 16、47的越限电压均稳定至目标电压1.065 p.u.。由 图D9可知,策略1下节点16、47在分别就地调压后 并未都解决电压越限问题,难以保障配电网的正常运 行。策略1下不同节点处光伏逆变器的无功输出见 图3。由图可知,除越限节点外,其他节点处的逆变 器无功可调容量充足而未参与调压,造成了调压资 源的浪费。策略2、3的调压结果与本文策略一致。



图 3 策略 1 下不同节点处光伏逆变器的无功输出

Fig.3 Reactive power output of photovoltaic inverters at different buses under Strategy 1

2)场景2:12:00时刻,系统达到该典型日的最高 电压1.10 p.u.,节点16、35、47、48、54均发生电压越 限,且同时向其他控制器发送分布式控制请求。本 文所提策略下,在执行阶段 II 光伏逆变器分布式控 制后,节点47仍存在电压越限,而此时全网光伏逆 变器的无功可调容量均已耗尽,因此继续执行储能 分布式有功调节阶段 III,全网储能基于荷电状态变 化量一致性原则进行充电。图D8表明,本文策略将 系统最高节点电压有效降低至1.065 p.u.,而不引入 储能调节的策略1、2均不能使所有节点电压降低至 正常水平。策略2下不同节点处光伏逆变器的无功 输出如图4所示。由图可知,相比于仅执行就地调 节的策略1,策略2下逆变器的无功资源利用率显著 提升,各节点电压的控制结果也因此有所改善。

3)场景3:18:15时刻,节点47发生欠电压问题。 由于此时光伏逆变器主要受功率因数约束制约,其 最大无功可调容量较小,仅通过逆变器调压难以使 电压恢复正常。在控制器连续执行阶段Ⅰ、Ⅱ的逆 变器无功调节后,全网逆变器的无功可调资源耗尽, 图D10表明,策略2下电压仍然越限。控制器进一 步请求阶段Ⅲ的储能分布式有功调节,图D8表明,



图4 策略2下不同节点处光伏逆变器的无功输出

Fig.4 Reactive power output of photovoltaic inverters at different buses under Strategy 2

引入储能分布式电压控制后电压抬升至目标电压 1.035 p.u.。可见,有必要引入储能调压阶段以保证 良好的调压效果。

4)场景4:19:30时刻,系统迎来该典型日的电压 幅值低谷0.924 p.u.,此时节点16、47均监测到节点 欠电压。由于夜间光伏没有出力,逆变器进入固定 无功模式作为无功电源,且无功可调容量较充足。 节点16、47分别进行阶段 I 逆变器就地无功调节, 越限电压均恢复至正常水平。将引入以系统总无功 补偿量最少为目标的集中调压策略记为策略5,场 景4下本文策略和策略1—5的调压结果如表1所示 (表中最低电压为标幺值)。

表1 场景4下本文策略和策略1-5的调压结果

Table 1 Voltage regulation results of proposed

strategy	and	Strategy	1-5

策略	最低电压	总无功补偿量 / kvar	控制时间/s
本文策略	0.9372	358.4	0.012
策略1	0.9372	358.4	0.012
策略2	0.9372	358.4	0.012
策略3	0.9420	778.2	0.279
策略4	0.9350	475.2	0.221
策略5	0.9350	301.8	0.558

由表1可知:引入光伏逆变器就地控制后,可在 电压越限程度较小且光伏无功可调容量充足时,迅 速完成调压过程,总无功补偿量为358.4 kvar;而策 略3、4直接使用一致性分布式控制方法,其通信控 制时间大幅增加,总无功补偿量至少为475.2 kvar。 可以发现,本文策略不仅显著减少了通信成本与时 间,总无功补偿量也至少减少了24.58%,这是因为: 一致性分布式控制侧重于设备利用均衡化,而不以 总补偿量最小为目标;且节点电压受本地功率变化 的影响最大,因此本文策略在电压越限不严重且光 伏就地调节能力充裕时,能够以更少的总无功补偿 量完成调压。相比策略5的集中电压控制,本文策 略的总无功补偿量增加了18.75%,但从综合控制计 算时间与通信成本来看,本文策略具有更大的应用 优势。

策略3和策略4下不同节点处光伏逆变器的无 功输出、储能设备有功功率分别如图5和图6所示。 由图可知:变步长一致性分布式控制策略4可以有 效地将电压调至目标值0.935 p.u.;而定步长一致性 分布式控制策略3的调压结果为0.942 p.u.,与目标 值之间的稳态误差使得策略3的总无功补偿量更 大。迭代开始时较大的调节步长使得策略4的迭代 控制时间比策略3更短。因此,将自适应变步长应 用于一致性分布式控制,可以缓解计算速度与收敛 稳态误差之间的矛盾关系。

4.3 本文策略对拓扑变化的适应性分析

为了进一步验证本文策略对配电网拓扑变化的 适应性,假设在11:45—14:30、17:30—19:45这2个 时段对节点0对应的主变电站进行检修,系统通过 联络开关动作将负荷转移至节点14的变电站进行 供电,即断开节点5、27间的联络开关并闭合节点 13、40间的联络开关。拓扑变化前、后光伏并网点 的电压控制结果分别见附录D图D13(a)、(b)。由 图可知,由于配电网拓扑发生常态化变化,原本未发 生过电压的节点3、22附近线路的电压波动幅度显 著增大,在节点0处主变电站进行检修的2个时段均



图 5 策略 3 下不同节点处光伏逆变器的无功输出、 储能设备有功功率







Fig.6 Reactive power output of photovoltaic inverters and active power of energy storage devices at different buses under Strategy 4

发生了电压越限问题。图D13(b)表明本文策略仍 可在系统拓扑发生变化后保证调压动作的有效性与 优越性,所有节点电压经过控制后都能恢复至所允 许的电压水平,验证了其对电网拓扑变化的适应性。

4.4 滤波前、后一致性算法的收敛速度对比分析

最后,对比采用滤波加速的一致性算法与传统 一致性算法的收敛速度。12:15时刻阶段Ⅱ的一致 性变量收敛结果如附录D图D14所示。由图可知, 当算法收敛精度为10⁻⁴时,传统一致性算法需迭代 523次才能收敛,而采用滤波加速的一致性算法迭 代374次就能收敛,收敛速度提升了28.49%,验证 了本文所提改进的一致性算法具有明显的应用优 势。不同收敛精度下2种算法的迭代次数对比见附 录D表D3。结果表明,随着收敛精度的增大,采用 滤波加速的一致性算法的加速效果越来越明显。

5 结论

本文针对含高渗透率光伏并网的配电网电压越限问题,在不进行光伏有功缩减作为调压代价的前提下,提出了一种考虑光储协调的配电网多阶段就地-分布式电压控制策略,所得结论如下。

1)相比于单一控制方式,本文所提策略考虑各 设备容量的差异性,根据电压越限程度的不同、可调 资源容量是否充裕,灵活地选择不同阶段的控制方 式,兼顾了调压经济性与设备利用均衡性目标。

2)相比于单一设备调压,本文所提策略引入储 能作为调压的最后阶段,一方面扩大了系统的调压 范围,保证了调压策略的有效性;另一方面,一致性 原则降低了储能设备的总损耗,提升了其投资效益。

3)相比于传统一致性算法,本文所提改进的滤 波一致性算法的收敛速度得到了有效提升,且对复 杂通信拓扑具有很强的适应性。此外,通过引入自 适应变步长函数,使得调压模型同时具有较快的收 敛速度与较小的稳态误差。

附录见本刊网络版(http://www.epae.cn)。

参考文献:

- [1] HU X, LIU Z W, WEN G H, et al. Voltage control for distribution networks via coordinated regulation of active and reactive power of DGs[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2020,11(5):4017-4031.
- [2] TANG Z Y, HILL D J, LIU T. Distributed coordinated reactive power control for voltage regulation in distribution networks[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2021, 12(1): 312-323.
- [3] 陈波,熊华强,舒展,等. 含同步调相机的直流换流站稳态无功 协调控制策略[J]. 电力自动化设备,2020,40(11):156-164. CHEN Bo, XIONG Huaqiang, SHU Zhan, et al. Steady-state reactive power coordinated control strategy for DC converter station with synchronous condenser[J]. Electric Power Automation Equipment,2020,40(11):156-164.
- [4] ZERAATI M, GOLSHAN M E H, GUERRERO J M. Voltage quality improvement in low voltage distribution networks using reactive power capability of single-phase PV inverters [J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2019, 10(5):5057-5065.
- [5] KRATA J, SAHA T K. Real-time coordinated voltage support with battery energy storage in a distribution grid equipped with medium-scale PV generation[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2019, 10(3): 3486-3497.
- [6] 刘英培,周素文,梁海平,等. 光储直流配电网灵活虚拟惯性控制策略[J]. 电力自动化设备,2021,41(5):107-113.
 LIU Yingpei, ZHOU Suwen, LIANG Haiping, et al. Flexible virtual inertial control strategy of photovoltaic-energy storage DC distribution network[J]. Electric Power Automation Equipment,2021,41(5):107-113.
- [7] MEHDI M, KIM C H, SAAD M. Robust centralized control for DC islanded microgrid considering communication network delay[J]. IEEE Access, 2020, 8:77765-77778.
- [8]张江林,庄慧敏,刘俊勇,等.分布式储能系统参与调压的主动 配电网两段式电压协调控制策略[J].电力自动化设备,2019, 39(5):15-21,29.
 ZHANG Jianglin,ZHUANG Huimin,LIU Junyong, et al. Twostage coordinated voltage control scheme of active distribution network with voltage support of distributed energy storage system[J]. Electric Power Automation Equipment, 2019, 39(5):15-21,29.
- [9] 蔡永翔,唐巍,张博,等.含高比例户用光伏低压配电网集中-就地两阶段电压-无功控制[J].电网技术,2019,43(4):1271-1280.

CAI Yongxiang, TANG Wei, ZHANG Bo, et al. A two-stage volt-var control in LV distribution networks with high proportion of residential PVs[J]. Power System Technology, 2019, 43

(4):1271-1280.

- [10] LI P, JI J, JI H R, et al. MPC-based local voltage control strategy of DGs in active distribution networks [J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2020, 11(4):2911-2921.
- [11] JIAO W S, CHEN J, WU Q W, et al. Distributed coordinated voltage control for distribution networks with DG and OLTC based on MPC and gradient projection [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2022, 37(1):680-690.
- [12] 柴园园,郭力,王成山,等. 含高渗透率光伏的配电网分布式电 压控制[J]. 电网技术,2018,42(3):738-746.
 CHAI Yuanyuan,GUO Li,WANG Chengshan, et al. Distributed voltage control in distribution networks with high penetration of PV[J]. Power System Technology,2018,42(3):738-746.
- [13] 张占强,窦春霞,岳东,等.考虑通信时延的事件触发电压分布 式协同控制[J].中国电机工程学报,2020,40(17):5426-5435.
 ZHANG Zhanqiang,DOU Chunxia,YUE Dong, et al. Event-triggered voltage distributed cooperative control with communication delay[J]. Proceedings of the CSEE,2020,40(17):5426-5435.
- [14] 张博,唐巍,蔡永翔,等.基于一致性算法的户用光伏逆变器和 储能分布式控制策略[J].电力系统自动化,2020,44(2):86-94.
 ZHANG Bo, TANG Wei, CAI Yongxiang, et al. Distributed control strategy of residential photovoltaic inverter and energy storage based on consensus algorithm[J]. Automation of Electric Power Systems,2020,44(2):86-94.
- [15] 王冠中,陈荧,王蕾,等.应用切比雪夫多项式滤波的高渗透率 光伏分布式控制策略[J].电力系统自动化,2017,41(21): 133-139.

WANG Guanzhong, CHEN Ying, WANG Lei, et al. Distributed control strategy for photovoltaic units with high permeability using Chebyshev polynomials filtering[J]. Automation of Electric Power Systems, 2017, 41(21): 133-139.

- [16] SCHIFFER J, SEEL T, RAISCH J, et al. Voltage stability and reactive power sharing in inverter-based microgrids with consensus-based distributed voltage control[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2016, 24(1):96-109.
- [17] MA K, WANG P, WU C. A variable step size LMS algorithm based on normal distribution curve[J]. Computer Simulation, 2019,36(9):295-299.
- [18] GUO Y F, WU Q W, GAO H L, et al. MPC-based coordinated voltage regulation for distribution networks with distributed generation and energy storage system[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2019, 10(4):1731-1739.
- [19] DU Y H, TU H, YU H, et al. Accurate consensus-based distributed averaging with variable time delay in support of distributed secondary control algorithms [J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2020, 11(4): 2918-2928.
- [20] WANG S X, DONG Y C, WU L, et al. Interval overvoltage risk based PV hosting capacity evaluation considering PV and load uncertainties[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2020,11(3):2709-2721.

作者简介:

王守相(1973—),男,教授,博士研究生导师,主要研究 方向为智能配电系统分析、分布式发电系统分析与仿真 (E-mail:sxwang@tju.edu.cn);

程耀祥(1998—),男,硕士研究生,主要研究方向为智能配电网规划与控制(E-mail:chengyaoxiang@tju.edu.cn);

赵倩宇(1990—),女,讲师,博士,研究方向为可再生能源 发电(E-mail:zhaoqianyu@tju.edu.cn)。

(编辑 陆丹)

Multi-stage local-distributed voltage control strategy of distribution network considering photovoltaic-energy storage coordination

WANG Shouxiang^{1,2}, CHENG Yaoxiang^{1,2}, ZAHO Qianyu^{1,2}, DONG Yichao³

(1. Key Laboratory of Smart Grid of Ministry of Education, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. Tianjin Key Laboratory of Power System Simulation and Control, Tianjin 300072, China;

3. State Grid Tianjin Electric Power Company, Tianjin 300010, China)

Abstract: In order to solve the voltage violation problem of the lines near the high permeability photovoltaic grid-connected point, a multi-stage voltage control method considering photovoltaic-energy storage coordination is proposed based on the power regulation principle analysis of distribution network with distributed generations. The Chebyshev polynomial filtering method is used to improve the consistency principle iteration-based distributed control, which effectively accelerates the convergence speed. The multi-stage local-distributed voltage control strategy is proposed, including the stage I voltage regulation with local reactive power regulation of photovoltaic inverters, the stage II voltage regulation with distributed reactive power regulation of photovoltaic inverters in the whole grid, and the stage III voltage regulation with consistent distributed active power regulation of energy storage in the whole grid. A modified actual 55-bus medium voltage distribution system is taken as an example for simulation to verify the effectiveness and superiority of the proposed multi-stage local-distributed voltage control strategy.

Key words: photovoltaic-energy storage system; voltage control; local control; polynomial filtering; consistency algorithm; distributed control; distribution network

附录 A



附录 B: 基于一致性算法的分布式控制原理

约定有向图 $G = \{V, E\}$ 表示分布式电压调节的通信网络拓扑,其中 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ 为所有通信节点集合, $E = \{e_{ij} | e_{ij} = (i, j), i, j \in V\}$ 为所有通信链路集合, e_{ij} 为节点i可向节点j发送信息,为了保证分布式控制的快速性与可靠性,本文采用全双工通信模式,即 $e_{ij} = e_{ji}$ 。基于一致性算法的分布式控制需要为通信链路 e_{ij} 分配状态转移权重 w_{ij} 。设系统第k次迭代时节点i的控制状态变量为 $x_{i,k}$,则一致性算法表达为:

$$x_{i,k+1} = x_{i,k} + \sum_{j \in V_i} w_{ij} (x_{j,k} - x_{i,k})$$

$$w_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{\max\{I_{Di}, I_{Dj}\} + 1} & i \neq j, e_{ij} \in E \\ 1 - \sum_{v \in V_i} w_{iv} & i = j \\ 0 & e_{ij} \notin E \end{cases}$$
(B1)
(B2)

式中: V_i为所有与节点 i存在通信链接的节点集合; I_{Di}为通信节点 i 的入度。

进一步地,设整个系统控制器的个数为N,则 $X_k = [x_{i,k}]_{N \times 1}$ 表示k次迭代时系统状态变量列向量; $W = [w_{ij}]_{N \times N}$ 表示由各链路状态转移权重组成的状态转移矩阵。一致性算法的矩阵表达为:

$$\boldsymbol{X}_{k+1} = \boldsymbol{W}\boldsymbol{X}_k \quad k = 1, 2, \cdots, n \tag{B3}$$

由式(B2)可知, *W* 为双随机矩阵, 必有一重主特征值 $\lambda_i = 1$, 对应特征向量为 $a_1 = [1, 1, ..., 1]^T$; *W* 的 其他特征值满足 $|\lambda_i| < 1$, i = 2, 3, ..., N。全双工通信模式使 *W* 还具有实对称阵的性质, 各特征值对应的特 征向量 a_i 线性无关, 因此在 *N* 维空间将系统初始状态向量 X_1 表示如下:

$$X_1 = \sum_{i=1}^{N} m_i \boldsymbol{a}_i \tag{B4}$$

式中: m_i为实数。

当系统从 X1 迭代到 Xk时,由式(B3)可得:

$$\boldsymbol{X}_{k} = \boldsymbol{W}^{k-1} \boldsymbol{X}_{1} = \sum_{i=1}^{N} m_{i} \lambda_{i}^{k-1} \boldsymbol{a}_{i}$$
(B5)

当系统迭代次数 k 足够大时,由 W 特征值有 $\lim_{k\to\infty} \lambda_i^k = 0, i = 2, 3, \dots, N$,系统状态变量收敛于 $m_1 a_1$,即 $x_{1,k} = x_{2,k} = \dots = x_{N,k} = m_1$ 。设 $|\lambda_i| > |\lambda_2| \geq \dots \geq |\lambda_N|$,即 $\lambda_2 > W$ 的模值非1最大特征值,则 $|\lambda_2|$ 越小,一致性算法收敛速度越快。本文设置算法的收敛条件如式(B6)所示,其中 ς 为收敛精度。

$$\max |x_{i,k} - x_{j,k-1}| \le \varsigma \tag{B6}$$

附录 C

证明: 滤波多项式 $F_k(W) = \frac{C_k(W/\tau)}{C_k(1/\tau)}, \forall \tau \in (0, \frac{2|\lambda_2|}{\lambda_2^2+1}), |\lambda_2| < 1 满足 \lim_{k \to \infty} |F_k(\lambda_2)/\lambda_2^k| = 0$ 。

由三角函数性质则切比雪夫多项式满足:

$$\begin{cases} |C_k(x)| \le 1, \quad |x| \le 1, k \in \mathbb{N} \\ |C_k(x)| > 1, \quad |x| > 1, k \in \mathbb{N} \end{cases}$$
(C1)

若有 $|x_1|>|x_2|>1$,则 $C_k(x_1)>C_k(x_2)>1$;且对任意|x|>1, $\lim_{k\to\infty} C_k(x)=\infty$ 。

由差分方程理论,切比雪夫多项式还可以表示为:

$$C_k(x) = \frac{\alpha(x)^k + \beta(x)^k}{2} = \frac{(x + \sqrt{x^2 - 1})^k + (x - \sqrt{x^2 - 1})^k}{2}$$
(C2)

显然 $\alpha(x)\beta(x)=1$ 。构建辅助函数:

$$f(x) = \begin{cases} x - \sqrt{x^2 - 1}, & x \ge 0\\ x + \sqrt{x^2 - 1}, & x < 0 \end{cases}$$
(C3)

且有, $\forall |x| > 1$ 时, |f(x)| < 1; $\forall |x| < 1$ 时, f(x) 在复数域上 $|f(x)| = |x+i\sqrt{1-x^2}| = 1$ 。利用式(C3)将式(C2)表示为:

$$C_k(x) = \frac{f(x)^k + f(x)^{-k}}{2} = \frac{f(x)^{2k} + 1}{2f(x)^k}$$
(C4)

因为
$$|\lambda_2|<1$$
, $\frac{1}{\tau} > \frac{\lambda_2^2 + 1}{2|\lambda_2|} = \frac{(|\lambda_2|-1)^2 + 2|\lambda_2|}{2|\lambda_2|} > 1$, 则 $\frac{1}{\tau} > \frac{\lambda_2}{\tau}$ 且 $\frac{1}{\tau} > 1$, 进而有:
 $|f(1/\tau)| < 1$

为了证明 $\lim_{k \to \infty} |F_k(\lambda_2) / \lambda_2^k| = 0$, 等价于证明 $\lim_{k \to \infty} |\lambda_2^k / F_k(\lambda_2)| = \infty$, 即证明:

$$\lim_{k \to \infty} \left| \frac{\lambda_2^k C_k(1/\tau)}{C_k(\lambda_2/\tau)} \right| = \infty$$
(C6)

(C5)

分以下2种情况证明。

1) 当 $|\lambda_2| \leq \tau$ 时,由式(C2)有 $C_k(\lambda_2/\tau) \leq 1$,则:

$$\lim_{k \to \infty} \left| \frac{\lambda_2^k C_k(1/\tau)}{C_k(\lambda_2/\tau)} \right| \ge \lim_{k \to \infty} \left| \lambda_2^k C_k(1/\tau) \right| = \lim_{k \to \infty} \left| \lambda_2^k \frac{f(1/\tau)^{\ast} + 1}{2f(1/\tau)^k} \right|$$
(C7)

根据式(C5),则式(C7)等价于:

$$\lim_{k \to \infty} \left| \frac{\lambda_2^k}{f(1/\tau)^k} \right| = \infty \Leftrightarrow \left| \lambda_2 \right| > \left| f(1/\tau) \right| \Leftrightarrow \left| \lambda_2 \right| > \frac{1}{\tau} - \sqrt{\frac{1}{\tau^2} - 1}$$
(C8)

其中
$$\lim_{k\to\infty} \left| \frac{f(1/\tau)^{2k} + 1}{f(\lambda_2/\tau)^{2k} + 1} \right| = \infty$$
, 则式(C9)等价于:

$$\lim_{k \to \infty} \left| \lambda_2^k \frac{f(\lambda_2 / \tau)^k}{f(1 / \tau)^k} \right| = \infty \Leftrightarrow \left| \lambda_2 \frac{f(\lambda_2 / \tau)}{f(1 / \tau)} \right| > 1$$
(C10)

将式(C3)代入有:

$$\left|\lambda_{2} \frac{f(\lambda_{2} / \tau)}{f(1 / \tau)}\right| = \left|\lambda_{2} \frac{1 + \sqrt{1 - \tau^{2}}}{1 + \sqrt{\lambda_{2}^{2} - \tau^{2}}}\right|$$
(C11)

由
$$\forall \tau \in (0, \frac{2|\lambda_2|}{\lambda_2^2+1})$$
 与 $|\lambda_2| > \tau$ 可得:

$$\left| \lambda_2 \frac{1 + \sqrt{1 - \tau^2}}{1 + \sqrt{\lambda_2^2 - \tau^2}} \right| > 1$$
 (C12)

因此式(C10)成立。命题证毕。





Fig.D1 Process of multi-stage voltage control of distribution network considering photovoltaic-energy storage coordination







图 D3 自适应变步长函数曲线 Fig.D3 Curves of adaptive variable-step functions



Fig.D4 Structure of an actual 10.5 kV medium voltage distribution network





_	Table D1	Configuration of photovoltaic-energy storage						
	九	3	16	22	35	47	48	54
	光伏/(MV·A)	1.2	1.2	1.0	1.4	1.6	1.6	1.5
	储能额定功率/MW	0.12	0.12	0.1	0.14	0.16	0.16	0.15
	储能/(MW·h)	0.24	0.24	0.2	0.28	0.32	0.32	0.3

表 D1 系统光储配置



图 D6 电压控制器通信拓扑 Fig.D6 Communication topology of voltage controllers











状态	时刻	节点 16 请求	节点 35 请求	节点 47 请求	节点 48 请求	节点 54 请求
	11:30	阶段I		阶段Ⅱ		
	11:45	阶段 Ⅱ、Ⅲ	阶段 Ⅱ、Ⅲ	阶段 Ⅱ、Ⅲ		阶段 Ⅱ、Ⅲ
	12:00	阶段 Ⅱ、Ⅲ				
	12:15	阶段 Ⅱ	阶段Ⅱ	阶段Ⅱ		阶段 Ⅱ
	12:30	阶段 Ⅱ	阶段Ⅱ	阶段Ⅱ		阶段 Ⅱ
対申圧	12:45	阶段Ⅱ、Ⅲ	阶段Ⅱ、Ⅲ	阶段 Ⅱ、Ⅲ		阶段Ⅱ、Ⅲ
戊屯ഥ	13:00			阶段I		
	13:15	阶段Ⅱ、Ⅲ	阶段Ⅱ、Ⅲ	阶段 Ⅱ、Ⅲ		阶段Ⅱ、Ⅲ
	13:45	阶段Ⅱ		阶段Ⅱ		阶段Ⅱ
	14:15	阶段 Ⅱ		阶段Ⅱ		阶段 Ⅱ
	14:30	阶段I		阶段Ⅱ		
	14:45			阶段 I		
	18:00			阶段Ⅱ、Ⅲ		
	18:15			阶段 Ⅱ、Ⅲ		
	18:30			阶段 Ⅱ、Ⅲ		
欠由压	18:45			阶段I		
X -ELE	19:00			阶段I		
	19:15			阶段I		
	19:30	阶段I		阶段I		
	19:45			阶段I		



Table D2 Control requests of voltage over-limit nodes



图 D9 策略1的电压控制结果





图 D10 策略 2 的电压控制结果





图 D11 策略 3 的电压控制结果













Fig.D14 Comparison of convergence speed before and after algorithm filtering

表 D3 不同收敛精度下算法收敛速度对比

	1	0	0 1		5
此外库库	算法收敛次数			算法收敛次数	
收敛精度	原始算法	改进算法	收敛精度	原始算法	改进算法
10-3	431	325	10-6	1022	636
10-4	523	374	10-7	1394	853
10-5	749	483			

Table D3 Comparison of algorithm convergence speed under different accuracy