

考虑套利因素的发电商竞价模型研究

吴 玮¹,周建中¹,曹广晶²,朱承军^{1,2},杨俊杰¹,莫 莉¹

(1. 华中科技大学 水电与数字化工程学院,湖北 武汉 430074;

2. 中国长江三峡工程开发总公司,湖北 宜昌 443002)

摘要: 电力市场中的核心电价机制在资源配置中起着基础性的作用。针对不完全电力市场中因网络拓扑各节点电价差异而产生的套利行为,提出用金融学无套利定价理论分析市场中存在的套利因素,分别从是否考虑套利因素 2 个方面建立发电商上网竞价的 2 种模型。通过仿真模拟电力市场中的风险交易,比较发电商在 2 种模型下的收益,得出不完全电力市场中套利竞价对于发电商的重要性,从而验证了该方法的合理性和可行性,为发电商在制定上网电价时提供了决策依据。

关键词: 电力市场; 发电商; 套利行为; 套利者; 竞价策略

中图分类号: TM 73;F123.9 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-6047(2006)01-0005-03

0 引言

在电力市场环境,市场机制特别是其核心电价机制在资源配置中起着基础性作用,发电商和用户根据电价调整生产和消费决策,使供需实时过程趋于平衡^[1]。由于现货市场的价格信息缺乏预测性,以现货价格进行交易就会出现蛛网理论所揭示的市场供需经历多次激烈振荡才能趋于平衡的状况^[2]。在不完全电力市场环境下,套利者(arbitragers)往往根据价格的波动进行套利,使得市场趋于一种平衡状态;套利(arbitrage)是一种在净投资为零的前提下获取无风险利润的活动,而不是投机行为^[3]。

在资本市场中,无套利理论贯穿了整个衍生证券,是衍生证券定价不可缺少的因素^[4]。目前,国内电力市场有了很大的发展,但是并不完善。套利机会的出现是短暂的,为了降低风险,投资者把资产价格趋于一定的方向以减少套利者的套利机会,随着市场的出清,套利者会试图使这种套利机会消失。套利行为依据 3 种要素:目标、机会和方法,套利行为对电力市场和套利者都是很有利的,对于套利者,套利可以带来低风险的支付;对于电力市场,套利行为使市场中的电价趋于均衡,维持了市场的流通性,提供了无套利价格机制^[5]。由于电能商品不可存储的特殊性,在把无套利理论应用于电力市场时必须遵循以下原则:找到一个政策能导致套利;制定无套利的合同价格^[3]。

本文给出了在不完全电力市场下的 2 种发电商上网竞价模型,其中一种结合金融学中的无套利均衡理论^[3],假设市场中不存在套利行为,发电商不需要考虑套利竞价;另外一种则考虑了实际电力市场

由于电价波动产生的套利因素,发电商通过策略性构建套利竞价模型获取自身利益。通过简单的算例模拟实际电力市场中发电商的风险交易,研究 2 种模型对发电商收益的影响。如果发电商在竞价过程中考虑了套利因素,在制定上网竞价决策时就会依据市场中电价的信息随时改变竞价策略,以减少竞价中失败的风险。

1 模型假设

假设电力市场中的参与者为:发电商、电网持有者、大用户、套利者(发电商、电网持有者及大用户都可能成为套利者),这样就存在互相交易的买卖关系,本文重点考虑套利行为与发电商的交易策略。

在交易初期,为了规避实时市场中的风险,发电商和其他参与者签订了一定数量的交易合约,合约中的重要参数假定如下:合约中交易电量为 Q ;合约有效的初始和中止日期分别为 T_0, T_i ,每个时段最大传输的电能为 L_{ij} ;合约电价为 P_{i0} ;利润根据合约的电价来结算^[6]。

假设在某一时段 $t \in [T_0, T_i]$,用户在网络拓扑结构中节点 i 处的需求电量 q_i ,节点处需求与电价的线性函数为 $P_i(q_i) = P_{i0} - (P_{i0} / Q_{i0}) q_i$,式中 P_{i0}, Q_{i0} 分别为坐标上的截距。随着需求电量的增加,电价逐步降低。假设 $s_{g,j}$ 是发电商 g_k 在节点 j 处的售电量, q_j 为节点 j 处需求电量, Φ 为网络拓扑结构中节点的集合, $j \in \Phi$,若在各个节点处的电价波动范围很小, $P_i(q_i) = P_j(q_j) + \varepsilon (i \neq j)$,其中 ε 为节点电价的偏差, ε 服从标准正态分布 $N(0, 1)$,此时市场出清,没有套利机会,所有的发电商在节点 j 出售的电量和该节点的需求电量是等价的,则 $\sum_{g_i \in \Phi_G} s_{g,i,j} = q_j$,其中 Φ_G 指发电商的集合。

若存在某一节点处 j 的电价和其他节点处不

同,假设 $P_i(q_i) + \varepsilon < P_j(q_j)$ ($i \neq j$),套利机会就会存在,套利者从其他节点买电再销售到节点 j ,此时 $\sum_{g_i \in \Phi_C} s_{g_{ij}} + a_j = q_j$,其中 a_j 是套利者出售给节点 j 的电量。随着 a_j 的增加使得 q_j 变大,则节点 j 的电价 $P_j(q_j)$ 减少,当 $P_i(q_i) + \varepsilon = P_j(q_j)$ ($i \neq j$) 时,市场趋于平衡状态。市场在某时刻 t 的平衡为发电量和售电量平衡, $\sum_{i \in \Phi} \sum_{h \in \Phi_n} x_{g_{ih}} = \sum_{j \in \Phi_n} s_{g_{ij}}$,其中 Φ_H 为节点 i 处发电商 g_k 拥有的机组数目集合。

无论是发电商还是套利者出售的电能都需要经过电网传输环节,若套利行为能够在整个网络中满足,套利者只需支付电网所有者传输电能从套利节点中心到节点 i 的转运费用(设为 W_i)。假定套利者在网络拓扑结构中有一个虚拟的节点枢纽,在这个节点枢纽上既不生产电能也不消耗电能^[7],只是使套利者通过该节点在买进电能的同时卖出电能到其他节点上。当套利节点中心从节点 i 获得电能时支付 $-W_i$,从节点中心把电能出售到节点 j 需要支付 W_j ,则从节点 i 处的发电机组出售电能到节点 j 需支付的传输费用为 $-W_i + W_j$,其中 $i, j \in \Phi$ 。

电价是体现套利者套利行为的指示灯,若 $P_i(q_i) - W_i + W_j < P_j(q_j)$,套利者就会把电能从节点 i 出售到节点 j ,而市场的电价会由于套利者的介入趋于平衡,即 $P_i(q_i) - W_i + W_j = P_j(q_j)$ 。

2 无套利行为时模型描述

对于发电商 $g_k \in \Phi_C$,本文假设其目标函数是使得自身的利润最大化,则发电商的利润就是卖出电能的总收益减去电网的传输和发电的成本,令 $\Phi'_C = \Phi_C - \{g_k\} = \{g_1, g_2, \dots, g_{k-1}, g_{k+1}, g_m\}$ 为除去发电商 g_k 的集合, $g_i \in \Phi'_C$,由于假设市场不存在套利行为,市场中各节点的电价相对稳定,发电商 g_k 的目标函数为

$$\max \sum_{j \in \Phi} (P_{j0} - (P_{j0}/Q_{j0}) (\sum_{g_i \in \Phi'_C} s_{g_{ij}})) s_{g_{ij}} - \sum_{j \in \Phi} W_j s_{g_{ij}} + \sum_{i \in \Phi} \sum_{h \in \Phi_n} W_i x_{g_{ih}} - \sum_{i \in \Phi} \sum_{h \in \Phi_n} C_{g_{ih}} x_{g_{ih}} \quad (1)$$

约束条件为 $x_{g_{ih}} \leq X_{g_{ih}}$,其中 $X_{g_{ih}}$ 为机组的容量限制; $\sum_{j \in \Phi} s_{g_{ij}} = \sum_{i \in \Phi} \sum_{h \in \Phi_n} x_{g_{ih}}$; $\forall s_{g_{ij}}, x_{g_{ih}} \geq 0$; $C_{g_{ih}}$ 为发电商 g_k 在节点 i 处的机组成本函数。

由于电能的特殊性,属于同一发电商下的发电机组发出的电能和发电商售出的电能是相等的。

从另一方面,对电网的持有方,假设传输费用 W_i 已经包含了电网的维护费用, y_i 为从节点枢纽向节点 i 传输的电量,由于 W_i 相对是一个定值,为了自身也能达到收益的最大,电网所有者将通过限定网线的传输容量来收取费用以达到目的。对于一些发电商,通过向电网所有者购买一定线路的传输协议 FTR(Firm Transmission Right)^[7],即使在线路出现阻塞的情况下,仍然不需要支付由阻塞电网收取的

附加费用。在一定期限内 FTR 可以在电力市场内买卖。目标函数为

$$\max \sum_{i \in \Phi} W_i y_i \quad (2)$$

约束条件为 $L_{ij-} \leq L_{ij} \leq L_{ij+}$,其中 L_{ij-} 和 L_{ij+} 分别是网线 L_{ij} 的电能容量下限和上限。

在电力市场中,发电商通过上网竞价,在交易中心(power exchange)与电网的持有者进行电能交易,经过市场出清,得到市场出清价格,若假定在市场出清后没有套利行为产生,则发电商都以边际成本报价,所有发电商从节点中心出售到节点 i 的电能和电网传输的电能相等。

$$\sum_{g_i \in \Phi_C} s_{g_{ii}} - \sum_{g_i \in \Phi_C} \sum_{h \in \Phi_n} x_{g_{ih}} = y_i \quad i \in \Phi \quad (3)$$

据此构建的无套利行为模型是把电网持有者的目标函数作为隐含的约束条件,根据所有发电商的利润最大为目标函数,调整 $s_{g_{ij}}, x_{g_{ih}}, y_i$,求出最优的均衡解^[8]:

$$\max \sum_{j \in \Phi} [P_{j0} \sum_{g_i \in \Phi_C} s_{g_{ij}} - (P_{j0}/2Q_{j0}) (\sum_{g_i \in \Phi_C} s_{g_{ij}})^2] - (P_{j0}/2Q_{j0}) (\sum_{g_i \in \Phi_C} s_{g_{ij}}^2) - \sum_{i \in \Phi} \sum_{h \in \Phi_n} C_{g_{ih}} x_{g_{ih}} \quad (4)$$

约束条件为 $x_{g_{ih}} \leq X_{g_{ih}}$; $\sum_{j \in \Phi} s_{g_{ij}} = \sum_{i \in \Phi} \sum_{h \in \Phi_n} x_{g_{ih}}$; $L_{ij-} \leq L_{ij} \leq L_{ij+}$; $\sum_{g_i \in \Phi_C} s_{g_{ii}} - \sum_{g_i \in \Phi_C} \sum_{h \in \Phi_n} x_{g_{ih}} = y_i$; $\forall s_{g_{ij}}, x_{g_{ih}} \geq 0$ 。

3 有套利行为时模型描述

在不完全电力市场中,若是套利者认为电价的波动远远超出电能传输的费用,市场上就存在买卖电能的套利行为^[9]。

若存在套利行为,设 a_j 为在节点 j 处套利者出售的电量,因为在无需投资情况下,套利者可贷款从中心节点向其他发电商短期购电^[10],而在套利节点中心,既不生产电能,也不消耗电能。这样,对于某些节点发生了套利行为后,套利者短期购买电能再出售到其他节点上,所出售的电能总和为零,即 $\sum_{j \in \Phi} a_j = 0$ 。

当现货市场中的电能价格趋于平衡时,套利自然停止^[11]。用 $\sum_{g_i \in \Phi'_C} s_{g_{ij}} + a_j$ 代替 $\sum_{g_i \in \Phi'_C} s_{g_{ij}}$ 得到如下的存在套利行为模型的目标函数:

$$\max \sum_{j \in \Phi} [(P_{j0} - (P_{j0}/Q_{j0}) (\sum_{g_i \in \Phi'_C} s_{g_{ij}} + a_j)) - W_j] \times s_{g_{ij}} - \sum_{i \in \Phi} \sum_{h \in \Phi_n} (C_{g_{ih}} - W_i) x_{g_{ih}} \quad (5)$$

约束条件为 $x_{g_{ih}} \leq X_{g_{ih}}$; $\sum_{j \in \Phi} s_{g_{ij}} = \sum_{i \in \Phi} \sum_{h \in \Phi_n} x_{g_{ih}}$; $\sum_{j \in \Phi} a_j = 0$; $L_{ij-} \leq L_{ij} \leq L_{ij+}$; $y_j = a_j$; $\forall s_{g_{ij}}, x_{g_{ih}} \geq 0$ 。

当电力市场出清后,发电商、电网所有者和套利者的决策将趋于一种平衡状态,此时套利者出售的电能和电网传输的电能平衡,记为 $y_j = a_j, j \in \Phi$ 。

4 模型求解

由于模型的目标函数是二次函数,根据文献[12]提出的求解方法,通过求解式(4)和式(5)目标函数

的 KKT (Karush-Kuhn-Tucker) 条件和约束条件的 KKT 条件,形成一组关联的等式和互补条件,然后求解该组等式和互补条件,得到最优解。

5 算例研究

本文对简单的 3-bus,DC 网络模型进行分析研究,将其分成 2 个区 U_1, U_2 ,假设存在以下条件:2 个发电商 g_1, g_2 分别属于 U_1, U_2 ;发电商 g_1, g_2 分别在 bus1, bus2 拥有 1 个等效发电机组,机组容量远远大于负荷的需求;每个节点均有负荷供应,节点阻抗相同;节点 1 和节点 2 有相同需求函数 $P(q_i)=40-0.08q_i(i=1,2)$,节点 3 需求函数为 $P(q_3)=32-0.05q_3$;2 个发电商发电成本函数分别为 $C_1=15x_1+0.005x_1^2$ 和 $C_2=18x_2+0.005x_2^2$, x_1 为 g_1 的总售电量, x_2 为 g_2 的总售电量。实时电价根据仿真发电商上网竞价,市场出清后得到。在某一时段下,套利者在不考虑贷款的利率下套利 50 MW, 100 MW 的收益,从而比较 2 种模型对于发电商 g_1, g_2 的影响。表 1 给出了 2 种模型下市场出清电价(不考虑阻塞、网损)和用户得到的电量比较。表 2 为在 2 种模型下各发电商的利润比较。

表 1 3-bus 简单算例下的节点电价与用户得到的电量比较

有无套利行为	节点电价 / [\$(\text{MW}\cdot\text{h})^{-1}]\$			用户得到的电量 / MW		
	P_1	P_2	P_3	Q_1	Q_2	Q_3
无	20.5	20.5	20.5	243.75	243.75	250.00
有	23.8	23.8	23.8	202.50	202.50	164.00

表 2 发电商的利润与售出电量比较

有无套利行为	收益 / [\$(\text{h})^{-1}]\$		售出电量 / MW		传输电量 / MW		
	g_1	g_2	s_{g1}	s_{g2}	L_{12}	L_{13}	L_{23}
无	1 507.6	307.6	518.75	218.75	99.15	175.85	74.15
	2 788.5	941.5	414.50	154.50	82.50	119.47	44.53
有	2 644.4	1 234.4	384.50	184.50	71.20	110.80	53.20

假设发电商 g_2 为隐含的套利者(发电商 g_1 不知道 g_2 是套利者)的情况下求出 2 种模型的均衡值。计算结果表明:随着套利电量的增加,发电商 g_2 的收益在逐步加大,相反发电商 g_1 在无套利因素的情况下,收益是发电商 g_2 的 5 倍;但是,当套利者 g_2 在套利 50 MW 时, g_1 收益是 g_2 的 3 倍;当 g_2 套利 100 MW 时, g_1 收益直接下降到是 g_2 的 2 倍。这充分表明发电商在竞价决策中不能忽视套利因素。

6 结语

本文分析了发电商在竞价中电力市场不完善的条件下,隐含的套利行为对发电商收益的影响,并在此基础上建立了基于套利因素的数学模型,并对一个简单的算例进行仿真,证明了考虑套利因素的可行性。

本文中提出的考虑套利因素的发电商竞价模型只是将其作为交易中的一种策略进行了初步探讨,文中希望把金融学中的套利、无套利行为引入到电力市场中,为发电商提供一种分析竞价决策的途径。

参考文献:

[1] 于尔铿,韩放,谢开,等. 电力市场[M]. 北京:中国电力出版社,1998.

[2] 徐群,薛禹胜,辛耀中. 竞争充分性对电力市场稳定性的影响[J]. 电力系统自动化,2003,27(8):21-26.
XU Qun,XUE Yu-sheng,XIN Yao-zhong. The influence of competition sufficiency power markets on stability[J]. **Automation of Electric Power Systems**,2003,27(8):21-26.

[3] 宋逢明. 金融工程原理——无套利均衡分析[M]. 北京:清华大学出版社,1999.

[4] 李仲飞,汪寿阳. 投资组合优化与无套利分析[M]. 北京:科学出版社,2001.

[5] SHAHIDEHPOUR M,YAMIN H,LI Zu-yi. Market operations in electric power systems[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc.,Publication,2002.

[6] BJORGAN R,SONG Hai-li,LIU Chen-ching,et al. Pricing flexible electricity contracts[J]. **IEEE Trans. on Power Systems**,2000,15(2):477-482.

[7] RUDKEVICH A. Investment and bidding strategies in markets for firm transmission rights [C]// **Proceedings of the 37th Annual Hawaii International Conference on System Sciences**. Hawaii:[s.n.],2004:48-57.

[8] HOBBS B B. Linear complementarity models of nash-cournot competition in bilateral and poolco power[J]. **IEEE Trans. on Power Systems**,2001,16(2):194-202.

[9] CORNET B,de BOISDEEFFRE L. Arbitrage and price revelation with asymmetric information and incomplete markets[J]. **Journal of Mathematical Economic**,2002,38(4):393-410.

[10] FERRERO R W,SHAHIDEHPOUR S M. Short-term power purchases considering uncertain price[J]. **IEEE Proc. Trans. on Distribution**,1997,144(5):423-428.

[11] BISIN A,GOTTARD P. Competitive equilibria with asymmetric information[J]. **Journal of Economic Theory**,1999,87(1):1-48.

[12] 王晔,李渝曾,张少花. 求解电力市场均衡模型的非线性互补方法[J]. 电力系统自动化,2004,28(1):7-11.
WANG Xian,LI Yu-zeng,ZHANG Shao-hua. A nonlinear complementary approach to the solution of equilibrium models for electricity markets[J]. **Automation of Electric Power Systems**,2004,28(1):7-11.

(责任编辑:康鲁豫)

作者简介:

吴 玮(1979-),女,河南正阳人,博士研究生,研究方向为电力市场(E-mail:wetclose@163.com);
周建中(1959-),男,湖北武汉人,教授,博士研究生导师,研究方向为人工智能与电力系统自动化(E-mail:prof.zhou.hust@263.net);

曹广晶(1964-),男,山东邹平人,博士,教授级高级工程师,研究方向为水利工程施工、运营与管理;
朱承军(1974-),男,江苏高淳人,博士研究生,研究方向为电力规划与电力市场;

杨俊杰(1969-),男,湖北恩施人,博士研究生,研究方向为人工智能在电站优化运行中的应用及防洪决策;
莫莉(1980-),女,湖北武汉人,博士研究生,研究方向为电力市场。

Research on bidding strategies of generation
company considering arbitrage factor

WU Wei¹,ZHOU Jian-zhong¹,CAO Guang-jing²,ZHU Cheng-jun^{1,2},YANG Jun-jie¹,MO Li¹
(1.Huazhong University of Science & Technology,Wuhan 430074,China;
2.China Three Gorges Project Corporation,Yichang 443002,China)

Abstract: In the electricity market,the electricity price has a kernel function in the resource plan. According to the difference of node prices on the power grid topology,this paper proposes a method of no-arbitrage analysis,which is used in finance engineering,to analyze the arbitrage behavior in imperfect electricity market and to establish two bidding strategy models of generation company considering arbitrage factors or not. The risk trading of imperfect electricity market is simulated and the corresponding profits of generation company in the two models are compared. Results show that the no-arbitrage bidding is important to generation company and the proposed method is rational,which provides bidding strategy to generation company.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China(50579022).

Key words: electricity market; generation company; arbitrage behavior; arbitrage; bidding strategy