

基于最优化方法的事故后系统分岔点追踪

顾 伟¹, 蒋 平¹, 许 琦²

(1. 东南大学 电气工程学院, 江苏 南京 210096; 2. 南京供电公司, 江苏 南京 210008)

摘要: 准确解析事故后电网的小扰动稳定域, 对确保电力系统的经济运行具有重要意义。但电网遭遇事故后, 其拓扑结构可能发生变化, 求取事故后标识小扰动稳定域的分岔指标变得困难。详细比较了追踪分岔点的 3 种方法: 连续法、直接法和最优化方法, 讨论了 3 种方法的适用范畴, 比较了它们在求解效率、解质量等方面的差异。针对事故后系统可能不稳定、传统方法无法计算出此时分岔指标的问题, 采用最优化方法可以有效地计算出此时的分岔指标, 为目前电力系统中受到重大关注的“N-n”问题提供了良好的分析工具。仿真算例表明求得的分岔指标可以有效标识故障的严重程度, 可作为一个较好的切负荷指标。

关键词: 事故后; 分岔点追踪; Hopf 分岔; 鞍结分岔

中图分类号: TM 712

文献标识码: A

文章编号: 1006-6047(2007)12-0018-03

1 非线性系统跟踪方法概述

非线性系统分岔点的跟踪方法主要有 3 种, 分别是连续法、直接法和最优化方法。

连续法又称延拓法或间接法, 基本原理是首先追踪计算电力系统平衡解流形, 即系统平衡点随参数变化时的函数曲线, 在此过程中, 通过检测局部分岔条件来判断在该流形上是否存在分岔点, 如有, 再通过插值法求得更准确的分岔值^[3]。连续法计算量较多, 但能在参数变化的范围内确定分岔值。从本质上讲, 连续法只能追踪系统单个参数变化时的解流形, 因而该方法也只能计算一维参数的局部分岔值。在理论上无法进行多参数分岔跟踪, 因此不能用于解决电力系统多参数优化问题。

直接法的基本原理是求解局部分岔所满足的非线性代数方程^[4-5], 从而直接得到分岔值, 如用 Newton 法求解, 这种方法的收敛速度很快, 但其收敛性依赖于迭代初始点的选取。直接法的缺点是对初值要求高, 特别是对右特征向量 u , 要求一个较好的初值, 否则计算会不收敛^[3]; 而且直接法是通过系统奇异性条件(分岔)来决定负荷裕度, 它无法考虑系统中的各种控制极限, 如发电机无功功率极限等, 从而得到偏于乐观的错误分析结果。

最优化方法虽然计算速度略慢, 但可以有效计及系统中的各种控制极限。文献[6]中研究了几种著名的计算崩溃点的最优化方法, 文献[7-8]则采用内点法成功解决了计算崩溃点时的极限处理问题。

现通过最优化方法来研究事故后系统分岔点追踪的问题。

2 电力系统稳定分析模型

电力系统稳定问题研究的本质是针对式(1)所

描述的电力系统数学模型的分析^[1-3]:

$$\dot{x} = f(x, y, \mu, p), \quad 0 = g(x, y, \mu, p) \quad (1)$$

其中 $x \in R^n$ 是和发电机、负荷以及其他系统控制器相关的状态变量; $y \in R^m$ 是忽略了快速动态的代数变量; $\mu \in R^l$ 是不可控的参数变量, 如负荷因子; $p \in R^k$ 是可控的参数变量, 如 AVR 和 SVC 的参考电压等。

采用特征值分析法来研究小扰动稳定时, 把方程(1)在平衡点 (x_0, y_0, μ_0, p_0) 处线性化, 可得:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中 $J = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}$ 是系统的 Jacobian 矩阵; $J_1 = \partial f / \partial x|_0$, $J_2 = \partial f / \partial y|_0$, $J_3 = \partial g / \partial x|_0$, $J_4 = \partial g / \partial y|_0$ 。

假设 J_4 非奇异, 则可以消去代数变量向量 Δy , 从而式(2)所描述的 DAE 系统可以简化为下面的 ODE 系统:

$$\Delta \dot{x} = (J_1 - J_2 J_4^{-1} J_3) \Delta x = A_{\text{sys}} \Delta x \quad (3)$$

监测状态矩阵 A_{sys} 的特征值随参数 μ 和 p 的变化, 就可以研究此系统的分岔情况, 有关五类局部分岔的定义和判别方法可参考文献[1-2], 这里只给出本文所涉及的鞍结分岔和 Hopf 分岔的定义。

a. 鞍结分岔: 当 A_{sys} 有一个负实根随着 μ 变化逐渐接近虚轴, 并在 $\mu = \mu_0$ 时, 此根变为 0。则系统发生鞍结分岔, (x_0, y_0, μ_0, p_0) 为鞍结分岔点。

b. Hopf 分岔: 当 A_{sys} 有一对共轭复根随着 μ 变化穿过虚轴(此时 A_{sys} 有一对共轭纯虚根, 而其他特征根都具有非零实部), 系统发生 Hopf 分岔, (x_0, y_0, μ_0, p_0) 为 Hopf 分岔点。

3 分岔点追踪的最优化方法

文献[4]中通过仿真详细比较了连续法和最优

化法。可以看出,直接法和最优化法的计算精度较高,而连续法则一般难以给出高精度的电压崩溃点。因为连续法给出的是 P-V 曲线上的一些离散点,并以这些离散点中负荷水平最重的情况作为电压崩溃点,而直接法和最优化方法都是直接计算电压崩溃点。而且,连续法求得的电压崩溃点的精度受步长的影响很大,步长取较小值,可以求得较高精度的临界点,计算量将很大。直接法由于不考虑各种非线性控制及不等式约束条件,收敛速度是非常快的,但对于实际的电力系统意义不大。对于实际电力系统电压崩溃点的求解,最优化法考虑了众多的非线性控制及不等式约束,计算量适当,是求取电压崩溃点的较有优势、有前途的方法。

下面介绍最优化方法追踪系统分岔点的模型。

设 A_{sys} 的特征根和右特征向量分别为 λ 和 u_x :

$$A_{\text{sys}} u_x = \lambda u_x \quad (4)$$

令 $u = [u_x^T \ u_y^T]^T$, 其中 $u_y = -g_x^{-1} g_y u_x$

则下式成立

$$\begin{bmatrix} f_x & f_y \\ g_x & g_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} u_x \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

不失一般性,令 $\lambda = \alpha + j\beta$, 则

$$f_x u_x + f_y u_y - (\alpha + j\beta) u_x = 0, \quad g_x u_x + g_y u_y = 0 \quad (6)$$

令 $u_x = u_{xR} + ju_{xI}, u_y = u_{yR} + ju_{yI}$; 这里 $u_{xR}, u_{xI} \in \mathbb{R}^n; u_{yR}, u_{yI} \in \mathbb{R}^m$, 代入式(6)可得:

$$\begin{cases} f_x u_{xR} + f_y u_{yR} - \alpha u_{xR} + \beta u_{xI} = 0 \\ f_x u_{xI} + f_y u_{yI} - \alpha u_{xI} + \beta u_{xR} = 0 \\ g_x u_{xR} + g_y u_{yR} = 0, \quad g_x u_{xI} + g_y u_{yI} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

状态量归一化方程为 $u_x^T u_x = 1$

$$u_{xR}^T u_{xR} - u_{xI}^T u_{xI} - 1 = 0, \quad u_{xR}^T u_{xI} - u_{xI}^T u_{xR} = 0 \quad (8)$$

3.1 最优化方法追踪鞍结分岔点的模型

本文采用的最优化方法追踪鞍结分岔点模型为

$$\begin{aligned} \min & |\alpha| \\ \text{s.t.} & \begin{cases} 0 = f(x, y, \mu, p), \quad 0 = g(x, y, \mu, p) \\ f_x u_x + f_y u_y - \alpha u_x = 0 \\ g_x u_x + g_y u_y = 0 \\ u_x^T u_x = 1, \quad h(x, y, \mu, p) \leq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

上式中的 h 是考虑系统各种控制约束,添加的一个不等式约束条件。 h 的增加使得系统可行解域大幅缩小,从而可以避免搜索不可行解,提高计算效率。

$(x, y, u_x, u_y, \alpha, \mu)$ 共 $2(n+m)+2$ 个待求量,由 $2(n+m)+1$ 个等式方程和一个最优化函数求解。

3.2 最优化方法追踪 Hopf 分岔点的模型

最优化方法求取 Hopf 分岔点的方程如下:

$$\begin{aligned} \min & |\alpha| \\ \text{s.t.} & \begin{cases} 0 = f(x, y, \mu, p), \quad 0 = g(x, y, \mu, p) \\ f_x u_{xR} + f_y u_{yR} - \alpha u_{xR} + \beta u_{xI} = 0 \\ f_x u_{xI} + f_y u_{yI} - \alpha u_{xI} - \beta u_{xR} = 0 \\ g_x u_{xR} + g_y u_{yR} = 0, \quad g_x u_{xI} + g_y u_{yI} = 0 \\ u_{xR}^T u_{xR} - u_{xI}^T u_{xI} - 1 = 0 \\ u_{xR}^T u_{xI} + u_{xI}^T u_{xR} = 0, \quad h(x, y, \mu, p) \leq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

上式中共 $3(n+m)+2$ 个独立方程,待求变量为 $(x, y, u_{xR}, u_{xI}, u_{yR}, u_{yI}, \alpha, \beta, \mu)$, 共 $3(n+m)+3$ 个。

4 事故后系统分岔点的追踪

目前,有关分岔点的求取大多是对系统正常运行方式的校核,此时的分岔指标 $\mu_{\text{SNB}} > 0$ 或 $\mu_{\text{HB}} > 0$, 在考虑本文所关注的 $\mu_{\text{SNB}} < 0$ 或 $\mu_{\text{HB}} < 0$ 场景时存在困难。然而,电力市场的发展使得电网运营商有可能调整系统运行在较低的稳定裕度上以保证经济效益,而电网规模的不断增大对系统的安全稳定又提出了更高的要求,研究者在“N-1”校核基础上又提出了“N-2”校核。在重负荷电力系统的“N-1”校核或“N-2”校核时,经常会出现 $\mu_{\text{SNB}} < 0$ 或 $\mu_{\text{HB}} < 0$ 场景,若能求得此时的分岔指标,不但可以作为系统的不稳定程度以及离稳定边界的距离的有效度量,还可以作为一个有效的切负荷指标。下面将用前面建立的最优化分岔点追踪模型求解此问题,采用 WSCC 3 机 9 节点系统算例,见图 1,系统频率为 50 Hz。

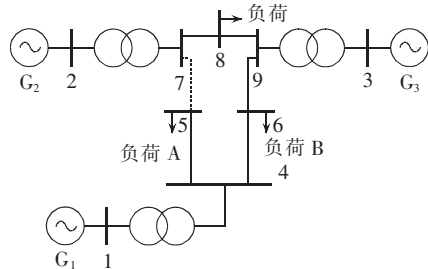


图 1 WSCC 3 机 9 节点测试系统

Fig.1 WSCC 3-generator 9-bus test system

4.1 鞍结分岔点追踪

对该运行方式下进行“N-1”稳定校核,研究故障为 7-5 线路断线,潮流计算不收敛,即系统断线后运行方式超出鞍结分岔点,此时不存在平衡解,可认为 $\mu_{\text{SNB}} < 0$ 。

采用式(9)的最优化方法求解,分析工具为 Matlab 6.5,迭代 15 次收敛,计算耗时约 2.076 s,系统鞍结分岔点为 $\mu_{\text{SNB}} = -0.0563$ 。

4.2 Hopf 分岔点追踪

对表 1 的运行方式进行小扰动分析。如图 2 所示,此时系统存在 2 对不稳定特征根, $\lambda_{1,2} = 0.4514 \pm j7.7968$, $\lambda_{3,4} = 0.0875 \pm j12.036$ 。

用连续法追踪系统分岔点的结果也表明该系统

表 1 WSCC 3 机 9 节点系统当前运行工况

Tab.1 Operating status of WSCC 3-generator 9-bus system

n	$u/\text{p.u.}$	$\Phi/(\circ)$	$P_G/\text{p.u.}$	$Q_G/\text{p.u.}$	$P_L/\text{p.u.}$	$Q_L/\text{p.u.}$
1	1.04	0	0.8997	0.8428	0	0
2	1.025	22.083	2.63	0.5649	0	0
3	1.025	17.047	1.85	0.2688	0	0
4	0.9945	-2.872	0	0	0	0
5	0.9390	-5.1097	0	0	2.25	0.5
6	0.9579	-4.7516	0	0	1.9	0.3
7	1.0035	12.887	0	0	0	0
8	0.9950	9.7731	0	0	1	0.35
9	1.0152	11.067	0	0	0	0

注: n 为节点编号; u 为节点电压; P_G, Q_G 为发电有功、无功; P_L, Q_L 为负荷有功、无功。

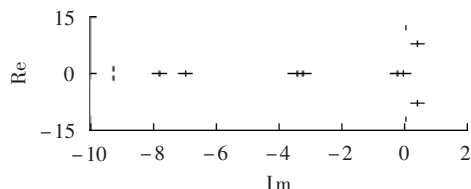


图 2 系统部分特征根的分布情况

Fig.2. Distribution of some system eigenvalues

存在 2 个不稳定 Hopf 分岔点,因此该系统此时的 Hopf 分岔指标有 2 个,给不同的初值,会求得不同的解。采用式(10)的最优化方法求解,分析工具为 Matlab 6.5。

a. 取初值 $\beta_0=8.0$ 进行计算,可得 $\mu_{\text{HB}}^1=-0.1818$, 临界特征根为 $\lambda=0.0\pm j8.0458$ 。计算过程迭代 11 次收敛,计算耗时 5.730 s。

b. 取初值 $\beta_0=12.0$ 进行计算,可得 $\mu_{\text{HB}}^2=-0.0345$, 临界特征根为 $\lambda=0.0\pm j12.1174$ 。计算过程迭代 13 次收敛,计算耗时 5.768 s。

$\mu_{\text{HB}}^1 < \mu_{\text{HB}}^2$ 即 μ_{HB}^1 所决定的振荡失稳模式离系统 Hopf 分岔稳定边界距离更远,因此 μ_{HB}^1 才是可以有效标识系统的不稳定程度以及离稳定边界的距离的指标。 μ_{HB}^1 可以作为一个有效的切负荷指标,即对该系统当前运行方式,切掉 0.1818 的负荷(当前负荷为 1)就可保证系统小扰动稳定性。

4 结论

本文介绍了计算分岔点的 3 种方法:连续法、直接法和最优化方法,讨论了 3 种方法的适用范畴,比较了它们在求解效率、解质量等方面的差异;详细推导了最优化方法追踪系统分岔点的数学模型,拓展了最优化方法的求解范畴,可以有效求出 $\mu_{\text{SNB}} < 0$ 或 $\mu_{\text{HB}} < 0$ 时的分岔指标,为目前电力系统中受到重大关注的“N-n”问题提供了良好的分析工具。

参考文献:

[1] GU W, MILANO F, JIANG P, et al. Hopf bifurcations induced

by SVC controllers; a didactic example[J]. Electric Power Systems Research, 2007, 77(3): 234-240.

[2] 蒋平, 顾伟, 严伟佳, 等. 基于多参数分岔分析方法的多机系统动态负荷裕度研究[J]. 电工技术学报, 2007, 22(3): 107-114.

JIANG Ping, GU Wei, YAN Wei-jia, et al. Research on dynamic load margin of multi-machine power systems based on multi-parameter bifurcation analysis [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2007, 22(3): 107-114.

[3] CANIZARES C A. Voltage stability assessment: concepts, practices and tools[R]. [S.l.]: IEEE/PES Power System Stability Subcommittee, 2002.

[4] CANIZARES C A, ALARADO F L. Point of collapse and continuation methods for large AC/DC systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1993, 8(1): 1-8.

[5] CANIZARES C A, ALVARADO F L, DEMARCO C L. Point of collapse methods applied to AC/DC power systems [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1992, 7(2): 673-683.

[6] LU J, LIU C W, THORP J S. New methods for computing a saddle-node bifurcation point for voltage stability analysis [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1995, 10(2): 978-989.

[7] PARKER C J, MORRISON I F, SUTANTO D. Application of an optimisation method for determining the reactive margin from voltage collapse in reactive power planning [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1996, 11(3): 1473-1481.

[8] IRISARRI G D, WANG X, TONG J. Maximum loadability of power systems using interior point non-linear optimization method [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1997, 12(1): 162-172.

[9] CUTSEM T V. Voltage stability of electric power system [M]. Norwell, USA: Kluwer Academic Publishers, 1998.

[10] WIGGINS S. Introduction to applied nonlinear dynamical systems and chaos [M]. New York, USA: Springer-Verlag, 1990.

(责任编辑: 康鲁豫)

作者简介:

顾伟(1981-),男,江苏邳州人,讲师,博士,主要研究方向为电力系统稳定控制、电力电子技术电能质量等(E-mail: wgu@seu.edu.cn.);

蒋平(1954-),男,江苏溧阳人,教授,主要研究方向为电力系统运行控制和电力电子在电力系统中的应用;

许琦(1980-),女,江苏南京人,工程师,硕士,主要研究方向为电力系统调度、运行。

Post-contingency power system bifurcation point tracing based on optimization method

GU Wei¹, JIANG Ping¹, XU Qi²

(1. College of EE, Southeast University, Nanjing 210096, China;

2. Nanjing Power Supply Company, Nanjing 210008, China)

Abstract: The post-contingency small-signal stability region of power grid is analyzed for its economic operation. However, the topology of power grid may change after contingency, which makes the bifurcation index calculation of small-signal stability region more difficult. Three methods of bifurcation point tracing, continuation, directness and optimization, are compared in computation efficiency and solution quality. When power system suffers post-contingency instability, the optimization method may be used as a powerful tool for “N-n” analysis to effectively calculate the bifurcation indices, while the general methods may not be useful. Simulation results indicate that the bifurcation indices calculated by the optimization method identify the severity of fault effectively and can be taken as the criterion of load shedding.

Key words: post-contingency; bifurcation point tracing; Hopf bifurcation; saddle-node bifurcation;