

一种实用的软件测频算法

方存洋,陈玉兰,潘汉广

(深圳南瑞科技有限公司,广东 深圳 518040)

摘要: 使用离散傅里叶变换法计算出给定的交流电压的向量,通过计算其向量的实部或虚部值的 2 个相邻同方向变化的过零点之间的时间,计算其周期和频率,继而推出交流量本身的周期和频率。以正弦曲线为例,从理论上证明了离散傅里叶变换计算输出的向量实部或虚部值是按以时间为自变量的正弦函数形式变化,且其变化频率等于正弦曲线自身变化频率;使用二次插值法计算正弦曲线的过零点时刻,2 个相邻的同方向变化的过零点间的时间即是信号变化周期,从而计算其频率,分析了二次插值法用于计算正弦曲线的过零点时刻的理论误差;构造了该测频方案的详细实现方法,并分析了该测频方案的整体测量误差。试验测试结果表明:该算法可以消除谐波、直流分量的影响,计算的频率值离散小、精度高。

关键词: 频率测量;二次插值法;离散傅里叶变换

中图分类号: TM 935.1

文献标识码: A

文章编号: 1006-6047(2007)12-0036-03

0 引言

通过查找交流电压相邻的变化方向一致的过零点时刻,测量其周期及频率的方法,因为其概念清晰、方法简单,在软硬件测频方面应用较广。但交流电压的实时采样值受谐波、直流分量的影响很大,以及电压在过零点附近的采样值较小,计算结果的离散性较大,基于电压过零点的软件测频算法的应用受到了一定的限制^[1-6]。

这里提出的基于交流电压过零点的软件测量频率的算法,计算输入量采用的是傅里叶变换输出的向量的实部或虚部,使用二次曲线拟合电压过零点时刻的一小段曲线,计算其过零点的时刻。相邻的变化方向一致的过零点时刻的时间差值,即是电压的周期。该方法计算输入量采用傅氏变换后的向量,消除了谐波、直流分量等影响,抗干扰能力强,计算精度高、离散小,性能优于基于实时采样值过零点的测频方法,已在实际的保护测控装置中应用。

1 向量频率等于电压频率

傅里叶算法(DFT)滤除直流及谐波分量能力强,计算精度高,概念清楚,实现容易,在微机保护中应用广泛。利用 DFT 计算出的交流电压的向量,其实部和虚部的变化频率与交流电压的变化频率完全相等。

设待测量的交流电压为

$$u(t) = A \sin(2\pi ft + 2\pi ft_0) \quad (1)$$

式中 f 为交流电压 $u(t)$ 的频率; $2\pi ft_0$ 为采样时的初相角; t_0 为初始时刻。

当电压波形初始时刻的选取连续变化时,初相角 $2\pi ft_0$ 及初始时刻 t_0 同时也连续改变。

设每周对交流电压 $u(t)$ 采样 N 点,则采样频率为 f_s 。式(1)离散化为

$$u_k = A \sin\left(\frac{2\pi f}{f_s}k + 2\pi ft_0\right) \quad (2)$$

其 DFT 变换的向量的虚部(U_x)和实部(U_r)为^[7-8]

$$\begin{aligned} U_x &= \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} u_k \cos \frac{2\pi}{N}k \\ U_r &= \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} u_k \sin \frac{2\pi}{N}k \end{aligned} \quad (3)$$

设 $f_s = Nf$, 即每周完整采样 N 点, 则有

$$\begin{aligned} U_x &= \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} u_k \cos \frac{2\pi}{N}k = \\ &= \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} [A \sin\left(\frac{2\pi}{N}k + 2\pi ft_0\right)] \cos \frac{2\pi}{N}k \end{aligned}$$

上式化简为

$$U_x = A \sin(2\pi ft_0) + \frac{A}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sin \frac{4\pi}{N}k$$

显然有

$$U_x = A \sin(2\pi ft_0) \quad (4)$$

同理可证

$$U_r = A \cos(2\pi ft_0) \quad (5)$$

由式(4)(5)可知,以交流电压 $u(t)$ 的任一采样点的时刻为初始时刻,以连续 N 个采样值为数据窗,计算得到的向量的相位,都是式(1)所示的初始相位。采样 $u(t)$ 的每个时刻,就是认定当前时刻为 $t=0$ 的时刻(初始时刻),连续采样时,初始时刻 t_0 也连续变化,DFT 计算输出向量的实部、虚部的值呈正弦变化且频率为 f ,与 $u(t)$ 的频率完全相等。因此,只要计算出 DFT 输出的向量的实部或虚部的变化周期和频率,就可得到交流电压 $u(t)$ 的周期和频率。

2 计算过零点时刻方法及误差分析

设 $A(t_0, y_0)$ 为当前采样点、 $B(t_1, y_1)$ 为当前点的

前 1 个采样点、 $C(t_2, y_2)$ 为当前点的前第 2 个采样点, $x(t, 0)$ 为过零点, 过零点 x 处于 A 和 B 采样点之间, 如图 1 所示。根据已知的 A 、 B 、 C 采样点, 使用二次插值法拟合 A 至 C 间的曲线, 计算出过零点 x 。

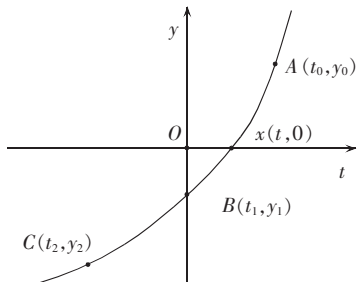


图 1 二次插值计算示意图

Fig.1 Principle of quadratic interpolation

设二次拟合曲线^[9-10]:

$$f(t) = at^2 + bt + c \quad (6)$$

平移 Y 轴到 B 点, 设采样间隔为 τ , 则 A 、 B 、 C 点坐标简化为 $A(\tau, y_0)$, $B(0, y_1)$, $C(-\tau, y_2)$, 且通过 A 、 B 、 C 3 点的二次拟合曲线 $f(t)$ 的系数分别为

$$\begin{aligned} 2a\tau^2 &= (y_0 + y_2) - 2y_1 \\ 2b\tau &= y_0 - y_2, \quad c = y_1 \end{aligned} \quad (7)$$

设曲线过零点时刻为 t , 即 $f(t) = 0$ 。

则当 $a > 0$ 且 $t \geq 0$ 时, 二次曲线过零点时刻 t 为

$$t = \frac{(y_2 - y_0) + \sqrt{(y_0 - y_2)^2 - 8(y_0 + y_2 - 2y_1)y_1}}{2(y_0 + y_2 - 2y_1)} \tau \quad (8)$$

当 $a = 0$ 时, $f(t)$ 蜕变为直线, 过零点时刻 t 为

$$t = \frac{-y_1 \tau}{y_0 - y_2} \quad (9)$$

式(8)(9)中, t 是采样点 B 至波形过零点 x 的延时时限, 以下分析 t 与正弦波的零点理论时间的误差。

正弦波的零点为 $n\pi$ ($n=0, 1, 2, \dots$), 以 $n=0$ 时的零点为例, 不失一般性, 假设正弦信号的初始相位为零度, 幅值为 1。由图 1 知: 在 $x(t, 0)$ 附近, 经过式(1)的 3 个采样点的坐标为 $A(\tau, \sin[2\pi f(\tau - t)])$, $B(0, -\sin[2\pi ft])$, $C(-\tau, -\sin[2\pi f(\tau + t)])$, 其中 $0 \leq t \leq \tau$, $\tau = 1/f_s$ 。

将 A 、 B 、 C 3 点代入式(8)、(9), 计算出近似的过零点时间 t' , 相对误差 $\Delta\epsilon = (t' - t) \times f$ 。以 $N=24$ 为例仿真分析 $\Delta\epsilon$, 结果见图 2、3。

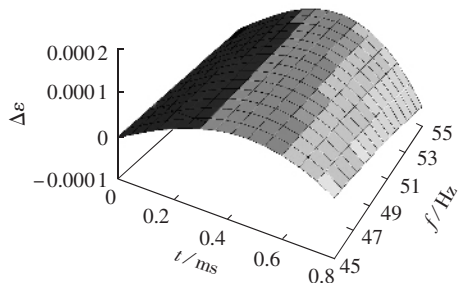


图 2 式(8)计算零点时间相对误差

Fig.2 Relative error of zero point interval calculation using equation(8)

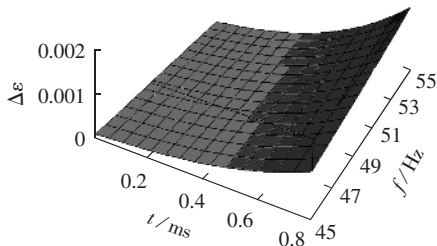


图 3 式(9)计算零点时间相对误差

Fig.3 Relative error of zero point interval calculation using equation(9)

仅当 $t=0$ 时才使用式(9)计算, 由图 3 知: 在 $t=0$ 的小区域内, 计算相对误差近似为 0; 当 $t \neq 0$ 时, 使用式(8)计算, 正弦信号的零点时间最大计算相对误差并不大于 $\pm 0.018\%$ 。

3 测频算法的实现

对式(1)所示的交流电压, 每周采样 N 点, 每周调整一次采样间隔, 采样及计算过程见图 4。

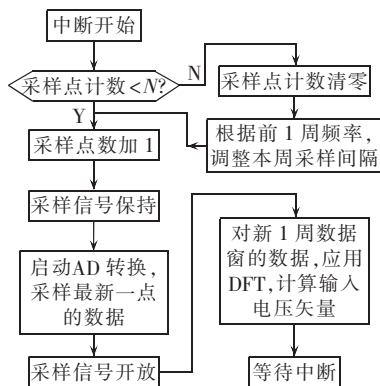


图 4 采样及频率跟踪流程图

Fig.4 Flowchart of sampling and frequency tracking

由图 4 可知, 每周跟踪调整一次采样频率, 满足 1 个周期内采样间隔相等且 $f_s = Nf$ 的要求, 又因为每周连续采样 N 点, 每个采样点执行一次 DFT 计算, 所以 DFT 计算出的电压向量的实/虚部值对采样时刻的函数为式(4)(5)表示的函数, 变化波形如图 5 所示。

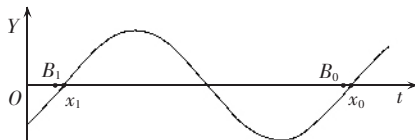


图 5 DFT 连续采样时实(虚)部变化波形

Fig.5 Waveform of real or imaginary part calculated by DFT

图 5 中的 B_0 和 B_1 为实/虚部采样点, x_0 和 x_1 为二次插值计算出的零点, 则实部或虚部的频率为

$$\frac{1}{f} = t_{B_0, B_1} + t_{x_0, B_0} - t_{x_1, B_1} \quad (10)$$

式中, t_{B_0, B_1} 为两采样点间的时间, 测量误差近似为 0; t_{x_1, B_1} 、 t_{x_0, B_0} 是式(8)或式(9)计算结果, 最大误

差不超过 $\pm 0.018\%$, 因此式(10)计算频率的相对误差不会大于 $\pm 0.028\%$ 。

4 试验结果

该软件测量频率算法已应用于保护测控装置的频率测量计算。下面的统计数据取自于使用本方法的实际保护测控装置的测量频率, 每组数据都是由装置连续采样计算约 200 s, 近 10 000 个计算频率样本。测试时, 输入电压的幅值为 AD 采样满刻度的 30%。在基波上迭加谐波时, 谐波的初相位对测试结果的影响不明显, 在基波上不迭加谐波和直流分量, 基波频率在 45.5 ~ 54.5 Hz 范围变化时, 软件测频误差分布统计见表 1, 测频误差 f_{err} 为软件测频结果减去输入电压的频率, 误差 f_{err} 的分布统计值为该误差发生次数除以测频值的总数(该定义也适合表 2), 统计数据单位为百分比(%)。

由表 1 看出, 软件测频精度为 ± 0.01 Hz, 符合设计要求。

表 1 无谐波输入的测频误差分布统计

Tab.1 Error distribution of measured frequency for input without harmonic component %

f_{err}/Hz	f/Hz				
	50.0	48.0	45.5	52.0	54.5
-0.03	0	0	0	0	0
-0.02	0	0	0	0	0
-0.01	0.02	0.70	0.53	1.66	2.82
0	66.28	96.80	97.56	93.89	88.72
0.01	33.70	2.50	1.90	4.45	8.46
0.02	0	0	0	0	0
0.03	0	0	0	0	0

在基波上迭加一定比例的谐波和直流分量, 基波频率为 50 Hz 时, 软件测频误差的分布统计结果见表 2, 由表 2 看出, 在输入交流电压上迭加直流谐波分量时测频结果离散性很小(标准偏差小于 0.0052), 99.95% 以上频率值在输入频率的 ± 0.01 Hz 误差以内, 反应出本测频方法具有很强的抗干扰能力。

表 2 有谐波输入的测频误差分布统计

Tab.2 Error distribution of measured frequency for input with harmonic component %

f_{err}/Hz	$H_2, 45\%$	$H_3, 45\%$	$H_5, 45\%$	$(H_2, 20\%)+(H_3, 15\%)+(H_5, 15\%)$	$H_0, 30\%$
-0.03	0	0	0	0	0
-0.02	0.01	0	0.02	0	0
-0.01	0.03	0.33	1.32	0.13	0.10
0	67.09	61.07	58.85	64.33	66.52
0.01	32.86	38.55	39.55	35.54	33.35
0.02	0	0.05	0.26	0	0.03
0.03	0.01	0	0	0	0

注: 输入交流电压的基波频率为 50 Hz; H_0, H_2, H_3, H_5 分别指直流分量、二、三、五次谐波; $H_2, 45\%$ 指在基波上迭加 45% 基波幅值的二次谐波, 其他类推。

5 结论

软件测频方法, 无需增加额外硬件资源, 应用越来越广泛。这里提出的软件测频算法, 首先用 DFT

变换计算出电压的向量实/虚部, 将向量实或虚部作为二次拟合方法的输入值, 查找实或虚部的同向过零点, 计算向量实或虚部的频率, 即为电压的频率。该方法充分利用 DFT 变换的滤波功能, 消除谐波、直流分量对频率测量的影响, 抗干扰能力强, 计算值精度高、离散小。使用该方法测频的保护测控装置, 在工程中有大量的应用, 实践证明该方法简单实用。

参考文献:

- [1] 曾院辉, 李延新. 一种软件频率的跟踪方法[J]. 电力系统自动化, 2005, 29(21): 92-94.
ZENG Yuan-hui, LI Yan-xin. Method of soft frequency tracking [J]. Automation of Electric Power Systems, 2005, 29(21): 92-94.
- [2] 王东, 毕满映. 一种电力系统频率的实时估算方法[J]. 继电器, 2004, 32(18): 17-19.
WANG Dong, BI Xiao-ying. A new method of real-time estimation for power system frequency [J]. Relay, 2004, 32(18): 17-19.
- [3] 张英, 牟龙华. 电力系统频率测量及跟踪[J]. 电力系统及其自动化学报, 2003, 15(3): 35-36.
ZHANG Ying, MOU Long-hua. Frequency measuring and tracking of power systems [J]. Proceedings of the CSU-EPSS, 2003, 15(3): 35-36.
- [4] 龙军. 信号参数变化时系统频率准确测量方法[J]. 电力自动化设备, 2004, 24(4): 23-26.
LONG Jun. Accurate estimation method of system frequency for signals with changeable parameters [J]. Electric Power Automation Equipment, 2004, 24(4): 23-26.
- [5] 郭彦东, 张占江. 一种新的电力系统频率实时测量方法[J]. 自动化技术与应用, 2006, 25(12): 62-64.
GUO Yan-dong, ZHANG Zhan-jiang. Real-time measurement of the power system frequency [J]. Techniques of Automation and Applications, 2006, 25(12): 62-64.
- [6] 洪慧娜, 李晓明. 电力系统基波交流采样频率修正的“三点”算法[J]. 高电压技术, 2006, 32(11): 139-141.
HONG Hui-na, LI Xiao-ming. “Three point” arithmetic for amendment AC sampling of fundamental wave frequency in power system [J]. High Voltage Engineering, 2006, 32(11): 139-141.
- [7] 朱声石. 高压电网继电保护原理与技术[M]. 3 版. 北京: 中国电力出版社, 2005.
- [8] 陈德树. 计算机继电保护原理与技术[M]. 北京: 水利电力出版社, 1992.
- [9] 张铁, 闫家斌. 数值分析[M]. 北京: 冶金工业出版社, 2001.
- [10] 周航慈, 饶运涛. 单片机程序设计基础[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1997.

(责任编辑: 康鲁豫)

作者简介:

方存洋(1968-), 男, 安徽寿县人, 高级工程师, 主要从事变电站综合自动化和微机保护的研究和开发工作(E-mail: fangcunyang@nari-china.com);

陈玉兰(1970-), 女, 湖北宜昌人, 高级工程师, 主要从事变电站综合自动化和微机保护的研究和开发工作;

潘汉广(1968-), 男, 安徽肥东人, 高级工程师, 主要从事变电站综合自动化和微机保护的研究和开发工作。

Power frequency measurement algorithm

FANG Cun - yang, CHEN Yu - lan, PAN Han - guang

(Shenzhen NARI Technologies Co., Ltd., Shenzhen 518040, China)

Abstract: The vector of a given AC voltage is calculated by Discrete Fourier Transformation (DFT) and the time interval between two neighboring and iso-directional zero points of its real or imaginary part is obtained, from which the frequency or period of the voltage is deduced. With the sinusoid as an example, it is verified theoretically that its real or imaginary part calculated by DFT is also a sinusoid with the same frequency as the original sinusoid. Quadratic interpolation technique is used to find two neighboring and iso-directional zero points, from which the frequency of the original sinusoid is deduced. Its theoretical error is analyzed. The measurement algorithm is given and its systematic error is analyzed. Experimental results show that this algorithm eliminates the influences of harmonic and DC components and has higher accuracy and less dispersivity.

Key words: frequency measurement; quadratic interpolation technique; discrete Fourier transform