

利用 LMI 技术设计多机系统 TCSC 鲁棒控制器

杨 洋^{1,2}, 张建成¹

(1. 华北电力大学 电气工程学院, 河北 保定 071003;

2. 江西工业工程职业技术学院 电子工程系, 江西 萍乡 337055)

摘要: 可控串联电容补偿器(TCSC)装设在高压线路上可改善系统的暂态稳定性,提高线路的传输容量。指出传统的 H_∞ 控制理论在电力系统中的应用需要计算 Gamma 迭代的优化问题,而线性矩阵不等式(LMI)技术为多个目标控制器的设计提供了新途径,设计指标与约束条件等可表达成 LMI 形式,可用有效的凸优化算法得到精确解答。提出了借鉴有极点区域配置约束的混合 H_2/H_∞ 问题的 LMI 解法,设计了应用于多机系统的 TCSC 的鲁棒控制器。应用安德森 3 机 9 节点系统模型测试了所提方法的鲁棒性,在测试了小规模突发事件仿真、小规模突发事件的鲁棒 TCSC 控制器性能的结果后表明,TCSC 控制器利用 LMI 方法可实现鲁棒稳定和快速反应。

关键词: 暂态稳定; 可控串联电容补偿器; 线性矩阵不等式; H_∞ 。

中图分类号: TM 762

文献标识码: A

文章编号: 1006-6047(2007)05-0105-05

1 TCSC 原理

电力系统稳定控制在系统发生大扰动(负荷突然变化,切除或投入系统的主要元件或发生短路故障)期间起着重要的作用。可控串联电容补偿器是柔性交流输电系统(FACTS)中最重要的元件之一,可以在大范围内平滑地调节其电抗值。应用于高压远距离输电系统中,具有提高传输能力,抑制低频振荡和次同步振荡,提高电压稳定性、提高系统静态和暂态稳定性的能力。

图 1 为 TCSC 的单线原理图,其中, C 为线路串联电容器, V_{Th1} 、 V_{Th2} 为反相并联的晶闸管, L 为晶闸管电路的串联电抗。

自 1991 年,美国已经装晶闸管控制串联电容^[1-3]。

收稿日期:2006-07-14;修回日期:2006-12-12

西维吉尼亚州的坎纳瓦河变电站 TCSC 实验控制器补偿 345 kV 线路^[4];亚历桑那州的肯因他变电站以及俄勒冈州的斯雷特变电站的一条 230 kV 线路也安装 TCSC。中国东北伊敏-冯屯 500 kV 输电线路中安装了 TCSC 装置^[5]。

基于混合 H_2/H_∞ 控制理论的 TCSC 多机电力系统调控器技术也被提出。尽管 H_∞ 控制实现了鲁棒稳定,但它需要计算被称为 Gamma 迭代的优化问题。

线性矩阵不等式(LMI)的出现为解决上述问题提供了新思路,许多设计指标与约束条件如极点配置约束等可以表达成 LMI 形式,从而可用有效的凸优化算法得到精确解答。

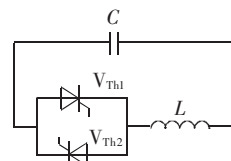


图 1 TCSC 的单线原理图
Fig.1 Schematic diagram of TCSC

Improved single-phase power factor corrector

ZHANG Hou-sheng

(Shandong University of Technology, Zibo 255049, China)

Abstract: The principle of conventional single-phase PFC (Power Factor Corrector) with one cycle control is analyzed and an improved scheme is proposed, which only adds a resistance compensating network and an adder in the control circuit, and changes the main circuit inductance into a center-tapped inductance, with other basic parameters unchanged. It eliminates the distortion caused by the inductance current ripple, reduces the distortion introduced by discontinuous current mode to a certain degree, mitigates the current impact and spine ripple introduced by the reverse restoration of diode, and improves the reliability of PFC main circuit. Simulative and experimental results show that the improved corrector is simple and reliable.

Key words: one cycle control; power factor correction; total harmonic distortion; corrector

2 基于 LMI 的反馈控制

2.1 LMI 简介

在利用 LMI 的控制器设计中,基于高效凸极优化算法的数字计算对求解满足 LMI 约束的变量是有效的。LMI 是满足以下形式的任何约束:

$$F(x) = F_0 + x_1 F_1 + \cdots + x_m F_m > 0 \quad (1)$$

这里 $F_i (i=0, 1, \cdots, m)$ 被赋予对称矩阵, $x = (x_1 \cdots x_m)^T$ 是由未知的数量组成的一个向量。 $F(x) > 0$ 表示 $F(x)$ 是正定矩阵,其特征值为正数。因此,不等式约束(1)为变量 x 给出了 $F(x)$ 的凸特征。因此,利用 LMI 条件使控制问题用凸规划得以有效解。在此,LMI 方法被用于一个源于李亚普诺夫不等式的鲁棒控制理论。

2.2 采用 LMI 的控制理论

如下是一个简单的控制理论线性非时变(LTI)系统:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2)$$

$$y = Cx \quad (3)$$

矩阵 A 为系统矩阵, B 是一个控制矩阵,而 C 是输出矩阵。LTI 的稳定等价于李亚普诺夫不等式有效:

$$A^T X + X A < 0 \quad (4)$$

X 是对称正定矩阵。李亚普诺夫不等式(4)可被 LMI 求解。

传统的方法,像是线性二次型最优调节器(LQR)中,李亚普诺夫不等式可由增加虚拟参数 $Q > 0$ 转换为李亚普诺夫不等式。

$$A^T X + X A + Q = 0 \quad (5)$$

而且,LQR 用在求解增加一些条件的李亚普诺夫不等式的代数黎卡提方程。代数黎卡提方程为

$$A^T X + X A + Q - X B R^{-1} B^T X = 0 \quad (6)$$

矩阵 Q 和 R 为如下的二次表现指数中的权系数。

$$J = \int_0^\infty [X^T Q X + U^T R U] dt \quad (7)$$

LMI 计及李亚普诺夫不等式(4)和一对称正定矩阵 $X > 0$,定义为

$$X = x_1 X_1 + x_2 X_2 + \cdots + x_m X_m \quad (8)$$

X_i 是对称矩阵($n \times n$)的基, m 定义为 $n(n+1) \div 2$ 。例如,如果 $n=2$,则 $m=3$ 。因此,方程式(8)可表示成:

$$X = x_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + x_2 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + x_3 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

在这种情况下,李亚普诺夫不等式(4)可表示为

$$F(x) = \begin{bmatrix} X & 0 \\ 0 & -AX - XA^T \end{bmatrix} > 0 \quad (10)$$

因此,对不等式(10)应用凸规划,LMI 可能被求解。以将 H_∞ 范数最小化为目标的 H_∞ 控制理论,可

去解如下的类 H_∞ 的黎卡提方程:

$$A^T X + X A - X(\gamma^{-2} B_w B_w^T - B_u R^{-1} B_u^T) X + Q = 0 \quad (11)$$

矩阵 B_w 是一个扰动矩阵,且 B_u 是一个控制矩阵。

另一方面,LMI 方法在方程(10)中考虑 H_∞ 范数后使用凸规划计算优化。这些鲁棒控制方法的不同是加权系数 Q 和 R 的使用。然而,类 H_∞ 的黎卡提方程基于未知的权系数。同黎卡提方程 H_∞ 不同的是 LMI 有一个基于其不等式的可行区域,而且它允许利用凸规划求解最佳解。

2.3 H_∞ 范数优化问题

H_∞ 控制的目的是通过最小化闭环系统的 H_∞ 范数设计一种特定的控制器。 H_∞ 控制被用于 LTI 状态空间求解 H_∞ 范数优化问题。

对于在电力系统中存在的连续扰动,假定如下系统:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_w w(t) + B_u u(t) \quad (12)$$

$$z(t) = C_z x(t) + D_{wz} w(t) + D_{uz} u(t) \quad (13)$$

$$y(t) = C_y x(t) + D_{wy} w(t) + D_{uy} u(t) \quad (14)$$

反馈为

$$u(t) = -Fy(t) \quad (15)$$

w 是受控系统扰动,而 z 是系统的输出。

为简化系统,矩阵 D_{wy} 和 D_{uy} 式(14)假定为空矩阵。闭环系统现在变为

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - B_u F C_y & B_w \\ C_z - D_{uz} F C_y & D_{wz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} \quad (16)$$

公式(16) H_∞ 范数小于 $\gamma (> 0)$ 的情况满足下一节的不等式。

2.4 状态反馈控制和 LMI

这一节介绍文献[7]中的 H_∞ 控制状态反馈方法。稳定的闭环系统的 H_∞ 范数小于 γ 的状态反馈条件表述如下:

$$\begin{bmatrix} X A^T + A X + B_u Y + Y^T B_u^T & * & * \\ B_w^T & -\gamma I & * \\ C_z X + D_{wz} Y & D_{wz} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (17)$$

$$X > 0 \quad (18)$$

$$\gamma < 10^5 \quad (19)$$

这里 $Y = -FX$,而矩阵不等式(17)表示负定矩阵^[8]。 $*$ 号代表由对称性可直接推论出的部分。变量 γ 可用 LMI 优化得到最小可能的 H_∞ 范数;其初值可以是一个大数(如 10^5)。因此, H_∞ 范数优化问题可叙述为:找出变量 $X = X^T, Y, \gamma$ 使式(17)~(19) LMI 方程得到满足同时使表现指数的 γ 最小化。

状态反馈增益为

$$F = -YX^{-1} \quad (20)$$

2.5 LMI 方法中的极点区约束

LMI 方法可得到使 H_∞ 范数最少。这种 LMI 方法能处理高斯平面的一个区域的特征值。该方法可

用主要极点配置问题代替在其他控制理论中常用的加权系数^[6-9]。下面是利用极点区域约束的LMI公式。首先,考虑如下不等式表示的区域:

$$\begin{aligned} x &< -\alpha \\ (x+q)^2 + y^2 &< r^2 \\ -x \tan \theta &> |y| \end{aligned} \quad (21)$$

第1个不等式表示 x 轴 $-\alpha$ 左侧区域;第2个不等式表示以 $(-q, 0)$ 为中心, r 为半径的圆;最后一个不等式表示以原点为顶点,内角为 θ 的扇形区域。在该区域极点的阻尼比至少是 $\cos(\theta/2)$ 。在图2中此区域为区域 D 。

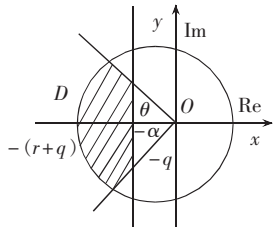


图2 极点区约束

Fig.2 Pole area constraints

$A - B_u F$ 闭环的所有特征值包含在该区域的情况表示为如下的LMI约束:

$$A X + X A^T + B_u Y + Y^T B_u^T < -2\alpha X \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} -rX & (A+qI)X + B_u Y \\ X(A+qI)^T + Y^T B_u^T & -rX \end{bmatrix} < 0 \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} a \sin \theta & -b \cos \theta \\ b \cos \theta & a \sin \theta \end{bmatrix} < 0 \quad (24)$$

$$a = A X + X A^T + B_u Y + Y^T B_u^T$$

$$b = A X - X A^T + B_u Y - Y^T B_u^T$$

使用LMI方法,由不等式(17)~(19)求解不等式(22)~(24)使闭环系统的所有特征值在图2区域 D 。因此,LMI方法可以实现鲁棒控制而不必像类 H_∞ 的黎卡提方程式(11)一样依靠加权系数 Q 和 R 。利用Matlab求解LMI^[10]。

3 包含TCSC的系统模型

3.1 发电机的摇摆方程

第 i 台发电机的摇摆方程可表示为

$$M_i \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} = (P_{mi} + \Delta P_{mi}) - P_{ei} - D_i \Delta \omega_i \quad (25)$$

式中 M_i 为惯性常数; δ_i 为转子角; P_{mi} 为机械输入; P_{ei} 为电气输出; D_i 为阻尼常数; $\Delta \omega_i$ 为与参考速度的偏差; ΔP_{mi} 为调速器功率调节。

3.2 发电机的电力输出

假如电力系统的发电机数为 n 台,第 i 台发电机的电气输出是:

$$P_{ei} = E_i^2 G_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_i E_j Y_{ij} \cos(\theta_{ij} - \delta_{ij}) \quad (26)$$

式中 E_i 为内电压幅值; δ_{ij} 为发电机 i 和 j 的相角; G_{ii} 为母线 i 的发电机电导; Y_{ij} 为在发电机 i 和 j 之间的导纳; θ_{ij} 为发电机 i 和 j 之间导纳相角。

3.3 负荷特性

当系统电压变化时,负荷(如感应电机)通过变

化其运行点来达到平衡状态。感应电机在恒转矩运行时是典型的系统负荷。它通过增加滑差补偿功率不足,而当功率过剩时减小滑差。这种机制称为自动控制。负荷的一般特性为

$$G_L(t) = P_r / U_r(t)^2 \quad (27)$$

$$B_L(t) = Q_r / U_r(t)^2 \quad (28)$$

式中 P_r 为吸收的有功; Q_r 为吸收的无功; U_r 为电压; G_L 为负荷电导; B_L 为负荷电纳。

3.4 调速器的动态方程

图3的微分方程和框图表

$$\Delta \omega \rightarrow \left[\frac{1}{K_c} \times \frac{1}{1+s\tau_1} \right] \Delta P_m$$

示一个简单的调速器模型。

图3 调速器框图

$$\frac{d}{dt} \Delta P_m = \frac{1}{\tau_1} \left(\frac{\Delta \omega_i}{K_c} - \Delta P_m \right) \quad (29)$$

Fig.3 Block diagram of speed governor

式中 τ_1 为调速器时间常数; K_c 为速度调节比。

3.5 自动电压调节器动态方程

图4的微分方程和框图为一个简化的动态自动电压调节器模型。

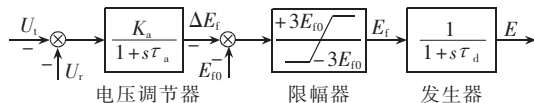


图4 自动电压调节器框图

Fig.4 Block diagram of automatic voltage regulator

$$\frac{d}{dt} \Delta E_{fdi} = \frac{1}{\tau_a} [K_a (U_{ri} - U_{ti}) - \Delta E_{fdi}] \quad (30)$$

$$\frac{d}{dt} E_i = \frac{1}{\tau_d} [(E_{fd0i} + \Delta E_{fdi}) - E_i] \quad (31)$$

式中 E_{fd0i} 为励磁电压参考值; ΔE_{fdi} 为励磁电压变化; U_{ri} 为发电机终端机电压参考输入; K_a 为AVR增益; τ_a 为AVR时间常数; τ_d 为发电机时间常数。

3.6 TCSC 控制器的敏感系数

一般,如果传输线性阻抗改变,流过所有其他输电线路和所有发电机的输出功率将会改变。因此,TCSC控制器对在每台发电机的功率输出的影响定义为敏感系数:

$$\beta_{im} = \frac{\Delta P_{ei}}{\Delta Z_m} \quad (32)$$

ΔZ_m 是传输线性阻抗变化。这一系数用作LTI控制系统的控制矩阵。LTI系统模型由发电机的摇摆方程线性化得到,TCSC控制器有它的输出值的上限和下限,这些限值设定为 $\pm 30\%$ 线路电纳值。因此,可以认为这些控制器在线性范围内工作,仿真中补偿值从0开始。

4 在多机器系统的应用

4.1 测试系统的结构

采用安德森3机9节点系统模型^[9]测试所提方法的鲁棒性。连接到测试系统的所有负荷假定具有如方程式(27)(28)所表示的恒功率特性,因为这些负荷具有自控制能力。在测试中,系统被拖入不稳

定状态。在仿真中采用的突发事件是小规模的突发事件,只包括多机系统的一台发电机,使用 LQR 和 LMI 2 种方法的 TCSC 控制器反应来比较其鲁棒性。

如图 5 所示,3 个 TCSC 控制器被放置在变压器附近的线路。每台发电机装设有自动电压调节器 (AVR) 和调速器。在此假定这些控制器为发电机专用,由于主要目的是设计 TCSC 鲁棒控制器,LMI 方法不计及这些控制器。LMI 方法中这些控制器以及负荷的影响都被认为是不确定值。基于系统矩阵,这些不确定值设置为 10%,放在扰动矩阵公式 (12) 的 B_w 中^[11-15]。

4.2 测试系统小规模突发事件仿真

在小规模的突发事件中,意外事件发生在发电

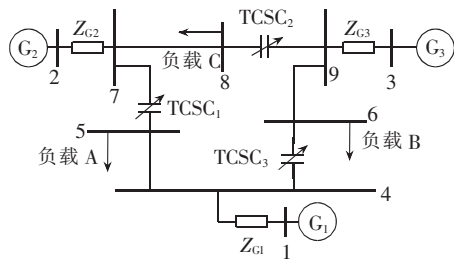


图 5 安德森 3 机 9 节点标准系统模型

Fig.5 Anderson's three-machine nine-bus system standard model

机 G_1 附近,其扰动影响发电机的转矩。因此,小规模突发事件可假定为发电机的相角变化,设其变化值为 10° 且系统可线性化。仿真结果如图 6 所示,

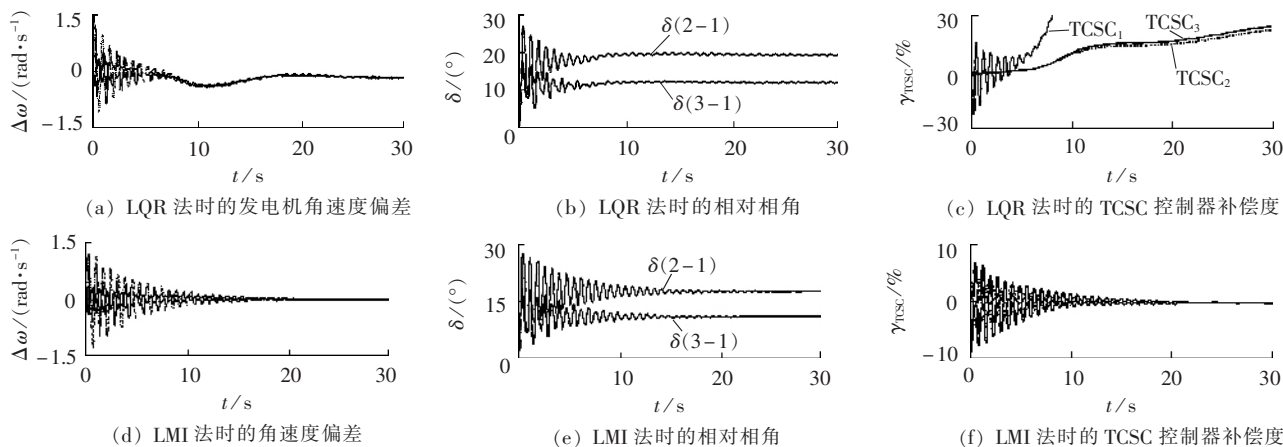


图 6 小规模突发事件仿真

Fig.6 Small-scale contingency simulation

(a)(b)(c)分别表示 LQR 方法的时域内的角速度偏差 $\Delta\omega$ 、相对相角 δ 以及 TCSC 控制器反应,(d)(e)(f)则为 LMI 方法所得对应量。

4.3 小规模突发事件的鲁棒 TCSC 控制器表现

采用 LQR 方法时,角速度偏差长时间摇摆如图 6(a)所示。因为短期摇摆在相对相角的反馈中保持,所以估计需要长时间回到同步,同时 TCSC 控制器的输出到达其极限。这表示 LQR 方法在测试系统中失败。除了负荷,自动电压调节器和发电机调速器都是对于 TCSC 控制器的不确定因素,而 LQR 的设计没有考虑这些因素。当考虑这些因素时,设计更加实际,但是观测变量也因此而增加,所以应用于实际系统时还有一些问题。图 6(c)所示的 $TCSC_1$ 的输出向大的范围变化,其原因是 $TCSC_1$ 对发电机的影响,即 $TCSC_1$ 的敏感系数比其他更强一些。这是图 5 测试系统的一个特征,同样的特征在 LMI 方法中表现也一样。

采用 LMI 法时,角速度 $\Delta\omega$ 和相对相角 δ (图 6(d)(e))反应较好,但比图 7、图 8 还是较差。TCSC 控制器输出维持在容许极限内,用极点区约束加强阻尼得以证实。因此,TCSC 控制器利用 LMI 方法可实现鲁棒稳定和快速反应,图 9 也显示极点区域约束增加了 TCSC 控制器的输出。

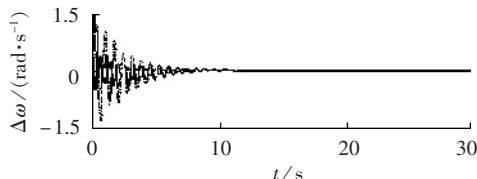


图 7 有极点区约束时的角速度偏差

Fig.7 Angular velocity deviation with pole constraint

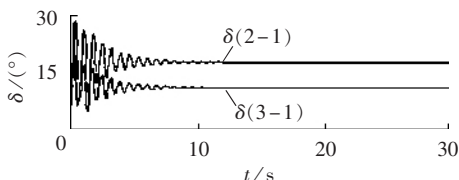


图 8 有极点区约束时的相对相角

Fig.8 Relative phase angle with pole constraints

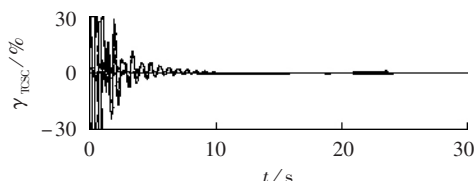


图 9 有极点区约束时的 TCSC 控制器

Fig.9 TCSC controller with pole constraints

5 结论

设计了一种基于 LMI 方法的 H_∞ 控制器,用于

TCSC 提高系统鲁棒性。对小规模的突发事件进行了仿真,比较了 LQR、LMI 和有极点区域约束的 LMI 3 种方法时得到的角速度偏差、相对相角以及 TCSC 控制器反应。仿真表明,TCSC 控制器输出在其允许范围内,能够有效提高系统的鲁棒性和反应速度。

参考文献:

- [1] FACTS Terms & Definitions Task Force of the FACTS Working Group of the DC and FACTS Subcommittee. Proposed terms and definitions for flexible AC transmission system (FACTS) [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 1997, 12(4): 1848-1853.
- [2] KARI A J F, BYRON R A, WAR B J, et al. Improving transmission system performance using controlled series capacitors [C]//CIGRE Paper. Paris, France: [s.n.], 1992: 1-6.
- [3] CHRISTL N, HEDIN R, KRAUCS P E, et al. Advanced series compensation (ASC) with thyristor controlled impedance [C]//CIGRE Paper. Paris, France: [s.n.], 1992: 1437-1438.
- [4] URBANEK J, PIWKO R J, LARSEN E V, et al. Thyristor controlled series compensation — prototype installation at slatt 500 kV substation [J]. IEEE Transaction on Power Delivery, 1993, 8(3): 1460-1469.
- [5] LIANG J, GUO J B, ZHOU X X. Analysis of the Yimin-Fengtun 500 kV TCSC on the Northeast China power system [C]//IFAC/CIGRE Symposium on Control of Power Systems and Power plants, CPSPP'97. Beijing, China: CPSPP, 1997: 113-119.
- [6] 王宝华, 杨成梧, 张强. 多机系统 TCSC 逆推鲁棒控制器设计 [J]. 电工技术学报, 2005, 20(1): 108-111.
WANG Bao - hua, YANG Cheng - wu, ZHANG Qiang. Design of backstepping robust controller for TCSC in multi-machine system [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2005, 20(1): 108-111.
- [7] ISHIMARU M, SHIRAI G, FUJITA G, et al. TCSC control based on linear matrix inequality [C]//IEEE Power Tech'99, Budapest. Hungary: Budapest, 1999: 1526-1529.
- [8] 蔡超豪. TCSC 的 H_2/H_∞ 控制器设计 [J]. 电力科学与工程, 2005 (2): 48-51.
CAI Chao - hao. Design of H_2/H_∞ controller for TCSC [J]. Electric Power Science and Engineering, 2005(2): 48-51.
- [9] GAHINET P, NEMIROVSKI A, LAUB A J, et al. Matlab LMI control toolbox [M]. American: The Math Works Inc, 1995.
- [10] CHILALI M, GAHINET P, APKARIAN P. Robust pole placement in LMI regions [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1999, 44(12): 2257-2270.
- [11] ANDERSON P M, FOUAD A A. Power system control and stability [M]. New York: IEEE Press, 1993.
- [12] ZHOU X, LIANG J. Overview of control schemes for TCSC to enhance the stability of power systems [J]. IEE Proceedings, Generation, Transmission and Distribution, 1999, 146(2): 125-129.
- [13] 刘维亨, 郝鹏. 基于 LMI 的舰船电力系统鲁棒 H_∞ 建模方法研究 [J]. 华东船舶工业学院学报: 自然科学版, 2004, 16(4): 11-16.
LIU Wei - ting, HAO Peng. Robust H_∞ modeling research on warship power system via linear matrix inequality [J]. Journal of East China Shipbuilding Institute: Natural Science edition, 2004, 16(4): 11-16.
- [14] 杨秀, 王西田, 陈陈. 利用 LMI 技术设计鲁棒电力系统稳定器 [J]. 继电器, 2005, 33(2): 1-4.
YANG Xiu, WANG Xi - tian, CHEN Chen. Robust power system stabilizer design using LMI technique [J]. Relay, 2005, 33(2): 1-4.
- [15] 王宝华, 杨成梧, 张强. TCSC 自适应逆推控制器设计 [J]. 电力自动化设备, 2005, 25(4): 59-61.
WANG Bao - hua, YANG Cheng - wu, ZHANG Qiang. Design of adaptive backstepping controller for TCSC [J]. Electric Power Automation Equipment, 2005, 25(4): 59-61.

(责任编辑: 汪仪珍)

作者简介:

杨 洋(1971-), 男, 江西高安人, 副教授, 主要从事电力系统自动化技术研究 (E-mail: jxpxxy@126.com);

张建成(1965-), 男, 河北深县人, 教授, 博士后, 主要研究方向为电能质量控制、电力电子技术在电力系统中的应用、储能技术和电力系统运行与计算。

Robust TCSC controller design based on linear matrix inequality for multi-machine power system

YANG Yang^{1,2}, ZHANG Jian-cheng¹

(1. North China Electric Power University, Baoding 071003, China;

2. Jiangxi Industry Engineering Vocational Technical College, Pingxiang 337055, China)

Abstract: The TCSC (Thyristor - Controlled Series Capacitor) installed in higher voltage lines can improve system transient stability and enhance transfer capability. The application of traditional H_∞ control theory in power systems demands to optimize Gamma iterative problem. LMI (Linear Matrix Inequality) technique provides a new way for multi-object controller design, in which design indices and constraint conditions can be expressed in LMI format and the solution finally obtained by using the effective protruding optimization arithmetic. The LMI for mixed H_2/H_∞ design under pole region constraints is put forward, based on which a robust TCSC controller for multi-machine power system is designed. The system performance in small-scale contingency is tested on Anderson's three-machine nine-bus system model and results show that the controller based on LMI improves system robustness and response speed effectively.

Key words: transient stability; TCSC; LMI; H_∞