

Prony 方法和 ARMA 法在低频振荡模式 辨识中的适用性比较

吴超¹, 陆超¹, 韩英铎¹, 吴小辰², 柳勇军²

(1. 清华大学 电机工程与应用电子技术系 电力系统及发电设备控制与仿真国家重点实验室, 北京 100084; 2. 南方电网技术研究中心, 广东 广州 510623)

摘要: Prony 方法和自回归滑动平均 (ARMA) 法是 2 种典型的电力系统低频振荡特征参数辨识方法, 提出对这 2 种方法进行不同类型信号适用性的比较研究。在介绍 2 种方法基本原理的基础上, 对比得出其在信号建模思想、模型参数估计原则上存在区别, 进一步将这 2 种方法应用于处理 36 节点系统仿真明显扰动激励后系统响应信号和类噪声信号, 对低频振荡模式辨识结果进行系统性研究。分析结果表明, ARMA 法具有更好的适用性。

关键词: 低频振荡; 模式辨识; 适用性; Prony 方法; ARMA 法

中图分类号: TM 76

文献标识码: A

文章编号: 1006-6047(2010)03-0030-05

0 引言

随着大型机组快速励磁系统的采用以及电力系统规模的不断扩大、互联, 低频振荡问题日益突出, 严重威胁着电力系统的安全稳定运行^[1-2]。正确分析低频振荡特征参数是有效抑制电力系统低频振荡的重要基础。广域测量系统 WAMS (Wide Area Measurement System) 的出现为大规模互联电力系统的监测、分析和控制提供了新的手段。WAMS 可以在同一参考时间框架下捕捉到系统各地点的实时动态信息。基于 WAMS 实测信号可以辨识得到当前电力系统低频振荡的真实特性, 一般而言, 实测信号可分为 2 种形式: 一种是明显扰动激励后系统响应信号, 由系统内某种短时大扰动引起; 另一种是类噪声信号, 由系统稳态运行时持续存在的负荷投切等随机性质小扰动引起。Prony 方法和自回归滑动平均 ARMA (Auto Regressive Moving Average) 法是 2 种常用的低频振荡模式辨识方法。其中, Prony 方法多用于处理明显扰动激励后系统响应信号。文献[3]首次提出将 Prony 方法用于对电力系统低频振荡分析。文献[4-5]成功将 Prony 方法应用于离线处理电力系统数据。文献[6]介绍了一种可在线分析系统低频振荡特性的改进 Prony 方法。ARMA 法多用于处理类噪声信号。文献[7-8]首先提出并验证了基于类噪声信号分析低频振荡特性的可行性。文献[9-11]在前文研究的基础上, 引入递归、鲁棒等技术提高了计算速度。文献[12]进一步讨论了振荡模式参数置信区间问题。

但是, 现有工作都主要集中于 Prony 方法和

ARMA 法各自原理研究和方法完善上, 基本未涉及 2 种方法对不同类型信号的适用性研究。因此, 本文提出对 Prony 方法和 ARMA 法进行不同类型信号适用性的对比研究, 在比较 2 种方法基本原理不同点的基础上, 将其分别应用于处理明显扰动激励后系统响应信号和类噪声信号, 系统比较了低频振荡模式辨识结果, 从而给出不同类型信号情况下 Prony 方法和 ARMA 法适用性的基本规律。

1 Prony 方法

Prony 方法^[3-6]假设系统响应序列 $\{x(n)\}$ 可由一组具有任意振幅、相位、频率和衰减因子的减幅谐波项所组成的序列 $\{\hat{x}(n)\}$ 来逼近, 如式(1)所示。

$$\hat{x}(n) = \sum_{i=1}^p b_i z_i^n = \sum_{i=1}^p A_i e^{j\theta_i} e^{(\alpha_i + j2\pi f_i) \Delta t n} \quad (1)$$

其中, $n=0 \sim N-1$, N 为 $\{x(n)\}$ 的数据个数, $\hat{x}(n)$ 为 $\{x(n)\}$ 的拟合 $\{\hat{x}(n)\}$ 在 n 时刻的元素, p 为模型阶数, A_i 为模式幅值, θ_i 为模式初相位, α_i 为模式衰减因子, f_i 为模式频率, Δt 为时间间隔。

Prony 方法采用误差平方和最小为模型参数估计原则, 即

$$\min \left(\mathcal{E} = \sum_{n=0}^{N-1} \left| x(n) - \hat{x}(n) \right|^2 \right) \quad (2)$$

首先构造扩展阶的样本函数矩阵 $\mathbf{R}_e$, 确定 $\mathbf{R}_e$ 阵的有效秩 p 。

$$\mathbf{R}_e = \begin{bmatrix} r(1,0) & r(1,1) & \cdots & r(1,p_e) \\ r(2,0) & r(2,1) & \cdots & r(2,p_e) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ r(p_e,0) & r(p_e,1) & \cdots & r(p_e,p_e) \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中, $r(i,j) = \sum_{n=p}^{N-1} x(n-j)x^*(n-i)$, $x^*(n-i)$ 为 $x(n-j)$

的共轭, p_e 为线性预测模型阶数。

建立如式(4)所示线性矩阵方程,求解参数 a_i 。

$$R \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_p \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

求解多项式(5)的特征根 z_i 。

$$1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_p z^{-p} = 0 \quad (5)$$

由此,根据式(6)可计算得到电力系统低频振荡模式的频率 f_i 和阻尼比 ξ_i 。

$$\begin{cases} f_i = \arctan[\operatorname{Im}(z_i) / \operatorname{Re}(z_i)] / (2\pi \Delta t) \\ \xi_i = -\ln|z_i| / (2\pi f_i \Delta t) \end{cases} \quad (6)$$

2 ARMA 法

将电力系统内负荷的小幅度随机扰动视为白噪声,它的存在引起了系统响应的小幅波动,系统响应在各时刻的取值不仅与当前时刻的随机扰动有关,而且与过去时刻的系统响应和随机扰动有关。根据这种特点,采用 ARMA 模型对系统响应进行描述^[13-14]。

对于平稳零均值时序 $\{x_i\}$ ($t=1, 2, \dots, N, N$ 为 $\{x_i\}$ 的数据个数)建立 ARMA 模型,结构如式(7)所示。

$$x_t = \varphi_1 x_{t-1} + \cdots + \varphi_n x_{t-n} - \theta_1 a_{t-1} - \cdots - \theta_m a_{t-m} + a_t \quad (7)$$

其中, x_t 是时序 $\{x_i\}$ 在 t 时刻的元素, a_t 是随机扰动时序 $\{a_t\}$ 在 t 时刻的元素, n, m 分别为自回归 AR(Auto Regressive)部分和滑动平均 MA(Moving Average)部分阶数, $\varphi_1, \dots, \varphi_n, \theta_1, \dots, \theta_m$ 分别为 AR 部分和 MA 部分模型参数。

建立如式(8)所示矩阵方程,求解 AR 部分模型系数 $\varphi_1, \dots, \varphi_n$, 进一步通过求解得到 AR 部分共轭特征根 λ_i, λ_i^* 。

$$\begin{bmatrix} R_{m+1} \\ R_{m+2} \\ \vdots \\ R_{m+M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_m & R_{m-1} & \cdots & R_{m-n+1} \\ R_{m+1} & R_m & \cdots & R_{m-n+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{m+M-1} & R_{m+M-2} & \cdots & R_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_n \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中, k 为延迟步数, R_k 为时序 $\{x_i\}$ 的自协方差函数,

$$R_k \cong \frac{1}{N} \sum_{i=k+1}^N x_i x_{i-k}$$

根据式(9)可计算得到电力系统低频振荡模式频率 f_i 和阻尼比 ξ_i 参数。

$$\begin{cases} f_i = \frac{\sqrt{\ln \lambda_i \ln \lambda_i^*}}{2\pi \Delta t} \sqrt{1 - \xi_i^2} \\ \xi_i = -\frac{\ln |\lambda_i|}{\sqrt{\ln \lambda_i \ln \lambda_i^*}} \end{cases} \quad (9)$$

3 Prony 方法和 ARMA 法的比较

基于上述对 Prony 方法和 ARMA 法基本原理的介绍,初步比较这 2 种方法的不同之处有 2 个方面。

a. 信号建模基本思想存在区别。Prony 方法基本思想是认为被分析信号在当前时刻的取值只与该信号过去时刻的取值有关,与系统输入信号无关,即采用被分析信号过去若干时刻取值的线性组合来拟合该信号当前时刻的取值。而 ARMA 法基本思想则是认为被分析信号是持续存在的白噪声输入信号激励下的系统响应,被分析信号在当前时刻的取值不仅与该信号过去若干时刻的取值有关,也与激励信号的当前值和过去若干时刻的取值有关。

b. 估计模型参数的基本原则存在区别。Prony 方法的基本原则是使数据拟合误差最小化,而 ARMA 法则是根据 ARMA 模型自协方差函数对 MA(m)模型的截尾特性来估计模型参数。

4 仿真分析

为研究 Prony 方法和 ARMA 法的适用性,将这 2 种方法应用于处理 36 节点系统(见图 1)不同类型仿真信号,包括明显扰动激励后的系统响应信号和

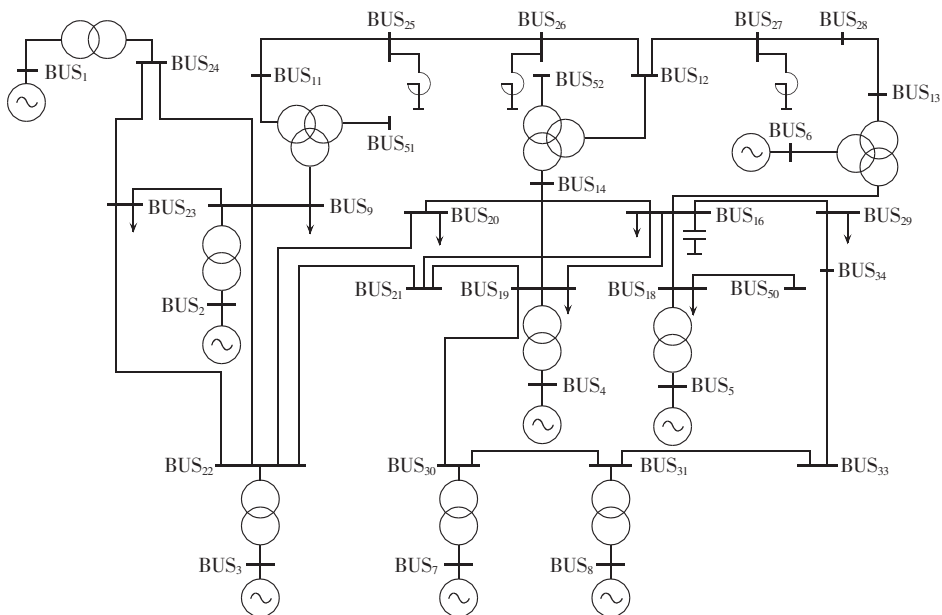


图 1 36 节点系统示意图

Fig.1 36-bus benchmark system

因负荷投切等随机性质小扰动引起的类噪声信号,将低频振荡模式参数辨识结果与特征值计算结果进行比较,对比研究 Prony 方法和 ARMA 法的适用性。

通过特征值计算可知,36 节点系统存在 2 个主导低频振荡模式,如表 1 所示。

表 1 36 节点系统主导低频振荡模式
Tab.1 Dominant low frequency oscillation modes of 36-bus benchmark system

振荡模式	频率/Hz	阻尼比/%
1	0.7835	1.4606
2	1.0273	2.9250

4.1 明显扰动激励后系统响应信号

在 36 节点系统的 BUS₂₀ 处设置单相接地短路故障,持续时间为 0.1 s,采集短路故障时 BUS₁₉ 与 BUS₃₀ 之间联络线有功功率信号作为分析对象,如图 2 所示。

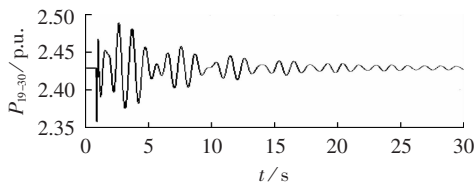


图 2 BUS₂₀ 单相短路故障时 BUS₁₉ 和 BUS₃₀ 之间联络线有功功率信号

Fig.2 Active power signal of tieline between BUS₁₉ and BUS₃₀ with single-phase short-circuit of BUS₂₀

4.1.1 Prony 方法分析结果

使用 Prony 方法分析系统低频振荡模式参数,从扰动发生后 1 s 开始取被分析信号,采用滑动数据窗,单个数据窗时长设为 5 s,相邻数据窗时间间隔为 3 s,总计分析了时长为 20 s 的明显扰动激励后系统响应信号,初步分析结果如表 2 所示(表中, f_1 、 f_2 分别指模式 1、2 的频率, δ_1 、 δ_2 分别指模式 1、2 的阻尼比;下同)。

表 2 基于明显扰动激励后系统响应信号的 Prony 方法初步分析结果
Tab.2 Primary results of system response signal analysis by Prony method

数据窗	f_1 /Hz	δ_1 /%	f_2 /Hz	δ_2 /%
1	0.77443	3.39229	1.03008	4.20612
2	0.78428	1.75578	1.02572	3.20925
3	0.77927	1.77054	1.02622	2.90669
4	0.78153	1.39939	1.02738	3.14468
5	0.78190	1.67291	1.02475	3.22610
6	0.78088	1.70966	1.02178	2.84138

平均各数据窗的振荡模式初步分析结果,计算得到 36 节点系统主导低频振荡模式参数,如表 3 所示(e 为相对误差,下同)。

对比特征值计算结果可知,基于明显扰动激励后系统响应信号,采用 Prony 方法可以较准确地进行低频振荡模式参数估计,其中对振荡模式频率的估计优于对振荡模式阻尼比的估计。

4.1.2 ARMA 法分析结果

使用 ARMA 法分析系统低频振荡模式参数,同

表 3 基于明显扰动激励后系统响应信号的 Prony 方法分析结果

Tab.3 Final results of system response signal analysis by Prony method

方法	f_1 /Hz	δ_1 /%	f_2 /Hz	δ_2 /%
Prony 法	0.78038	1.95010	1.02599	3.25570
特征值计算	0.78350	1.46060	1.02730	2.92500
e /%	0.39821	33.51362	0.12752	11.30598

样从扰动发生后 1 s 开始取被分析信号,采用滑动数据窗,单个数据窗时长设为 10 s,相邻数据窗时间间隔为 2 s,总计分析了时长为 20 s 的明显扰动激励后系统响应信号,根据文献[15]所述方法确定 ARMA 模型阶数为(18,17),初步分析结果如表 4 所示。

表 4 基于明显扰动激励后系统响应信号的 ARMA 法初步分析结果

Tab.4 Primary results of system response signal analysis by ARMA method

数据窗	f_1 /Hz	δ_1 /%	f_2 /Hz	δ_2 /%
1	0.77682	2.83828	1.03365	3.91523
2	0.77734	2.91488	1.02399	3.43537
3	0.78027	1.89975	1.02128	3.35180
4	0.78387	1.96885	1.02920	3.00065
5	0.78122	1.49668	1.02550	3.11022
6	0.78018	1.87140	1.02397	3.35903

平均各数据窗的振荡模式初步分析结果,计算得到 36 节点系统主导低频振荡模式参数,如表 5 所示。

表 5 基于明显扰动激励后系统响应信号的 ARMA 法分析结果

Tab.5 Final results of system response signal analysis by ARMA method

方法	f_1 /Hz	δ_1 /%	f_2 /Hz	δ_2 /%
ARMA 法	0.77995	2.16497	1.02627	3.36205
特征值计算	0.78350	1.46060	1.02730	2.92500
e /%	0.45310	48.22470	0.10026	14.94188

对比特征值计算结果可知,基于明显扰动激励后系统响应信号,采用 ARMA 法可较准确地进行低频振荡模式分析,其中对振荡模式频率的估计优于对振荡模式阻尼比的估计。

对比表 3、5 所示 Prony 方法和 ARMA 法的分析结果发现,基于相同的明显扰动激励后系统响应信号,这 2 种方法辨识准确性较为接近,对振荡模式频率的辨识均优于对振荡模式阻尼比的辨识。

4.2 类噪声信号

为了模拟实际电力系统中的小幅度随机扰动,向系统 BUS₁₈、BUS₂₀、BUS₂₃ 和 BUS₂₉ 处负荷注入随机小扰动功率信号。该信号由高斯白噪声通过低通滤波器获得。以 BUS₁₉ 和 BUS₃₀ 之间联络线功率信号为例进行分析,如图 3 所示。

4.2.1 Prony 方法分析结果

使用 Prony 方法分析系统低频振荡模式参数,采用滑动数据窗思路,通过平均各个数据窗的初步

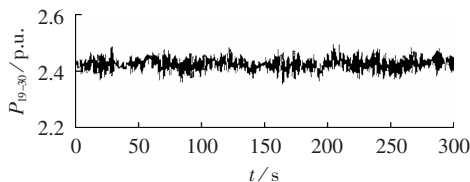


图3 BUS₁₉和BUS₃₀之间联络线有功功率
Fig.3 Active power of tieline
between BUS₁₉ and BUS₃₀

分析结果,估计得到系统主导低频振荡模式参数。通过前期试验发现,Prony方法对长数据窗的类噪声信号拟合效果很差,因此,为了提高分析的准确性,将单个数据窗时长设为5 s,相邻数据窗时间间隔设为3 s,5 min类噪声信号用于分析。

进一步计算 Prony 方法分析结果与特征值计算结果之间的相对误差,如图4所示,其中横坐标表示参与平均的数据窗个数(n),纵坐标为各参数辨识结果的相对误差。

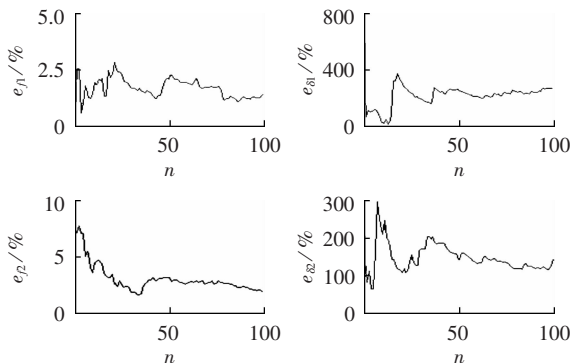


图4 Prony方法辨识结果的相对误差
Fig.4 Relative error of identification results
by Prony method

从图4可见,采用 Prony 方法处理类噪声信号,辨识得到的低频振荡模式频率的相对误差较小,其中模式1频率的相对误差(e_{f1})波动范围为0.5%~3%,模式2频率的相对误差(e_{f2})波动范围为1%~8%,随着被分析信号时长的增加,2个模式频率的相对误差分别接近1.5%和2%;而低频振荡模式阻尼比辨识结果的相对误差却非常大,其中模式1阻尼比的相对误差(e_{d1})波动范围为20%~700%,模式2阻尼比的相对误差(e_{d2})波动范围为50%~300%,即使增加参与分析的信号时长,2个模式阻尼比的相对误差仍维持在250%和150%左右。

由此可知,基于类噪声信号,采用 Prony 方法能基本准确地估计得到系统低频振荡模式频率参数,但是无法准确估计系统低频振荡模式阻尼比参数。

4.2.2 ARMA 法分析结果

使用 ARMA 法分析系统低频振荡模式参数,采用滑动数据窗思路,通过平均各个数据窗的初步分析结果,估计得到系统主导低频振荡模式参数。同样取前述5 min类噪声信号用于分析,单个数据窗时间长度为1 min,相邻数据窗时间间隔为10 s。通过文献[15]所述方法确定 ARMA 模型阶数为(15,10)。

进一步计算 ARMA 法分析结果与特征值计算结果之间的相对误差,如图5所示。

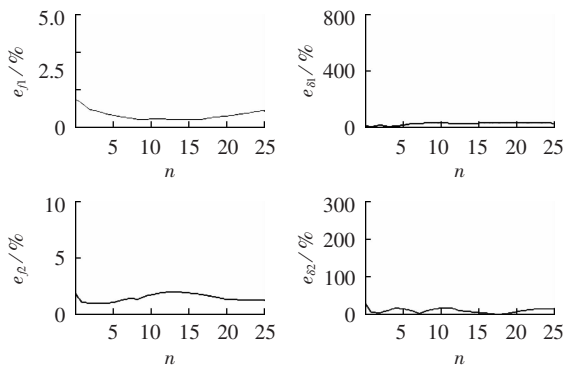


图5 ARMA法分析结果的相对误差
Fig.5 Relative error of identification results
by ARMA method

从图5可看出,采用 ARMA 法处理类噪声信号,辨识得到的低频振荡模式频率的相对误差很小,其中 e_{f1} 波动范围为0.5%~1.5%, e_{f2} 波动范围为1%~2%,随着被分析信号时长的增加,2个模式频率的相对误差分别接近0.6%和1.5%;相比较于模式频率参数,阻尼比辨识结果的相对误差略大,其中 e_{d1} 波动范围为2%~35%, e_{d2} 波动范围为1%~35%,随着信号时长的增加, e_{d1} 维持在27%上下波动, e_{d2} 维持在10%上下波动。

由此可知,基于类噪声信号,采用 ARMA 方法能基本准确地估计得到系统低频振荡模式频率、阻尼比2个参数,其中频率估计优于阻尼比估计。

由此可知,综合考虑振荡模式频率、阻尼比2个参数的分析效果,与 Prony 方法相比,ARMA 法基于类噪声信号辨识系统低频振荡模式参数的效果更佳。

5 结论

基于 WAMS 实测信号的低频振荡模式辨识是进行电力系统动态稳定监测的重要手段,Prony 方法和 ARMA 法是目前最常用的2种分析方法。本文对比研究了这2种方法对明显扰动激励后系统响应信号、类噪声信号这2种不同类型信号的适用性。比较其基本原理发现,这2种方法在信号建模思想、模型参数估计原则等方面存在区别,造成其适用性有所不同。进一步地,基于仿真数据,系统地对比了2种方法对不同类型信号的具体辨识结果,综合分析结果可得到:较之类噪声信号,Prony 方法更适用于基于明显扰动激励后的系统响应信号分析低频振荡特性,ARMA 法则适用于明显扰动激励后的系统响应信号、因负荷投切等随机性质小扰动引起的类噪声信号等情况下的系统低频振荡特性分析,ARMA 法相对于 Prony 方法具有更好的适用性。

致谢

本文受电力系统及发电设备控制与仿真国家重点实验室项目及中国南方电网有限责任公司重大科技专项资助,在此表示感谢!

参考文献:

- [1] KUNDUR P. 电力系统稳定与控制[M]. 周孝信,宋永华,李兴源,等,译. 北京:中国电力出版社,2002:13-27.
- [2] 倪以信. 动态电力系统的理论和分析[M]. 北京:清华大学出版社,2002:260-291.
- [3] HAUER J F,DEMEURE G J,SCHARF L L. Initial results in prony analysis of power system response signals[J]. IEEE Trans on Power Systems,1990,5(1):80-89.
- [4] 王铁强,贺仁睦,徐东杰,等. Prony 算法分析低频振荡的有效性研究[J]. 中国电力,2001,34(11):38-41.
WANG Tieqiang,HE Renmu,XU Dongjie,et al. The validity study of Prony analysis for low frequency oscillation in power system[J]. Electric Power,2001,34(11):38-41.
- [5] HAUER J F. Application of prony analysis to the determination of modal content and equivalent models for measured power system response[J]. IEEE Trans on Power Systems,1991,6(3):1062-1068.
- [6] 肖晋宇,谢小荣,胡志祥,等. 电力系统低频振荡在线辨识的改进 Prony 算法[J]. 清华大学学报:自然科学版,2004,44(7):883-887.
XIAO Jinyu,XIE Xiaorong,HU Zhixiang,et al. Power systems wide-area damping control based on online system identification [J]. J Tsinghua Univ:Sci & Tech,2004,44(7):883-887.
- [7] PIERRE J W,TRUDNOWSKI D J,DONNELLY M K. Initial results in electromechanical mode identification from ambient data [J]. IEEE Trans on Power Systems,1997,12(3):1245-1251.
- [8] WIES R W,PIERRE J W,TRUDNOWSKI D J. Use of ARMA block processing for estimating stationary low-frequency electromechanical modes of power systems[J]. IEEE Trans on Power Systems,2003,18(1):167-173.
- [9] WIES R W,PIERRE J W. Use of Least-Mean Squares (LMS) adaptive filtering technique for estimating low-frequency electromechanical modes in power systems[C]//Proceedings of the American Control Conference. Alaska,USA:ACC,2002:4867-4873.
- [10] WIES R W,BALASUBRAMANIAN A,PIERRE J W. Using Adaptive Step-size Least Mean Squares (ASLMS) for estimating low-frequency electromechanical modes in power systems[C]//Proceedings of 9th International conference on probabilistic methods applied to power systems. Stockholm,Sweden:PMAPS International Society,2006:1-8.
- [11] ZHOU N,PIERRE J W,TRUDNOWSKI D J,et al. Robust RLS method for online estimation of power system electromechanical modes[J]. IEEE Trans on Power Systems,2007,22(3):1240-1249.
- [12] GHASEMI H,CANIZARES C A. Confidence intervals estimation in the identification of electromechanical modes from ambient noise[J]. IEEE Trans on Power Systems,2008,23(2):641-648.
- [13] 杨叔子,吴雅,轩建平,等. 时间序列分析的工程应用[M]. 武汉:华中科技大学出版社,2007:228-237.
- [14] 张贤达. 现代信号处理[M]. 北京:清华大学出版社,1995:74-79.
- [15] 吴超,陆超,韩英铎,等. 计及模型定阶的低频振荡模式类噪声信号辨识[J]. 电力系统自动化,2009,33(21):1-5.
WU Chao,LU Chao,HAN Yingduo,et al. Power system oscillation modes estimation based on ambient signals considering model order selection [J]. Automation of Electric Power Systems, 2009,33(21):1-5.

(责任编辑:康鲁豫)

作者简介:

吴超(1982-),女,江西南昌人,博士研究生,主要研究方向为电力系统分析与控制(E-mail:c-wu06@mails.tsinghua.edu.cn);

陆超(1977-),男,河南定州人,助理研究员,博士,主要研究方向为电力系统分析与控制;

韩英铎(1938-),男,辽宁沈阳人,中国工程院院士,教授,主要研究方向为电力系统分析与控制、FACTS 和 GPS 技术在电力系统的应用;

吴小辰(1971-),男,浙江绍兴人,硕士,主要研究方向为电力系统稳定分析及控制;

柳勇军(1978-),安徽庐江人,工程师,博士,主要研究方向为电力系统安全稳定分析和控制。

Comparison of applicability in low frequency oscillation mode identification between Prony and ARMA

WU Chao¹,LU Chao¹,HAN Yingduo¹,WU Xiaochen²,LIU Yongjun²

(1. State Key Laboratory of Control and Simulation of Power System and Generation Equipment,
Department of Electrical Engineering and Electronic Application,
Tsinghua University, Beijing 100084, China;

2. Technology Research Centre of China Southern Power Grid, Guangzhou 510623, China)

Abstract: Prony and ARMA (Auto Regressive Moving Average) are two typical methods of characteristic parameter identification used in the low frequency oscillation mode identification of power system. Based on the elementary principles, their applicability to different kinds of signals is comparatively assessed in signal modeling concept and model parameter estimation. For the systematic study of low frequency oscillation mode identification, these two methods are employed to process the simulative data, which are the response signals of 36-bus benchmark system after obvious disturbance excitation and the similar noise signals. The results of analysis show ARMA has better applicability than Prony.

Key words: low frequency oscillation; mode identification; applicability; Prony method; ARMA method