

IIR 数字滤波器设计

周耀辉¹, 王芸波², 朱维新¹, 张玉仲¹, 武焕舟¹

(1. 中国石化管道储运公司 仪长输油处, 湖北 武汉 430077;

2. 深圳山东核电工程有限责任公司, 山东 济南 250100)

摘要: 介绍了利用双线性变换法设计巴特沃斯无限长单位冲激响应(IIR)数字滤波器。具体设计步骤如下: 按一定的技术指标将给出的数字滤波器转换为模拟低通滤波器; 根据转换后的技术指标设计模拟低通滤波器 $H(s)$; 再将 $H(s)$ 转换成 $H(z)$ 。对于高通、带通或带阻数字滤波器的设计, 先将其技术指标转化为与之相应的作为“样本”的低通模拟滤波器的技术指标, 再进行频率变换, 然后按上述步骤设计出低通 $H(s)$, 再将 $H(s)$ 转换为所需的 $H(z)$ 。

关键词: 巴特沃斯滤波器; 双线性法; 数字滤波器; IIR

中图分类号: TN 713.7

文献标识码: B

文章编号: 1006-6047(2010)09-0129-03

数字滤波器是具有一定传输选择特性的数字信号处理装置, 其输入、输出均为数字信号, 实质上是一个由有限精度算法实现的线性时不变离散时间系统。它的基本工作原理是利用离散系统特性对系统输入信号进行加工和变换, 改变输入序列的频谱或信号波形, 让有用频率的信号分量通过, 抑制无用的信号分量输出。数字滤波器按单位冲激响应的性质可分为无限长单位冲激响应(IIR)滤波器和有限长单位冲激响应(FIR)滤波器 2 种。本文主要通过双线性模数转换^[1]和巴特沃斯模拟滤波器^[2]来设计 IIR 数字滤波器。

1 IIR 数字滤波器的设计思想

IIR 数字滤波器的单位响应是无限长的, 而模拟滤波器一般都具有无限长的单位脉冲响应, 因此与模拟滤波器相匹配。由于模拟滤波器的设计在理论上已十分成熟, 因此数字滤波器设计的关键是将 $H(s)$ 转化成 $H(z)$, 即利用复值映射将模拟滤波器离散化。已经证明, 冲激响应不变法和双线性变换法能较好地担当此任, 在此基础上, 数字滤波器的设计就可首先归结为模拟滤波器的设计, 先设计一个合适的模拟滤波器, 然后将其数字化, 即将 S 平面映射到 Z 平面得到所需的数字滤波器。模拟滤波器的设计技术非常成熟, 不仅得到的是闭合形式的公式, 而且设计系数已经表格化了。

从模拟滤波器变换成数字滤波器主要有 4 种方法^[3]: 微分-差分变换法; 冲激响应不变法; 双线性变换法; 匹配 Z 变换法。本文主要介绍双线性变换法, 设计步骤是: 按一定技术指标将给出的数字滤波器转换为模拟低通滤波器; 根据转换后的技术指标设计

模拟低通滤波器 $H(s)$; 再将 $H(s)$ 转换成 $H(z)$ 。对于高通、带通或带阻数字滤波器的设计, 先将其技术指标转化为与之相应的作为“样本”的低通模拟滤波器的技术指标, 再进行频率变换, 然后按上述步骤设计出低通 $H(s)$, 再将 $H(s)$ 转换为所需的 $H(z)$ 。

因此, 由模拟滤波器设计数字滤波器的方法准确、简便, 得到普遍的应用^[4-6]。程序实现流程见图 1。

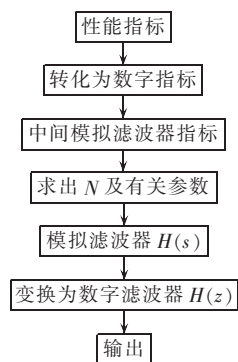


图 1 数字滤波器设计步骤

Fig.1 Flowchart of digital filter design

2 IIR 数字滤波器的设计方法

2.1 模拟滤波器的设计

模拟滤波器的理论和设计方法已发展得相当成熟, 有若干典型的模拟滤波器可供选择, 如巴特沃斯滤波器、切比雪夫滤波器、椭圆滤波器等^[7], 可以根据具体要求选用不同类型的滤波器。

下面介绍巴特沃斯低通滤波器的设计过程^[8]。

巴特沃斯低通滤波器平方幅频函数为

$$|H(f)|^2 = \frac{1}{1 + (f/f_c)^{2N}}$$

其中, N 为滤波器的阶数; f_c 为振幅响应跌至 -3 dB 处的频率。

N 阶巴特沃斯低通滤波器的极点位置,可由如下公式确定:

$$\begin{cases} S_k = (\cos \theta_k + j \sin \theta_k) f_c \\ S_{N-k-1} = (\cos \theta_k - j \sin \theta_k) f_c \\ \theta_k = (2k + N + 1) \pi / (2N) \end{cases}$$

$$k=0, 1, 2, \dots, \begin{cases} N/2-1 & N \text{ 为偶数} \\ (N-1)/2 & N \text{ 为奇数} \end{cases}$$

N 为偶数时,

$$\begin{cases} H(s) = A \prod_{k=1}^{N/2} H_k(s) \\ H_k = 1 / (s^2 - 2 \cos \theta_k f_c s + f_c^2) \end{cases}$$

N 为奇数时,

$$\begin{cases} H(s) = \left[A \prod_{k=1}^{(N-1)/2} H_k(s) \right] \frac{1}{s + f_c} \\ H_k = 1 / (s^2 - 2 \cos \theta_k f_c s + f_c^2) \end{cases}$$

2.2 模拟滤波器到数字滤波器的设计

由给定的模拟滤波器指标,用巴特沃斯低通滤波器逼近,根据巴特沃斯平方振幅函数可列出方程组:

$$\begin{cases} (f_p/f_c)^{2N} = 10^{-\delta_1} - 1 \\ (f_s/f_c)^{2N} = 10^{-\delta_2} - 1 \end{cases}$$

其中, $f_p = \tan(\omega_p/2)$, $f_s = \tan(\omega_s/2)$ 。解出:

$$N = \frac{1}{2} \log(f_p/f_s) / \log[(10^{0.1\delta_1} - 1) / (10^{0.1\delta_2} - 1)]$$

其中, N 向上取整。根据以上模拟滤波器设计,很容易得到传递函数 $H(s)$ 。

由不同的双线性变换公式实现不同的映射,可得数字滤波器传递函数 $H(z)$,如 $s = \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ 实现模拟低通滤波器到数字低通滤波器的转换。

同理,可设计巴特沃斯高通、巴特沃斯带通、巴特沃斯带阻滤波器。下面是主要函数及主要程序代码。

a. 转化为模拟指标。

```
dDigPass = 2 * PI * dLpfPass / dSampf
dDigStop = 2 * PI * dLpfStop / dSampf
dWp = tan(dDigPass / 2)
dWr = tan(dDigStop / 2)
```

b. 巴特沃斯滤波器参数计算。

```
dN = log10((pow(10, 0.1 * dAp) - 1) / (pow(10, 0.1 * dAr) - 1)) /
(2 * log10(dWp / dWr));
```

```
iN = (int)ceil(dN); // 求阶数
```

```
double tempt = 1.0 / (2 * iN);
```

```
dWc = dWp / pow(pow(10, 0.1 * dAp) - 1, tempt); // 求截止频率
// H(z) 的求得;
```

```
for(int i=0; i<nHzLen; i++)
```

```
{
```

```
theta[i] = (2 * i + iN + 1) * PI / (2 * iN)
```

```
dHs[i] = -2 * cos(theta[i]) * dWc
```

```
if(m_sFltrTypeStatic == "低通滤波器:")
```

```
{
```

```
double k10 = 1 - dHs[i] + dWc * dWc;
```

```
double k11 = 2 * (dWc * dWc - 1);
```

```
double k12 = 1 + dHs[i] + dWc * dWc;
```

```
CString str = "";
```

```
str.Format("%s(%f*Z**2+%f*Z+%f)", str00, k10, k11, k12);
```

```
str.Format("%s(%f*Z**2+%f*Z+%f)", str00, k10, k11, k12);
str00=str;
if(iN%2&&i==nHzLen-1)
{
CString str;
str00=str;
str00.Format("%s(%f*Z+%f)", str, 1.0+dWc, dWc-1);
}
if(i==nHzLen-1)
{
double Wk=pow(dWc, (double)iN);
CString str;
str=str00;
str00.Format("H(z)=[%f(Z+1)**%d]/[%s]", dWk, iN, str);
// 可得出最后的 H(z)
}
}
else if(m_sFltrTypeStatic == "高通滤波器:")
{
...
}
else if(m_sFltrTypeStatic == "带通滤波器:")
{
...
}
else if(m_sFltrTypeStatic == "带阻滤波器:")
{
...
}
}
```

高通、带通、带阻滤波器设计的程序代码与低通滤波器类似。根据求得的 $H(z)$ 表达式可计算幅值并用来绘图显示。

3 结语

利用双线性变换法设计 IIR 数字滤波器,给出了设计步骤,并设计了巴特沃斯数字滤波器。

参考文献:

- [1] 方培本. 利用双线性变换法设计 IIR Butterworth 数字滤波器[J]. 天津理工学院学报, 1999, 15(增刊 1): 44-46.
FANG Peiben. Apply bilinear transformation to design IIR butterworth digital filter[J]. Journal of Tianjin Institute of Technology, 1999, 15(Supplement 1): 44-46.
- [2] 林战平. 一种巴特沃斯型 FIR 数字滤波器的新设计[J]. 广西物理, 2007, 27(3): 31-34.
LIN Zhanping. A new design of Butterworth-type FIR digital filter[J]. Guangxi Physics, 2007, 27(3): 31-34.
- [3] 段彬, 孙同景, 李振华, 等. 全数字逆变电源 IIR Butterworth 数字滤波[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2009, 39(增刊 2): 311-314.
DUAN Bin, SUN Tongjing, LI Zhenhua, et al. IIR Butterworth digital filter for full digital inverter[J]. Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition, 2009, 39(Supplement 2): 311-314.
- [4] 陈韶华, 相敬林, 梁峰, 等. 基于 FIR 数字滤波器的宽带噪声数值模拟[J]. 系统仿真学报, 2007, 18(24):

5635-5638.

CHEN Shaohua,XIANG Jinglin,LIANG Feng,et al. Numerical method for simulating broadband noise of arbitrary spatial distribution with FIR digital filter[J]. Journal of System Simulation,2007,18(24):5635-5638.

- [5] 苏雪香. 数字滤波器的模拟化设计及实现[J]. 汽轮机技术,2004,46(1):33-34.

SU Xuexiang. Simulation design and verification of digital wave filter[J]. Turbine Technology,2004,46(1):33-34.

- [6] 谭家杰,罗昌由,唐建锋. 模拟滤波器到数字滤波器简单变换方法[J]. 衡阳师范学院学报,2009,30(6):37-39.

TAN Jiajie,LUO Changyou,TANG Jianfeng. Research on a simple transform from analogue filter to digital filter [J]. Journal of Hengyang Normal University,2009,30(6): 37-39.

- [7] 余志强,刘建华,何朝峰,等. 巴特沃兹数字滤波及其在智能测控系统中的应用[J]. 电测与仪表,2007,44(5): 5-8,18.

YU Zhiqiang,LIU Jianhua,HE Chaofeng,et al. The application of butterworth digital filter on the intelligent

measurement and control system[J]. Electrical Measurement & Instrumentation,2007,44(5):5-8,18.

- [8] 黄同,王海军,樊延虎,等. 基于 Matlab 的巴特沃思数字滤波器设计[J]. 延安大学学报:自然科学版,2008,27(3): 45-48.

HUANG Tong,WANG Haijun,FAN Yanhu,et al. Design of Butterworth digital filter based on Matlab[J]. Journal of Yanan University:Natural Science Edition,2008,27(3): 45-48.

- [9] 杨英. 智能型计算机辅助教学系统的实现与研究[J]. 电脑知识与技术,2009,5(9):2200-2201.

YANG Ying. Intelligent computer-aided instruction systems implementation and research[J]. Computer Knowledge and Technology,2009,5(9):2200-2201.

(编辑:李玲)

作者简介:

周耀辉(1966-),男,陕西西安人,工程师,主要从事电力系统自动化的运行管理、输油设备运行、维护等方面的研究工作(E-mail:zyh3019@163.com)。

Design of IIR digital filter

ZHOU Yaohui¹,WANG Yunbo²,ZHU Weixin¹,ZHANG Yuzhong¹,WU Huanzhou¹

(1. China Petroleum Pipeline Transportation Company for Long Distance Oil Department,Wuhan 430077,China;2. Shenzhen Shandong Nuclear Power Construction Co.,Ltd.,Ji'nan 250100,China)

Abstract: The design of Butterworth IIR(Infinite Impulse Response) digital filter is introduced,which applies the bilinear transformation method. The design steps are:convert the given digital filter into analog low-pass filter according to the technique specifications;design the analog low-pass filter $H(s)$ according to the converted technique specifications;transform $H(s)$ into $H(z)$. For the design of high-pass,band-pass or band-stop digital filter,its technique specifications are converted into the technique specifications of corresponding analog low-pass filter and the frequency transform is then carried out. By following the design steps mentioned above, the low-pass filter $H(s)$ is designed and its $H(z)$ is obtained.

Key words: Butterworth filter; bilinear; digital filter; IIR