

改进 FastICA 算法在谐波检测中的应用

汪 斌,王 年,蒋云志,程志友,王 继,鲍文霞

(安徽大学 教育部电能质量工程研究中心,安徽 合肥 230039)

摘要:介绍了一种基于改进的快速独立分量分析(FastICA)算法,并将其引入到谐波检测中。该算法在 FastICA 算法的基础上对牛顿迭代法进行了改进,使其满足三阶收敛,同时依据负熵极大的独立性准则实现了谐波信号的盲分离。为了更好地逼近真实信号,对分离后的信号进行幅值修正,从而完成谐波的检测。仿真实验结果表明了该算法相对于 FastICA 算法的优点在于减少了迭代次数和加快了收敛速度,同时在谐波分离准确性方面也明显优于 FastICA 算法。

关键词:电力系统;独立分量分析;谐波检测;FastICA;牛顿迭代法

中图分类号: TM 711

文献标识码: A

文章编号: 1006-6047(2011)03-0135-04

0 引言

目前,谐波检测方法有快速傅里叶变换(FFT)^[1-4]、奇异值分解(SVD)^[5]、多信号分类 MUSIC(MULTIPLE SIGNAL CLASSIFICATION)方法^[6]和独立分量分析 ICA(Independent Component Analysis)方法^[7]等。其中 FFT 在进行谐波检测时主要存在频谱泄漏和栅栏效应等问题,使得信号参数的分析(幅值、频率和相位)不准确,因而无法满足电力谐波检测要求。此外,SVD、MUSIC 方法都可以应用于分析电力系统的谐波,这几种方法分析结果较为精确,但是存在计算量大、实时性差的缺点。

ICA 法是近年来兴起的一种非常有效的盲源分离技术。ICA 处理的对象为一组相互统计独立的信号源经线性组合而产生的混合信号,其目的是从混合信号中提取出各个独立的信号分量。本文将改进的 FastICA 算法引入到谐波检测中,并对其进行了仿真实验,仿真结果表明改进后的算法不仅减少了迭代次数,提高了收敛速度,而且对幅值和频率的检测精度较高。

1 谐波的检测

谐波是一个周期性电气量的正弦波分量,其频率为基波频率的整倍数。所谓谐波次数 h 就是谐波频率与基波频率的比值($h=f_h/f_1$)。谐波从本质上而言就是一种干扰量,被认为是电网的一大公害。

收稿日期:2010-05-06;修回日期:2011-01-05

基金项目:安徽省科技攻关计划重大科技专项项目(08010202034);安徽省高校青年教师资助项目(2008jq1023);安徽省教育厅自然科学研究重点项目(KJ2010A007)

Project supported by the Special Project for Major Scientific and Technological Research in Anhui Province(08010202034),the Young College Teacher Fund Project in Anhui Province(2008jq1023) and the Natural Science Project of Anhui Education Department(KJ2010A007)

在电力系统中,正弦电压通常可表示为

$$u(t)=\sqrt{2} U \sin(\omega t+\theta) \quad (1)$$

当在线性无源元件上施加正弦电压时,由于电压和电流成比例关系,所以流过无源元件的电流仍为同频率的正弦波。但在非线性电路上施加正弦电压时,此时电流就变为非正弦波,即出现了谐波畸变。

对于观测电压 $x(t)$,通常可以认为由基波信号 $s(t)$ 和谐波干扰信号 $s_h(t)$ 组成,即

$$x(t)=s(t)+s_h(t)=s(t)+m_h \sin(h \omega_f t+\theta_h) \quad (2)$$

其中, ω_f 为基波角频率; m_h 为 h 次谐波幅值; θ_h 为 h 次谐波的初相角。

所谓谐波检测,就是如何从 $s(t)$ 中检测出 $s_h(t)$,而对于谐波频率 $h \omega_f/(2 \pi)$ 的检测,可以用简单的谱分析完成,但若在没有谐波参考源的情况下想准确检测出谐波的幅值和相位,问题就变得很复杂,而 FastICA 算法的引入给谐波幅值和相位的估计提供了一个新的思路。

2 改进的 FastICA 算法

2.1 独立分量分析原理^[8-11]

ICA 定义为:在源信号未知的情况下,将多个观测信号在统计独立原则基础上通过优化算法分解为若干独立分量,从而获得对源信号的估计。ICA 算法可描述为: $\mathbf{x}=[x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 为 n 个观测信号,由 m 个未知源信号 $\mathbf{s}=[s_1, s_2, \dots, s_m]^T$ 线性组合而成($n \geq m$),混合矩阵 $\mathbf{A}$ 是一个 $n \times m$ 维矩阵,即

$$\mathbf{x}=\mathbf{A} \mathbf{s} \quad (3)$$

ICA 任务就是在混合矩阵 $\mathbf{A}$ 和源信号 $\mathbf{s}$ 未知的条件下,去寻找一个分离矩阵 $\mathbf{W}$,使得:

$$\mathbf{y}=\mathbf{W} \mathbf{x} \quad (4)$$

从而可得 $\mathbf{y}=[y_1, y_2, \dots, y_m]^T$ 就是源信号 $\mathbf{s}$ 的估计值。

2.2 改进的 FastICA 算法

改进的 FastICA 算法是由观测信号的预处理和

独立分量的提取 2 部分组成。信号预处理是由中心化和白化 2 部分组成。中心化就是减去平均值使观测信号 $\mathbf{x}$ 成为均值为 0 的变量,从而使 $\mathbf{y}$ 也成为均值为 0 的变量,达到简化计算的效果。而白化是将 $\mathbf{x}$ 进行线性变换使其成为具有单位方差且各分量互不相关的向量,它是通过 PCA 网络实现的,白化的目的是为了去除各观测信号间的相关性,从而也就简化了后续独立分量的提取。

接下来对白化后的信号进行独立分量提取,即寻找一种独立性判据来度量分离信号的非高斯性。负熵作为一种度量非高斯性的常用方法,其定义为

$$J(\mathbf{y}) = H(\mathbf{y}_{\text{gauss}}) - H(\mathbf{y}) \quad (5)$$

其中, $H(\mathbf{y}) = - \int p(\mathbf{y}) \lg p(\mathbf{y}) d\mathbf{y}$, $H(\cdot)$ 是随机变量的信息熵, $\mathbf{y}_{\text{gauss}}$ 是具有和 $\mathbf{y}$ 相同协方差矩阵的高斯变量。通常在实际应用中采用一种较好的负熵近似为

$$J(\mathbf{y}) \propto [E\{G(\mathbf{y})\} - E\{G(\mathbf{y}_{\text{gauss}})\}]^2 \quad (6)$$

其中, $G(\cdot)$ 是一种非二次、非线性的函数, $E(\cdot)$ 为均值计算。

由中心极限定理可知,最大化非高斯性就是最大化 $J(\mathbf{y})$ 。当非高斯性达到最大时,表明各独立分量的分离已完成。对于式(6), $J(\mathbf{y})$ 最大即 $E\{G(\mathbf{y})\}$ 最大。对 $E\{G(\mathbf{y})\} = E\{G(\mathbf{w}^T \mathbf{x})\}$ 求极值,并由牛顿迭代公式:

$$x_{n+1} = x_n - [f(x_n) / f'(x_n)] \quad n=0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

可得:

$$\mathbf{w}^a = \mathbf{w} - \frac{E\{\mathbf{x}g(\mathbf{w}^T \mathbf{x})\} - \beta \mathbf{w}}{E\{g'(\mathbf{w}^T \mathbf{x})\} - \beta} \quad (8)$$

其中, $\beta = E\{\mathbf{w}^T \mathbf{x}g(\mathbf{w}^T \mathbf{x})\}$; $\mathbf{w}$ 是分离矩阵 $\mathbf{W}$ 中的某一行,是 m 维向量; $g(\cdot)$ 是目标函数 $G(\cdot)$ 的导数; $\mathbf{w}^a$ 为某一次牛顿迭代的结果。为简便算法并提高算法的稳定度,可将式(8)简化,并在每次迭代后,对 $\mathbf{w}^a$ 做归一化处理,从而可得 FastICA 算法公式如下:

$$\mathbf{w}^a = E\{\mathbf{x}g(\mathbf{w}^T \mathbf{x})\} - E\{g'(\mathbf{w}^T \mathbf{x})\} \mathbf{w} \quad (9)$$

$$\mathbf{w}^* = \mathbf{w}^a / \|\mathbf{w}^a\| \quad (10)$$

FastICA 算法就是根据式(7)得出式(9)和式(10),进而估算出 $\mathbf{W}$ 。然而,当 $f(a)=0$ 且 $f'(a) \neq 0$ 时,可得式(7)是二阶收敛的。为使其达到三阶收敛,可对牛顿迭代法做如下改进:

$$\begin{aligned} x_{n+1}^* &= x_n - [f(x_n) / (2f'(x_n))] \\ x_{n+1} &= x_n - [f(x_n) / f'(x_{n+1}^*)] \quad n=0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (11)$$

从而可得改进的 FastICA 算法如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}^* &= E\{\mathbf{x}g(\mathbf{w}^T \mathbf{x})\} - 2E\{g'(\mathbf{w}^T \mathbf{x})\} \mathbf{w} \\ \mathbf{w}^a &= E\{\mathbf{x}g(\mathbf{w}^T \mathbf{x})\} - E\{g'(\mathbf{w}^* \mathbf{x})\} \mathbf{w} \\ \mathbf{w}^* &= \mathbf{w}^a / \|\mathbf{w}^a\| \end{aligned} \quad (12)$$

当提取出的独立分离不收敛,则重复此过程直至收敛即可提取出一个独立分量,若要提取剩余的独立分量,只需减去该独立分量,重复上述步骤,直至所有独立分量都提取出来。图 1 为改进 FastICA 算法框图。

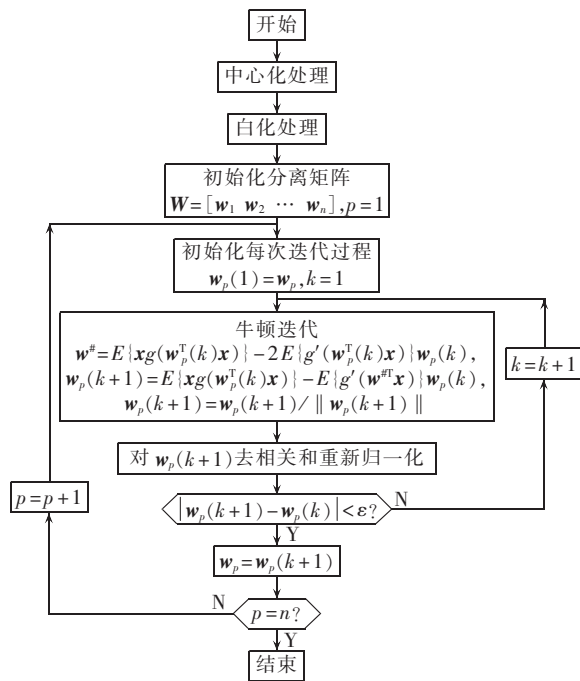


图 1 改进的 FastICA 算法框图

Fig.1 Flowchart of improved FastICA algorithm

3 改进的 FastICA 在谐波检测中的应用

由于在改进的 FastICA 算法模型中要求观测通道数 n 不少于独立源的个数 m ,而改进的 FastICA 算法的谐波检测中只能取一路观测通道,所以不能直接运用改进的 FastICA 方法进行谐波检测。因此至少需要构造 $n-1$ 路虚拟观测信号 $x_2, x_3, x_4, \dots, x_n$, 这样即可扩充 $n-1$ 个方程。

$$\begin{cases} x_2 = a_{21}s_1 + a_{22}s_2 + \dots + a_{2n}s_n \\ x_3 = a_{31}s_1 + a_{32}s_2 + \dots + a_{3n}s_n \\ x_4 = a_{41}s_1 + a_{42}s_2 + \dots + a_{4n}s_n \\ \vdots \\ x_n = a_{n1}s_1 + a_{n2}s_2 + \dots + a_{nn}s_n \end{cases} \quad (13)$$

其中, $s_n = m_n \sin(n\omega_n t + \theta_n)$, 为了方便估计,可以将 s_n 作如下变化:

$$\begin{aligned} s_n &= m_n \sin(n\omega_n t + \theta_n) = m_n \sin(n\omega_n t) \cos \theta_n + \\ &\quad m_n \cos(n\omega_n t) \sin \theta_n = A_n \sin(n\omega_n t) + \\ &\quad B_n \cos(n\omega_n t) = S_{n1} + S_{n2} \end{aligned} \quad (14)$$

其中, $\theta_n = \arctan(B_n / A_n)$, $m_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$, 这样就转化为对 S_{n1} 和 S_{n2} 的估计,继而估计出谐波信号。图 2 为改进的 FastICA 算法在谐波检测中的具体框图。

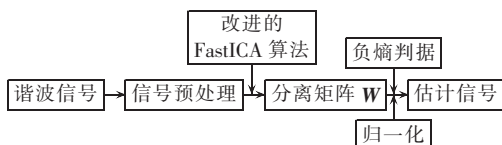


图 2 谐波检测框图

Fig.2 Block diagram of harmonic detection

4 实验仿真与分析

实验仿真输入信号为 50 Hz 正弦基波,以含有 3 次和 5 次谐波为例,信号如图 3 所示,然后将信号中的基波信号(U_1)、3 次谐波信号(U_3)和 5 次谐波信号(U_5)这 3 路信号与一个随机混合矩阵进行混合,得到实验所用的混合信号。其中混合后信号如图 4 所示。针对此混合信号,文中通过 FastICA 和改进的 FastICA 这 2 种算法的比较实验,验证了本文算法的可行性和正确性。

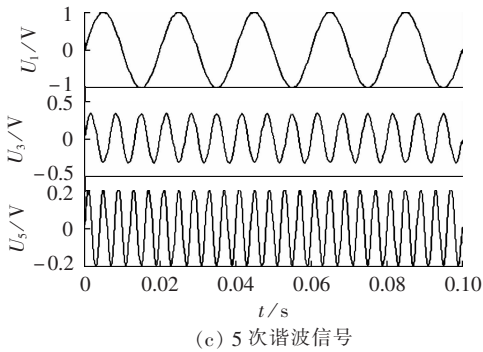


图 3 基波信号、3 次和 5 次谐波信号

Fig.3 Fundamental,3rd and 5th harmonic signal

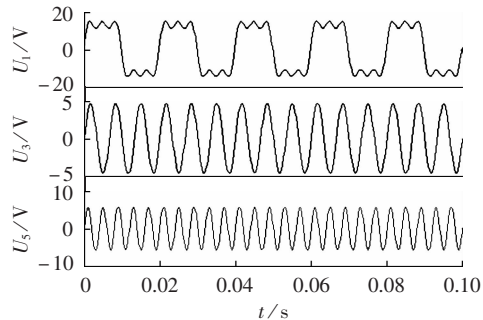


图 4 混合后各信号图

Fig.4 Signals after mixing

4.1 实验结果

本文所采用的改进的 FastICA 算法,是在以负熵作为独立性判据的 FastICA 算法基础上,通过对牛顿迭代法进行改进而得到的。本文先对谐波信号进行预处理,然后对预处理后的信号就这 2 种算法分别进行独立分量提取,仿真实验结果如图 5 和图 6 所示,其中图 5 是对图 4 的混合信号利用 FastICA 算法分离后的 3 路信号;图 6 是经改进的 FastICA 算法分离后的 3 路信号。

除此之外,为了检验分离的准确性,还对分离所得信号做了 FFT 频谱分析,结果如表 1 所示。

4.2 实验结果分析

从实验可以看出,2 种算法都可以把谐波信号从混合信号中分离出来,只是分离出来信号的排列顺序发生了变化,这是由于迭代过程中随机矩阵的随机性所导致(如图 5 和图 6 所示)。由图 6 可知经

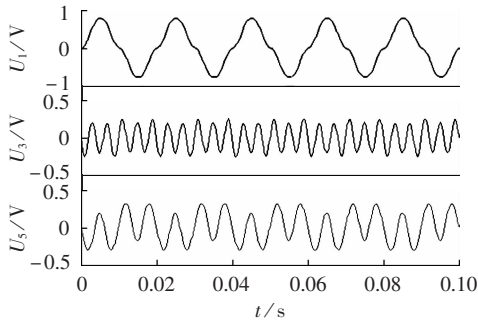


图 5 FastICA 算法分离后各信号图

Fig.5 Signals separated by FastICA

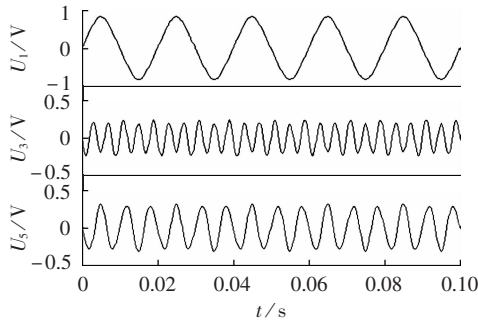


图 6 改进的 FastICA 算法分离后各信号图

Fig.6 Signals separated by improved FastICA

表 1 仿真信号检测值

Tab.1 Detection results for simulation signal

算法	谐波	f/Hz	U_m/V	$e/\%$
FastICA 算法	基波信号	50	0.9670	3.30
	3 次谐波	150	0.3005	9.80
	5 次谐波	250	0.1842	7.90
改进的 FastICA 算法	基波信号	50	0.9975	0.25
	3 次谐波	150	0.3325	0.24
	5 次谐波	250	0.1970	1.50

注: U_m 为幅值, e 为幅值误差。

改进的 FastICA 算法分离出的基波和谐波信号几乎和源信号相同,只是所分离出的信号由于缺乏除了相互独立外的其他先验知识而发生了少许相移,而由图 5 可知经 FastICA 算法分离出的基波信号发生了明显的畸变,3 次谐波信号同样也存在较明显的畸变。同时由表 1 可知改进的 FastICA 算法分离后所得信号的幅值相对于未改进的 FastICA 算法分离后所得信号的幅值而言与理论值的误差更小。由此可见,改进的 FastICA 算法在分离结果的准确性方面比原有的 FastICA 算法效果好;另外,由于改进的 FastICA 算法满足三阶收敛,从而使得迭代次数大幅降低,这也说明改进的 FastICA 算法在收敛速度方面是明显优于 FastICA 算法的。其中 2 种算法运行时间对比情况如表 2 所示。

以上仿真对比实验都是在 CPU 主频为 2.99 GHz,内存为 1 G 的计算机上实现的。因此,不难发现,改进的 FastICA 算法比 FastICA 算法更适合对谐波信号进行检测。

表 2 2 种算法运行时间对比表
Tab.2 Comparison of running time
between two algorithms

算法	t/s		
	256 点	512 点	1024 点
FastICA	0.765	0.855	0.898
改进的 FastICA	0.561	0.598	0.651

5 结论

本文将谐波检测问题视作盲源分离问题,并引入了改进的 FastICA 算法进行谐波分析。由于谐波分析中的观测源只有一路,故需构建虚拟观测量,以满足算法运算条件。实验表明该算法可以较准确地检测出观测信号中的谐波信号,同时通过 FFT 频谱分析得到分离信号的幅值和频率也是较准确的。因此可以看出,改进的 FastICA 算法对谐波信号进行检测是切实可行的。但是应当指出的是,由于源信号和混合矩阵均未知以及缺乏其他一些先验知识,使得检测结果难免还是存在一些误差,同时改进的 FastICA 算法的不足之处在于无法直接得到谐波的频谱,所以如何通过该算法直接得到谐波的频谱将是下一步需要解决的关键问题。

参考文献:

- [1] 黄方能,黄成军,陈陈,等. 高精度插值 FFT 谐波分析[J]. 电力自动化设备,2007,27(9):40-43.
HUANG Fangneng,HUANG Chengjun,CHEN Chen,et al. Improved high precision interpolating FFT for harmonic analysis[J]. Electric Power Automation Equipment,2007,27(9):40-43.
- [2] XI Jiangtao. A new algorithm for improving the accuracy of periodic signal analysis[J]. IEEE Trans on IM,1996,45(4):827-830.
- [3] LIN H C. Inter-harmonic identification using group-harmonic weighting approach based on the FFT[J]. IEEE Transactions on Power Electronics,2008,23(3):1309-1319.
- [4] FERRERO A. High accuracy Fourier analysis based on syn-

chronous sampling techniques[J]. IEEE Trans on IM,1992,41(6):780-785.

- [5] LOBOS T,KOZINA T,KOGLIN H J. Power system harmonics estimation using linear least squares method and SVD[J]. IEE Proceedings-Generation,Transmission and Distribution,2001,148(6):567-572.
- [6] 刘学军,刘畅,王景芝,等. 一种 FFT 法和 MUSIC 法结合的谐波频率估计[J]. 电力系统保护与控制,2009,37(5):37-40.
LIU Xuejun,LIU Chang,WANG Jingzhi,et al. Inter-harmonic parameter estimation based on FFT and MUSIC[J]. Power System Protection and Control,2009,37(5):37-40.
- [7] HYVÄRINEN A. Fast and robust fixed-point algorithms for independent component analysis[J]. IEEE Trans on Neural Networks,1999,10(3):626-634.
- [8] 刘阳,杨洪耕. 基于独立分量分析的电压闪变检测方法[J]. 电力自动化设备,2007,27(11):34-37.
LIU Yang,YANG Honggeng. Voltage flicker detection based on independent component analysis[J]. Electric Power Automation Equipment,2007,27(11):34-37.
- [9] HYVÄRINEN A. Independent component analysis:algorithms and applications[J]. Neural Networks,2000,13(4-5):411-430.
- [10] SOLVANG H K,NAGAHARA Y,ARAKI S. Frequency-Domain Pearson distribution approach for Independent Component Analysis(FD-Pearson-ICA) in blind source separation[J]. IEEE Trans on Audio,Speech and Language Processing,2009,17(4):639-649.
- [11] BAI Erwei,LI Qingyu. Blind source separation/channel equalization of nonlinear channels with binary inputs[J]. IEEE Trans on Signal Processing,2005,53(7):2315-2323.

(编辑:李玲)

作者简介:

汪 斌(1985-),男,安徽绩溪人,硕士研究生,主要研究方向为电能质量(E-mail:wb4525@sina.com);

王 年(1966-),男,安徽和县人,教授,研究方向为电能质量、计算机视觉、模式识别及应用(E-mail:wn_xlb@ahu.edu.cn);

蒋云志(1987-),男,安徽马鞍山人,硕士研究生,主要研究方向为电能质量。

Application of improved FastICA in harmonic detection

WANG Bin,WANG Nian,JIANG Yunzhi,CHENG Zhiyou,WANG Ji,BAO Wenxia
(Power Quality Engineering Research Center,Ministry of Education,
Anhui University,Hefei 230039,China)

Abstract: The improved FastICA(Fast Independent Component Analysis) algorithm is introduced to harmonic detection,which ameliorates the Newton iteration method based on FastICA algorithm to satisfy the third-order convergence and applies the independence criterion of negentropy maximization to realize the blind separation of harmonic signals. The amplitude of separated signal is amended to better approximate the true signal for completing the harmonic detection. Simulative results show that,compared with FastICA algorithm,it has less iterative time,quicker convergence and much higher harmonic separation accuracy.

Key words: power system; independent component analysis; harmonic detection; FastICA; Newton iteration method