

# 基于 Nuttall 窗插值 FFT 的谐波分析方法

陈国志, 陈隆道, 蔡忠法

(浙江大学 电气工程学院, 浙江 杭州 310027)

**摘要:** 用于电力系统谐波分析的加窗插值 FFT 算法中, Hanning 窗算法运算量小, 但测量精度较低, Blackman-Harris 窗算法分析精度高, 但插值修正公式计算复杂。提出一种基于 Nuttall 窗插值 FFT 的谐波分析方法。推导了 Nuttall 窗的显式插值系数公式, 以及谐波的频率、幅值和相位的插值修正公式。通过消除基波对 2 次谐波的频谱干涉, 调整 2 次谐波插值系数的估算方法, 提高算法的分析精度。对该算法与 Hanning 窗、4 项 Rife-Vincent(Ⅲ)窗和 Blackman-Harris 窗插值 FFT 算法进行 Matlab 仿真对比, 验证了该算法具有更高的分析精度。对微波炉电流的实验研究进一步验证了所提算法的有效性。

**关键词:** 谐波; FFT; Nuttall 窗; 插值; 电力系统

**中图分类号:** TM 714

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1006-6047(2011)04-0027-05

## 0 引言

电力电子装置的广泛应用, 使电网中产生了大量的高次谐波, 谐波问题被认为是电网的一大公害<sup>[1-2]</sup>, 因此谐波的准确测量具有重要意义。

傅里叶变换是常用的电力谐波分析方法, 具有计算简单和易于工程实现的特点, 但快速傅里叶变换(FFT)在非同步采样时, 频谱泄漏和栅栏效应会影响 FFT 的谐波分析精度。加窗插值 FFT 算法是抑制频谱泄漏和消除栅栏效应的有效方法。插值算法常用的窗函数有 Hanning 窗<sup>[3]</sup>、Blackman 窗<sup>[4]</sup>、Blackman-Harris 窗<sup>[5-6]</sup>、Rife-Vincent 窗<sup>[7]</sup>、最优余弦窗<sup>[8]</sup>、卷积窗<sup>[9-10]</sup>、Nuttall 窗<sup>[11]</sup>等。Hanning 窗的插值公式简单, 可以直接计算插值系数, 计算量小, 但其最大旁瓣为 -31 dB, 对谐波参数的估计精度不高。增加余弦组合窗的项数能够提高谐波的分析精度, 项数越多, 窗函数的旁瓣特性越好, 但同时会增加插值算法的计算量。

例如, 4 项 Blackman-Harris 窗的最大旁瓣为 -92 dB, 分析精度高, 但它的插值修正公式计算复杂, 每一次插值运算都要解一次一元七次方程。为减少复杂窗函数插值 FFT 的运算量, 提出了各种改进方法, 如线性插值<sup>[12]</sup>、双峰谱线插值<sup>[13]</sup>等。这些方法虽然能在一定程度上减少计算量, 但仍然难以从根本上解决复杂窗函数插值运算的复杂性。

本文分析了 4 项 5 阶 Nuttall 窗的特点, 推导了其插值 FFT 算法的插值修正公式。其插值系数具有显式表达式, 插值修正公式简单明了, 计算简单, 易于硬件实现, 谐波参数估计精度高。同时, 为消除基波对 2 次谐波的频谱干涉, 从插值 FFT 产生频谱干涉的机理出发, 调整了 2 次谐波插值系数的估算方法, 进一步提高了算法的分析精度。同文献<sup>[11]</sup>相比, 本文算法的插值修正公式更加简单, 同时由于 4 项 5 阶 Nuttall 窗的旁瓣衰减更快, 在经过对 2 次谐波的频谱校正后, 算法的参数估计精度更高。仿真和实验结果都表明, 所提出算法适合于电力系统谐波的精确测量。

收稿日期: 2010-06-08; 修回日期: 2011-02-21

## 1 FFT 的频谱泄漏与加窗抑制

为分析简便,设单一频率信号表达式为

$$x_m(t) = A_m e^{j(2\pi f_m t + \varphi_m)} \quad (1)$$

其中,  $A_m$ 、 $f_m$ 、 $\varphi_m$  分别为幅值、频率和相位。

以采样频率  $f_s$  对其均匀采样  $N$  点,得到离散序列  $x(n)$ :

$$x(n) = x_m(n) w_R(n) \quad n=0, 1, \dots, N-1 \quad (2)$$

其中,  $w_R(n)$  为矩形窗。

对采样信号  $x(n)$  进行 FFT, 隐含在时域上对  $x(n)$  进行周期拓展。在同步采样条件下,  $x(n)$  拓展后的序列与原连续信号  $x_m(t)$  的采样序列完全相同, 此时 FFT 可以精确地分析  $x_m(t)$  的参数。当进行非同步采样时, 采样信号  $x(n)$  经周期拓展后将会在边界处产生跳变, 此时会产生频谱泄漏, 即长范围泄漏, 可以通过选择合适的窗函数使边界点平滑至零来对其进行抑制。

可以推导出, 信号  $x(n)$  经离散时间傅里叶变换 (DTFT) 后的频谱序列为<sup>[1]</sup>

$$X(\lambda) = A_m W_R(\lambda - \lambda_m) e^{j[-(N-1)\pi(\lambda - \lambda_m)/N + \varphi_m]} \quad (3)$$

$$W_R(\lambda) = \sin(\lambda\pi) / \sin(\lambda\pi/N) \quad (4)$$

其中,  $\lambda = Nf/f_s$ ;  $\lambda_m = Nf_m/f_s$ ;  $W_R(\lambda)$  是矩形窗的幅度谱。

对信号  $x(n)$  进行 FFT,  $\lambda$  只能取  $0 \sim N-1$  之间的整数。设

$$\lambda_m = k_m + \delta_m \quad (5)$$

其中,  $k_m$  为正整数;  $0 \leq \delta_m < 1$ 。

当非同步采样时,  $\delta_m \neq 0$ , 因此整数位置上的频谱  $X(k_m)$  与谐波的真实频谱  $X(\lambda_m)$  不一致, 即发生了栅栏效应, 可通过插值算法加以解决。 $\delta_m$  的含义如图 1 所示。

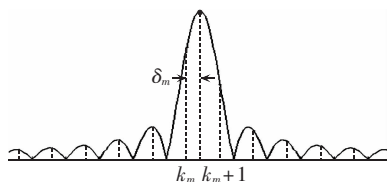


图 1  $\delta_m$  的含义

Fig.1 Meaning of  $\delta_m$

为消除 FFT 算法的频谱泄漏和栅栏效应, 需要选择旁瓣峰值低和旁瓣衰减快的窗函数, 同时其插值 FFT 算法还应具有简单的插值修正公式。4 项 5 阶 Nuttall 窗具有上述特点。

## 2 Nuttall 窗插值 FFT 算法

Nuttall 窗是一类余弦组合窗<sup>[14]</sup>, 其时域表示为

$$w(n) = \sum_{m=0}^{M-1} (-1)^m a_m \cos(2\pi n \cdot m / N) \quad (6)$$

其中,  $M$  为窗函数的项数;  $n=0, 1, \dots, N-1$ 。

Nuttall 窗及其他几个典型余弦组合窗的旁瓣特

性如表 1 所示。

表 1 余弦组合窗函数旁瓣特性

Tab.1 Sidelobe characteristic of cosine composite windows

| 窗的类型                 | 旁瓣峰值 | 衰减速度 |
|----------------------|------|------|
| Hanning              | -31  | 18   |
| Blackman             | -58  | 18   |
| Blackman-Harris      | -92  | 6    |
| 4 项 Rife-Vincent (Ⅲ) | -74  | 12   |
| 3 项 1 阶 Nuttall      | -64  | 18   |
| 3 项 3 阶 Nuttall      | -47  | 30   |
| 3 项最小旁瓣 Nuttall      | -71  | 6    |
| 4 项 1 阶 Nuttall      | -93  | 18   |
| 4 项 3 阶 Nuttall      | -83  | 30   |
| 4 项 5 阶 Nuttall      | -61  | 42   |
| 4 项最小旁瓣 Nuttall      | -98  | 6    |

由表 1 可见, 4 项 5 阶 Nuttall 窗的旁瓣衰减速度远高于其他窗函数, 并且具有较低的最大旁瓣, 更重要的是, 它的插值 FFT 算法简单明了, 适合电力谐波的准确分析。

余弦组合窗的 DTFT 表达式为

$$\begin{aligned} W(e^{j\omega}) &= \sum_{m=0}^{M-1} (-1)^m \frac{a_m}{2} [W_R(e^{j(\omega-2\pi m/N)}) + \\ &W_R(e^{j(\omega+2\pi m/N)})] \approx \\ &\sum_{m=0}^{M-1} \frac{a_m}{2} \left[ W_R\left(\omega - \frac{2\pi m}{N}\right) + \right. \\ &\left. W_R\left(\omega + \frac{2\pi m}{N}\right) \right] e^{-j(N-1)\omega/2} = \\ &W(\omega) e^{-j(N-1)\omega/2} \end{aligned} \quad (7)$$

其中,  $W_R(e^{j\omega}) = W_R(\omega) e^{-j(N-1)\omega/2}$  是矩形窗的 DTFT 频谱;  $W_R(\omega) = \sin\left(\frac{N\omega}{2}\right) / \sin\left(\frac{\omega}{2}\right)$  是矩形窗的幅度谱;  $W(\omega)$  为余弦组合窗的幅度谱。

根据式(3), 信号  $x(n)$  加余弦组合窗的 DTFT 的频谱序列为

$$X(\lambda) = A_m W(\lambda - \lambda_m) e^{j[-(N-1)\pi(\lambda - \lambda_m)/N + \varphi_m]} \quad (8)$$

$$W(\lambda) = \sum_{m=0}^{M-1} \frac{a_m}{2} [W_R(\lambda - m) + W_R(\lambda + m)] \quad (9)$$

令  $x(n)$  幅度谱线上的 2 个相邻峰值之比为

$$\beta_m = \frac{|X(k_m+1)|}{|X(k_m)|} \quad (10)$$

由于  $N$  比较大, 而且  $0 \leq \delta_m < 1$ , 将式(5)(8)代入上式, 对 4 项余弦窗函数有

$$\begin{aligned} \beta_m &= (b_6 \delta_m^6 + b_5 \delta_m^5 + b_4 \delta_m^4 + b_3 \delta_m^3 + b_2 \delta_m^2 + b_1 \delta_m + b_0) \times \\ &(3 + \delta_m) / [(c_6 \delta_m^6 + c_4 \delta_m^4 + c_2 \delta_m^2 + c_0)(4 - \delta_m)] \end{aligned} \quad (11)$$

$$b_6 = -a_0 + a_1 - a_2 + a_3, \quad b_5 = 6(a_0 - a_1 + a_2 - a_3)$$

$$b_4 = -a_0 + 2a_1 - 5a_2 + 10a_3, \quad b_3 = -36a_0 + 32a_1 - 20a_2$$

$$b_2 = 20a_0 - 27a_1 + 36a_2 - 11a_3$$

$$b_1 = 48a_0 - 26a_1 - 16a_2 + 6a_3, \quad b_0 = 24a_1$$

$$c_6 = -a_0 + a_1 - a_2 + a_3, \quad c_4 = 14a_0 - 13a_1 + 10a_2 - 5a_3$$

$$c_2 = -49a_0 + 36a_1 - 9a_2 + 4a_3, \quad c_0 = 36a_0$$

当窗函数为 4 项 5 阶 Nuttall 窗时:

$$a_0=0.3125, a_1=0.46875, a_2=0.1875$$

$$a_3=0.03125, b_0=c_0=11.25$$

$$b_6=b_5=b_4=b_3=b_2=b_1=c_6=c_4=c_2=0$$

可得:

$$\delta_m = \frac{4\beta_m - 3}{1 + \beta_m} \quad (12)$$

根据  $\delta_m$  可以估计出谐波的频率、幅值和相位:

$$f_m = (k_m + \delta_m) f_s / N \quad (13)$$

$$A_m = \frac{1}{N} |X(k_m)| \frac{\pi \delta_m (1 - \delta_m^2) (4 - \delta_m^2) (9 - \delta_m^2)}{11.25 \sin(\delta_m \pi)} \quad (14)$$

$$\varphi_m = \text{angle}[X(k_m)] - \delta_m \pi \frac{N-1}{N} \quad (15)$$

可见,对于 4 项 5 阶 Nuttall 窗,插值系数  $\delta_m$  具有显式表达式,插值 FFT 修正公式简单明了,计算简单,更易于实现。

由于电网谐波分量远小于基波分量,谐波对基波的频谱影响较小,基波频率的估计精度要远高于各次谐波频率的估计精度。因此,各次谐波的插值系数由已估计的基波频率来确定,将提高插值 FFT 算法的分析精度,即

$$k_m = \text{floor}[m \lambda_1] = \text{floor}[m(k_1 + \delta_1)] \quad (16)$$

$$\delta_m = m \lambda_1 - k_m = m(k_1 + \delta_1) - k_m \quad (17)$$

其中,  $\text{floor}[\cdot]$  表示按下限取整;  $\lambda_1 = k_1 + \delta_1$ , 为基波的归一化频率;  $\lambda_m = k_m + \delta_m$ , 为  $m$  次谐波的归一化频率。

### 3 2 次谐波插值 FFT 校正算法

上述插值公式是基于单个频率信号得到的,而实际电网信号包含基波和各次谐波成分,它们相互之间存在频谱干涉。加窗能够有效抑制长范围泄漏,但不能完全消除频谱混叠。对电力信号而言,基波幅值较大,而各次谐波的幅值较小,基波对 2 次谐波的泄漏影响较大,谐波对基波以及各谐波之间的泄漏影响可忽略。因此,2 次谐波的 FFT 频谱  $X(k_2)$  实际上可认为由 2 部分组成:其一是基波在  $k_2$  处的长范围泄漏  $X_1(k_2)$ ,其二是 2 次谐波在  $k_2$  处的短范围泄漏  $\tilde{X}(k_2)$ ,即

$$X(k_2) = \tilde{X}(k_2) + X_1(k_2) \quad (18)$$

为消除基波对 2 次谐波的频谱干扰,先估算基波的长范围泄漏并将其去除,然后应用插值 FFT 算法估计 2 次谐波参数,以提高分析精度。对 4 项 5 阶

Nuttall 窗,由式(8)可得:

$$X_1(k_2) = A_1 W(k_2 - \lambda_1) e^{j[-(N-1)\pi(k_2 - \lambda_1)/N + \varphi_1]} \approx -\frac{11.25 N A_1 \sin(\delta_1 \pi)}{\pi \Delta_1 (1 - \Delta_1^2) (4 - \Delta_1^2) (9 - \Delta_1^2)} e^{j[(N-1)\pi \delta_1 / N + \varphi_1]} \quad (19)$$

其中,  $\Delta_1 = k_2 - k_1 - \delta_1$ 。

$$X(k_2) \approx X_2(k_2) = A_2 W(-\delta_2) e^{j[(N-1)\pi \delta_2 / N + \varphi_2]} \approx \frac{11.25 N A_2 \sin(\delta_2 \pi)}{\pi \delta_2 (1 - \delta_2^2) (4 - \delta_2^2) (9 - \delta_2^2)} e^{j[(N-1)\pi \delta_2 / N + \varphi_2]} \quad (20)$$

将式(20)代入式(19),得到基波对 2 次谐波的长范围泄漏为

$$X_1(k_2) = -\frac{\delta_1 (1 - \delta_1^2) (4 - \delta_1^2) (9 - \delta_1^2)}{\Delta_1 (1 - \Delta_1^2) (4 - \Delta_1^2) (9 - \Delta_1^2)} X(k_1) \quad (21)$$

消除基波泄漏后的 2 次谐波真实谱峰为

$$\tilde{X}(k_2) = X(k_2) - X_1(k_2) \quad (22)$$

利用得到的 2 次谐波真实谱峰,代入式(14)和式(15),即可得到 2 次谐波的幅值和相位估计。

### 4 仿真结果

为验证提出的 Nuttall 窗插值 FFT 算法的有效性,将该算法与 Hanning 窗、4 项 Rife-Vincent(Ⅲ)窗及 Blackman-Harris 窗插值 FFT 算法进行 Matlab 仿真对比研究。设信号表达式为

$$x(t) = \sum_{m=1}^7 A_m \cos(2\pi m f_1 t + \varphi_m) \quad (23)$$

采样频率为 10 kHz,采样点数 2048 点,约 10 个基波周期。采用 Hanning 窗、Blackman-Harris 窗、4 项 Rife-Vincent(Ⅲ)窗及提出的 Nuttall 窗插值 FFT 算法得到的分析结果如表 2~4 所示。由仿真结果可见:Hanning 窗的分析精度最低,Blackman-Harris 窗次之,而 4 项 5 阶 Nuttall 窗的分析精度最高。在同一台计算机的 Matlab 环境下,采用 4 项 Rife-Vincent(Ⅲ)窗、Blackman-Harris 窗和 4 项 5 阶 Nuttall 窗插值 FFT 算法的运算时间分别为 10.4、11.3 和 8.6 ms,可见本文算法的运算速度更快。

### 5 实验研究

通过电参量数据采集系统得到微波炉工作时的电流波形,如图 2 所示。采样频率为 10 kHz,数据长度为 2048 点,约 10 个周期。

用 4 项 5 阶 Nuttall 窗插值 FFT 算法对微波炉电流进行谐波分析,得到结果如表 5 所示。限于篇幅,

表 2 频率参数的仿真结果

Tab.2 Simulative results of frequency

| 谐波次数 | 设定值 /Hz | Hanning  |         | Rife-Vincent(Ⅲ) |         | Blackman-Harris |         | 4 项 5 阶 Nuttall |         |
|------|---------|----------|---------|-----------------|---------|-----------------|---------|-----------------|---------|
|      |         | 估计值/Hz   | 偏差/%    | 估计值/Hz          | 偏差/%    | 估计值/Hz          | 偏差/%    | 估计值/Hz          | 偏差/%    |
| 1    | 50.1    | 50.0999  | -0.0002 | 50.1000         | 0.0000  | 50.1000         | -0.0000 | 50.1000         | -0.0000 |
| 2    | 100.2   | 100.0971 | -0.1027 | 100.2022        | 0.0022  | 100.1965        | -0.0035 | 100.2000        | -0.0000 |
| 3    | 150.3   | 150.3170 | 0.0113  | 150.3000        | -0.0001 | 150.3001        | 0.0001  | 150.3000        | -0.0000 |
| 4    | 200.4   | 200.3939 | -0.0030 | 200.4000        | 0.0000  | 200.4016        | 0.0008  | 200.4000        | -0.0000 |
| 5    | 250.5   | 250.5013 | 0.0005  | 250.5000        | -0.0000 | 250.4995        | -0.0002 | 250.5000        | -0.0000 |
| 6    | 300.6   | 300.6003 | 0.0001  | 300.6000        | 0.0000  | 300.5982        | -0.0006 | 300.6000        | -0.0000 |
| 7    | 350.7   | 350.7000 | 0.0000  | 350.7000        | -0.0000 | 350.7007        | 0.0002  | 350.7000        | -0.0000 |

表 3 幅值参数的仿真结果  
Tab.3 Simulative results of amplitude

| 谐波次数 | 设定值 /V | Hanning  |         | Rife-Vincent(Ⅲ) |         | Blackman-Harris |         | 4 项 5 阶 Nuttall |         |
|------|--------|----------|---------|-----------------|---------|-----------------|---------|-----------------|---------|
|      |        | 估计值/V    | 偏差/%    | 估计值/V           | 偏差/%    | 估计值/V           | 偏差/%    | 估计值/V           | 偏差/%    |
| 1    | 100    | 100.0005 | 0.0005  | 100.0000        | -0.0000 | 100.0000        | 0.0000  | 100.0000        | 0.0000  |
| 2    | 0.5    | 0.5015   | 0.2990  | 0.5000          | -0.0027 | 0.5000          | 0.0053  | 0.5000          | -0.0000 |
| 3    | 1.5    | 1.5012   | 0.0810  | 1.5000          | -0.0003 | 1.5000          | -0.0002 | 1.5000          | -0.0001 |
| 4    | 0.8    | 0.8005   | 0.0579  | 0.8000          | -0.0001 | 0.7999          | -0.0098 | 0.8000          | 0.0000  |
| 5    | 2.0    | 1.9999   | -0.0058 | 2.0000          | 0.0000  | 2.0000          | 0.0013  | 2.0000          | -0.0000 |
| 6    | 0.6    | 0.6000   | -0.0013 | 0.6000          | 0.0000  | 0.6000          | -0.0014 | 0.6000          | 0.0000  |
| 7    | 1.5    | 1.5000   | -0.0007 | 1.5000          | -0.0000 | 1.5000          | 0.0028  | 1.5000          | -0.0000 |

表 4 相位参数的仿真结果  
Tab.4 Simulative results of phase

| 谐波次数 | 设定值 / (°) | Hanning  |         | Rife-Vincent(Ⅲ) |        | Blackman-Harris |         | 4 项 5 阶 Nuttall |        |
|------|-----------|----------|---------|-----------------|--------|-----------------|---------|-----------------|--------|
|      |           | 估计值/(°)  | 偏差/%    | 估计值/(°)         | 偏差/%   | 估计值/(°)         | 偏差/%    | 估计值/(°)         | 偏差/%   |
| 1    | 10        | 10.0278  | 0.2777  | 10.0229         | 0.2287 | 10.0229         | 0.2292  | 10.0229         | 0.2289 |
| 2    | 40        | 40.4458  | 1.1144  | 40.0100         | 0.0249 | 40.0544         | 0.1361  | 40.0457         | 0.1142 |
| 3    | 80        | 79.3648  | -0.7939 | 80.0731         | 0.0913 | 80.0671         | 0.0839  | 80.0686         | 0.0858 |
| 4    | 120       | 120.1599 | 0.1333  | 120.0028        | 0.0023 | 119.9473        | -0.0439 | 120.0036        | 0.0030 |
| 5    | 170       | 169.9679 | -0.0189 | 170.0267        | 0.0157 | 170.0471        | 0.0277  | 170.0266        | 0.0156 |
| 6    | 210       | 209.9692 | -0.0147 | 210.0494        | 0.0235 | 210.1047        | 0.0499  | 210.0491        | 0.0234 |
| 7    | 270       | 270.0617 | 0.0228  | 270.0729        | 0.0270 | 270.0443        | 0.0164  | 270.0723        | 0.0268 |

10 次以上的谐波分析结果表中未列出。为验证算法的正确性,对 1~50 次谐波进行曲线拟合,得到拟合结果如图 3 所示,图中点线为拟合结果,实线为实际波形,两者几乎重合。进一步得出误差曲线见图 4。可见,所提算法能够准确分析出微波炉电流的谐波。

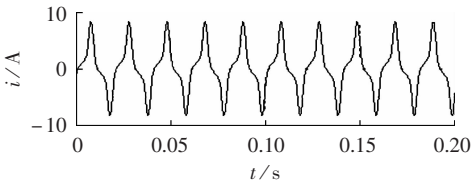


图 2 微波炉电流波形  
Fig.2 Waveform of microwave oven current

表 5 微波炉电流的分析结果  
Tab.5 Analytic results of microwave oven current

| 谐波次数 | 频率/Hz    | 幅值/A   | 相位/(°)   |
|------|----------|--------|----------|
| 1    | 49.9881  | 5.1820 | 214.1580 |
| 2    | 99.9762  | 0.0057 | 224.6808 |
| 3    | 149.9643 | 2.2579 | 254.9990 |
| 4    | 199.9524 | 0.0046 | 189.0373 |
| 5    | 249.9405 | 0.7656 | 304.3279 |
| 6    | 299.9286 | 0.0020 | 283.4681 |
| 7    | 349.9167 | 0.1316 | 16.7586  |
| 8    | 399.9049 | 0.0016 | 197.9867 |
| 9    | 449.8930 | 0.0655 | 195.1911 |

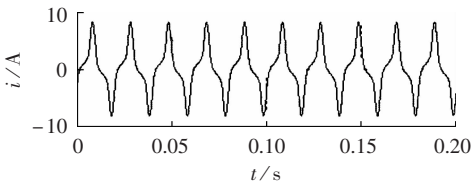


图 3 Nuttall 窗插值 FFT 算法的拟合结果  
Fig.3 Fitting results by Nuttall interpolation FFT method

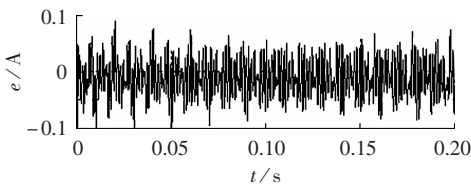


图 4 Nuttall 窗插值 FFT 算法的估计误差  
Fig.4 Estimation error of Nuttall interpolation FFT method

6 结语

本文分析了 4 项 5 阶 Nuttall 窗的旁瓣特性,推导了其插值 FFT 算法,得出插值系数的显式公式,其插值修正公式简单明了。为消除基波对 2 次谐波的频谱干涉,提出插值 FFT 校正算法,提高了算法的分析精度。提出的谐波分析方法具有插值修正公式简单、计算量小、分析精度高的优点。仿真和实验结果都表明,该算法适合电力系统谐波的准确测量。

参考文献:

[1] 谢鹏,周青山,汪毅,等. 电能计量误差分析软件设计与实现[J]. 电力自动化设备,2006,26(1):76-79.  
XIE Peng,ZHOU Qingshan,WANG Yi,et al. Design and realization of analytic software of energy metering error[J]. Electric Power Automation Equipment,2006,26(1):76-79.  
[2] 肖雁鸿,毛筱,周靖林,等. 电力系统谐波测量方法综述[J]. 电网技术,2002,26(6):61-64.  
XIAO Yanhong,MAO Xiao,ZHOU Jinglin,et al. A survey on measuring method for harmonics in power system[J]. Power System Technology,2002,26(6):61-64.  
[3] 祁才君,陈隆道,王小海. 应用插值 FFT 算法精确估计电网谐波参数[J]. 浙江大学学报:工学版,2003,37(1):112-116.  
QI Caijun,CHEN Longdao,WANG Xiaohai. High-accuracy estimation of electrical harmonic parameters by using the interpolated FFT algorithm[J]. Journal of Zhejiang University:Enginee-



- ring Science,2003,37(1):112-116.
- [4] 周俊,王小海,祁才君. 基于 Blackman 窗函数的插值 FFT 在电网谐波信号分析中的应用[J]. 浙江大学学报:理学版,2006,33(6):650-653.
- ZHOU Jun,WANG Xiaohai,QI Caijun. Estimation of electrical harmonic parameters by using the interpolated FFT algorithm based on Blackman window[J]. Journal of Zhejiang University: Science Edition,2006,33(6):650-653.
- [5] ZHANG F,GENG Z,YUAN W. The algorithm of interpolating windowed FFT for harmonic analysis of electric power system[J]. IEEE Transactions on Power Delivery,2001,16(2):160-164.
- [6] 许珉,刘凌波. 基于三次样条函数的加 Blackman-Harris 窗插值 FFT 算法[J]. 电力自动化设备,2009,29(2):59-63.
- XU Min,LIU Lingbo. Blackman-Harris window interpolated FFT algorithm based on cubic spline function[J]. Electric Power Automation Equipment,2009,29(2):59-63.
- [7] QIAN H,ZHAO R,CHEN T. Interharmonics analysis based on interpolating windowed FFT algorithm[J]. IEEE Transactions on Power Delivery,2007,22(2):1064-1069.
- [8] XUE H,YANG R. Optimal interpolating windowed discrete Fourier transform algorithms for harmonic analysis in power systems[J]. IEE Proceedings-Generation Transmission and Distribution,2003,150(5):583-587.
- [9] 张介秋,梁昌洪,陈砚圃. 卷积分窗及其在电力系统参量估计中的应用[J]. 电子学报,2004,32(12):2013-2016.
- ZHANG Jieqiu,LIANG Changhong,CHEN Yanpu. Convolution window and application in AC electrical parameters estimation[J]. Acta Electronica Sinica,2004,32(12):2013-2016.
- [10] 温和,滕召胜,卿柏元. Hanning 自卷积分窗及其在谐波分析中的应用[J]. 电工技术学报,2009,24(2):164-169.
- WEN He,TENG Zhaosheng,QING Baiyuan. Hanning self-convolution windows and its application to harmonic analysis[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,2009,24(2):164-169.
- [11] 卿柏元,滕召胜,高云鹏,等. 基于 Nuttall 窗双谱线插值 FFT 的电力谐波分析方法[J]. 中国电机工程学报,2008,28(25):153-158.
- QING Baiyuan,TENG Zhaosheng,GAO Yunpeng,et al. An approach for electrical harmonic analysis based on Nuttall window double-spectrum-line interpolation FFT[J]. Proceedings of the CSEE,2008,28(25):153-158.
- [12] 潘文,钱俞寿,周鹗. 基于加窗插值 FFT 的电力谐波测量理论(II)双插值 FFT 理论[J]. 电工技术学报,1994,9(5):53-56.
- PAN Wen,QIAN Yushou,ZHOU E. Power harmonics measurement based on windows and interpolated FFT(II) dual interpolated FFT algorithms[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,1994,9(5):53-56.
- [13] 庞浩,李东霞,俎云霄,等. 应用 FFT 进行电力系统谐波分析的改进算法[J]. 中国电机工程学报,2003,23(6):50-54.
- PANG Hao,LI Dongxia,ZU Yunxiao,et al. An improved algorithm for harmonic analysis of power system using FFT technique[J]. Proceedings of the CSEE,2003,23(6):50-54.
- [14] NUTTALL A H. Some windows with very good sidelobe behavior[J]. IEEE Transactions on Acoustics,Speech,and Signal Processing,1981,29(1):84-91.

(编辑:李育燕)

#### 作者简介:

陈国志(1977-),男,辽宁盘锦人,博士研究生,主要从事电能质量和数字信号处理等方面的研究(E-mail:chengguozhi@126.com);

陈隆道(1955-),男,浙江金华人,教授,博士研究生导师,博士,主要从事电子技术、电能质量和信号处理等方面的研究;

蔡忠法(1969-),男,浙江温岭人,讲师,博士,主要从事电子测试、信号处理和电能质量分析等方面的研究。

## Harmonic analysis based on Nuttall window interpolation FFT

CHEN Guozhi,CHEN Longdao,CAI Zhongfa

(College of Electrical Engineering,Zhejiang University, Hangzhou 310027,China)

**Abstract:** In the windowed interpolation FFT algorithms of harmonic analysis for power system, Hanning algorithm has small computation but low measuring accuracy, while Blackman-Harris has high precision but complex interpolation formula. An algorithm based on Nuttall interpolation FFT is proposed for harmonic analysis. The explicit interpolation coefficients formula of Nuttall window is derived, as well as the estimation formulas of harmonic frequency, amplitude and phase. The estimation of the second harmonic interpolation coefficients is optimized to enhance the accuracy by eliminating the spectral interference of the fundamental component with the second harmonic. Comparison with Hanning, four Rife-Vincent(III) and Blackman-Harris interpolation FFT methods is carried out by Matlab simulation, which verifies its higher analysis accuracy. An experiment on microwave oven current further demonstrates its validity.

**Key words:** harmonic; FFT; Nuttall window; interpolation; power system